课程编号：100171019　　北京理工大学 2021-2022 学年第二学期

2021 级理科数学分析（II）期中考试试题（1-2）

座号______班级__________学号___________姓名________成绩______

题号	1	2	3	4	5	6	7			
得分										
签名										

1. (10 分) 设 $\vec{a}=(-1,3,0)$，$\vec{b}=(3,1,0)$，求满足 $\vec{a}=\vec{b}\times\vec{c}$，且 $|\vec{c}|$ 最小的向量 $\vec{c}$.

2. (10 分) 设直线 L 经过 $P_0(-2,3,0)$ 点，平行于平面 $x-2y-z+4=0$，并且与直线 $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{2}$ 相交，求 L 的方程.

3. (28 分)

(1) 设 $u=(xy)^z$. 求 du.

(2) 设 $z=xe^{xy}$. 求 $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x^2\partial y}$ 和 $\dfrac{\partial^3 z}{\partial x\partial y^2}$.

(3) 设 $z=z(x,y)$ 是由方程组 $\begin{cases} x=u+v \\ y=u^2+v^2 \\ z=u^3+v^3 \end{cases}$ 确定的隐函数. 求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$（写出 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ 所满足的方程组即可）.

4. (22 分)

(1) 求二重积分 $I=\iint\limits_D (x^2+y)dxdy$，其中 D 由 $y=\dfrac{x^2}{2}, y=x$ 所围.

(2) 求三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} y\cos(x+z)dxdydz$，其中 Ω 由 $y=\sqrt{x}, y=0, z=0, x+z=\dfrac{\pi}{2}$ 所围.

(3) 求三重积分 $I=\iiint\limits_{\Omega} z\sqrt{x^2+y^2}dxdydz$，其中 Ω 由 $x^2+y^2=2x, y=0, z=0$ 和 $z=a(a>0)$ 在第一卦限的部分围成.

5. (8 分) 证明：曲面 $F(ax-by, cx-bz)=0$ 上任意一点处的切平面都与某一定直线平行，其中函数 $F(u,v)$ 具有连续偏导数，且常数 a,b,c 不同时为零.

6. (12 分) 设 $f(x,y)$ 在 R^2 有连续的二阶偏导数，$g(x,y)=f(e^{xy}, x^2+y^2)$，

$$f(x,y)=1-x-y+o\left(\sqrt{(x-1)^2+y^2}\right),\ (x,y)\to(1,0).$$

证明：$(0,0)$ 是 $g(x,y)$ 的极值点，判断 $(0,0)$ 是极大值点还是极小值点？并求出 $g(0,0)$.

7. (10 分) 设 $f_x(x,y)$ 和 $f_y(x,y)$ 在区域 $D=\left\{(x,y): a<x<b, c<y<d\right\}$ 有界.

证明：$z=f(x,y)$ 在 D 一致连续.