

1) a) Tính a ?

Ta có:

X	p_i
$\sum p_i$	$= 1$

$$\sum p_i = 0 + a + 2a + da + 3a + a^2 + 2a^2 + 7a^2 + a = 1$$

$$\Leftrightarrow 10a^2 + 9a = 1$$

$$\Leftrightarrow 10a^2 + 9a - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0,1 \text{ (nhận)} \\ a = -1 \text{ (loại; vì } p_i \text{ luôn } 0 \leq p_i \leq 1\end{cases}$$

b) $P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5)$

$$= 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)]$$

$$= 1 - (0 + 0,1 + 0,2 + 0,1 + 0,3) = 0,18$$

c) $P(X < 3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)$

$$= 0,1 + 0,2 = 0,3$$

$$P(X=0) = 0$$

$$P(X=1) = 0 + a = 0,1$$

$$P(X=2) = 0 + a + 2a = 3a = 0,3$$

$$P(X=3) = 0 + a + 2a + 2a = 0,5$$

\Rightarrow Vậy $P(X \leq 3)$ thì thoả điều kiện ($k=3$)

1).

X	0	1	2
P	0,46	0,46	0,06

$\left\{ \begin{array}{l} 10 \text{ sp} \\ 8 \text{ cp (chinh phiem)} \end{array} \right.$ → Tuy chon
fNN 3sp.

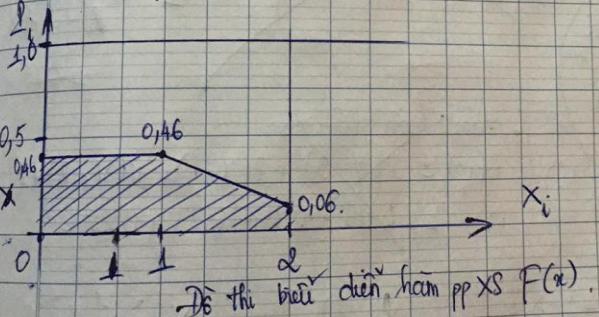
$$\begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0,46 & 0,46 & 0,06 \end{array}$$

$$\begin{aligned} P(X=0) &= XS \text{ 0 pp} \& 3 ep: \frac{C_0^0 \cdot C_3^3}{C_{10}^{10}} / C_3^3 = 0,46 \\ P(X=1) &= XS \text{ 1 pp} \& 2 ep: \frac{C_1^1 \cdot C_2^2}{C_{10}^{10}} / C_2^2 = 0,46 \\ P(X=2) &= XS \text{ 2 pp} \& 1 ep: \frac{C_2^2 \cdot C_1^1}{C_{10}^{10}} / C_1^1 = 0,06 \end{aligned}$$

Hàm phân phối XS:

$$\begin{aligned} F(x) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) \\ &= 0,46 + 0,46 + 0,06 = 0,98 \end{aligned}$$

Đồ thị biểu diễn hàm $F(x)$:



3). $\left\{ \begin{array}{l} 10 \text{ do} \\ 6 \text{ xanh.} \end{array} \right\}$ NN 3.

$$\begin{aligned} a) &- XS \text{ 0 do} - 3 \text{ xanh}: \frac{C_0^0 \cdot C_3^3}{C_{10}^{10}} / C_3^3 = 0,04 \\ &- XS \text{ 1 do} - 2 \text{ xanh}: \frac{C_1^1 \cdot C_2^2}{C_{10}^{10}} / C_2^2 = 0,27 \\ &- XS \text{ 2 do} - 1 \text{ xanh}: \frac{C_2^2 \cdot C_1^1}{C_{10}^{10}} / C_1^1 = 0,48 \\ &- XS \text{ 3 do} - 0 \text{ xanh}: \frac{C_3^3 \cdot C_0^0}{C_{10}^{10}} / C_0^0 = 0,21 \end{aligned}$$

MGP

3).

Hàm pp No XS:

$$F(x) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$

$$= 0,04 + 0,27 + 0,48 + 0,21 = 1$$

Bảng PP XS F(x):

X	0	1	2	3
P	0,04	0,27	0,48	0,21

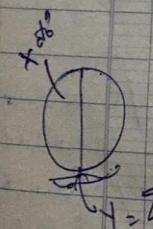
$$\begin{aligned} b) &1 \text{ đỗ} - 5 \text{ điểm} \\ &1 \text{ xanh} - 8 \text{ điểm} \end{aligned} \quad Y = \sum \text{điểm} \cdot 3 \text{ the'}$$

$$\begin{aligned} Q &= 98 \text{ điểm} \\ (10,5+6,8) &\rightarrow 1 \text{ xanh} - 2 \text{ đỗ} = 18 \text{ điểm} \Rightarrow P(Y=1) = \frac{18}{98} = 0,18 \\ &1 \text{ xanh} - 1 \text{ đỗ} = 4 \text{ điểm} \Rightarrow P(Y=2) = \frac{4}{98} = 0,04 \\ &1 \text{ xanh} - 0 \text{ xanh} = 24 \text{ điểm} \Rightarrow P(Y=3) = \frac{24}{98} = 0,25. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &- XS \text{ 0 xanh} - 3 \text{ đỗ} = 15 \text{ điểm} \Rightarrow P(Y=0) = \frac{15}{98} = 0,15 \\ &O xanh - 5 \text{ đỗ} + 15 \text{ điểm} \\ &= 15 \text{ đỗ.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &Hàm phân phối XS: \\ (Bo) &F(y) = P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2) + P(Y=3) \\ &= 0,15 + 0,18 + 0,04 + 0,25 = \end{aligned}$$

$$Y = 5X + (3-X)8$$



b) Ta có: X là số thí điểm lây ra (tử cau a)

$$\Rightarrow \text{điểm} \frac{1}{1} \text{ the' do} : 5X. \quad (1)$$

Ta lây số: T là số thí điểm xanh lây ra

$$\text{Tổng cộng lây } 3 \text{ the'}$$

$$\downarrow$$

$$X + T = 3$$

$$\begin{aligned} GT Y &= 3 - X. \\ \Rightarrow 8Y &= 8(3 - X) \text{ là số điểm } 1 \text{ the' lây ra} \end{aligned}$$

