Tóm tắt công thức LT Xác Suất - Thống Kê

I. Phần Xác Suất

1. Xác suất cổ điển

- Công thức cộng xác suất: P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB).
- $A_1, A_2, \ldots, A_n$ xung khắc từng đôi $\Leftrightarrow$ $P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)$.
- Ta có
  - o A, B xung khắc $\Leftrightarrow$ P(A+B)=P(A)+P(B).
  - o A, B, C xung khắc từng đôi $\Leftrightarrow$ P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C).
  - o $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
- Công thức xác suất có điều kiện: $P(A/B) = \dfrac{P(AB)}{P(B)}$, $P(B/A) = \dfrac{P(AB)}{P(A)}$.
- Công thức nhân xác suất: P(AB)=P(A).P(B/A)=P(B).P(A/B).
- $A_1, A_2, \ldots, A_n$ độc lập với nhau $\Leftrightarrow$ $P(A_1.A_2.\ldots.A_n)=P(A_1).P(A_2).\ldots.P(A_n)$.
- Ta có
  - o A, B độc lập $\Leftrightarrow$ P(AB)=P(A).P(B).
  - o A, B, C độc lập với nhau $\Leftrightarrow$ P(A.B.C)=P(A).P(B).P(C).
- Công thức Bernoulli: $B(k;n;p) = C_n^k p^k q^{n-k}$, với p=P(A): xác suất để biến cố A xảy ra ở mỗi phép thử và q=1-p.
- Công thức xác suất đầy đủ - Công thức Bayes
  - o Hệ biến cố gồm n phần tử $A_1, A_2, \ldots, A_n$ được gọi là một phép phân hoạch của Ω $\Leftrightarrow \begin{cases} A_i.A_j = \Phi, \forall i \neq j; i, j \in \overline{1,n} \\ A_1 + A_2 + \ldots + A_n = \Omega \end{cases}$
  - o Công thức xác suất đầy đủ:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i).P(B/A_i) = P(A_1).P(B/A_1) + P(A_2).P(B/A_2) + \ldots + P(A_n).P(B/A_n)$$

  - o Công thức Bayes:

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i).P(B/A_i)}{P(B)}$$

với $P(B) = P(A_1).P(B/A_1) + P(A_2).P(B/A_2) + \ldots + P(A_n).P(B/A_n)$

2. Biến ngẫu nhiên

a. Biến ngẫu nhiên rời rạc

- Luật phân phối xác suất

X	x_1	x_2	…	x_n
P	p_1	p_2	…	p_n

với $p_i = P(X = x_i), i = \overline{1,n}$.

Ta có:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \text{ và } P\{a \leq f(X) \leq b\} = \sum_{a \leq f(x_i) \leq b} p_i$$

- Hàm phân phối xác suất

  $F_X(x) = P(X \le x) = \sum_{x_i \le x} p_i$

- Mode

  ModX $= x_k \Leftrightarrow p_k = \max\{p_i : i = \overline{1,n}\}$

- Median

  $$\text{MedX} = x_k \Leftrightarrow \begin{cases} P(X < x_k) \le 0,5 \\ P(X > x_k) \le 0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sum_{x_i < x_k} p_i \le 0,5 \\ \sum_{x_i > x_k} p_i \le 0,5 \end{cases}$$

- Kỳ vọng

  $$EX = \sum_{i=1}^{n} (x_i.p_i) = x_1.p_1 + x_2.p_2 + ... + x_n.p_n$$

  $$E(\varphi(X)) = \sum_{i=1}^{n} (\varphi(x_i).p_i) = \varphi(x_1).p_1 + \varphi(x_2).p_2 + ... + \varphi(x_n).p_n$$

- Phương sai

  $VarX = E(X^2) - (EX)^2$

  với $E(X^2) = \sum_{i=1}^{n} (x_i^2.p_i) = x_1^2.p_1 + x_2^2.p_2 + ... + x_n^2.p_n$

b. Biến ngẫu nhiên liên tục.

- f(x) là hàm mật độ xác suất của X $\Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$,

  $$P\{\text{a} \le \text{X} \le \text{b}\} = \int_a^b f(x).dx$$

- Hàm phân phối xác suất

  $$F_X(x) = P(X \le x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$$

- Mode

  $ModX = x_0 \Leftrightarrow$ Hàm mật độ xác suất f(x) của X đạt cực đại tại x_0.

