线性代数 A 期末试题 A 卷

座号____________班级__________学号__________姓名____________

（试卷共 6 页，八道大题. 解答题必须有解题过程, 试卷后空白页撕下做稿纸, 试卷不得拆散）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
签名									

得分	

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1、已知方阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}^2+\boldsymbol{A}-4\boldsymbol{I}=\boldsymbol{O}$，则 $\left(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{I}\right)^{-1}=$____________________。

2、设 $\boldsymbol{A}$ 是一个 4 阶方阵，且 $\boldsymbol{r(A)=2}$，则其伴随矩阵 $\boldsymbol{A}^*$ 的秩为________________ 。

3、已知 $\boldsymbol{\alpha}_1$，$\boldsymbol{\alpha}_2$，$\boldsymbol{\alpha}_3$，$\boldsymbol{\beta}_1$，$\boldsymbol{\beta}_2$ 都是 4 元列向量，且 4 阶行列式 $\left|\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\beta}_1\right|=\boldsymbol{m}$，$\left|\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\alpha}_3\right|=\boldsymbol{n}$，则 4 阶行列式 $\left|\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\beta}_1+\boldsymbol{\beta}_2\right|=$ ________________。

4、已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}\mathbf{3}&\mathbf{0}&\mathbf{0}\\\mathbf{0}&\mathbf{2}&\mathbf{1}\\\mathbf{0}&\mathbf{0}&\mathbf{2}\end{pmatrix},\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}\mathbf{2}&\mathbf{3}\\\mathbf{1}&\mathbf{5}\end{pmatrix}$，则 $\begin{vmatrix}\boldsymbol{O}&\boldsymbol{A}\\\boldsymbol{B}&\boldsymbol{O}\end{vmatrix}=$________________。

5、已知 $\boldsymbol{A}$ 是一个 3 阶方阵，$\boldsymbol{\lambda I-A}$ 的初等因子为 $\boldsymbol{\lambda}$**-1**,$(\boldsymbol{\lambda}\text{-}2)^2$，则 $\boldsymbol{A}$ 的 Jorden 标准形为____________________。

得分	

二(10 分)、设矩阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，矩阵 B 满足 $ABA^{*}=2BA^{*}+I$，其中 A^{*} 是 A 的伴随矩阵，求矩阵 B 。

得分	

三（10 分）、已知 $E_1=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$，$E_2=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$，$E_3=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 和 $F_1=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，$F_2=\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$，$F_3=\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$是全体 2 阶上三角矩阵所构成的线性空间$V$ 的两组基。

（1） 求从基 E_1,E_2,E_3 到基 F_1，F_2，F_3 的过渡矩阵；

（2） 求上三角矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$在 F_1，F_2，F_3 下的坐标。

得分	

四(10 分)、已知四阶方阵 $A=\left(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\right)$，$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 均为四元列向量,其中 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关，且 α_1=2α_2-α_3 。如果 β=α_1+α_2+α_3+α_4 ，求线性方程组 $Ax=\beta$ 的通解。

得分	

五(10 分)、设向量组 $\alpha_1=(1,-1,2,1)^T,\alpha_2=(2,-2,4,2)^T,\alpha_3=(3,0,6,-1)^T$, $\alpha_4=(0,3,0,-4)^T$ 。(1)求 $L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$ 的维数和一组基；(2) 求 $L(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)$的一组标准正交基。

得分	

六(15 分)、已知$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \boldsymbol{a} & \mathbf{2} \\ \mathbf{5} & \boldsymbol{b} & \mathbf{3} \\ -\mathbf{1} & \mathbf{1} & -\mathbf{1} \end{pmatrix}$有特征值$\pm\mathbf{1}$。问$\boldsymbol{A}$ 能否对角化？并说明理由。

得分	

七(15 分)、二次型 $f\left(x_1, x_2, x_3\right)=4x_2^2-3x_3^2+4x_1x_2-4x_1x_3+8x_2x_3$ 经过正交替换 $X=QY$ 化为标准形 $y_1^2+6y_2^2+qy_3^2$，求实参数 q 及所用的正交矩阵 Q，并进一步判断此二次型是否正定。

得分	

八(10 分)、设 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶方阵，λ_1，λ_2，λ_3 是 $\boldsymbol{A}$ 的三个不同特征值，对应的特征向量分别为 $\boldsymbol{\alpha}_1$，$\boldsymbol{\alpha}_2$，$\boldsymbol{\alpha}_3$，令 $\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$。证明：$\boldsymbol{\beta}$，$\boldsymbol{A\beta}$，$\boldsymbol{A}^2\boldsymbol{\beta}$ 线性无关。