MGP

④

Date

No

$$\text{từ } (1) \text{ và } (2) \Rightarrow 5x$$

$$\Leftrightarrow 8x = 8(3-x) \text{ là số điểm of 1 thẻ xanh}$$

$$\text{từ } (1) \text{ và } (2) \Rightarrow 5x + 8(3-x) = y$$

\downarrow
Y là số điểm tổng 3 thẻ NINH.

$$\Leftrightarrow 5x + 24 - 8x = y$$

$$\Leftrightarrow -3x + 24 = y.$$

Ta có các trường hợp $P(X=1)$; $P(X=2)$; $P(X=3)$ và $P(X=0)$.

	X	Y	Z	XS
X	0	1	2	$\cancel{\frac{1}{2}}$
Y	$\cancel{\frac{1}{2}}$	$\cancel{\frac{1}{2}}$	$\cancel{\frac{1}{2}}$	$\cancel{\frac{1}{2}}$
Z	$\cancel{\frac{1}{2}}$	$\cancel{\frac{1}{2}}$	$\cancel{\frac{1}{2}}$	$\cancel{\frac{1}{2}}$
XS	$\cancel{\frac{1}{2}}$	$\cancel{\frac{1}{2}}$	$\cancel{\frac{1}{2}}$	$\cancel{\frac{1}{2}}$

\Rightarrow Tóm phan phoi XS.

$$P(X=0) = P(Y=24) (= 24 - 3 \cdot 0 = 24)$$

$$P(X=1) = P(Y=21) (= 24 - 3 \cdot 1 = 21)$$

$$P(X=2) = P(Y=18) (= 24 - 3 \cdot 2 = 18)$$

$$P(X=3) = P(Y=15) (= 24 - 3 \cdot 3 = 15)$$

4). Hợp 1: 3xanh & 1đỏ. \rightarrow 2NNH
Hợp 2: 2xanh & 2đỏ. \rightarrow NINH

X: "Số bi đỏ ở hợp sau lần 1 chuyen bi".

Y: "Số bi đỏ ở hợp sau lần 2 chuyen bi".

	X	Y	XS
X	0	1	$\frac{1}{2}$
Y	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
XS	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

⑤

Date

Thêm 0đỏ: $C_5 C_5 \rightarrow$ xanh.
Thêm 1đỏ: $C_2 C_4 \rightarrow$ xanh.
Thêm 2đỏ: $C_3 C_5 \rightarrow$ xanh.

Lần 1
đo hợp I

\downarrow
đo hợp II
Mất 0đỏ đi: $C_2 C_5 \rightarrow$ xanh.
Mất 1đỏ đi: $C_1 C_4 \rightarrow$ xanh.
Mất 2đỏ đi: $C_3 C_2 \rightarrow$ xanh.

(chuyển từ hợp I \rightarrow II)

Ta có: Lấy 2bi ở lần 1:

- Lấy đt 1đỏ \Rightarrow còn lại 0đỏ & 3xanh $\Rightarrow P(C_1^1 C_3^1) / C_4^2 = 0,45$

Lấy đt 0đỏ \Rightarrow còn lại 1đỎ & 3xanh $\Rightarrow P(C_1^0 C_3^2) / C_4^2 = 0,55$

Thêm vào 1đỎ \Rightarrow còn 3đỎ & 3xanh

Thêm vào 0đỎ \Rightarrow còn 0đỎ & 4xanh

Ta có: Lấy 2bi ở lần 2 (chuyển từ hợp II \rightarrow I).

Lấy 1đỎ

Lấy 0đỎ

Thêm 0đỎ \Rightarrow còn 1đỎ & 5xanh $\Rightarrow P(C_2^0 C_2^2) / C_4^2 = 0,17$

Thêm 1đỎ \Rightarrow còn 0đỎ & 4xanh $\Rightarrow P(C_2^1 C_2^1) / C_4^2 = 0,67$

Thêm 2đỎ \Rightarrow còn 3đỎ & 3xanh $\Rightarrow P(C_2^2 C_2^0) / C_4^2 = 0,17$

Mất đt 0đỎ \Rightarrow còn 2đỎ & 3xanh,

Mất đt 1đỎ \Rightarrow còn 1đỎ & 1xanh.

Mất đt 2đỎ \Rightarrow còn 0đỎ & 2xanh.

Ta có bảng phân phoi XS của X.

	X	Y	XS
X	0	1	$0,5$
Y	$0,5$	$0,5$	$0,5$

Date	Ta có bảng phân phoi XS của Y:
y	$0 \quad 1 \quad 2$ $P(y) \quad 0,17 \quad 0,67 \quad 0,17$

5).

~~$x+y$~~

x	-1	0	1	2
y	0,2	0,13	0,3	0,2

x	-1	0	1	2
y	-2	-1	0	1

x	0,2	0,13	0,3	0,2
y	0,3	0,06	0,09	0,06
	0,4	0,08	0,12	0,08
	0,5	0,09	0,09	0,06

Từ bảng 1 và bảng 2, ta có:

$$x+y = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$$

$$P(x+y = -2) = 0,06$$

$$P(x+y = -1) = 0,09 + 0,08 = 0,17$$

$$P(x+y = 0) = 0,06 + 0,12 + 0,09 = 0,27$$

$$P(x+y = 1) = 0,09 + 0,06 + 0,12 = 0,27$$

$$P(x+y = 2) = 0,09 + 0,08 = 0,17$$

$$P(x+y = 3) = 0,06$$

MGF

7.

vậy bảng pp xs của $X+Y$ là:

	-2	-1	0	1	2	3
$X+Y$	-2	-1	0	1	2	3
$P(X+Y)$	0,06	0,13	0,27	0,27	0,11	0,06
$\cdot \underline{X^2 = XX}$						

X	-1	0	1	2	X	0,2	0,3	0,3	0
X	-1	0	1	2	X	0,2	0,04	0,06	0,06
-1	<u>1</u>	0	<u>1</u>	<u>2</u>	0,2	0,04	0,06	0,06	0
0	0	0	0	0	0,3	0,06	0,09	0,09	0,06
1	-1	0	<u>1</u>	<u>2</u>	0,3	0,06	0,09	0,09	0,06
2	-2	0	2	4	0,2	0,04	0,06	0,06	0,04

$\underline{XX} = \{-2; -1; 0; 1; 2; 4\}$.

