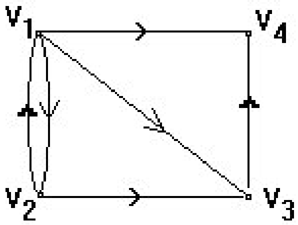
一、填空15%（每空3分）

1、设G为9阶无向图，每个结点度数不是5就是6，则G中至少有 ____ 个5度结点。

2、n阶完全图，K_n的点数X (K_n) = ____________ 。



3、有向图 中从v_1到v_2长度为2的通路有 _____ 条。

4、设[R，+，·]是代数系统，如果①[R，+]是交换群 ②[R，·]是半群

③ ____________________________ 则称[R，+，·]为环。

5、设$[L,\otimes,\oplus]$是代数系统，则$[L,\otimes,\oplus]$满足幂等律，即对$\forall a \in L$有 ________ 。

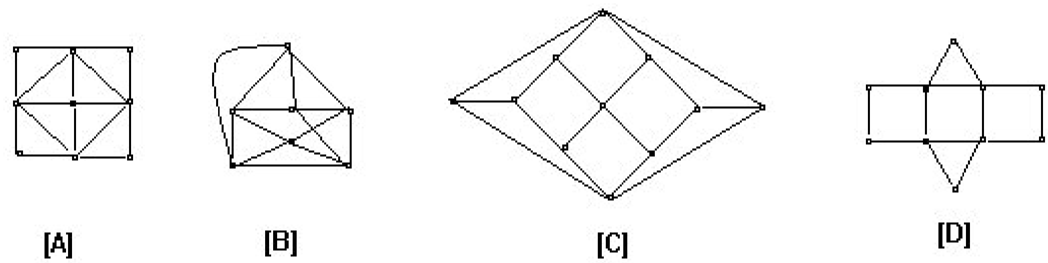
二、选择15%（每小题3分）

1、 下面四组数能构成无向简单图的度数列的有（　　　）。

A、（2，2，2，2，2）；　　　B、（1，1，2，2，3）；

C、（1，1，2，2，2）；　　　D、（0，1，3，3，3）。

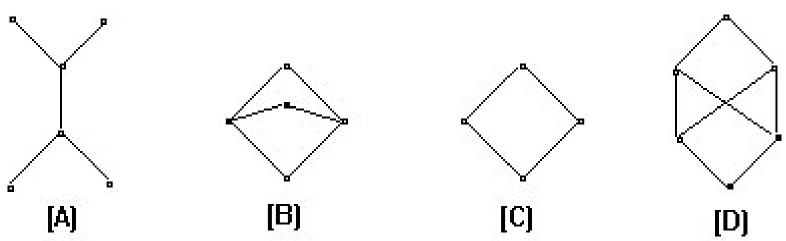
2、 下图中是哈密顿图的为（　　）。



3、 如果一个有向图D是强连通图，则D是欧拉图，这个命题的真值为（　）

A、真；　B、假。

4、 下列偏序集（　　）能构成格。



5、 设$s=\{1,\frac{1}{2},2,\frac{1}{3},3,\frac{1}{4},4\}$，*为普通乘法，则[S，*]是（）。

A、代数系统； B、半群； C、群； D、都不是。

三、证明 48%

1、（10%）在至少有2个人的人群中，至少有2 个人，他们有相同的朋友数。

2、（8%）若图G中恰有两个奇数度顶点，则这两个顶点是连通的。

3、（8%）证明在6个结点12条边的连通平面简单图中， 每个面的面数都是3。

4、（10%）证明循环群的同态像必是循环群。

5、（12%）设$[B,\times,+,^{-},0,1]$是布尔代数，定义运算*为$a*b=(a\times\bar{b})+(\bar{a}\times b)$，

求证[B，*]是阿贝尔群。

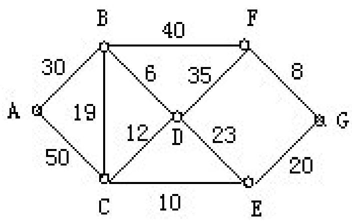
四、计算22%

1、在二叉树中

1） 求带权为2，3，5，7，8的最优二叉树T。（5分）

2） 求T对应的二元前缀码。（5分）

2、 下图所示带权图中最优投递路线并求出投递路线长度（邮局在D点）。



一、填空（15%）每空3 分

1、 6；2、n；3、2；4、+对·分配且·对+分配均成立；5、$a\otimes a=a$ □ $a\oplus a=a$。

二、选择（15%）每小题3分

题目	1	2	3	4	5
答案	A,B	B,D	B	C	D

三、证明（48%）

1、（10分）证明：用n个顶点v_1，…，v_n表示n个人，构成顶点集V={v_1，…，v_n}，设

$E=\{uv \mid u,v \in V, \square \quad u,v \square\square\square \quad \square u \neq v \square\}$，无向图G=（V，E）

现证G中至少有两个结点度数相同。

事实上，（1）若G中孤立点个数大于等于2，结论成立。

（2） 若G中有一个孤立点，则G中的至少有3个顶点，既不考虑孤立点。设G中每个结点度数均大于等于1，又因为G为简单图，所以每个顶点度数都小于等于n-1，由于G中n顶点其度数取值只能是1，2，…，n-1，由鸽巢原理，必然至少有两个结点度数是相同的。

