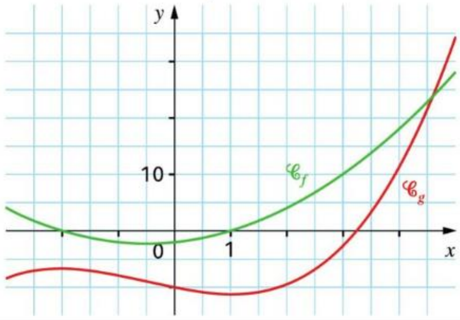
Correction de l'exercice n° 81 p 125

81 On considère deux fonctions f et g définies et dérivables sur $[-3;5]$.
En observant la représentation graphique ci-dessous, déterminer la fonction qui est la dérivée de l'autre.

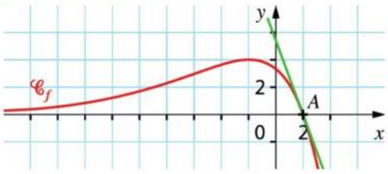


<u>Correction</u> :
Pour résoudre ce type de problème, il faut se rappeler ce qui lie une fonction et sa dérivée.

- f strictement croissante sur $I \Leftrightarrow f'(x) > 0$ pour $x \in I$
- f strictement décroissante sur $I \Leftrightarrow f'(x) < 0$ pour $x \in I$
- x_0 est un extremum sur I ouvert $\Leftrightarrow f'(x_0) = 0$

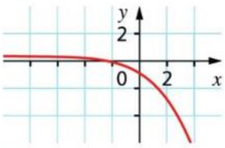
Il suffit d'étudier alternativement les deux possibilités :
<u>Cas 1</u> : f est la dérivée de g
Si $x < 2$ ou $x > 1$, on a $f(x) > 0$ et la courbe de g doit être croissante, ce qui est le cas.
Si $x \in]-2;1[$, on a $f(x) < 0$ et la courbe de g doit être décroissante, ce qui est le cas.
Enfin si $x \in \{-2;1\}$ on a $f(x) = 0$ et la courbe de g doit atteindre un extremum (maximum ou minimum). C'est le cas.
Il n'y a donc pas d'impossibilité apparente à ce que f soit la dérivée de g.
<u>Cas 2</u> : g est la dérivée de f
Dans ce cas, pour $x \leq \mp 3{,}5$ on a $g(x) < 0$. La courbe de f devrait donc être décroissante sur ces valeurs. Or on constate que ce n'est pas la cas : elle décroît puis croît sur cet intervalle de valeurs. g n'est donc pas la dérivée de f.

82 On a tracé ci-dessous la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$, ainsi que sa tangente au point A d'abscisse 2.

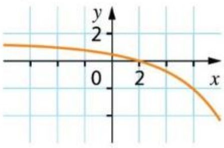


Déterminer, en justifiant, laquelle des quatre courbes proposées ci-dessous représente la fonction dérivée de f.

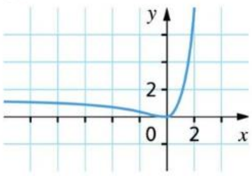
1.



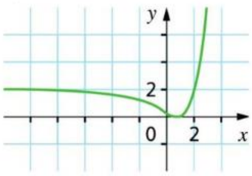
2.



3.



4.



<u>Correction</u> :
On observe sur la figure que f est strictement croissante jusqu'au point d'abscisse -2 (attention à l'échelle) puis strictement décroissante.
On doit donc avoir :

a. $f'(x) < 0$ pour $x \in]-\infty;-2[$
b. $f'(-2) = 0$
c. $f'(x) > 0$ pour $x \in]-2;+\infty[$

Seule la courbe de la figure 1 vérifie $f'(-2) = 0$
C'est donc la réponse.