$P(XX = -2) = 0,04 + 0,06 = 0,08$.

$P(XX = -1) = 0,13 + 0,06 = 0,19$.

$P(XX = 0) = 0,06 + 0,06 + 0,09 + 0,09 + 0,06 + 0,09 + 0,06$.

$P(XX = 1) = 0,04 + 0,09 = 0,13$.

$P(XX = 2) = 0,06 + 0,06 = 0,12$.

$P(XX = 4) = 0,04$.

$\rightarrow P(XX = -2) = 0,04 + 0,04 = 0,08$.

vậy bảng pp xs của X^2 là:

	-2	-1	0	1	2	4
X^2	-2	-1	0	1	2	4
$P(X^2)$	0,08	0,12	0,51	0,13	0,12	0,04

$\cdot \underline{2Y = Y + Y}$:

8.

Date	No	-1	0	1	3
Date		Y	-1	0	1
			0,3	0,14	0,3
			-2	1	0
			0,3	0,09	0,12
			0	0,4	0,12
			0,4	0,12	0,16
			1	0,12	0,12
			0,3	0,09	0,12
			0,3	0,09	0,09

$2Y = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$

$P(2Y = -2) = 0,09$.

$P(2Y = -1) = 0,12 + 0,12 = 0,24$.

$P(2Y = 0) = 0,09 + 0,16 + 0,09 = 0,34$.

$P(2Y = 1) = 0,12 + 0,12 = 0,24$.

$P(2Y = 2) = 0,09$.

vậy bảng phân phối xác suất của $2Y$ là:

	-2	-1	0	1	2
$2Y$	0,09	0,24	0,34	0,24	0,09

$\cdot X - Y = X + (-1) \cdot Y$.

$\rightarrow \cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
$P(Y)$	0,3	0,4	0,3
$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$	0,3	0,4	0,3
$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$	0,3	0,4	0,3
$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$	0,3	0,4	0,3

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0
-2	<u>1</u>	0,3	0,1
0	0,2	<u>1</u>	0,08
1	0,3	0,09	<u>1</u>
2	0,2	<u>1</u>	0,08

$\cancel{X + (-1) \cdot Y}$.

	-1	0	1
X	-2	-1	0

(10) Date $P(X_1 = 2) = 0,06$.
 Vay bang pp xs:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline XY & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline P(XY) & 0,06 & 0,15 & 0,58 & 0,15 & 0,06 \\ \hline \end{array}$$

6). X_1 : "số chấm con súc sắc 1" $\Rightarrow P(X_1) = 0,17$
 X_2 : "số chấm con súc sắc 2" $\Rightarrow P(X_2) = 0,17$.

a) $X_1 + X_2$

~~$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline X_1 \setminus X_2 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 \\ \hline 1 & 0,17 & 0 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 \\ \hline 2 & 0,17 & 0,17 & 0 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 \\ \hline 3 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 & 0,17 & 0,17 & 0 \\ \hline 4 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 & 0,17 & 0 \\ \hline 5 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 & 0 \\ \hline 6 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 \\ \hline \end{array}$$~~

$X_1 + X_2 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

$P(X_1 + X_2 = 0) = 0.$
 $P(X_1 + X_2 = 1) = 0 + 0 = 0.$
 $P(X_1 + X_2 = 2) = 0 + 0,03 + 0 = 0,03.$
 $P(X_1 + X_2 = 3) = 0 + 0,03 + 0,03 + 0 = 0,06.$
 $P(X_1 + X_2 = 4) = 0 + 0,03 + 0,03 + 0,03 = 0,09.$
 $P(X_1 + X_2 = 5) = 0 + 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0 = 0,12.$
 $P(X_1 + X_2 = 6) = 0 + 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 = 0,15$

(11) Date ~~$\begin{array}{|c|c|} \hline X_1 + X_2 & \# \\ \hline \end{array}$~~

$P(X_1 + X_2 = 7) = 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 = 0,18$
 $P(X_1 + X_2 = 8) = 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 = 0,$
 $P(X_1 + X_2 = 9) = 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 = 0,12$
 $P(X_1 + X_2 = 10) = 0,03 + 0,03 + 0,03 = 0,09$
 $P(X_1 + X_2 = 11) = 0,03 + 0,03 = 0,06$
 $P(X_1 + X_2 = 12) = 0,03.$

Vay bang phan phoi xs cua $X_1 + X_2$ la:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline X_1 + X_2 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ \hline P(X_1 + X_2) & 0 & 0 & 0,03 & 0,06 & 0,09 & 0,12 & 0,15 & 0,18 & 0,15 & 0,12 & 0,09 & 0,06 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline X_1 + X_2 & 12 \\ \hline P(X_1 + X_2) & 0,03 \\ \hline \end{array}$$

b) $Y_2 = X_1 - X_2 \Leftrightarrow X_1 + (-1) \cdot X_2$.

X_1 : "số chấm con súc sắc 1" $\Rightarrow P(X_1) = 0,17$.
 X_2 : "số chấm con súc sắc 2" $\Rightarrow P(X_2) = 0,17$.