- Median

  $$MedX = x_e \Leftrightarrow F_X(x_e) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \int_{-\infty}^{x_e} f(x)dx = \frac{1}{2}.$$

- Kỳ vọng

  $$\text{EX} = \int_{-\infty}^{+\infty} x.f(x)dx.$$

  $$E(\varphi(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x).f(x)dx$$

- Phương sai

  $VarX = E(X^2) - (EX)^2$ với $EX^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2.f(x)dx$.

c. Tính chất

- $E(C) = C, Var(C) = 0$, C là một hằng số.
- $E(kX) = kEX, Var(kX) = k^2 VarX$
- $E(aX + bY) = aEX + bEY$
- Nếu X, Y độc lập thì $E(XY) = EX.EY, Var(aX + bY) = a^2 VarX + b^2 VarY$
- $\sigma(X) = \sqrt{VarX}$: Độ lệch chuẩn của X, có cùng thứ nguyên với X và EX.

3. Luật phân phối xác suất

a. Phân phối Chuẩn (Normal Distribution) $(X \sim N(\mu;\sigma^2))$

- $X(\Omega) = \mathbb{R}$, EX=ModX=MedX= μ, $VarX = \sigma^2$
- Hàm mđxs $f(x,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
- Với $\mu = 0, \sigma = 1$: $X \sim N(0,1)$ (Standard Normal Distribution) có hàm mđxs

  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ (Hàm Gauss)

- $P(a \le X \le b) = \varphi(\frac{b-\mu}{\sigma}) - \varphi(\frac{a-\mu}{\sigma})$ với $\varphi(x) = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ (Hàm Laplace)
- Cách sử dụng máy tính bỏ túi để tính giá trị hàm Laplace, hàm phân phối xác suất của phân phối chuẩn chuẩn tắc

Tác vụ	**Máy 570MS**	**Máy 570ES**	**Máy 570 ES Plus**
Khởi động gói Thống kê	Mode Mode SD	Mode STAT 1-Var AC	Mode STAT 1-Var AC
Tính $\varphi(z) = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$	Shift 3 2 z) =	Shift 1 7 2 z) =	Shift 1 5 2 z) =
$F(z) = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$	Shift 3 1 z) =	Shift 1 7 1 z) =	Shift 1 5 1 z) =
Thoát gói Thống kê	Mode 1	Mode 1	Mode 1

Lưu ý: $F(z) = 0,5 + \varphi(z)$

Excel:

$f(x, \mu, \sigma) = \text{NormDist}(x, \mu, \sigma, 0)$

$f(x, 0, 1) = \text{NormDist}(x, 0, 1, 0)$

$\varphi(x) = P(0 \le X \le x) = \text{NormDist}(x, 0, 1, 1) - 0.5 = \text{NormSDist}(x) - 0.5$

$P(a \le X \le b) = \text{NormDist}(b, 0, 1, 1) - \text{NormDist}(a, 0, 1, 1) = \text{NormSDist}(b) - \text{NormSDist}(a)$

$\varphi^{-1}(z) = \text{NormInv}(z + 0.5, 0, 1) = \text{NormSInv}(z + 0.5)$

b. Phân phối Poisson (Poisson Distribution) $(X \sim P(\lambda))$

- $X(\Omega) = \mathbb{N}$, $EX = VarX = \lambda$. $\text{ModX=k} \Leftrightarrow \lambda\text{-}1 \le k \le \lambda$
- $P(X{=}k) = e^{-\lambda} \dfrac{\lambda^k}{k!}, \ k \in \mathbb{N}$

Excel:

