

2006 级计算机系《数值分析》期末试卷 A 卷（信二学习部整理）

班级_____学号_____姓名_____成绩_____

注意：① 答题方式为闭卷。

② 可以使用计算器。

③ 请将填空题直接填在试卷上，大题答在答题纸上。

一、填空题（每空 2 分，共 40 分）

1. 若 $x = 0.03600$ 是按四舍五入原则得到的近似数，则它有_____位有效数字，绝对误差限和相对误差限分别为_____、_____。
2. 要使 $\sqrt{10} = 3.162277660$ 的近似值的相对误差小于 0.01% ，至少要取_____位有效数字。
3. 设 $f(x) = a_n x^n + 1$ ($a_n \neq 0$)，则 $f[x_0, x_1, \dots, x_n] =$ _____。
4. 设函数 $f(x)$ 区间 $[a, b]$ 内有二阶连续导数，且 $f(a)f(b) < 0$ ，当_____时，则用双点弦截法产生的解序列收敛到方程 $f(x) = 0$ 的根。
5. n 个求积节点的插值型求积公式的代数精确度至少为_____次， n 个求积节点的高斯求积公式的代数精度为_____。
6. 求 $x^3 - x^2 - 1 = 0$ 在 $[1.3, 1.6]$ 内的根时，迭代法 $x_{n+1} = \sqrt[3]{1+x_n^2}$ 和 $x_{n+1} = 1 + \frac{1}{x_n^2}$ _____（填：前者或后者）收敛较快。
7. 设有矩阵 $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ ，则 $\|A\|_\infty =$ _____， $\|A\|_2 =$ _____。
8. 对任意初始向量 $X^{(0)}$ 和常数项 N ，有迭代公式 $X^{(k+1)} = MX^{(k)} + N$ 产生的向量序列 $\{X^{(k)}\}$ 收敛的充分必要条件是_____。
9. 在牛顿-柯特斯求积公式中，当牛顿-柯特斯系数有负值时，公式稳定性不能得到保证，所以实际应用中只使用 $n \leq$ _____的牛顿-柯特斯公式。
10. 用松弛法 ($\omega = 1.03$) 解方程组
$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 = 1 \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 = 4 \\ -x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$$
 的迭代公式是_____。
11. 用复化辛卜生公式求积分 $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ 的近似值时，至少需_____个节点处的函数值，才能保证所求积分近似值的误差不超过 10^{-5} 。
12. 满足条件 $f(0)=0$ ， $f(1)=1$ ， $f'(0)=3$ ， $f'(1)=9$ 的插值多项式

$P(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 已知 $f[4,3,2,1]=2$ ，则 $x=1$ 点的 3 阶差分为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 已知 $n=4$ 时的牛顿-科特斯系数则 $C_0^{(4)} = \frac{7}{90}, C_3^{(4)} = \frac{16}{45}, C_2^{(4)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 消元法由两个过程组成，分别是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 和 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

二、计算题（共 60 分）

1. 建立计算 $\sqrt[3]{a}$ 的牛顿迭代格式，并求 $\sqrt[3]{411.791}$ 的近似值，要求计算结果保留小数点后 3 位。

2. 用列主元素法解线性方程组，要求计算结果保留小数点后 3 位。

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 13 \\ 12x_1 - 3x_2 + 3x_3 = 45 \\ 4x_2 + 3x_3 = -3 \end{cases}$$

3. 设方程组 $\begin{cases} x_1 + 0.4x_2 + 0.4x_3 = 1 \\ 0.4x_1 + x_2 + 0.8x_3 = 2 \\ 0.4x_1 + 0.8x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$ ，试判断解此方程组的雅可比迭代法及高斯-赛德尔

迭代法的收敛性，并用能够收敛的方法进行计算，初值 $x_0^{(0)}=0, x_1^{(0)}=0, x_2^{(0)}=0$ ，要求计算结果保留小数点后 3 位。

4. 已知单调连续函数 $y=f(x)$ 的如下数据，若用插值法计算， x 约为多少时 $f(x)=1$ ，要求计算结果保留小数点后 3 位。

x_i	-0.11	0.00	1.50	1.80
$f(x_i)$	-1.23	-0.10	1.17	1.58

5. 用龙贝格方法计算积分 $I = \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ ，使其具有 6 位有效数字。具体函数值可以参考下表数据。

x	0	1/8	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	7/8	1
$f(x)$	1	0.9973978	0.9896158	0.9767267	0.9588510	0.9361556	0.9088516	0.8771925	0.8414709

6. 用 Euler 法、隐式欧拉法、梯形法求解初值问题，取 $h=0.1$ ，计算到 $x=0.5$ ，要求计算结果保留小数点后 5 位。

$$\begin{cases} y' = y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}, \quad 0 \leq x \leq 0.5$$