

Giá trị riêng

1. Cho ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Tìm giá trị riêng

Giải phương trình đặc trưng:

$$\det(A - \lambda I) = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 - \lambda & 1 \\ 1 & 2 - \lambda \end{vmatrix} = (2 - \lambda)^2 - 1 = \lambda^2 - 4\lambda + 3 = 0$$

Nghiệm:

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 3$$

3. Tìm vector riêng

Với $\lambda = 1$:

$$(A - I)\vec{v} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x + y = 0 \Rightarrow \vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Với $\lambda = 3$:

$$(A - 3I)\vec{v} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x - y = 0 \Rightarrow \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. Lập ma trận P và D

Ma trận vector riêng:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ma trận đường chéo:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

5. Kết luận

Ma trận A được chéo hóa thành:

$$A = PDP^{-1} \quad \text{hoặc} \quad D = P^{-1}AP$$

a