~~$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline X_1 \setminus X_2 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 \\ \hline 1 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 \\ \hline 2 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 \\ \hline 3 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 \\ \hline 4 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 \\ \hline 5 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 \\ \hline 6 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0,17 & 0 \\ \hline \end{array}$$~~

$X_1 + X_2 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline Y_2 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ \hline P(Y_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Đã sửa lại ở trang cuối

$$c) \text{ Date } Y_3 = \max(X_1, X_2)$$

$\rightarrow \max(X_1, X_2)$ là xs xác suất 6 chẵn.

i). ~~5 chẵn~~ → 2 chẵn mđt đc
 X_i "số lăn thứ" ($i = 1, 2, 3, 4, 5$).

$$P(X=1) = C_1^1 \left(\frac{2}{5}\right)^1 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{5-1}$$

$$P(X=2) = C_2^2 \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot P(\text{ly Bayes})$$

$$P(X=3) = P(X=1) = 0,1/5 = 0,2.$$

$$P(X=4) = P(X_1) \cdot P(X_2 | \bar{X}_1) \\ = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0,2.$$

$$P(X_5=5) = P(\bar{X}_1) \cdot P(\bar{X}_2 | \bar{X}_1) \cdot P(\bar{X}_3 | \bar{X}_1 \bar{X}_2) \\ = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = 0,2.$$

$$P(X_4=4) = P(\bar{X}_1) \cdot P(\bar{X}_2 | \bar{X}_1) \cdot P(\bar{X}_3 | \bar{X}_1 \bar{X}_2) \\ - P(\bar{X}_4 | \bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3)$$

$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = 0,2.$$

$$P(X_5=5) = P(\bar{X}_1) \cdot P(\bar{X}_2 | \bar{X}_1) \cdot P(\bar{X}_3 | \bar{X}_1 \bar{X}_2)$$

$$P(\bar{X}_4 | \bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3) \cdot P(\bar{X}_5 | \bar{X}_1 \bar{X}_2 \bar{X}_3)$$

$$= \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10} = 0,1.$$

Bảng phân số phôi XS:

X_i	1	2	3	4	5
$P(X_i)$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1

$$\begin{aligned} \text{- kỳ vọng: } EX &= 1 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,2 + 4 \cdot 0,2 \\ &\quad + 5 \cdot 0,1 \\ &= 0,2 + 0,4 + 0,6 + 0,8 + 0,5 \\ &= 2,5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{- Phản sai: } \underline{\text{Var}} X &= E(X^2) - \underline{(EX)^2} \\ &= (EX)^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(X^2) &= 1^2 \cdot 0,2 + 2^2 \cdot 0,2 + 3^2 \cdot 0,2 + 4^2 \cdot 0,2 + 5^2 \cdot 0,1 \\ &= 0,2 + 0,8 + \frac{9}{18} + \frac{0,32}{5,2} + \frac{0,25}{2,5} \\ &= 8,5. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\text{Var}} X = \underline{8,5} - \underline{(2,5)^2} = \underline{2,25}.$$

30 (3) ~~kỳ vọng số lăn ôtô dừng trên đoạn đtj có 3 đtj~~

$$EX = 3 \cdot 5 + 3 \cdot 15 = 60 (\text{lần}).$$

$$\begin{aligned} (5) &\text{ Phản sai: } E(X^2) = 3^2 \cdot 5 + 3^2 \cdot 15 \\ &= 45 + 135 = 180. \\ &\text{ nh} = \frac{30}{50} = 0,6 \\ &\text{ (nh)} = \frac{5}{50} = 0,1 \\ &\text{ (nh)} = \frac{15}{50} = 0,3. \end{aligned}$$

$$\text{8) EX: kỳ vọng số lăn ôtô dừng trên đoạn đtj có 3 đtj}$$

$$EX = 3 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,3 = 1,2.$$

$$E(X^2) = 3^2 \cdot 0,1 + 3^2 \cdot 0,3 = 3,6.$$

$$\sigma(X) = \sqrt{E(X^2) - E^2(X)} = 3,6 - 1,2^2 = 1,4697.$$

$$\begin{aligned} b) &\text{ I. } \underline{\text{xanh}}: \underline{40} \quad \underline{\text{xanh}}: \underline{25} \\ &\text{ II. } \underline{\text{vàng}}: \underline{10} (S) \quad \underline{\text{vàng}}: \underline{15} \end{aligned}$$

(15)

8. b) Gọi X là số lăn ôtô di chuyển trên đoạn đtj

~~1~~

$$\underline{P_1} = \frac{(10 + 30)}{(40 + 10 + 30)} = 0,5.$$

2. XS ôtô gấp đôi & vàng ở đtj II:

$$\underline{P_2} = \frac{(5 + 10)}{(25 + 5 + 10)} = 0,375.$$

3. XS ôtô gấp đôi & vàng ở đtj III:

$$\underline{P_3} = \frac{(5 + 35)}{(20 + 5 + 35)} = 0,667.$$

$$\begin{aligned} \text{kỳ vọng: } EX &= 1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,375 + 1 \cdot 0,667 \\ &= 1,5417. \end{aligned}$$

Phản sai ($\text{Var } X$):

$$\text{Var}(X) = P_1 \cdot (X_1 - P_1)^2 + P_2 \cdot (X_2 - P_2)^2 + P_3 \cdot (X_3 - P_3)^2.$$

$$P_2(X_2 - P_2)^2 + P_3(X_3 - P_3)^2. (\text{định nghĩa})$$

$$= 0,5(1 - 0,5)^2 + 0,375(1 - 0,375)^2 + 0,667(1 - 0,667)^2$$

$$= 0,25 + 0,234 + 0,222 = 0,706.$$

$$\rightarrow \text{tỷ số lch chuẩn: } \sigma(X) = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{0,706} = 0,8402.$$

$$\begin{aligned} 8a) &\text{ xanh: } 30 \rightarrow P = 0,6 \\ &\text{ 3 đtj nhau} \quad \text{vàng: } 5 \rightarrow P = 0,1 \\ &\text{ đtj: } 15 \rightarrow P = 0,3. \end{aligned}$$

Ta có: EX: kỳ vọng số lăn ôtô dừng.
 $\text{Var } X$: Phản sai
 $\sigma(X)$: đtj lch chuẩn.

