

## 2018 级计算机学院《数值分析》期末试卷 B 卷

座位号 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

注意: ① 答题方式为闭卷。 ② 可以使用计算器。  
③ 请将所有答案答在答题纸上, 不要在试卷上答题。

## 一、填空题 (每空 2 分, 共 40 分)

1.  $\cos x = 0.6\dots$ , 要使  $\cos x$  的相对误差不大于 0.01%, 则  $\cos x$  要取【 】位有效数字。
2. 用最小刻度为米的测量工具测得某长方形场地的长  $a=1000$  米, 宽  $b=500$  米, 则根据测量数据计算出的场地面积有【 】位有效数字, 相对误差为【 】%。
3. 计算  $y = \frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{n^3} + \dots$ , 总误差要求为  $10^{-5}$ , 则计算中的最后一项为  $\frac{1}{\text{【 】}^3}$ , 计算的每一项保留到小数点后【 】位。
4. 用迭代法求方程  $x^3 + 2x^2 - 4 = 0$  的**正数**解, 取初值  $x_0 = 1.1$ , 有

$$\text{迭代公式 A: } x = 2 \sqrt{\frac{1}{x+2}};$$

$$\text{迭代公式 B: } x = x - \frac{x^3 + 2x^2 - 4}{3x^2 + 4x}$$

$$\text{迭代公式 C: } x = x^3 + 2x^2 + x - 4$$

其中最好的迭代计算公式是迭代公式【】, 要使迭代解有 5 位有效数字, 预计需要迭代【】次。

5. 用牛顿迭代法求解方程组  $\begin{cases} 2x^2 - 4y - 2 = 0 \\ 3xy + 2x - 2 = 0 \end{cases}$  的根, 选取初值  $(x_0, y_0) = (0, 0)$ , 第一次迭代后的值  $(x_1, y_1) = \text{【 】}$ 。
6. 选取了初值  $X^{(0)}$  的线性方程组  $F(X) = 0$ , 其同伦方程组  $H(X, t) (t \in [0, 1])$  满足的两个条件是:
  - (1)  $H(X^{(0)}, t) = 0$
  - (2) 【】。

7. 用平方根消元法解线性方程组  $\begin{cases} 4x + 2y + 5z = 12 \\ 2x + 2y + 2z = 10 \\ 5x + 2y + 10z = 1 \end{cases}$ , 则消元后  $k_1 = \text{【】}$ ,  $u_{23} = \text{【】}$ 。

8. 线性方程组  $AX = B$  的系数矩阵  $A = \begin{bmatrix} 10 & a & 0 \\ 4 & 10 & 2 \\ 0 & a & 5 \end{bmatrix}$ ,  $|A| \neq 0$ , 用雅克比迭代法计算该线性方程组的解, 迭代收敛的充分必要条件是  $a \in \text{【】}$ 。

9. 设 10 维向量  $X = (-3, -2, \dots, 5, 6)$ ,  $Y = (1, 2, \dots, 9, 10)$ , 则  $\|X^T Y\|_1 = \text{【】}$ ,  $\|X^T Y\|_\infty = \text{【】}$ 。

10. 已知  $n=5$  时的牛顿-科特斯系数  $c_0^{(5)} = \frac{19}{288}$ ,  $c_3^{(5)} = \frac{25}{144}$ , 函数  $f(x)$  在区间  $[0, 1]$  上的一些数值如下:

$x$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$f(x)$	0	0.00017	0.00040	0.00260	0.00995	0.01005

则用  $n=5$  的牛顿-科特斯求积公式计算的  $\int_0^1 f(x) dx \approx$  【】。

11. 计算积分  $I = \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ , 要求截断误差不超过  $0.5 \times 10^{-5}$ , 若用复化辛卜生公式, 区间  $[0,1]$

应分 【】 等分。 注: 辛卜生公式  $R = -\frac{h^5}{90} f^{(4)}(\xi)$

12. 要使求积公式  $\int_{-1}^1 f(x) dx \approx [4f(-1) - 2f(0) + Af(1)]/3$  具有较高的代数精确度, 参数  $A =$  【】, 此时该求积公式具有 【】 次代数精确度。

13. 下表是每隔 5 年的美国人口数量统计,

年	1980	1985	1990	1995	2000
人口数量(万)	22723	23792	24962	26623	28216

用等距节点下的牛顿基本差商公式估算 1982 年的人口数量, 最好用牛顿 【】 (填前或后) 插公式。

14. 设  $f(x) = 6x^5 + 8x^3 - 16x + 1$ , 则差商  $f[2, 4, 6, 8, 10, 12, 14] =$  【】。

注: 以下计算题每题 10 分

## 二、计算题 (共 60 分)

1. 用 Newton 法求解方程  $x \ln x = 2$  在实数范围内的所有解。(计算过程和结果均保留到小数点后 4 位)。

2. 用全主元素法解方程组  $AX=B$ , 其中  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ 。

3. 用带松弛因子  $\omega=1.05$  的逐次松弛法解下面的线性方程组, 要求初值取  $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 1$ , 计算过程中保留到小数点后 4 位, 计算到相邻两次迭代值的误差  $\|X^{(k+1)} - X^{(k)}\|_{\infty} < 0.01$  为止。

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

4. 已知函数  $f(x)$  在下列点的函数值, 求  $f(x) = 0$  在区间  $[100, 500]$  上的解。(要求用二次拉格朗日插值计算, 并估计方法误差, 计算结果保留小数点后 2 位)

$x$	100	150	200	250	300	350	400	450	500
$f(x)$	-60	-40	-20	-10	20	40	60	120	200

5. 某汽车从甲地行驶到乙地, 不同时刻  $t$  的总油耗 ( $L$ ) 以及瞬时油耗 ( $L/h$ ) 如下表:

时刻 $t(h)$	0	3	5
总油耗( $L$ )	0	18	36
瞬时油耗( $L/h$ )	6.5	7	

根据上表的所有数据信息估算  $t=4h$  时的总油耗和瞬时油耗 (计算过程保留小数点后 3 位)。

6. 用龙贝格求积方法计算积分  $\int_0^1 \frac{2}{x^2+1} dx$ , 要求稳定到小数点后 4 位。

## 2018 级计算机学院《数值分析》期末试卷 B 卷答题纸

座位号 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 成绩 \_\_\_\_\_

### 一、填空题

1. 【\_\_\_\_\_】。
2. 【\_\_\_\_\_】; 【\_\_\_\_\_】。
3. 【\_\_\_\_\_】; 【\_\_\_\_\_】。
4. 【\_\_\_\_\_】; 【\_\_\_\_\_】。
5. 【\_\_\_\_\_】。
6. 【\_\_\_\_\_】。
7. 【\_\_\_\_\_】; 【\_\_\_\_\_】。
8. 【\_\_\_\_\_】。
9. 【\_\_\_\_\_】; 【\_\_\_\_\_】。
10. 【\_\_\_\_\_】。
11. 【\_\_\_\_\_】。
12. 【\_\_\_\_\_】; 【\_\_\_\_\_】。
13. 【\_\_\_\_\_】。
14. 【\_\_\_\_\_】。

### 二、计算题: