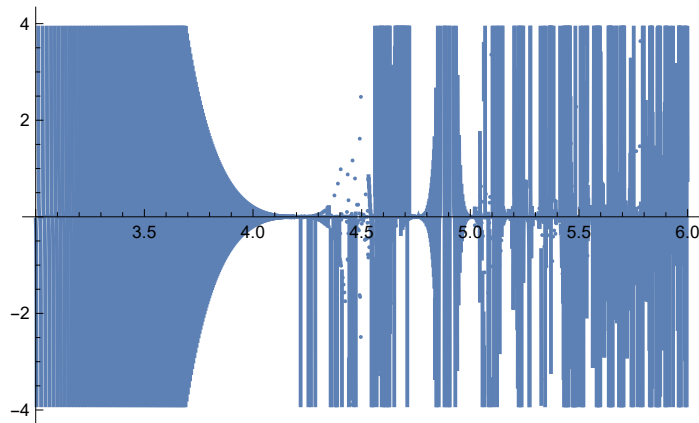


Лаб. работа 5 Крюк В.В. 221703 Вариант 4

Задание 1

```
In[50]:= f[x_] := Cot[Sinh[2 x - 1]]^3;  
x0 = 9.04;  
initialPlot = Plot[f[x], {x, 3, 6}];  
Show[initialPlot]
```

Out[53]=



а) функ. D

```
In[54]:= Print["Производная 1-го порядка: ", d1 = D[f[x], x] /. x -> x0]  
Print["Производная 2-го порядка: ", d2 = D[f[x], {x, 2}] /. x -> x0]  
Производная 1-го порядка: -9.21155×107  
Производная 2-го порядка: 1.38172×1016
```

б) формулы числ. дифференцирования

```
In[73]:= FiniteDifference1[y_, y1_] := y1 - y; (* Функции конечных разностей 3-х порядков*)  
FiniteDifference2[y_, y1_, y2_] := y2 - 2 y1 + y;  
FiniteDifference3[y_, y1_, y2_, y3_] := y3 - 3 y2 + 3 y1 - y;  
h = 0.1;  
y1 =  $\frac{1}{h} \left( \text{FiniteDifference1}[f[x_0], f[x_0 + h]] - \right.$   
       $\frac{1}{2} * \text{FiniteDifference2}[f[x_0], f[x_0 + h], f[x_0 + 2 h]] +$   
       $\left. \frac{1}{3} * \text{FiniteDifference3}[f[x_0], f[x_0 + h], f[x_0 + 2 h], f[x_0 + 3 h]] \right);$   
y2 =  $\frac{1}{h^2} (\text{FiniteDifference2}[f[x_0], f[x_0 + h], f[x_0 + 2 h]] -$   
       $\text{FiniteDifference3}[f[x_0], f[x_0 + h], f[x_0 + 2 h], f[x_0 + 3 h]]);$ 
```

```
In[79]:= Print["Производная 1-го порядка: ", y1]
Print["Производная 2-го порядка: ", y2]

Print["Разница между вычисленными значениями 1-й производной: ", Abs[d1 - y1]]
Print["Разница между вычисленными значениями 2-й производной: ", Abs[d2 - y2]]

Производная 1-го порядка: -16 242.2
Производная 2-го порядка: 270 672.
Разница между вычисленными значениями 1-й производной:  $9.20992 \times 10^7$ 
Разница между вычисленными значениями 2-й производной:  $1.38172 \times 10^{16}$ 
```

```
In[84]:= h = 0.01;
```

```
In[85]:= y1 =  $\frac{1}{h} \left( \text{FiniteDifference1}[f[x_0], f[x_0 + h]] - \right.$ 
 $\frac{1}{2} * \text{FiniteDifference2}[f[x_0], f[x_0 + h], f[x_0 + 2 h]] +$ 
 $\left. \frac{1}{3} * \text{FiniteDifference3}[f[x_0], f[x_0 + h], f[x_0 + 2 h], f[x_0 + 3 h]] \right);$ 
y2 =  $\frac{1}{h^2} (\text{FiniteDifference2}[f[x_0], f[x_0 + h], f[x_0 + 2 h]] -$ 
 $\text{FiniteDifference3}[f[x_0], f[x_0 + h], f[x_0 + 2 h], f[x_0 + 3 h]]);$ 
```

```
In[87]:= Print["Производная 1-го порядка: ", y1]
Print["Производная 2-го порядка: ", y2]

Print["Разница между вычисленными значениями 1-й производной: ", Abs[d1 - y1]]
Print["Разница между вычисленными значениями 2-й производной: ", Abs[d2 - y2]]

Производная 1-го порядка: 4881.37
Производная 2-го порядка: -816 148.
Разница между вычисленными значениями 1-й производной:  $9.21203 \times 10^7$ 
Разница между вычисленными значениями 2-й производной:  $1.38172 \times 10^{16}$ 
```

