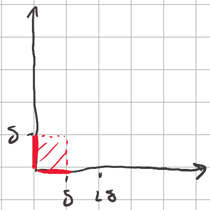
Paire de points les plus proches

$\delta > 0$

i, j

$$[i\delta, (i+1)\delta[\times [j\delta, (j+1)\delta[$$

produit cartésien



$i = 0$
$j = 0$

$i = 1$
$j = 3$

Algo PPPP random (W)

zone

$\delta = d_{min} / \sqrt{2}$

$d_{min} = \delta\sqrt{2}$

21 cases à considérer

ex : $p_t = (2.5\delta, 3.01\delta)$

$\Downarrow$

$i = 2, j = 3$

Question 1

S'il existe un point q dans la cellule $T_\delta(i,j)$ à l'étape 3c) et que p_t tomberait aussi dans cette cellule, alors $d(q, p_t) < \delta\sqrt{2} = d_{min}$, donc on sortirait de la boucle en 3c), sans ajouter p_t à la cellule

Question 3

Pour chaque p_t, la distance avec les points précédents est forcément $\geq d_{min}$ (d_{min} est bien la distance minimum) + chaque distance symétrique

Question 5

Coût de a) → $O(1)$
Coût de b) → $O(1)$ (4 cellules à tester, soit vides, soit un seul point)
Coût de c) → $O(1)$
Coût de d) → $O(1)$

$O(1)$ pendant t unités de temps $\Rightarrow$ $O(t)$

Question 6

Echec indice t

$$\underbrace{p_0 \dots q \dots p_t}_{d_{min}}$$

$\delta = d_{min} / \sqrt{2}$

$d_{min} = d(q, p_t)$

d_{min} est la distance min entre les points $p_0 \dots p_t$. Donc, si a 3c) échoue pour $p_0 \dots p_t$, le prochain échec est donc à un point $p_{t'}$, avec $t' > t$

Complexité pire cas $\Rightarrow$ $O(n^2)$

Question 7

$\binom{t}{2}$ distances $= \dfrac{t(t-1)}{2}$

t distances entre p_t et p_i, $i \geq t$

Proba que t soit la meilleure distance : $\dfrac{t}{\frac{t(t-1)}{2}} = \dfrac{2}{t-1}$

Coût moyen d'un échec : $O(t)\,\frac{2}{t+1} = O(1)$

Globalement, coût d'un échec : $\sum_{t=0}^{n-1} O(1) = O(n)$