北京理工大学《数学分析 II》期中试题

（2020-2021 学年第二学期）

班级 __________学号 __________姓名 _________ 成绩 ___________

题号	一	二.1	二.2	二.3	二.4	二.5	二.6	二.7	三	总分	核查人签名
得分											
阅卷教师											

一、	二、选择题（4 分/题, 共 32 分） 1. 已知$\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}$，$\vec{b}=-4\vec{i}-2\vec{j}$，则$\vec{a}\times\vec{b}=$（　　） A　0　　B　$\vec{i}-\vec{j}$　　C　$\vec{i}+\vec{j}$　　D　-9 2 过点$A(1,-2,1)$且平行于平面$2x+3y-z+1=0$的平面方程。 A　$2x+3y+z-5=0$　　B　$2x-3y+z+5=0$　　C　$4x+3y-z+5=0$　　D　$2x+3y-z+5=0$ 2. 二元函数$f(x,y)=\dfrac{x^2y}{\|x\|^3+y^2}$在（0，0）点处的极限是（　） A　1　　B　0　　C　∞　　D　不存在 4. 设$z=x^2+xy+3y^2$，则$\dfrac{\partial z}{\partial x}\Big\|_{(1,2)}=$（　　）. A.3　　B.4　　C.5　　D.6 5. 二元函数$f(x,y)=\cos(x^2+y^2)$在原点处关于 x 的$4n+2$阶偏导数$\dfrac{\partial^{4n+2}f}{\partial x^{4n+2}}\Big\|_{(0,0)}$为（　　）. A.0　　B. $\dfrac{(-1)^n 4n!}{2n!}$　　C. $\dfrac{4n!}{2n!}$　　D. 1 6. 交换积分次序后$\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x} f(x,y)dy=$（　　） A　$-\int_0^1 dx\int_x^{x^2} f(x,y)dy$　　B　$\int_{y^2}^{y} dx\int_0^1 f(x,y)dy$ C　$\int_0^1 dy\int_y^{\sqrt{y}} f(x,y)dx$　　D　$\int_0^1 dx\int_x^{x^2} f(x,y)dy$ 7. 三重积分$\iiint\limits_{x^2+y^2+z^2\le R^2}(x+y+z)^2dxdydz$为（　　） A　$\dfrac{4}{5}\pi$　　B　$\dfrac{4}{15}\pi$　　C　$\dfrac{2}{15}\pi$　　D　0 8. 二重积分$\iint\limits_{x^2+y^2\le R^2}e^{-(x^2+y^2)}dxdy$为（　　）. A　$2\pi(1-e^{-R^2})$　　B　$\pi(1-e^{-R^2})$　　C　$2\pi(1+e^{-R^2})$　　D　π

二、计算题（8 分/题，共 56 分）

1. （8 分）将直线的一般方程$\begin{cases} x+y+z+1=0 \\ 2x-y+3z+4=0 \end{cases}$化为参数方程和标准方程。

2.（8 分）已知 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\sin(xy)}{(x^2+y^2)^{1/3}}, & (x,y)\neq(0,0) \\ 0, & (x,y)=(0,0) \end{cases}$，讨论 $f(x,y)$ 在原点处的连续性以及可微性。

3.（8 分）设 $z=z(x,y)$ 满足方程 $z+\cos xy=e^{z}$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$。

4.（8 分）求 $f(x,y)=x^2+4y^2+9$ 在区域 D=$\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 4\}$ 上的最大值和最小值。

5.（8 分）将累次积分$\int_{-1}^{0}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{0}\frac{2}{1+\sqrt{x^2+y^2}}dy$化为二重积分，然后用极坐标计算该二重积分。

6.（8 分）计算三重积分：$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)^2dV$, 其中$\Omega$为$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$与$z=\sqrt{x^2+y^2}$所围成的区域。

7.（8 分）已知曲线 L 的参数方程为$\begin{cases} x = a\cos\theta \\ y = a\sin\theta, \\ z = b\theta \end{cases}$ （$0 \le \theta \le 2\pi, a, b > 0$），计算第一型曲线积分 $\int_L x^2(1+y^2)ds$ 。

三、证明题（12 分/题, 共 12 分）

1. 叙述一致连续的定义，并且证明：如果 $z = f(x, y)$ 在有界闭区域 $\overline{\mathrm{G}}$ 上连续，则 $z = f(x, y)$ 在 $\overline{\mathrm{G}}$ 上一致连续。