$P(X = k) = \text{Poisson}(k, \lambda, 0)$

$P(X \le k) = \text{Poisson}(k, \lambda, 1)$

$P(a < X \le b) = \text{Poisson}(b, \lambda, 1) - \text{Poisson}(a, \lambda, 1)$

c. Phân phối Nhị thức (Binomial Distribution) $(X \sim B(n; p))$

- $X(\Omega) = \{0..n\}$, EX=np, VarX=npq, ModX=k $\Leftrightarrow (n+1)p - 1 \le k \le (n+1)p$
- $P(X{=}k) = C_n^k . p^k . q^{n-k}$, $q = 1 - p, 0 \le k \le n, \ k \in \mathbb{N}$
- Nếu $(n \ge 30; 0,1 < p < 0,9; np \ge 5, nq \ge 5)$ thì $X \sim B(n; p) \approx N(\mu; \sigma^2)$ với $\mu = n.p, \sigma = \sqrt{npq}$
    - $P(X{=}k) \approx \dfrac{1}{\sigma} f(\dfrac{k - \mu}{\sigma}), \ 0 \le k \le n, \ k \in \mathbb{N}$
    - $P(a \le X < b) \approx \varphi(\dfrac{b - \mu}{\sigma}) - \varphi(\dfrac{a - \mu}{\sigma})$
- Nếu $(n \ge 30, p \le 0,1, np < 5)$ thì $X \sim B(n; p) \approx P(\lambda)$ với $\lambda = np$
    - $P(X{=}k) \approx e^{-\lambda} \dfrac{\lambda^k}{k!}, \ k \in \mathbb{N}$
- Nếu $(n \ge 30, p \ge 0,9, nq < 5)$

  $P(X{=}k) \approx e^{-\lambda} \dfrac{\lambda^{n-k}}{(n-k)!}, k \in \mathbb{R}$ với $\lambda = nq$

Excel:

$P(X = k) = \text{BinomDist}(k, n, p, 0)$

$P(X \le b) = \text{BinomDist}(b, n, p, 1)$

$P(a < X \le b) = \text{BinomDist}(b, n, p, 1) - \text{BinomDist}(a, n, p, 1)$

d. Phân phối Siêu bội (HyperGeometric Distribution) $(X \sim H(N; N_A; n))$

- $X(\Omega) = \{\max\{0; n - (N - N_A)\}..\min\{n; N_A\}\}$

- EX=np, VarX=npq$\dfrac{N-n}{N-1}$ với $p=\dfrac{N_A}{N}$, q=1-p.
- $ModX = k \Leftrightarrow \dfrac{(N_A+1)(n+1)+2}{N+2} - 1 \le k \le \dfrac{(N_A+1)(n+1)+2}{N+2}$.
- $P(\text{X=k})=\dfrac{C_{N_A}^{k} C_{N-N_A}^{n-k}}{C_N^n},\ k \in X(\Omega)$
- Nếu $\dfrac{N}{n} > 20$ thì $X \sim H(N; N_A; n) \approx B(n; p)$ với $p = \dfrac{N_A}{N}$.

  $P(\text{X=k}) \approx \mathrm{C}_n^k.p^k.q^{n-k},\ k \in X(\Omega), q = 1-p$.

Excel:

$\mathrm{P(X=k) = HypGeomDist(k, n, N, N_A)}$

Sơ đồ tóm tắt các dạng phân phối xác suất thông dụng:

HyperGeometric: X~H(N;N_A;n)

$$P(X=k)=\frac{C_{N_A}^{k}.C_{N-N_A}^{n-k}}{C_N^n}$$

N>20n

p=$\frac{N_A}{N}$, *q=1-p*

Binomial: X~B(n;p)

$$P(X=k)=C_n^k.p^k.q^{n-k}$$

$$\begin{cases} n \geq 30 \\ \left[\begin{array}{l} p \leq 0,1 \\ np < 5 \end{array}\right. \end{cases}$$

với $\lambda = \text{np}$

Poisson: X~ $P(\lambda)$

$$P(X=k)=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$$

$$\begin{cases} n \geq 30 \\ \left[\begin{array}{l} 0,1 < p < 0,9 \\ \begin{cases} np \geq 5 \\ nq \geq 5 \end{cases} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow P(X=k) \approx \frac{1}{\sigma} f(\frac{k-\mu}{\sigma})$$

$P(a \leq X < b) \approx \varphi(\frac{b-\mu}{\sigma}) - \varphi(\frac{a-\mu}{\sigma})$ với

$\mu = np,\ \sigma = \sqrt{npq}$

Normal: X~ $N(\mu;\sigma^2)$

$$f(x;\mu;\sigma)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Đặt $Y=\frac{X-\mu}{\sigma}$

Standard Normal: Y~ N(0;1)

$$f(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{y^2}{2}}$$

II. Phần Thống Kê.

1. Lý thuyết mẫu.

a. Các công thức cơ bản.