(16)

Date

No

$$EX = 3 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,3 = 1,2.$$

$$E(X^2) = 3^2 \cdot 0,1 + 3^2 \cdot 0,3 = 3,6.$$

$$\Rightarrow \text{Var } X = E(X^2) - E^2(X) = 3,6 - 1,2^2 = 0,16$$

$$\Rightarrow \sigma(X) = \sqrt{\text{Var } X} = \sqrt{0,16} = 0,469.$$

g).

X	0	1	2	3
P(X)	0,4	0,3	0,12	0,1

y	0	1	2	3	4	5
P(Y)	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05	.

• X + Y:

x\y	0	1	2	3	4
0	0,1	0,3	0,4	0,15	0,05
1	0,4	0,04	0,12	0,16	0,06
2	0,3	0,03	0,09	0,12	0,045
3	0,2	0,02	0,06	0,08	0,03
4	0,1	0,01	0,03	0,04	0,015

Hàm pp XS.

$$(X+Y) = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}.$$

(17)

Date

$$P(X+Y=0) = 0,04$$

$$P(X+Y=1) = 0,03 + 0,12 = 0,15.$$

$$P(X+Y=2) = 0,02 + 0,09 + 0,16 = 0,27.$$

$$P(X+Y=3) = 0,01 + 0,06 + 0,12 + 0,06 = 0,25.$$

$$P(X+Y=4) = 0,03 + 0,08 + 0,045 + 0,02 = 0,175.$$

$$P(X+Y=5) = 0,04 + 0,03 + 0,015 = 0,085.$$

$$P(X+Y=6) = 0,01 + 0,015 = 0,025.$$

$$P(X+Y=7) = 0,005.$$

$$\begin{aligned} \text{kết vong } E(X+Y) &= 0 \cdot 0,04 + 1 \cdot 0,15 + 2 \cdot 0,27 + \\ &+ 3 \cdot 0,25 + 4 \cdot 0,175 + 5 \cdot 0,085 + 6 \cdot 0,025 \\ &+ 7 \cdot 0,005. \end{aligned}$$

$$= [2,75]$$

$$\text{Phuclông sai: } \text{Var}(X+Y) = E(X+Y)^2 - [E(X+Y)]^2$$

$$= 9,55 - 2,75^2 = 1,9875$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow E(X+Y)^2 &= 0^2 \cdot 0,04 + 1^2 \cdot 0,15 + 2^2 \cdot 0,27 + 3^2 \cdot 0,25 + \\ &+ 4^2 \cdot 0,175 + 5^2 \cdot 0,085 + 6^2 \cdot 0,025 + \\ &+ 7^2 \cdot 0,005. \end{aligned}$$

$$= [9,55]$$

• THI: X.Y.

x\y	0	1	2	3	4
0	0	0,1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	0	0,1	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0

x\y	0	1	2	3	4
0	0	0,04	0	0	0
1	0	0	0,12	0	0
2	0	0,03	0,09	0,12	0
3	0	0,01	0,03	0,04	0,015
4	0	0	0	0	0,005

Date

Hàm pp XS.

$$(X, Y) = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 12\}.$$

$$\begin{aligned} P(X=Y=0) &= 0,04 + 0,12 + 0,16 + 0,06 + 0,02 + \\ &+ 0,03 + 0,02 + 0,01 = 0,46 \end{aligned}$$

$$P(XY=1) = 0,09.$$

$$P(XY=2) = 0,12 + 0,06 = 0,18.$$

$$P(XY=3) = 0,03 + 0,045 = 0,075.$$

$$P(XY=4) = 0,015 + 0,08 = 0,095.$$

$$P(XY=6) = 0,03 + 0,04 = 0,07.$$

$$P(XY=8) = 0,01.$$

$$P(XY=9) = 0,015.$$

$$P(XY=12) = 0,005.$$

$$\begin{aligned} \text{kết vong } E(XY) &= 0 \cdot 0,04 + 1 \cdot 0,09 + 2 \cdot 0,18 + 3 \cdot 0,075 \\ &+ 4 \cdot 0,095 + 1 \cdot 6 \cdot 0,02 + 8 \cdot 0,01 + 9 \cdot 0,015 + \\ &+ 12 \cdot 0,005. \end{aligned}$$

$$= [1,75].$$

$$\begin{aligned} \text{Phuclông sai: } \hookrightarrow E(XY)^2 &= 0^2 \cdot 0,04 + 1^2 \cdot 0,09 + 2^2 \cdot 0,18 + \\ &+ 3^2 \cdot 0,075 + 4^2 \cdot 0,095 + 6^2 \cdot 0,02 + 8^2 \cdot 0,01 + \\ &+ 9^2 \cdot 0,015 + 12^2 \cdot 0,005. \end{aligned}$$

$$= [8,1]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Var}(XY) &= E(XY)^2 - [E(XY)]^2 \\ &= 8,1 - 1,75^2 = 15,0575. \end{aligned}$$

10).

$$\begin{cases} f(x) = \int \ln x^2 (1-x) & ; x \in [0;1] \\ 0 & ; x \notin [0;1] \end{cases}$$

a) Tìm k .

thk: $f(x) \geq 0$, ta có: $x \notin [0, 1]$ thì $f(x) = 0 \Rightarrow$ thỏa điều kiện.