2、（8分）证：设G中两个奇数度结点分别为u，v。若 u，v不连通则至少有两个连通分支G_1、G_2，使得u，v分别属于G_1和G_2。于是G_1与G_2中各含有一个奇数度结点，与握手定理矛盾。因而u，v必连通。

3（8分）证：n=6,m=12 欧拉公式n-m+f=2知 f=2-n+m=2-6-12=8

由图论基本定理知：$\sum \deg(F)=2\times m=24$，而$\deg(F_i)\geq 3$，所以必有$\deg(F_i)=3$，即每个面用3条边围成。

4（10分） 证：设循环群[A，·]的生成元为a，同态映射为f，同态像为[f（A），*]，于是$\forall a^n,a^m \in A$都有$f(a^n\cdot a^m)=f(a^n)*f(a^m)$

对n=1有$f(a)=f(a)$

n=2, 有$f(a^2)=f(a\cdot a)=f(a)*f(a)=(f(a))^2$

若n=k-1时 有$f(a^{k-1})=(f(a))^{k-1}$

对n=k时，$f(a^k)=f(a^{k-1}\cdot a)=f(a^{k-1})*f(a)=(f(a))^{k-1}*f(a)=(f(a))^k$

这表明，f(A)中每一个元素均可表示为$(f(a))^n$，所以[f(A),*]为f(a) 生成的循环群。

5、证：

（1） 交换律：$\forall a,b\in B$ 有 $a*b=(a\times\overline{b})+(\overline{a}\times b)=(b\times\overline{a})+(\overline{b}\times a)=b*a$

（2） 结合律：$\forall a,b,c\in B$ 有

$$(a*b)*c=((a\times\overline{b})+(\overline{a}\times b))*c=(((a\times\overline{b})+(\overline{a}\times b))\times\overline{c})+\overline{((a\times\overline{b})+(\overline{a}\times b))}\times c$$
$$=(a\times\overline{b}\times\overline{c}+\overline{a}\times b\times\overline{c})+((\overline{a}+b)\times(a+\overline{b}))\times c$$
$$=a\times\overline{b}\times\overline{c}+\overline{a}\times b\times\overline{c}+(\overline{a}\times a+\overline{a}\times\overline{b}+b\times a+b\times\overline{b})\times c$$
$$=a\times\overline{b}\times\overline{c}+\overline{a}\times b\times\overline{c}+b\times a\times c+\overline{a}\times\overline{b}\times c$$
$$=a\times b\times c+a\times\overline{b}\times\overline{c}+\overline{a}\times b\times\overline{c}+\overline{a}\times\overline{b}\times c$$

而：

$$a*(b*c)=a*((b\times\overline{c})+(\overline{b}\times c))=(a\times\overline{(b\times\overline{c})+(\overline{b}\times c)})+((\overline{a}\times(b\times\overline{c})+(\overline{b}\times c))$$
$$=a\times(\overline{b}+c)\times(b+\overline{c})+\overline{a}\times b\times\overline{c}+\overline{a}\times\overline{b}\times c$$
$$=a\times b\times c+a\times\overline{b}\times\overline{c}+\overline{a}\times b\times\overline{c}+\overline{a}\times\overline{b}\times c$$

$\therefore (a*b)*c=a*(b*c)$

（3） 幺：$\forall a\in B$有

$a*0=(a\times\bar{0})+(\bar{a}\times 0)=a+0=a \quad 0*a=(0\times\bar{a})+(\bar{0}\times a)=0+a=a$

$\therefore 0$□ $[B$□$*]$□□ □

（4） 逆：$\forall a\in B \;\; a*a=(a\times\bar{a})+(\bar{a}\times a)=0+0=0$

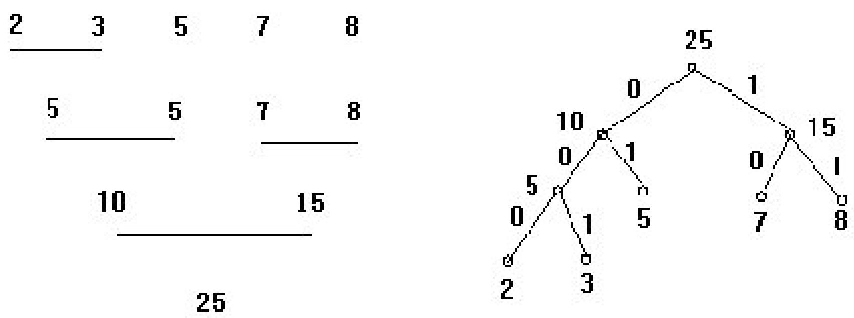
$\therefore a$□ a□□□ □

综上所述：[B，*]是阿贝尔群。

四、计算（22%）

1、（10分）

（1）（5分）由Huffman方法,得最佳二叉树为：



（2）（5分）最佳前缀码为：000，001，01，10，11

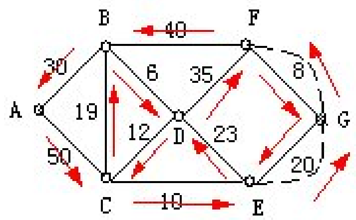
2、（12分）

图中奇数点为E、F， d(E)=3,d(F)=3,d(E,F)=28 p=EGF

复制道路EG、GF，得图G'，则G'是欧拉图。

由D开始找一条欧拉回路：DEGFGEBACBDCFD。

道路长度为：



35+8+20+20+8+40+30+50+19+6+12+10+23=281。