Các giá trị đặc trưng	**Mẫu ngẫu nhiên**	**Mẫu cụ thể**
Giá trị trung bình	$\overline{X}=\frac{X_1+...+X_n}{n}$	$\overline{x}=\frac{x_1+...+x_n}{n}$
Phương sai không hiệu chỉnh	$\hat{S}_X^2=\frac{(X_1-\overline{X})^2+...+(X_n-\overline{X})^2}{n}$	$\hat{s}_x^2=\frac{(x_1-\overline{x})^2+...+(x_n-\overline{x})^2}{n}$
Phương sai hiệu chỉnh	$S_X^2=\frac{(X_1-\overline{X})^2+...+(X_n-\overline{X})^2}{n-1}$	$s_x^2=\frac{(x_1-\overline{x})^2+...+(x_n-\overline{x})^2}{n-1}$

b. Để dễ xử lý ta viết số liệu của mẫu cụ thể dưới dạng tần số như sau:

x_i	x_1	x_2	$\cdots$	x_k
n_i	n_1	n_2	$\cdots$	n_k

Khi đó

Các giá trị đặc trưng	**Mẫu cụ thể**
Giá trị trung bình	$\overline{x}=\frac{x_1n_1+...+x_kn_k}{n}$
Phương sai không hiệu chỉnh	$\hat{s}_x^2=\frac{(x_1-\overline{x})^2n_1+...+(x_k-\overline{x})^2n_k}{n}$
Phương sai hiệu chỉnh	$s_x^2=\frac{(x_1-\overline{x})^2n_1+...+(x_k-\overline{x})^2n_k}{n-1}$

c. Phân tổ thống kê

- Việc phân tổ thống kê chủ yếu dựa vào phân tích và kinh nghiệm. Tuy nhiên thông nếu kích thước mẫu khảo sát là n thì ta có thể phân làm k tổ với $k=\left[\sqrt[3]{2n}\right]+1$, với $\left[x\right]$ là phần nguyên của x.

- Trường hợp phân tổ đều ta được khoảng cách mỗi tổ là $h=\frac{x_{\max}-x_{\min}}{k}$.

d. Sử dụng máy tính bỏ túi để tính các giá trị đặc trưng mẫu

- Nếu số liệu thống kê thu thập theo miền $[a;b)$ hay $(a;b]$ thì ta sử dụng giá trị đại diện cho miền đó là $\frac{a+b}{2}$ để tính toán.

<table>
<tr><th>Tác vụ</th><th>570MS</th><th>570ES</th></tr>
<tr><td>Bật chế độ nhập tần số</td><td>Không cần</td><td>Shift Mode ↓ 4 1</td></tr>
<tr><td>Khởi động gói Thống kê</td><td>Mode Mode SD</td><td>Mode STAT 1-Var</td></tr>
<tr><td>Nhập số liệu</td><td>x_1 Shift , n_1 M+
$\vdots$
x_k Shift , n_k M+

Nếu $n_i = 1$ thì chỉ cần nhấn
x_i M+</td><td><table><tr><th>X</th><th>FREQ</th></tr><tr><td>$x_1 =$
$\vdots$
$x_k =$</td><td>$n_1 =$
$\vdots$
$n_k =$</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Xóa màn hình hiển thị</td><td>AC</td><td>AC</td></tr>
<tr><td>Xác định:
• Kích thước mẫu (n)
• Giá trị trung bình ($\overline{x}$)
• Độ lệch chuẩn không hiệu chỉnh ($\hat{s}_x$)
• Độ lệch chuẩn hiệu chỉnh (s_x)</td><td>Shift 1 3 =
Shift 2 1 =
Shift 2 2 =
Shift 2 3 =</td><td>Shift 1 5 1 =
Shift 1 5 2 =
Shift 1 5 3 =
Shift 1 5 4 =</td></tr>
<tr><td>Thoát khỏi gói Thống kê</td><td>Mode 1</td><td>Mode 1</td></tr>
</table>

2. Khoảng tin cậy.

a) Khoảng tin cậy cho giá trị trung bình của tổng thể.

Trường hợp 1. (σ đã biết)

- Khoảng tin cậy đối xứng.

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \varepsilon = z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x} - \varepsilon\,; \overline{x} + \varepsilon)$$

- Khoảng tin cậy bên trái.

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha \Rightarrow \varepsilon = z_\alpha.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow (-\infty; \overline{x} + \varepsilon)$$

- Khoảng tin cậy bên phải.

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha \Rightarrow \varepsilon = z_\alpha.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x} - \varepsilon; +\infty)$$

Trường hợp 2. (σ chưa biết, $n \geq 30$)

- Khoảng tin cậy đối xứng.

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \varepsilon = z_{\frac{\alpha}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x} - \varepsilon\,; \overline{x} + \varepsilon)$$

- Khoảng tin cậy bên trái.

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha \Rightarrow \varepsilon = z_\alpha . \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (-\infty; \overline{x} + \varepsilon)$$

- Khoảng tin cậy bên phải.

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha \Rightarrow \varepsilon = z_\alpha . \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x} - \varepsilon; +\infty)$$

<u>Trường hợp 3</u>. (σ chưa biết, n<30)

- Khoảng tin cậy đối xứng.

$$1-\alpha \to \frac{\alpha}{2} \to t_{(n-1;\frac{\alpha}{2})} \Rightarrow \varepsilon = t_{(n-1;\frac{\alpha}{2})} . \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x} - \varepsilon ; \overline{x} + \varepsilon)$$

- Khoảng tin cậy bên trái.

$$1-\alpha \to \alpha \to t_{(n-1;\alpha)} \Rightarrow \varepsilon = t_{(n-1;\alpha)} . \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (-\infty ; \overline{x} + \varepsilon)$$

- Khoảng tin cậy bên phải.

$$1-\alpha \to \alpha \to t_{(n-1;\alpha)} \Rightarrow \varepsilon = t_{(n-1;\alpha)} . \frac{s}{\sqrt{n}} \Rightarrow (\overline{x} - \varepsilon ; +\infty)$$

b) Khoảng tin cậy cho tỉ lệ của tổng thể.

- Khoảng tin cậy đối xứng.

$$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow \varepsilon = z_{\frac{\alpha}{2}} . \frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} \Rightarrow (f - \varepsilon ; f + \varepsilon)$$

- Khoảng tin cậy bên trái.

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha \Rightarrow \varepsilon = z_\alpha . \frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} \Rightarrow (0; f + \varepsilon)$$

- Khoảng tin cậy bên phải.

$$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha \Rightarrow \varepsilon = z_\alpha . \frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} \Rightarrow (f - \varepsilon; 1)$$

c) Khoảng tin cậy cho phương sai của tổng thể.

<u>Trường hợp 1</u>. (μ chưa biết)

- Nếu đề bài chưa cho s mà cho mẫu cụ thể thì phải xác định s^2 (bằng máy tính bỏ túi).

- Khoảng tin cậy 2 phía.

$$\alpha \to \chi_1^2 = \chi^2_{(n-1;1-\frac{\alpha}{2})}, \ \chi_2^2 = \chi^2_{(n-1;\frac{\alpha}{2})}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{(n-1)s^2}{\chi_2^2}; \frac{(n-1)s^2}{\chi_1^2}\right)$$

- Khoảng tin cậy bên trái.

$$\alpha \to \chi_1^2 = \chi^2_{(n-1;1-\alpha)} \Rightarrow \left(0; \frac{(n-1)s^2}{\chi_1^2}\right)$$

- Khoảng tin cậy bên phải.

  $\alpha \to \chi_2^2 = \chi^2_{(n-1;\alpha)} \Rightarrow (\frac{(n-1)s^2}{\chi_2^2};+\infty)$

<u>Trường hợp 2</u>. (μ đã biết)

- Tính $(n-1)s^2 = \sum_{i=1}^{k} n_i.(x_i-\mu)^2$

- Khoảng tin cậy 2 phía.

  $\alpha \to \chi_2^2 = \chi^2_{(n;\frac{\alpha}{2})}$, $\chi_1^2 = \chi^2_{(n;1-\frac{\alpha}{2})}$

  $\Rightarrow (\frac{(n-1)s^2}{\chi_2^2};\frac{(n-1)s^2}{\chi_1^2})$

- Khoảng tin cậy bên trái.

  $\alpha \to \chi_1^2 = \chi^2_{(n;1-\alpha)} \Rightarrow (0;\frac{(n-1)s^2}{\chi_1^2})$

- Khoảng tin cậy bên phải.

  $\alpha \to \chi_2^2 = \chi^2_{(n;\alpha)} \Rightarrow (\frac{(n-1)s^2}{\chi_2^2};+\infty)$

3. Kiểm định giả thuyết thống kê.
   a) Kiểm định giả thuyết thống kê về giá trị trung bình của tổng thể.

<u>Trường hợp 1</u>. (σ đã biết)

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu \neq \mu_o$

  $\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{\overline{x}-\mu_o}{\sigma}.\sqrt{n}$

  - Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_o.

  - Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu < \mu_o$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5-\alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x}-\mu_o}{\sigma}.\sqrt{n}$

  - Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H_o.

  - Nếu $z \geq -z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu > \mu_o$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5-\alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x}-\mu_o}{\sigma}.\sqrt{n}$

  - Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H_o.

  - Nếu $z \leq z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

<u>Trường hợp 2</u>. (σ chưa biết, $n \geq 30$)

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu \neq \mu_o$

  $\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{\overline{x} - \mu_o}{s}.\sqrt{n}$

  - Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_o.

  - Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu < \mu_o$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x} - \mu_o}{s}.\sqrt{n}$

  - Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $z \geq -z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu > \mu_o$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x} - \mu_o}{s}.\sqrt{n}$

  - Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $z \leq z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

<u>Trường hợp 3</u>. (σ chưa biết, n<30)

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu \neq \mu_o$

  $\alpha \to \frac{\alpha}{2} \to t_{(n-1;\frac{\alpha}{2})}, t = \frac{\overline{x} - \mu_o}{s}.\sqrt{n}$

  - Nếu $|t| > t_{(n-1;\frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H_o.

  - Nếu $|t| \leq t_{(n-1;\frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu < \mu_o$

  $\alpha \to t_{(n-1;\alpha)}, t = \frac{\overline{x} - \mu_o}{s}.\sqrt{n}$

  - Nếu $t < -t_{(n-1;\alpha)}$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $t \geq -t_{(n-1;\alpha)}$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu = \mu_o, H_1 : \mu > \mu_o$

  $\alpha \to t_{(n-1;\alpha)}, t = \frac{\overline{x} - \mu_o}{s}.\sqrt{n}$

  - Nếu $t > t_{(n-1;\alpha)}$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $t \leq t_{(n-1;\alpha)}$: Chấp nhận H_o.

b) Kiểm định giả thuyết thống kê về tỉ lệ của tổng thể.

- $H_o: p = p_o, H_1: p \neq p_o$

  $\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \dfrac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}}, f = \dfrac{k}{n}, z = \dfrac{f - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)}}.\sqrt{n}$

  - Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_o.

- $H_o: p = p_o, H_1: p < p_o$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, f = \dfrac{k}{n}, z = \dfrac{f - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)}}.\sqrt{n}$

  - Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $z \geq -z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

- $H_o: p = p_o, H_1: p > p_o$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, f = \dfrac{k}{n}, z = \dfrac{f - p_o}{\sqrt{p_o(1-p_o)}}.\sqrt{n}$

  - Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $z \leq z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

c) Kiểm định giả thuyết thống kê về phương sai của tổng thể.

<u>Trường hợp 1</u>. (μ chưa biết)

- Nếu đề chưa cho s mà cho mẫu cụ thể thì phải sử dụng máy tính để xác định s.

- $H_o: \sigma^2 = \sigma_o^2, H_1: \sigma^2 \neq \sigma_o^2$

  $\alpha \to \chi_1^2 = \chi^2_{(n-1;1-\frac{\alpha}{2})}, \chi_2^2 = \chi^2_{(n-1;\frac{\alpha}{2})}, \chi^2 = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_o^2}$

  - Nếu $\left[\begin{array}{l}\chi^2 > \chi_2^2 \\ \chi^2 < \chi_1^2\end{array}\right.$: Bác bỏ H_0.
  - Nếu $\chi_1^2 \leq \chi^2 \leq \chi_2^2$: Chấp nhận H_o.

- $H_o: \sigma^2 = \sigma_o^2, H_1: \sigma^2 < \sigma_o^2$

  $\alpha \to \chi_1^2 = \chi^2_{(n-1;1-\alpha)}, \chi^2 = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_o^2}$

  - Nếu $\chi^2 < \chi_1^2$: Bác bỏ H_0.
  - Nếu $\chi^2 \geq \chi_1^2$: Chấp nhận H_o.

- $H_o: \sigma^2 = \sigma_o^2, H_1: \sigma^2 > \sigma_o^2$

  $\alpha \to \chi_2^2 = \chi^2_{(n-1;\alpha)}, \chi^2 = \dfrac{(n-1)s^2}{\sigma_o^2}$

- Nếu $\chi^2 > \chi_2^2$: Bác bỏ H_0.
- Nếu $\chi^2 \le \chi_2^2$: Chấp nhận H_o.