Ta có: $x \in [0, 1]$ thì $f(x) = kx^2(1-x)$
mà $\begin{cases} x^2 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \quad (\forall x \in [0, 1]) \end{cases}$
yêu cầu $k \geq 0$.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} k \cdot x^2 \cdot (1-x) dx = 1$$

$$\Leftrightarrow k \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(1-x) dx = 1. \quad \text{(1)}$$

vì để cho
 $kx^2(1-x)$ ch' t'ng khong $[0, 1]$.

$$\Leftrightarrow k \int_0^1 (x^2 - x^3) dx = 1.$$

$$\Leftrightarrow k \left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right] \Big|_0^1 = 1$$

$$\Leftrightarrow k \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) = 1.$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{12} k = 1 \Rightarrow \boxed{k=12}.$$

b). Xét 3 miền giải t'x: $\begin{cases} x < 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \\ x > 1 \end{cases}$

với $x < 0$: (lấy $x = -1 \in (-\infty, 0)$)

$$\Rightarrow F(x) = F(-1) = \int_{-\infty}^{-1} f(x) dx = \int_{-\infty}^{-1} 0 dx = 0$$

với $0 \leq x \leq 1$: (lấy $x = 0,6 \in [0, 1]$)

$$\Rightarrow F(x) = F(0,6) = \int_{-\infty}^{0,6} f(x) dx = \int_{-\infty}^{0,6} 0 dx + \int_0^{0,6} f(x) dx.$$

$$= \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^{0,6} 12x^2(1-x) dx.$$

$$= 0 + 12 \int_0^{0,6} x^2(1-x) dx.$$

$$= 12 \int_0^{0,6} (x^2 - x^3) dx = 12 \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^{0,6} \quad \begin{array}{l} \text{M'ts} \\ \downarrow \text{pphoi} \\ \downarrow \text{ly n'g} \\ \checkmark \text{phg sc} \end{array}$$

$$= \left(\frac{12x^3}{3} - \frac{12x^4}{4} \right) \Big|_0^{0,6} = \boxed{(4x^3 - 3x^4)} \quad \text{0,6}$$

$$= 4 \cdot 0,6^3 - 3 \cdot 0,6^4 = 0,4752.$$

vậy tại $x = 0,6$ thì $F(x) = 0,4752$.
với $x > 1$: (lấy $x = \alpha \in (1, +\infty)$)

Ta có: $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$

-

$$= \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^1 \int_0^x x^2(1-x) dx + \int_1^x 0 dx$$

với $x \notin [0, 1]$
 $\Rightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$
thì $f(x) = 0$ (đ't' cho).

$$= 0 + 12 \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 + 0$$

$$= 12 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) = \frac{12}{3} - \frac{12}{4} = 4 - 3$$

\Rightarrow với $x > 1$ thì $F(x) = 1$. $\quad \text{= (1)}$

\Rightarrow với $0 \leq x \leq 1$ thì $F(x) = 4x^3 - 3x^4$.

\Rightarrow với $x < 0$ thì $F(x) = 0$.

$$\Rightarrow F(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 1 \\ 4x^3 - 3x^4 & ; 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{l'h'm ph'n ph'g} \\ \text{xs} \end{array}$$

10c).

$$- kij vong E.X = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx$$

$$= \int_{-\infty}^0 x \cdot f(x) dx + \int_0^{+\infty} x \cdot f(x) dx$$

$\underbrace{0}_{\text{O}} + \underbrace{\int_0^{+\infty} x \cdot f(x) dx}_{x \cdot f(x) dx}.$

$$= \int_0^1 x \cdot [12x^2(1-x)] dx$$

~~$\int_0^1 x \cdot [12x^2(1-x)] dx$~~

$$\underbrace{\int_0^1 x \cdot [12x^2(1-x)] dx}_{\text{nhập}(x)}$$

$$= \cancel{4x^3 - 3x^4} \Big|_0^1$$

$$= 12 \left[\frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} \right] \Big|_0^1$$

MGP

12 F2,4

Date No

$$= 12 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right) = 3 - 2,4 = \boxed{0,6}$$

$$\rightarrow E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) dx$$

$$= 12 \int_0^1 x^2 \cdot f(x) dx$$

$$= 12 \int_0^1 x^2 \cdot x \cdot (1-x) dx$$

$$= 12 \int_0^1 (x^4 - x^5) dx$$

$$= 12 \left(\frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} \right) \Big|_0^1 = 2,4x^5 - 2x^6$$

$= 2,4 - 2 = 0,4.$

$$\rightarrow \text{Đng' sai: } \text{Var} X = 0,4 - 0,6^2 = \boxed{0,04}.$$

ii). $f(x) = \begin{cases} a \cdot \cos x & x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ 0 & x \notin [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$

a) Tính a.

Đk: $f(x) > 0$, tức là $x \notin [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ thi

$$f(x) = 0 \text{ thỏa dtk}$$

tức là: $x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ thi $f(x) = a \cos x$

mà: $\begin{cases} \cos x \neq 0 & (\forall x) \\ a > 0 & (\text{ yêu cầu}) \end{cases}$

Ta có: $f(x) = \int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} f(x) dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{+\infty} f(x) dx$

MGP

$$\begin{cases} \text{mà } \int_{-\infty}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_{-\infty}^{\frac{\pi}{2}} 0 dx = 0 \\ \text{vì } x \notin [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \text{ thi } f(x) = 0 \end{cases}$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{+\infty} f(x) dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{+\infty} 0 dx = 0$$

còn lại: $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} a \cdot \cos x dx = 1$

$$\Leftrightarrow a \int \cos x dx = 1$$

$$\Leftrightarrow a \cdot \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 1$$

(Shift Mod 4)

$$\Leftrightarrow 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

b). Ta có: $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$

$\begin{cases} x < -\frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Với: $x < -\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow f(x) = 0 \rightarrow F(x) = 0.$$

