Correction exercices pages 391 à 400

n°10 p 391

1°) $\vec{u}(-6;-8;6)$ $\vec{v}(3;4;-3)$

$-2\vec{v}=\vec{u}$ donc les droites sont parallèles.

sont-elles confondues ? A est un point de d.

$A(4;-1;-22)$ est-il sur d' ?

$\begin{cases} 4=3t'+1 \\ -1=4t' \\ -22=-3t'+3 \end{cases} \iff \begin{cases} t'=1 \\ t'=-1/4 \\ t'=25/3 \end{cases}$ impossible.

les droites d et d' sont strictement parallèles.

n° 11 p 391

$\vec{u}$ vecteur directeur de D : $\vec{u}(1;-1;2)$

$\vec{AB}(-1;-2;-2)$ les vecteurs ne sont pas colinéaires les droites ne sont pas parallèles.

$\vec{u}.\vec{AB}=-1+2-4=-3$. les droites ne sont pas orthogonales.

n° 12 p 391

$\begin{cases} -3=3t-6 \\ 1=t \\ 4=4 \end{cases} \iff$ $t=1$ système compatible donc

$A\in\Delta_1$

$\begin{cases} -3=-3t'+3 \\ 1=2t'-3 \\ 4=t'+2 \end{cases}$ $t'=2$ système compatible

$A\in\Delta_2$

2°) les droites ont un point commun, elles sont sécantes ou confondues.

3°) soit $\vec{u}$ vecteur directeur de Δ_1, $\vec{u}(3;1;0)$
$\vec{v}$ vecteur directeur de Δ_2, $\vec{v}(-3;2;1)$

les vecteurs ne sont pas colinéaires donc les droites ne sont pas confondues. Elles sont sécantes

$\vec{u}.\vec{v}=3\times(-3)+1\times2+0=-7$ Elles ne sont pas perpendiculaires

n° 15 p 391

1°) d // Δ donc même vecteur directeur $\vec{u}(1;-4;-2)$

d'où d : $\begin{cases} x=-4+t' \\ y=2-4t' \\ z=-2t' \end{cases}$ $t'\in\mathbb{R}$.

2°) a) $z=0$ donc $10-2t=0 \iff t=5$.

d'où $x=2+5=7$ $y=7-20=-13$.

$C(7;-13;0)$.

b) $\delta\perp\Delta$ on cherche un vecteur directeur de δ

$\vec{v}(a;b;c)$ ce vecteur est orthogonal à $\vec{u}$

$a-4b-2c=0$ on choisit $a=1$ $b=1$

alors $c=-\frac{3}{2}$ $\vec{m}(1;1;-\frac{3}{2})$ ou $\vec{m'}(2;2;-3)$

est un vecteur directeur de δ d'où $\begin{cases} x=2t'+7 \\ y=2t'-13 \\ z=-3t' \end{cases}$ $t'\in\mathbb{R}$

n° 16 p 391

si B est le projeté orthogonal de A sur $\mathcal{D}$ alors B doit être sur la droite $\mathcal{D}$ et $\vec{AB}$ est un vecteur normal à $\mathcal{D}$. on a bien $B \in \mathcal{D}$ avec $t=0$

$\vec{AB}(5;-1;2)$ $\quad \vec{u}(-3;2;2)$ vect. dir de $\mathcal{D}$.

$\vec{u}\cdot\vec{AB} = -15-2+4 \neq 0$ donc B n'est pas le projeté orthogonal de A sur $\mathcal{D}$

n° 26 p 393.

1°) $\vec{AB}(1;-2;-4)$ $\quad \vec{AC}(1;0;1)$

$\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ ne sont pas colinéaires, A, B, C définissent un plan.

2°) $\vec{n}\cdot\vec{AB} = 2-10+8=0$ $\quad \vec{n}\cdot\vec{AC} = 2+0-2=0$
donc $\vec{n}$ est normal à (ABC).

3°) $2x+5y-2z+d=0$. on remplace par les coordonnées de A

$2-5-8+d=0 \iff d=11$

Equation de (ABC) : $2x+5y-2z+11=0$.

n° 27 p 293.

Il suffit de vérifier que $A \in R$ $\quad B \in R$ et $C \in R$

$5-3-2=0$ donc $A \in R$. $\quad 0-9+9=0$ $B \in R$.

$20+0-20=0$ $\quad C \in R$ $\quad (ABC) = R$.

n° 29 p 393

1°) $0-6-1+7=0$ donc $E \in R$.
$0-3+3=0$ donc $E \in \mathcal{S}$.

