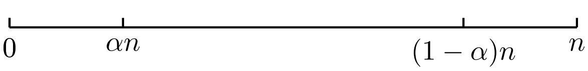
算法基础第二次作业

肖桐 PB18000037

2020 年 10 月 13 日

解 1. 若题目要求排序结果为升序排列, 则对应的堆排序就要建立最大堆.
(1). 此时若初始数组 A 为升序排列, 实际上对建堆过程没有特殊贡献, 建堆复杂度仍然为 $O(n)$. 接着进行堆排序所需的复杂度为 $O(n\lg n)$.
因此总的复杂度为 $O(n\lg n)$.
(2). 若初始数组 A 为降序排列, 则此时建堆过程复杂度为 $O(1)$, 即相当于最大堆已经建好. 接下来进行堆排序的复杂度仍然为 $O(n\lg n)$.
因此总的复杂度仍然为 $O(n\lg n)$.
若题目要求排序结果为降序排列, 对应的堆排序需要建立最小堆. 则当 A 为升序排列时建堆时间为 $O(1)$, A 降序时建堆时间为 $O(n)$, 但总的排序复杂度都为 $O(n\lg n)$.

解 2. *(a).* 因为 $0 \le \alpha \le \dfrac{1}{2}$, 因此 $\alpha < 1-\alpha$. 故每次划分比例为 α 的部分会最早到达叶节点. 每次划分比例为 $1-\alpha$ 的部分会最晚到达叶节点
假设叶节点最小深度为 h_1, 因为叶节点节点个数为 1, 则令 $n\alpha^{h_1}=1$, 两边取对数即可解得: $h_1 = -\dfrac{\lg n}{\lg \alpha}$
设叶节点最大深度为 h_2, 则同理可令 $n(1-\alpha)^{h_2}=1$, 两边取对数可解得: $h_2 = -\dfrac{\lg n}{\lg(1-\alpha)}$
(b). 假设该随机数组有 n 个元素, 每个元素作为主元的概率都相等, 都为 $\dfrac{1}{n}$.
假设这 n 个元素升序排序如下:



易知选取 αn 点或 $(1-\alpha)n$ 点作为主元进行切分则满足切分比为 $(1-\alpha):\alpha$, 若要比 $(1-\alpha):\alpha$ 更平均, 则选取的主元应该在 αn 和 $(1-\alpha)n$ 之间, 共有 $(1-2\alpha)n$ 个点.
故比 $(1-\alpha):\alpha$ 更平均的概率为: $(1-2\alpha)n\cdot\dfrac{1}{n} = 1-2\alpha$