Với: $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ (tại x = $\frac{\pi}{2}$)

$$\Rightarrow F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

MGP

$$= 0,5 \int_{-\frac{\pi}{2}}^x f(x) dx + \int_{-\infty}^{-\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$$

$$= 0,5 \cdot \int_{-\frac{\pi}{2}}^x \cos x dx + 0.$$

$$= 0,5 \cdot \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^x = 0,5 \cdot \sin x - 0,5 \cdot \sin(-\frac{\pi}{2}) \\ = 0,5 \sin x - 0,5 \cdot (-1) \\ = \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{2}.$$

* Ví dụ: $x > \frac{\pi}{2} \Rightarrow f(x) = 0$

Taco': $F(x) = \frac{1}{2} \int f(x) dx + \int f(x) dx + \int f(x) dx$
 $= \frac{1}{2} \int_0^\infty 0 dx + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^x 0 dx.$

$$= 0 + \int_{-\frac{\pi}{2}}^x a \cos x dx + 0$$

$$= a \cdot \sin x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 0,5 \left(\sin \frac{\pi}{2} - \sin(-\frac{\pi}{2}) \right)$$

c). Tính $P(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4})$

Với điều kiện $P(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$.

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \cos x dx = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx = \frac{1}{2} \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{1}{2} \sin(\frac{\pi}{4}) - \frac{1}{2} \sin 0 = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

d). Quan sát 5 lần \Rightarrow 5 lần độc lập nhau.
 Từ câu c) $\Rightarrow P(0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{4}$
 & nhận giá trị trong khoảng $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

\Rightarrow SD Bernoulli:

$$\begin{aligned} P &= P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + \\ &\quad P(X=4) + P(X=5) \\ &= C_5^1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^1 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^4 + C_5^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^3 + \\ &\quad + C_5^3 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 + C_5^4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^4 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^1 + C_5^5 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^5 \\ &\quad \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^0 \end{aligned}$$

$$= 0,3087 + 0,3377 + 0,1847 + 0,0505 + 0,006$$

\downarrow
có khả năng nhất.

$\Rightarrow P(X=2)$ thỏa yêu cầu với XS là 0,3377.

$$(arctan x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

Hàm mặt đố XS = $F'(x) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cdot \arctan x \right)'$

$$= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{\pi + \pi x^2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{\pi + \pi x^2}, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

b). $P(0 < x < 1)$.

Taco': $P(a < x < b) = F(b) - F(a)$
 (với $a < b$)
 $\begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases}$

$$\cdot \text{Tính } F(1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan(1)$$

$$= \frac{3}{4}$$

$$\cdot \text{Tính } F(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan(0)$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P(0 < x < 1) = F(1) - F(0)$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

\Rightarrow Vậy P cần tìm là 0,25.

$$13). F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-x^2/2a^2} & ; x \geq 0 \\ 0 & ; x < 0. \end{cases}$$

a) Hàm mặt đố: $f(x) = F'(x) = \left(1 - e^{-x^2/2a^2} \right)'$ khi $x \in [0; +\infty)$

$$= - \left(-\frac{x^2}{2a^2} \right)' \cdot e^{-x^2/2a^2}$$

$$= - \left[-\frac{1}{2a^2} \cdot (x^2)' \right] \cdot e^{-x^2/2a^2}$$

$$= - \left(\frac{-1}{2a^2} \cdot 2x \right) \cdot e^{-x^2/2a^2}$$

$$f(x) = \frac{a}{x^2} \cdot e^{-\frac{x^2}{2a^2}}. \quad (\forall x \in [0; +\infty))$$

là hàm mật độ XS.

b). $P(0 < X < \ln 2).$

Ta có: $P(a < X < b) = F(b) - F(a)$
 $= F(b) - F(a),$
 với $b > a$
 $a = 0$
 $b = \ln 2$

Tính $F(0) = F(0) = 1 - e^{-0^2/2a^2}$
 $= 0.$

Tính $F(\ln 2) = 1 - e^{-(\ln 2)^2/2a^2}$

$$\Rightarrow P(0 < X < \ln 2) = F(\ln 2) - F(0)$$
 $= \left[1 - e^{-(\ln 2)^2/2a^2} \right] - 0.$
 $= 1 - e^{-(\ln 2)^2/2a^2}.$

$(\forall a \in \mathbb{R}).$

14) - $f(x) = \begin{cases} a(x-2)(x-4) & ; x \in [2; 4]. \\ 0 & ; x \notin [2; 4]. \end{cases}$

\rightarrow Hàm MĐXS.

a). Tính $a.$

Ta có đk: $f(x) > 0 \quad (\forall x).$

$\{x \notin [2; 4]\} \text{ thi } f(x) = 0.$

Ta có: $x \in [2; 4] \text{ thi } f(x) = a(x-2)(x-4) > 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-4 > 0 \end{cases}$$

Date _____ No _____

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x > 4 \end{cases} \Rightarrow x > 4 \Rightarrow x \in [4; +\infty)$

mà: $a(x-2)(x-4) > 0.$

$\Rightarrow a > 0$

Ta có: $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_0^4 f(x) dx + \int_4^{+\infty} f(x) dx = 1$

$$\Rightarrow a \cdot \int_2^4 (x-2)(x-4) dx = 1.$$

$$\Rightarrow a \cdot \int_2^4 x^2 - 6x + 8 dx = 1.$$

$$\Rightarrow a \cdot \left(\frac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x \right) \Big|_2^4 = 1.$$

$$\Rightarrow a \cdot \left(\frac{16}{3} - \frac{20}{3} \right) = 1$$

$$\Rightarrow -\frac{4a}{3} = 1 \Rightarrow a = -0,75 < 0$$

(ko thoả đk)

\rightarrow ko có giao điểm phù hợp

b). Vì ko có giao điểm \Rightarrow ko XD được EX và Var X

15). $f(x) = \lambda \cdot e^{-|x|}$ là 1 hàm MĐXS.

Tìm $\lambda:$ ($|x|$ tức là $x \neq 0$).

