装 订 线

课程编号：MTH07035　　北京理工大学 2017-2018 学年第一学期

2016 级离散数学期末试题（A 卷）

班级________ 学号________ 姓名________ 成绩________

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	总分
得分									

1. 选择题（共 10 题，每题 1 分）

1) Z, Q, R 分别为整数、有理数、实数集. +, • 是普通加法和乘法. 则下面哪个命题是假的？ (　　)

A. <Z,+>, <Q,+>, <R,+>是半群.

B. <Z,+ , • >, <Q,+ , •>, <R,+ , • >是整环

C. <Z,+>, <Q,+>, <R,+>是群

D. <Z,+ , • >, <Q,+ , • >, <R,+ , • >是域

2) 令 $S=\{a,b\}$，S 上有 4 个二元运算：*，∘，• 和×，运算表如下，以下哪个命题是正确的？ (　　)

*	a	b
a	b	a
b	b	a

∘	a	b
a	a	b
b	b	a

•	a	b
a	a	a
b	a	b

×	a	b
a	b	b
b	b	a

A. *在 S 上满足交换律，结合律，无零元

B. ∘在 S 上满足交换律，幂等律，有单位元

C. • 在 S 上满足交换律，幂等律，有零元

D. × 在 S 上满足交换律，结合律，无单位元

3) 设 G 为 11 阶群，其生成元有多少个？ (　　)

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 5 个　　D. 10 个

4) 设 Z_8 为模 8 整数加群. 以下哪个是 Z_8 的子群？ (　　)

A. $\langle\{0,2,4\},\oplus\rangle$　　B. $\langle\{0,2\},\oplus\rangle$

C. $\langle\{0,2,4,6\},\oplus\rangle$　　D. $\langle\{1,3,5\},\oplus\rangle$

5) 设 L 是任意的格，则对$\forall a,b,c\in L$，下面命题一定为真的有哪些？ (　　)

① $a\vee(a\wedge b)=a$;　　② $a\preccurlyeq b\Leftrightarrow a\wedge b=a\Leftrightarrow a\vee b=b$;

③ $a\vee(b\wedge c)=(a\vee b)\wedge(a\vee c)$;　　④ $a\vee a=a$.

A. ①，②，④　　B. ②，③，④　　C. ①，③，④　　D. 全部

6) 设 G 是有 6 个顶点的完全图，则从 G 中删除多少条边后可以得到树？ (　　)

A. 6　　B.9　　C. 10　　D. 15

7) 已知连通平面图 G 的阶数为 5，边数为 7，则其面数为多少？ (　　)

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

8) 边数为 3 的 4 阶非同构简单图有几个？ (　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

9) 6 阶平面二部图最多有多少条边？ (　　)

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

10) 彼得松图的边连通度为多少？ (　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

2. 判断题（共 10 题，每题 1 分，真为"T"，假为"F"）

1) 有限格一定是有界格. 无限格一定是无界格. (　　)

2) 设 G 是群，H 是 G 的子群. 则对于 G 中任一元素 g，若单位元 e 属于 gH，则 $gH=H$. (　　)

3) 设 $a^p\equiv 1 \pmod p$. 则存在整数 s,t 使得 $sp+ta=1$. (　　)

4) 设 G 是群，a 是 G 中元素，则$|a| = |\langle a\rangle|$. (　　)

5) 设 R 是整环，$R^*=R-\{0\}$. 若对$\forall a\in R^*$，都有$a^{-1}\in R$，则称 R 是域. (　　)

6) 存在 8 阶自补图。 (　　)

7) 有割点的连通图可能为哈密顿图。 (　　)

8) 设无向图 G 顶点数为 v，若 G 的边数为 v-1，则 G 是树。 (　　)

9) 平面图的对偶图是连通图。 (　　)

10) 当 n 为奇数时，n 阶完全图既是欧拉图，又是哈密顿图。 (　　)

3. 填空题（共 10 题，每题 3 分）

1) 设 G 是群，$a,b\in G$ 是有限阶元，$|a|=r$，$|b|=s$，则$|b^{-1}ab|=$____________。

2) 设群 $G=<P(\{a,b\}),\oplus>$，其中 $\oplus$ 为对称差. 解群方程 $X\oplus\{a,b\}=\{b\}$，则 $X=$__________。

3) 同余方程 $13d\equiv1(\mathrm{mod}\ 60)$的最小正整数解为____________。

4) 7^{300}的十进制表示中最低两位数是____________。

5) 一个圆环上等距地镶有 6 颗珠子，每颗珠子可以是红、蓝、黄三种颜色，则不同的镶嵌方案数为____________。

6) 设无向图 G 有 6 条边，3 度和 5 度顶点各 1 个，其余均为 2 度顶点，则 G 有____________个顶点。

7) 树叶带权分别为 2,2,3,3,5 的最优 2 叉树的权为____________。

8) 设图$D=\langle V,E\rangle, V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$，若$D$的邻接矩阵$A=\begin{bmatrix}0&1&0&0\\1&0&1&1\\1&1&0&0\\1&0&0&0\end{bmatrix}$，则从 v_3 到 v_2 长度为不超过 3 的通路有____________条。

9) 波兰表达式`/-*2+357-62` 的运算结果为____________（叶结点均为 1 位整数）。

10) 2n 阶轮图(n>1)的点色数为______，面色数为______，边色数为_______。

4. （10 分）设$<Z_{18},\oplus>$为模 18 整数加法群：

1）求元素 14 的阶；

2）求出所有的生成元；

3）求出所有的子群，并画出子群格。

5. （10 分）某二进制的码字 $x=x_1x_2x_3\ldots x_7$，其中 $x_1x_2x_3x_4$ 数据位，$x_5x_6x_7$ 是校验位，并且满足：

$x_5=x_1\oplus x_2\oplus x_3$ $x_6=x_1\oplus x_2\oplus x_4$ $x_7=x_1\oplus x_3\oplus x_4$，其中 $\oplus$ 是模 2 加法。

设 C 是所有这样的码字构成的集合，在 C 上定义二元运算：

$\forall x,y\in C, x\circ y=z_1z_2z_3\ldots z_7$， $z_i=x_i\oplus y_i$, $i=1\sim7$

证明：$<C,\circ>$构成群。

6. （10 分）设无向图 G 为欧拉图，证明 G 中无桥。

7. （10 分）英语文本中各字母出现的频率如下图所示：

A	0.0817	N	0.0662
B	0.0145	O	0.0781
C	0.0248	P	0.0156
D	0.0431	Q	0.0009
E	0.1232	R	0.0572
F	0.0209	S	0.0628
G	0.0182	T	0.0905
H	0.0668	U	0.0304
I	0.0689	V	0.0102
J	0.0010	W	0.0264
K	0.0080	X	0.0015
L	0.0397	Y	0.0211
M	0.0277	Z	0.0005

现取其中 A、C、E、I、L、N、R、S、T、X 十个字母，利用 Huffman 算法生成最佳 2 元前缀码，画出对应的最优 2 叉树并尝试破译密文

010010101001011110

提示：若想破译密文，结点位置需严格按照大小顺序排列。

8. （10 分）设 G 是群. H 是 G 的子群. 在 G 上定义如下二元关系：$g_1\sim g_2$ 当且仅当存在$h\in H$使得$g_1=g_2h$.

证明：$\sim$是 G 上的等价关系.