4. Kiểm định giả thuyết thống kê: So sánh tham số của 2 tổng thể.

a) Kiểm định giả thuyết thống kê: So sánh giá trị trung bình của 2 tổng thể.

<u>Trường hợp 1</u>. (σ_1, σ_2 đã biết)

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \ne \mu_2$

  $$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

  - Nếu $z > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $|z| \le z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 < \mu_2$

  $$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

  - Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $z \ge -z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 > \mu_2$

  $$\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

  - Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $z \le z_\alpha$: Chấp nhận H_o.

<u>Trường hợp 2</u>. (σ_1, σ_2 chưa biết, $n_1, n_2 \ge 30$)

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \ne \mu_2$

  $$\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \to z_{\frac{\alpha}{2}}, z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

  - Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $|z| \le z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H_o.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 < \mu_2$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$

  - Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H$_o$.
  - Nếu $z \geq -z_\alpha$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 > \mu_2$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \to z_\alpha, z = \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$

  - Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H$_o$.
  - Nếu $z \leq z_\alpha$: Chấp nhận H$_o$.

<u>Trường hợp 3</u>. ($\sigma_1 = \sigma_2$ chưa biết, $n_1, n_2 < 30$)

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

  $\alpha \to \dfrac{\alpha}{2} \to t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}, t = \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{s^2(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2})}}$, với $s^2 = \dfrac{(n_1-1).s_1^2 + (n_2-1).s_2^2}{n_1+n_2-2}$

  - Nếu $|t| > t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H$_o$.
  - Nếu $|t| \leq t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 < \mu_2$

  $\alpha \to t_{(n_1+n_2-2;\alpha)}, t = \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{s^2(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2})}}$, với $s^2 = \dfrac{(n_1-1).s_1^2 + (n_2-1).s_2^2}{n_1+n_2-2}$

  - Nếu $t < -t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H$_o$.
  - Nếu $t \geq -t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : \mu_1 = \mu_2, H_1 : \mu_1 > \mu_2$

  $\alpha \to t_{(n_1+n_2-2;\alpha)}, t = \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{s^2(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2})}}$, với $s^2 = \dfrac{(n_1-1).s_1^2 + (n_2-1).s_2^2}{n_1+n_2-2}$

  - Nếu $t > t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Bác bỏ H$_o$.
  - Nếu $t \leq t_{(n_1+n_2-2;\frac{\alpha}{2})}$: Chấp nhận H$_o$.

b) Kiểm định giả thuyết thống kê: So sánh tỉ lệ của 2 tổng thể.

$f_1 = \frac{k_1}{n_1}, f_2 = \frac{k_2}{n_2}, f = \frac{k_1 + k_2}{n_1 + n_2}$

- $H_o : p_1 = p_2, H_1 : p_1 \neq p_2$

  $\varphi(z_{\frac{\alpha}{2}}) = \frac{1-\alpha}{2} \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}}, \; z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f).(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$

  - Nếu $|z| > z_{\frac{\alpha}{2}}$: Bác bỏ H$_o$.
  - Nếu $|z| \leq z_{\frac{\alpha}{2}}$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : p_1 = p_2, H_1 : p_1 < p_2$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_\alpha, z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f).(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$

  - Nếu $z < -z_\alpha$: Bác bỏ H$_o$.
  - Nếu $z \geq -z_\alpha$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : p_1 = p_2, H_1 : p_1 > p_2$

  $\varphi(z_\alpha) = 0,5 - \alpha \rightarrow z_\alpha, z = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f).(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$

  - Nếu $z > z_\alpha$: Bác bỏ H$_o$.
  - Nếu $z \leq z_\alpha$: Chấp nhận H$_o$.

c. Kiểm định giả thuyết thống kê: So sánh phương sai của 2 tổng thể.
- μ_1, μ_2 chưa biết nên tính s_1 và s_2 từ mẫu (sử dụng máy tính) nếu đề bài chưa cho.

