

Ejemplo 2

Analizar la respuesta dinámica (desplazamientos) de la siguiente estructura (Figura 1), que puede ser simulado mediante de un sistema MDOF (considerar un modelo de cortante) bajo la acción del viento. Considerar los siguientes parámetros constitutivos: (i) sección transversal de las columnas, 0.3x0.3 m, (ii) número de columnas por planta, 4; (iii) distancia entre columnas, 5 m; (iv) módulo de elasticidad longitudinal, $E_c = 30000$ MPa; y (v) masa por planta, $m_i = 30000$ kg (siendo i el número de la planta).

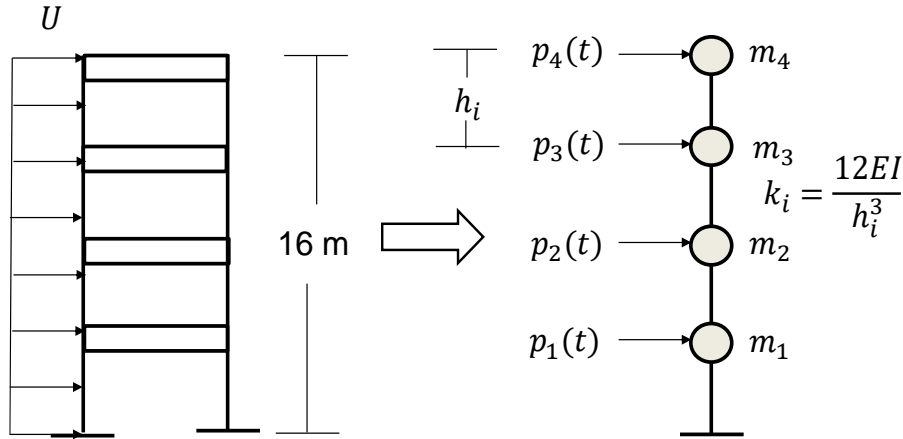


Figura 1. Modelo MDOF del edificio bajo la acción de viento.

Para simular el amortiguamiento del sistema, la regla del amortiguamiento de Rayleigh debe tenerse en cuenta. De esta manera, la ratio de amortiguamiento asociada tanto al primer como al cuarto modo de vibración deben ser consideradas. Se establece una ratio de amortiguamiento modal del 1% para ambos modos.

El desprendimiento de vórtices asociado con la acción del viento debe ser estudiado en detalle. Según la aproximación cuasi-estática, la fuerza equivalente originada por el desprendimiento de vórtices puede aproximarse por la siguiente expresión:

$$p(t) = \frac{1}{2} \rho_{air} U^2 C_D A_{ef} \sin(2\pi f_v t) \text{ [N/m]} \quad (1)$$

donde $\rho_{air} = 1.2 \text{ kg/m}^3$ es la densidad del aire; U es la velocidad media del aire [m/s]; $C_D = 2.2$ es el coeficiente de arrastre; A_{ef} es el área efectiva (área sobre la que se aplica la fuerza del viento) y f_v es la frecuencia del desprendimiento de vórtices [Hz].

La velocidad media del viento y la frecuencia de desprendimiento de vórtices están correlacionadas por el número de Strouhal, S_t . El número de Strouhal se puede definir como (siendo D_{eq} : el diámetro equivalente de la sección transversal del edificio [m]):

$$S_t = \frac{f_v D_{eq}}{U} \quad (2)$$

Se ha validado experimentalmente que el número de Strouhal, S_t , es igual a 0.21 cuando se produce el fenómeno de desprendimiento de vórtices.

Nota: Realizar el análisis en el dominio del tiempo y de la frecuencia usando el programa comercial Matlab.

Anexo. Modelo de cortante

La Figura 2 muestra el típico esquema de un modelo de cortante. Según dicho modelo, la rigidez y masa de cada grado de libertad pueden ser evaluadas. No se incluye inicialmente amortiguamiento en el sistema. La ecuación del movimiento del sistema se obtiene a través del equilibrio de fuerzas de cada una de las masas concentradas.

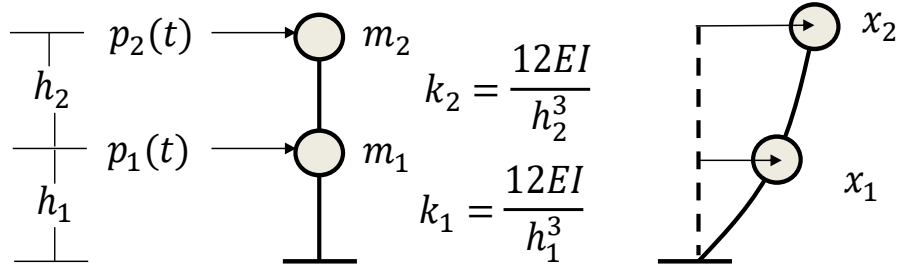


Figura 2. Movimiento horizontal del edificio.

La ecuación de movimiento de cada masa concentrada se puede determinar como:

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) = p_2(t) \quad (3)$$

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2(x_1 - x_2) = p_1(t) \quad (4)$$

Estas dos ecuaciones pueden ser organizadas en forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{p(t)\} \quad (6)$$