2019 级计算机学院《数值分析》期末试卷 A 卷

班级__________学号__________姓名 __________成绩 ________

注意：① 答题方式为闭卷。　② 可以使用计算器。
③ 请将所有答案答在答题纸上，不要在试卷上答题。

一、填空题（每空 2 分，共 40 分）

1. 已知 $x_1=-0.0105$　$x_2=0.3140\times10^3$ 是由四舍五入得到的近似数，则它们的有效数字的位数分别为【　】、【　】，绝对误差限分别为【　】、【　】。

2. 已知 $a=1.2031$，$b=0.978$ 是经过四舍五入后得到的近似值，问 $a+b$ 有【　】位有效数字。

3. 设函数 $f(x)$区间$[a,b]$内有二阶连续导数，且 $f(a)f(b)<0$, 当【　】时，则用双点弦截法产生的解序列收敛到方程 $f(x)=0$ 的根。

4. 用牛顿下山法求解方程 $3x^2-e^x=0$ 根的迭代公式是【　】。

5. 平方根法求解实对称系数矩阵的线性方程组$\begin{bmatrix}16&4&8\\4&5&-4\\8&-4&22\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-4\\3\\10\end{bmatrix}$，则消元过程中 u_{23}(消元后第二方程中 x_3 的系数)=【　】。

6. 用追赶法解线性方程组$\begin{bmatrix}2&-1&&&&&&&\\-1&2&-1&&&&&&\\&-1&2&-1&&&&&\\&&-1&2&-1&&&&\\&&&-1&2&-1&&&\\&&&&-1&2&-1&&\\&&&&&-1&2&-1&\\&&&&&&-1&2&-1\\&&&&&&&-1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\\x_5\\x_6\\x_7\\x_8\\x_9\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}$，消元后的第一个方程为【　】。(计算中保留到小数点后 3 位)

7. 用全主元法解线性方程组$\begin{bmatrix}12&-8&6&10\\6&-2&2&4\\3&-13&9&3\\-3&-9&10&-15\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}34\\12\\27\\-11\end{bmatrix}$，则第一次选取的主元素为【　】。

8. 用迭代法解线性方程组$\begin{bmatrix}4&-1&0\\-1&2&1\\0&1&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\6\\2\end{bmatrix}$，用雅克比迭代计算，其迭代矩阵的谱半径=【　】，用高斯-赛德尔迭代计算，其迭代矩阵的谱半径=【　】。

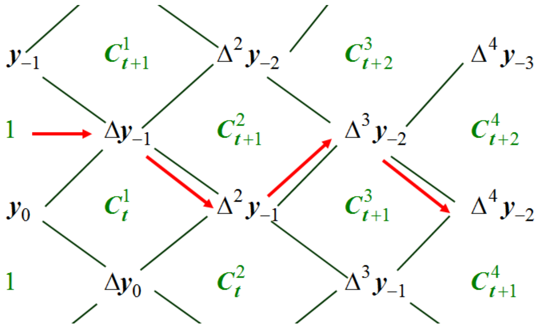
9. 使用残差绝对值最大实施松弛的松弛迭代法解线性方程组$\begin{bmatrix}4&3&0\\3&4&-1\\0&-1&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}24\\30\\-24\end{bmatrix}$，取初值$\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$，则残差绝对值最大的是第【　】个方程，一次迭代计算后的新值$\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=$【　】。

10. 已知 n 阶矩阵 A 的$||A||_F$=8，n 维列向量 X 的$||X||_2$=2，则可以预估出$||AX||_2$满足【　】。

11. 利用插值多项式反插值法求方程 $x^3-2x^2-4=0$ 在区间[2, 3]上的根，若选用牛顿前向插值公式，取 x_0=2，步长 h=0.2，则迭代计算的初始值 t_0=【　】(保留到小数点后 4 位)。

12. 已知 $f[7,6,5,4]=2$，则 $f(x)$在[4,5,6,7]四个点上的 3 阶差分值为【　】。

13. 按照如下弗雷瑟（Fraser）图表中箭头所示路径构建的插值公式为:【　】



14. 求积公式 $\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx \frac{1}{2} f(-1) + \frac{3}{2} f(\frac{1}{3})$ 具有【　】次代数精确度。

15. 用龙贝格法计算 $\int_1^2 f(x)dx$，若计算得 T_2=0.456，T_4=0.438，C_1=0.436，则 $f(1.5)$=【　】。

注：以下计算题每题 10 分

二、计算题（共 60 分）

1. 试建立计算 $\sqrt[3]{a}$ 的牛顿迭代格式，并求 $\sqrt[3]{411.791}$ 的近似值，计算结果应保留小数点后 6 位。

2. 用列主元素法线性方程组。计算过程中保留到小数点后 3 位。

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 3 & 1 \\ 8 & 7 & 9 & 5 \\ 6 & 7 & 9 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

3. 给定线性方程组 $\begin{bmatrix} 10 & 4 & 4 \\ 4 & 10 & 8 \\ 4 & 8 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 11 \\ 15 \end{bmatrix}$，用带松弛因子($w$=1.15)的逐次松弛迭代法求解方程。

要求：

(1)给出迭代计算公式；

(2)取初值 $X^{(0)}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$，计算过程保留 4 位小数，迭代计算到$|| X^{(k+1)}- X^{(k)}||_\infty<0.001$ 结束迭代计算。

4. 某食品加工厂日产量与年度总利润的对应关系如下表：

日产量（公斤）：	100	120	140	160	180	200	220	240	260
总利润（万元）：	60	65	72	78	82	87	92	96	100

请选用适当的差分公式（牛顿前插/牛顿后插/斯梯林/贝塞尔）计算日产量为 250 公斤时的总利润，并**估计方法误差**。（要求使用**三次多项式差值**）

5. 给定函数 $y=\ln x$ 在一些节点上的函数值及其导数值如下表：

x	10	12	14
y	2.3026	2.4849	2.6391
y'	0.1	0.0833	

利用埃尔米特插值多项式计算 ln13，并**估计方法误差**。（计算过程中保留小数点后 4 位）

6. 已知 $sinx$ 的函数值保留小数点后 4 位，用复化辛卜生（Simpson）公式计算积分$I = \int_0^2 sinx\, dx$，积分区间应分成多少个小段合适？（注：辛卜生公式的方法误差为$-\frac{h^5}{90} f^{(4)}(\xi)$）