- $H_o : {\sigma_1}^2 = \sigma_2^2, H_1 : {\sigma_1}^2 \neq \sigma_2^2$
  - $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}, F_1 = F(n_1 - 1; n_2 - 1; 1 - \frac{\alpha}{2}), F_2 = F(n_1 - 1; n_2 - 1; \frac{\alpha}{2})$
  - Nếu $\left[\begin{array}{l} F < F_1 \\ F > F_2 \end{array}\right.$: Bác bỏ H$_o$.
  - Nếu $F_1 \leq F \leq F_2$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : {\sigma_1}^2 = \sigma_2^2, H_1 : {\sigma_1}^2 < \sigma_2^2$
  - $F = \frac{s_1^2}{s_2^2}, F_1 = F(n_1 - 1; n_2 - 1; 1 - \alpha)$
  - Nếu $F < F_1$: Bác bỏ H$_o$.
  - Nếu $F_1 \leq F$: Chấp nhận H$_o$.

- $H_o : {\sigma_1}^2 = \sigma_2^2, H_1 : {\sigma_1}^2 > \sigma_2^2$
  - $F = \dfrac{s_1^2}{s_2^2}, F_2 = F(n_1 - 1; n_2 - 1; \alpha)$
  - Nếu $F > F_2$: Bác bỏ H_o.
  - Nếu $F \le F_2$: Chấp nhận H_o.

5. Hệ số tương quan mẫu và phương trình hồi quy tuyến tính mẫu.

a. Hệ số tương quan mẫu: $r = \dfrac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2}}$

Phương trình hồi quy tuyến tính mẫu: $\hat{y} = A + B\text{x}$

với $B = \dfrac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}$ và $A = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} y_i - B.\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$.

b. Trong trường hợp sử dụng bảng tần số:

x_i	x_1	x_2	$\cdots$	x_k
y_i	y_1	y_2	$\cdots$	y_k
n_i	n_1	n_2	$\cdots$	n_k

Ta tính theo công thức thu gọn như sau:

Hệ số tương quan mẫu: $r = \dfrac{n\sum_{i=1}^{k} n_i x_i y_i - \sum_{i=1}^{k} n_i x_i \sum_{i=1}^{k} n_i y_i}{\sqrt{n\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 - (\sum_{i=1}^{k} n_i x_i)^2}\sqrt{n\sum_{i=1}^{k} n_i y_i^2 - (\sum_{i=1}^{k} n_i y_i)^2}}$

Phương trình hồi quy tuyến tính mẫu: $\hat{y} = A + B\text{x}$ với

$B = \dfrac{n\sum_{i=1}^{k} n_i x_i y_i - \sum_{i=1}^{k} n_i x_i \sum_{i=1}^{k} n_i y_i}{n\sum_{i=1}^{k} n_i x_i^2 - (\sum_{i=1}^{k} n_i x_i)^2}$ và $A = \dfrac{\sum_{i=1}^{k} n_i y_i - B.\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{n}$.

c. Sử dụng máy tính bỏ túi để tính hệ số tương quan mẫu và phương trình hồi quy tuyến tính mẫu:

<table>
<tr><th>Tác vụ</th><th>CASIO 570MS</th><th>CASIO 570ES</th></tr>
<tr><td>Bật chế độ nhập tần số</td><td>Không cần</td><td>Shift Mode ↓ 4 1</td></tr>
<tr><td>Khởi động gói Hồi quy tuyến tính</td><td>Mode Mode Reg Lin</td><td>Mode STAT A+BX</td></tr>
<tr><td>Nhập số liệu</td><td>x_1 , y_1 Shift , n_1 M+
$\vdots$
x_k , y_k Shift , n_k M+

$n_i = 1$ thì chỉ cần nhấn
x_i , y_i M+</td><td><table><tr><th>X</th><th>Y</th><th>FREQ</th></tr><tr><td>x_1 =
$\vdots$
x_k =</td><td>y_1 =
$\vdots$
y_k =</td><td>n_1 =
$\vdots$
n_k =</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Xóa màn hình hiển thị</td><td>AC</td><td>AC</td></tr>
<tr><td>Xác định:
• Hệ số tương quan mẫu (r)
• Hệ số hằng: A
• Hệ số ẩn (x): B</td><td>Shift 2 3 =

Shift 2 1 =
Shift 2 2 =</td><td>Shift 1 7 3 =

Shift 1 7 1 =
Shift 1 7 2 =</td></tr>
<tr><td>Thoát khỏi gói Hồi quy</td><td>Mode 1</td><td>Mode 1</td></tr>
</table>

Lưu ý: Máy ES nếu đã kích hoạt chế độ nhập tần số ở phần Lý thuyết mẫu rồi thì không cần kích hoạt nữa.

…………………………………………