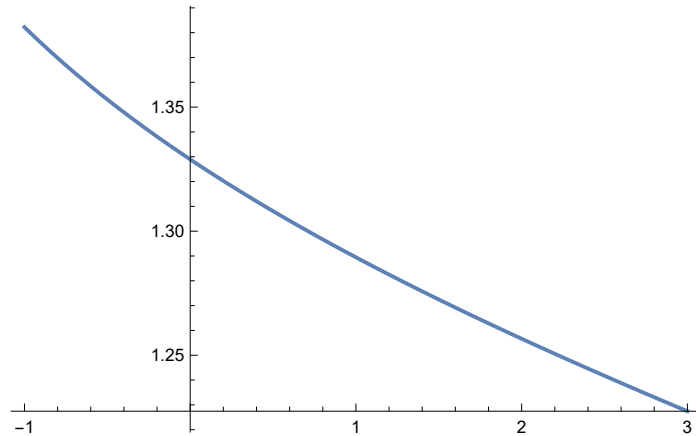
Задание 2

a)

```
In[91]:= f[x_] :=  $\sqrt[5]{\text{Sinh}\left[2 + \text{Cot}\left[\sqrt[3]{x+3}\right]\right]}$ 
```

```
Plot[f[x], {x, -1, 3}]
```

Out[92]=



```
In[93]:= a = -1;
```

```
b = 3;
```

```
h = 0.2;
```

```
data = Table[{x,  $\frac{f[x+h] - f[x-h]}{2h}$ }, {x, a, b, h}];
```

```
TableForm[data, TableHeadings → {None, {"xi", "y'i"}}]
```

Out[97]//TableForm=

x_i	y'_i
-1.	-0.0655454
-0.8	-0.0595515
-0.6	-0.0547112
-0.4	-0.0507329
-0.2	-0.0474151
0.	-0.0446141
0.2	-0.0422249
0.4	-0.040169
0.6	-0.0383868
0.8	-0.036832
1.	-0.0354684
1.2	-0.0342669
1.4	-0.0332045
1.6	-0.0322621
1.8	-0.0314242
2.	-0.0306781
2.2	-0.0300131
2.4	-0.02942
2.6	-0.0288914
2.8	-0.0284208
3.	-0.0280027

6)

In[98]:= Derivate = D[f[x], x]

Out[98]=

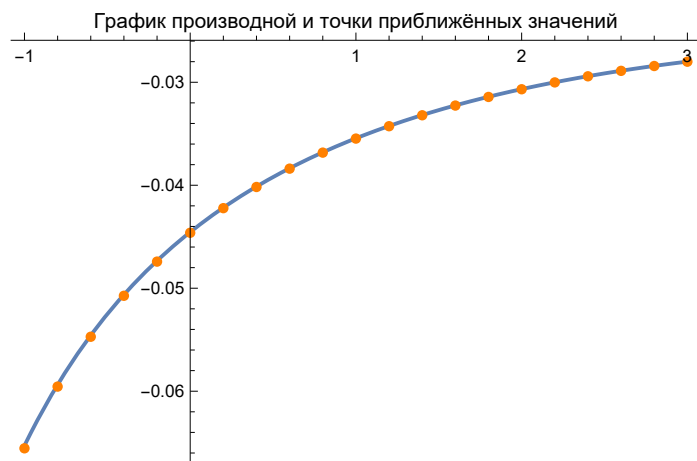
$$-\frac{\cosh\left[2 + \cot\left[(3+x)^{1/3}\right]\right] \csc\left[(3+x)^{1/3}\right]^2}{15(3+x)^{2/3} \sinh\left[2 + \cot\left[(3+x)^{1/3}\right]\right]^{4/5}}$$

In[99]:= graph = Plot[Derivate, {x, -1, 3}];

points = ListPlot[data, PlotStyle → {PointSize[0.015], Orange}];

Show[graph, points, PlotLabel → "График производной и точки приближённых значений"]

Out[101]=



Задание 3

а) формула средних прямоугольников

In[102]:=

$$f[x_] := \frac{x + 2 \times \sqrt[5]{x^2 + 0.8}}{0.2 x^2 + \sqrt{3 x + 1}}$$

a = 3;

b = 4.2;

x0 = a;

n1 = 8;

$$\text{step} = \frac{(b - a)}{n1};$$

For[i = 1, i ≤ n1, i++, xi = step + xi-1;]

$$\text{AverageRectangle1} = \frac{(b - a)}{n1} * \sum_{i=1}^{n1} f\left[x_{i-1} + \frac{(b - a)}{2 * n1}\right]$$

Out[109]=

1.39017

```
In[110]:=
n2 = 10;
step =  $\frac{(b - a)}{n2}$ ;
For[i = 1, i ≤ n2, i++, xi = step + xi-1];
AverageRectangle2 =  $\frac{(b - a)}{n2} * \sum_{i=1}^{n2} f\left[x_{i-1} + \frac{(b - a)}{2 * n2}\right]$ 
```

```
Out[113]=
1.39018
```

Уточнение по Ричардсону

```
In[114]:=
k = 2;
Richardson = AverageRectangle2 +  $\frac{n1^k}{n2^k - n1^k} (AverageRectangle2 - AverageRectangle1)$ 
```

```
Out[115]=
1.39018
```

