课程编号：100086022 北京理工大学 2021-2022 学年第一学期

2020 级计算机学院《数值分析》期末试卷 A 卷

班级______________学号_______________姓名 ______________成绩 _________

注意：① 答题方式为闭卷。 ② 可以使用计算器。

③ 请将所有答案答在答题纸上，不要在试卷上答题。

一、填空题（每空 2 分，共 40 分）

1. 采用四位有效数字计算方程 x^2-56x+1=0 的解，要使计算结果也有四位有效数字，则较好的求解方程根的**公式**为：x_1=【 】，x_2=【 】。

2. 计算系列的积分值 $I_n=\int_0^1 x^n e^{x-1}dx$,$n$=1,2,...,10。试采用以下两种计算方法：

   方法 A：$I_n=1-n\,I_{n-1}$

   方法 B：$I_n=\frac{1-I_{n+1}}{n+1}$

   两种计算方法中，数值稳定的算法为计算方法【 】。使用数值稳定的算法，若初始数据 I_0 或 I_{10} 都是有 6 位有效数字，则计算的 I_6 有【 】位有效数字。

3. 已知方程 e^x+10x-2=0 的一个有根区间[0,0.25]，用对分法圈定方程的根，当有根区间长度缩短到$\frac{0.25}{2^3}$时，有根区间为【 】。

4. 方程 $x^3+4x^2-10=0$ 在区间[1,2]上有一个根，构造等价形式 $x=x-x^3-4x^2+10$，取 x_0=1.5，迭代计算得 x_1=【 】，x_2=【 】，迭代过程【 】（填收敛或不收敛）。若在同样的迭代函数下使用埃特肯 (Aitken)加速法迭代计算得 x_1=【 】。

5. 解非线性方程的弦截法是在牛顿迭代法的基础上改进的迭代解法，弦截法优于牛顿迭代法的地方【 】，牛顿迭代法优于弦截法的地方【 】。

6. 消元法是求解线性方程组的常用方法，但在实际应用中仍存在的不足在于：【 】;【 】。

7. $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} -2 & -5 & 4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & -2 \end{bmatrix}$，$\|A\|_1$=【 】。

8. 向量 X=(1,-2,3)，则向量 X 的 1-范数$\|X\|_1$=【 】。

9. 用带松弛因子的松弛法 (ω=0.5)解方程组 $\begin{cases} 5x_1+2x_2+x_3=-12 \\ -x_1+4x_2+2x_3=20 \\ 2x_1-3x_2+10x_3=3 \end{cases}$的迭代公式是

【 】。

10. 已知 n=5 时的牛顿-科特斯系数$C_1^{(5)}=\frac{25}{96},C_2^{(5)}=\frac{25}{144}$, 则$C_0^{(5)}=$【 】。

11. 求积公式 $\int_{-1}^{1}f(x)dx\approx[f(-1)+4f(0)+f(1)]/3$ 具有【 】次代数精确度。

12. 设 $f(x)=6x^5+3x^4-12x$，则差商 $f[1,3,5,7,9,11,13]=$【 】

13. 已知函数 $y=f(x)$满足 $f(1)=2, f(2)=2, f(4)=1$，则二次拉格朗日插值公式 $L_2(x)=$ 【 】。

二、计算题（共 60 分）

1. 求 $f(x)=x^3-x-3=0$ 在区间[0,2]的根，用牛顿下山法取初值 $x_0=0$ 计算，计算过程保留到小数点后 6 位。
2. 用高斯消元法解以下线性方程组的解，计算结果保留 4 位小数。

$$\begin{cases}3x_1+2x_2+5x_3=6\\-x_1+4x_2+3x_3=5\\x_1-x_2+3x_3=1\end{cases}$$

3. 用高斯-赛德尔迭代法解下列线性方程组，初始向量 $X^{(0)}=(0,0,0)^T$，计算过程保留 4 位小数。

$$\begin{cases}x_1+5x_3=6\\-x_1+4x_2=3\\5x_1+2x_2-x_3=6\end{cases}$$

4. 根据下表数据，利用插值多项式反插值法求方程 $\ln(x)+x=0$ 的解，计算过程保留到小数点后 2 位。（要求使用**牛顿后向**差值公式,，迭代 3 次即可）

x	0.2	0.4	0.6	0.8
$\ln(x)$	-1.61	-0.92	-0.51	-0.22

5. 已知函数 $f(x)=e^x-x$ 在一些节点上的函数值及其导数值如下表：

x	2.2	2.4	2.6
$f(x)$	6.825	8.623	10.864
$f'(x)$		10.023	12.464

写出埃尔米特插值多项式，计算 $f(2.3)$的近似值并估计**方法误差**。（计算过程中保留小数点后 3 位）

6. 已知函数 $f(x)$在下列点的函数值，请用复化辛卜生（Simpson）公式计算积分$I=\int_0^2 f(x)\,dx$的近似值 S_4，并估计结果的误差（包括方法误差和舍入误差）。

x	0	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
$f(x)$	0.6	1.1	1.4	1.6	1.8	2.1	2.2	2.4	2.5