1.（10 分）直线 $L$ 在平面 $\pi: x+y+z+1=0$ 上，且与直线 $L_1:\begin{cases} x-2z=0 \\ y+z-3=0 \end{cases}$ 垂直相交，求直线 $L$ 的方程.

2.（20 分）（1）设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $\dfrac{x}{z}=\ln\dfrac{z}{y}$ 确定的隐函数，求 $dz$.

（2）设 $z=z(x,y)$ 二次连续可微，$\begin{cases} u=x+y, \\ v=x-y. \end{cases}$ 证明：$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=4\dfrac{\partial^2 z}{\partial u \partial v}$.

3.（20 分）计算下列积分：

（1）$\iint\limits_D \dfrac{dxdy}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$，其中 $D$ 是 $(x+1)^2+y^2=1\ (y\ge 0)$ 与 $y=-x$ 所围的有界区域.

（2）$\iiint\limits_V x^2 dxdydz$，其中 $V$ 是平面 $x+y+z=1$ 与三个坐标面所围成的区域.

（3）曲线积分 $\int_L xds$ 和 $\int_L xdy$，其中曲线 $L: y=x^2\ (-1\le x\le 1)$，其定向为 $x:-1\to 1$.

4.（10 分）求函数 $f(x,y)=2x^2-xy+y^2$ 在 $(1,-2)$ 的 Taylor 展开式.

5.（10 分）证明：$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & x^2+y^2\ne 0, \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$ 在 $(0,0)$ 不可微.

6.（10 分）设 $D$ 为平面上的有界闭区域，$u(x,y)$ 在 $D$ 上连续且存在偏导数. 证明：若 $\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial y}=u,\ u\big|_{\partial D}=0$，则 $u$ 在 $D$ 上恒为零.

7.（10 分）设函数 $f(x,y)$ 当 $y=x^2$ 且 $x\ne 0$ 时取值为 1，否则取值为 0. 证明：$f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 沿任一方向的方向导数都存在，但 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 不连续.

8.（10 分）证明下列命题：

（1）设 $f(x,y)$ 在 $(x_0,y_0)$ 的邻域 $U$ 上有定义. 若 $f(x,y_0)$ 在 $x=x_0$ 连续，且存在 $M>0$，使得 $\forall (x,y)\in U$，$\left|f_y(x,y)\right|\le M$，则 $f(x,y)$ 在 $(x_0,y_0)$ 连续.

（2）设 $f(x,y)$ 在凸区域 $D\subset \mathbb{R}^2$ 上有定义。若存在 $M>0$，使得 $\forall (x,y)\in D$，$\left|f_x(x,y)\right|\le M$，$\left|f_y(x,y)\right|\le M$，则 $f(x,y)$ 在 $D$ 上一致连续.