б) Метод трапеций

```
In[116]:=
n1 = 8;
x0 = a;
step =  $\frac{(b - a)}{n1}$ ;
For[i = 1, i ≤ n1, i++, xi = step + xi-1];
Trapezoidal1 =  $\frac{(b - a)}{n1} * \left( \sum_{i=1}^{n1-1} f[x_i] + \frac{f[x_0]}{2} + \frac{f[x_{n1}]}{2} \right)$ 
```

```
Out[120]=
1.3902
```

```
In[121]:=
n2 = 10;
x0 = a;
step =  $\frac{(b - a)}{n2}$ ;
For[i = 1, i ≤ n2, i++,
  xi = step + xi-1];
Trapezoidal2 =  $\frac{(b - a)}{n2} * \left( \sum_{i=1}^{n2-1} f[x_i] + \frac{f[x_0]}{2} + \frac{f[x_{n2}]}{2} \right)$ 
```

```
Out[125]=
1.3902
```

Уточнение по Ричардсону

In[126]:=

$$\text{Richardson} = \text{Trapezoidal2} + \frac{n1^k}{n2^k - n1^k} (\text{Trapezoidal2} - \text{Trapezoidal1})$$

Out[126]=

1.39018

Задание 4

Разбиение отрезка интегрирования на 8 частей

In[127]:=

$$\text{data} = \begin{pmatrix} 0.3 & -1.1052 \\ 0.396 & -1.1225 \\ 0.492 & -1.0678 \\ 0.588 & -0.9554 \\ 0.684 & -0.7949 \\ 0.78 & -0.5930 \\ 0.876 & -0.3548 \\ 0.972 & -0.0844 \\ 1.068 & 0.2150 \end{pmatrix};$$

In[132]:=

$$\begin{aligned} a &= 0.3; \\ b &= 1.068; \\ n &= 4; \\ h &= \frac{(b - a)}{2n} \end{aligned}$$

Out[135]=

0.096

In[136]:=

For[i = 0, i ≤ 2 * n, i++, y_i = data[[i + 1, 2]];

In[137]:=

$$\text{Simpsons} = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{h}{3} * (y_{2i} + 4 y_{2i+1} + y_{2i+2})$$

Out[137]=

-0.523085

Разбиение отрезка интегрирования на 16 частей

In[147]:=

```
data = {
  {0.3, -1.1052},
  {0.348, -1.0799},
  {0.396, -1.1225},
  {0.444, -1.0598},
  {0.492, -1.0678},
  {0.54, -0.9782},
  {0.588, -0.9554},
  {0.636, -0.8462},
  {0.684, -0.7949},
  {0.732, -0.6713},
  {0.78, -0.5930},
  {0.828, -0.4594},
  {0.876, -0.3548},
  {0.924, -0.2147},
  {0.972, -0.0844},
  {1.02, 0.0593},
  {1.068, 0.2150}
};
```

In[148]:=

```
n = 8;
h = (b - a) / (2 n);
For[i = 0, i <= 2 * n, i++, y[i] = data[[i + 1, 2]]];
```

Out[149]=

0.048

In[151]:=

```
Simpsons = Sum[h/3 * (y[2 i] + 4 y[2 i + 1] + y[2 i + 2]), {i, 0, n-1}]
```

Out[151]=

-0.509386

Задание 5

Формула Гаусса (4 узла)

In[162]:=

```
f[x_] := Exp[-x^2 + 5 x] / (3 x + 0.8);
a = 1.4;
b = 2.9;
n = 4;
polynomial = LegendreP[n, x]
```

Out[166]=

$$\frac{1}{8} (3 - 30 x^2 + 35 x^4)$$

In[168]:=

```
soluton = NSolve[polynomial == 0, x];
xx = x /. soluton
```

Out[169]=

```
{-0.861136, -0.339981, 0.339981, 0.861136}
```

In[170]:=

```
T = Table[If[i == 1, 1, (xx[[j]])i-1], {i, n}, {j, n}]; MatrixForm[T]
```

Out[170]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -0.861136 & -0.339981 & 0.339981 & 0.861136 \\ 0.741556 & 0.115587 & 0.115587 & 0.741556 \\ -0.638581 & -0.0392974 & 0.0392974 & 0.638581 \end{pmatrix}$$

In[171]:=

```
B = Table[If[EvenQ[i] == True, 0,  $\frac{2}{i}$ ], {i, n}] // N
```

Out[171]=

```
{2., 0., 0.666667, 0.}
```

In[172]:=

```
A = LinearSolve[T, B]
```

Out[172]=

```
{0.347855, 0.652145, 0.652145, 0.347855}
```

In[173]:=

$$\text{Integral} = \frac{(b-a)}{2} * \sum_{i=1}^n A[[i]] * f\left[\frac{b+a}{2} + \frac{b-a}{2} * xx[[i]]\right]$$

Out[173]=

```
81.3349
```