Điều kiện: $f(x) > 0 \quad \forall x$

Ta có: $\begin{cases} x \in \mathbb{R} [0; +\infty) \text{ thi } f(x) = \lambda \cdot e^{-|x|} \\ x \notin [0; +\infty) \text{ thi } f(x) = 0. \end{cases}$

30

Date

No

(Ta nhận thấy: $e^{-|x|} = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$)

$$\lambda \cdot e^{-|x|} > 0$$

yêu cầu: $\lambda > 0$. (điều kiện).

Ta có:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx + \int_0^{+\infty} f(x) dx = 1.$$

$$\Rightarrow 0 + \int_0^{+\infty} \lambda \cdot e^{-|x|} dx = 1$$

$$\lambda \cdot \int_0^{+\infty} e^{-|x|} dx = 1.$$

$$\lambda \cdot (-e^{-|x|}) \Big|_0^{+\infty} = 1$$

Vì $e^{-|x|} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R},$

\Rightarrow Chọn $x = 0$ ngẫu nhiên trong $[0; +\infty)$

$$\Rightarrow \lambda \cdot (-e^{-|x|}) \Big|_0^8 = 1$$

$$\Rightarrow -\lambda \cdot e^{-8} - 1 = 1 \Rightarrow \lambda = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = 0$$

$\Rightarrow -\lambda \cdot e^{-2} = 0 \Rightarrow \lambda = 0.$

$\forall x \in [0; 2] \text{ thi } \lambda = 0$

\rightarrow Vậy với điều kiện $x \in [0; +\infty)$
 thì $\lambda = 0 \quad (\forall x).$

- ký vọng: $EX = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) dx.$

$$= \int_{-\infty}^0 x \cdot f(x) dx + \int_0^{+\infty} x \cdot f(x) dx.$$

$$= 0 + \int_0^{+\infty} x \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx.$$

$$= \lambda \cdot \int_0^{+\infty} x \cdot e^{-\lambda x} dx$$

~~\Rightarrow~~ ~~$u = x \Rightarrow du = dx,$~~
 ~~$dv = e^{-\lambda x} dx,$~~
 ~~$\Rightarrow \int x e^{-\lambda x} dx$~~

$$\Rightarrow v = -e^{-\lambda x}$$

~~$= \lambda \cdot \int_0^{+\infty} (x \cdot (-e^{-\lambda x}) - \int -e^{-\lambda x} dx) dx$~~

$$= \lambda \left[-x \cdot e^{-\lambda x} + e^{-\lambda x} \right] \Big|_0^{+\infty}$$

$$= 0.$$

- Phương sai: $Var X = EX^2 - (EX)^2,$
- Độ lệch: $\sigma_X = \sqrt{Var X},$

(Sửa lại)

Phần đã sửa lại

5)

$$X - Y.$$

X	Y	-1	0	1	2
X	Y	0,3	0,4	0,3	
-1	0,2	0,06	0,08	0,12	
0	0,3	0,09	0,12	0,09	
1	0,3	0,09	0,12	0,09	
2	0,2	0,06	0,08	0,06	

Hàm pp XS:

$$(X - Y) = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}.$$

$$P(X - Y = -2) = 0,12$$

$$P(X - Y = -1) = 0,08 + 0,09 = 0,17$$

$$P(X - Y = 0) = 0,09 + 0,12 + 0,06 = 0,27$$

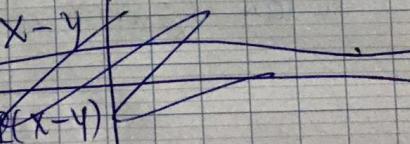
$$P(X - Y = 1) = 0,06 + 0,12 + 0,09 = 0,27$$

$$P(X - Y = 2) = 0,09 + 0,08 = 0,17$$

$$P(X - Y = 3) = 0,06$$

Bảng pp XS:

$$b) \leftarrow Y_2 = X_1 - X_2$$



X	Y	-2	-1	0	1	2	3
X	Y	0,12	0,12	0,27	0,27	0,17	0,06

Đề (sửa lại)

6.b)
$$Y_2 = X_1 - X_2$$

X₁	X₂	0	-1	2	3	4	5	6
0	0	0	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
1	0,17	0	0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
2	0,17	2	0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
3	0,17	0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
4	0,17	0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
5	0,17	5	0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
6	0,17	0	0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03

Taco!

$$Y_2 = (X_1 - X_2) = \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$\text{Bảng } Y_2 = -6$$

$$P(Y_2 = -6) = 0$$

$$P(Y_2 = -5) = 0,03$$

$$P(Y_2 = -4) = 0,03 + 0,03 = 0,06$$

$$P(Y_2 = -3) = 0,09$$

$$P(Y_2 = -2) = 0,12$$

$$P(Y_2 = -1) = 0,15$$

MGP

$$P(Y_2 = 0) = 0,18$$

$$P(Y_2 = 1) = 0,15$$

$$P(Y_2 = 2) = 0,12$$

$$P(Y_2 = 3) = 0,09$$

$$P(Y_2 = 4) = 0,06$$

$$P(Y_2 = 5) = 0,03$$

$$P(Y_2 = 6) = 0$$

Bảng pp XS

Y₂	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
P(Y₂)	0	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0,18	0,15	0,12	0,09	0,06	0,03	0

Y₂	5	6
P(Y₂)	0,03	0

6.c).
$$Y_3 = \max(X_1, X_2)$$

$$Y_3 = 0,03$$

Bảng pp XS:

$$Y_3 = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$$

$$P(Y_3 = 0) = 0$$

$$P(Y_3 = 1) = 0,03$$

$$P(Y_3 = 2) = 0,03$$

$$P(Y_3 = 3) = 0,03$$

$$P(Y_3 = 4) = 0,03$$

$$P(Y_3 = 5) = 0,03$$

$$P(Y_3 = 6) = 0,03$$

	Date						No
Bang pp xs:	0	1	2	3	4	5	6
y_3	0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03
$P(y_3)$	0	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03