附表：

$\Phi(2.5)=0.994$, $\Phi(1.5)=0.933$, $\Phi(2.33)=0.99$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(1.64)=0.95$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，

$t_{0.025}(8)=2.3060$ ，$t_{0.05}(9)=1.8331$ ，$t_{0.025}(9)=2.2622$ ，$\chi^2_{0.95}(8)=2.733$ ，$\chi^2_{0.95}(9)=3.325$ ，

$\chi^2_{0.975}(8)=2.18$ ，$\chi^2_{0.975}(9)=2.700$ ，$\chi^2_{0.025}(8)=17.535$ ，$\chi^2_{0.025}(9)=19.023$ ，$\chi^2_{0.05}(8)=15.507$ ，

$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$

一、填空题（10 分）

得分	

1. 一名射手连续向一目标射击三次，事件 A_i 表示射手第 i 次击中目标(i=1,2,3)，则 $\overline{A_1\cup A_2\cup A_3}$ 表示的含义是____________________.

2. 设随机变量 X 的分布函数满足 $F(x)=a-e^{-x}, x>0$，则 $a=$____________.

3. 如果(X,Y)服从二维正态分布，则其边缘分布__________（一定是或不一定是）正态分布.

4. 设 $X\sim N(0,0.5), Y\sim N(0,0.5)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $E|X-Y|=$__________.

5. 设随机变量 X 服从几何分布，期望为 4，则 $P(X=1)=$__________.

6. 设 $X_1,X_2,\dots,X_n,\dots$ 是独立同分布的随机变量序列，且有有限的期望 $E(X_k)=\mu$ 与方差 $D(X_k)=\sigma^2>0, k=1,2,\dots$，则 $Y=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}X_k^2$ 依概率收敛到__________.

7. 设随机变量 $X\sim F(n,n)$ 且 $P(X>A)=0.3$，$A>0$ 为常数，则 $P(X>\frac{1}{A})=$__________.

8. 某保险公司多年统计资料表明，在索赔户中，被盗索赔户占 20%，以 X 表示在随机抽查的 100 个索赔户中，因被盗向保险公司索赔的户数. 则被盗索赔户不少于 14 户且不多于 30 户的概率近似为__________.

9. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，其中 $\mu\in R$，$\sigma>0$ 未知，$\bar{X},S^2$ 分别是样本均值和样本方差，则μ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为____________________.

10. 设总体$X\sim N(\mu,4^2)$，$x_1,\dots,x_{16}$是总体X的样本值，已知假设H_0: $\mu=0$，H_1: $\mu>0$.在显著性水平$\alpha=0.01$下的拒绝域是__________.

二、（12 分）

得分	

1. 叙述两个事件互斥和独立的关系.

2. 为了防止意外，某矿内同时设有两种报警系统甲和乙，每种系统单独使用时，系统甲有效的概率为 0.92，系统乙有效的概率为 0.93. 在系统甲失灵的情况下，系统乙有效的概率为 0.85. 求：（1）发生意外时，这两个报警系统至少有一个有效的概率；（2）在系统乙失灵的情况下，系统甲有效的概率.

三、（12 分）

得分	

1.设随机变量 X 的分布函数如下：

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 1/4, & -1\le x<2\\ 1/2, & 2\le x<3\\ 1, & x\ge 3\end{cases}$$

求（1）随机变量 X 的分布律；（2） $P(X>1)$.

2. 设随机变量 X 服从区间 $(-1,1)$ 上的均匀分布，求

（1） $P(|X|<\frac{1}{4})$；（2）设 $Y=X^2$，求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

四、（16 分）

得分	

设随机变量(X,Y)的概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}12e^{-(3x+4y)}, & x>0,\ y>0\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

（1）求 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；（2）判断 X 和 Y 是否相互独立，并给出理由；

（3）求函数 $Z=\min(X,Y)$ 的密度函数 $f_Z(z)$；

（4）求函数 $U=3X+4Y$ 的分布函数 $F_U(u)$ 和密度函数 $f_U(u)$.

五、（14 分）

得分	

1. 叙述切比雪夫不等式.

2. 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0 \\ 0, & \text{其它}. \end{cases}$$

令 $Y=X^2$.

（1）求 $E(X)$，$D(X)$，$E(Y)$，$D(Y)$；（2）求X与Y的相关系数；

（3）判断X与Y是否相关，判断X与Y是否独立（说明理由）.

六、（8 分）

得分	

设 $X_1, X_2, \cdots, X_5$ 是来自正态总体 $N(0,\sigma^2)$ 的简单随机样本，令 $Z=\dfrac{\sqrt{3}(X_1+X_2)}{\sqrt{2(X_3^2+X_4^2+X_5^2)}}$。

(1) 求 Z 的分布；(2) 求 Z^2 的分布.（要求写出具体过程）

七、（14 分）

得分	

1、设总体 X 的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2}, & \sqrt{\alpha}<x<\sqrt{\alpha}+2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中，$\alpha>0$ 为未知参数。$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为取自该总体的样本，$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为相应的样本观测值.

求参数 α 的矩估计.

2. 设总体 X 服从以 p 为参数的两点分布，即其分布律为

X	0	1
P	$1-p$	p

其中 $0<p<1$ 未知，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为取自该总体的样本，$x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为相应的样本观测值。求参数 p 及 $\beta=\dfrac{1-p}{p}$ 的最大似然估计.

八、（14 分）

得分	

1. 叙述假设检验的理论依据.

2. 某卷装卫生纸净含量按标准要求为200克/卷，已知该卷装卫生纸净含量服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$。今抽取9卷，测得其净含量样本均值 $\bar{x}=197$ 克，样本标准差$s=4.5$克。问在显著性水平$\alpha=0.05$下，该卷装卫生纸净含量是否符合要求？