2°) $\vec{n}$ normal à R $\quad \vec{n}(-3;2;-1)$
$\vec{n'}$ normal à $\mathcal{S}$ $\quad \vec{n'}(1;1;0)$

3°) $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ ne sont pas colinéaires, les plans ne sont pas parallèles.

$\vec{n}\cdot\vec{n'} = -3+2+0 \neq 0$ les plans ne sont pas perpendiculaires.

Ils sont sécants.

n° 32 p 393

1°) (a) $-\frac{11}{2}+\frac{7}{2}-0+2=0$ donc $E \in P_1$.

$\frac{55}{2}-\frac{49}{2}+0-3=\frac{6}{2}-3=0$ $\quad E \in P_2$

(b) les plans sont sécants ou confondus.

$\vec{n}(-1;1;-1)$ $\quad \vec{n'}(5;-7;4)$
$\vec{n}$ et $\vec{n'}$ ne sont pas colinéaires donc les plans sont sécants.

il faut que $\vec{n}\cdot\vec{u}$ et $\vec{n'}\cdot\vec{u}=0$.

c'est donc $\vec{u}(3;1;-2)$

$\vec{u}$ est donc un vecteur directeur de la droite intersection des 2 plans qui passe par E

$$\begin{cases} x = 3t + 11/2 \\ y = t + 7/2 \\ z = -2t. \end{cases}$$

n°34 p 395

$2x - 6y + 3z - 1 = 0$ un vecteur normal à P est $\vec{n}\,(2; -6; 3)$. c'est un vecteur directeur de Δ donc $\Delta : \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = -6t + 3 \\ z = 3t + 8 \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$.

n° 37 p 395

a) $\vec{n}\,(2; 1; 1)$ $\vec{u}\,(5; -1; -4)$

$\vec{n}$ et $\vec{u}$ ne sont pas colinéaires.
P et $\mathcal{D}$ ne sont pas perpendiculaires.

ⓑ $\vec{n}\,(2; -1; 1)$ $\vec{u}\,(2; 5; 1)$ $\vec{n}$ et $\vec{u}$ non colinéaires
P et $\mathcal{D}$ ne sont pas perpendiculaires.

ⓒ $\vec{n}\,(1; 0; 1)$ $\vec{BC}\,(8; -4; -8)$.
$\vec{n}$ et $\vec{BC}$ non colinéaires.
P et (BC) non perpendiculaires.

n°48 p 394.

1) $\mathcal{D}$ et Δ ont le même vecteur directeur $\vec{u}\,(2; -1; 3)$ donc

$\mathcal{D} : \begin{cases} x = -2 + 2t' \\ y = 3 + t' \\ z = 3t' \end{cases}$ $t' \in \mathbb{R}$.

2) ⓐ $z = 0$ donc $t = -10/3$.

$x = -4 - \frac{20}{3} = -32/3$ $y = 3 + \frac{10}{3} = 19/3$

donc $C\left(-\frac{32}{3}; \frac{19}{3}; 0\right)$.

ⓑ $\delta \perp \Delta$. on cherche un vecteur directeur de δ.
$\vec{u}'(a, b, c)$ $\vec{u} \cdot \vec{u}' = 0 \Leftrightarrow 2a - b + 3c = 0$.
si $a = 1$ et $b = 1$ alors $c = -1/3$ $\vec{u}'\,(1; 1; -1/3)$
$3\vec{u}'\,(3; 3; -1)$ sera un vecteur directeur de δ
d'où $\delta : \begin{cases} x = -\frac{32}{3} + 3s \\ y = \frac{19}{3} + 3s \\ z = -s \end{cases}$ $s \in \mathbb{R}$

3) $\mathcal{D} \parallel \Delta$ et $\Delta \perp \delta$ donc $\mathcal{D} \perp \delta$.

n°52 p 395

$\vec{n}$ (normal à P) $\vec{n}\,(3; -5; 2)$.
$\vec{u}$ (directeur de Δ) $\vec{u}\,(-2; -3; 2)$.
$\Delta \parallel P \Leftrightarrow \vec{n}$ et $\vec{u}$ orthogonaux.
$\vec{n} \cdot \vec{u} = -6 + 15 + 4 \neq 0$. donc Δ non parallèle à P.

2) $M \in P$ et $M \in \Delta$ donc les coordonnées de M vérifient : $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 5 - 3t \\ z = 2t \\ 3x - 5y + 2z + 1 = 0 \end{cases}$ soit

$3(2 - 2t) - 5(5 - 3t) + 2 \times 2t + 1 = 0$.

3) $\Leftrightarrow 6 - 6t - 25 + 15t + 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 18/13$.