Optimalna strategija med črpanjem in skladiščenjem surove nafte

1. Definicije

1.1 Strategija je vektor φ_t, odvisen od časa t ∈ [0, T], ki je definiran kot:

$$\varphi_t = (q_t^s, q_t^{v,s}) \in [0, K_0] \times [0, Q_t^S]$$

1.2 Dopustna množica strategije A je podana kot:

$$A = \{ q_t^v \geq 0, q_t^s \geq 0, 0 \leq q_t^{v,s} \leq Q_t^s, q_t^v + q_t^s = K_0, 0 \leq Q_t^S, t \geq 0 \}$$

Opredelimo lahko funkcije izplačil in stroškov našega optimizacijskega problema.

Korist, ki izhaja iz prodaje, je podana kot:

$$G_t^v = (q_t^{v,s} + K_0 - q_t^s) \cdot p_t^v$$

Stroški naše strategije so podani kot:

$$C_t = K_0 \cdot K_1 + \lambda Q_t^s,$$

kjer λQ_t^s, predstavlja stroške skladiščenja, za katere se lahko domneva, da so sorazmerni s Q^s (tj. celotna količina, ki je shranjena in tako na voljo v času t).

2. Opis problema

V projektni nalogi bomo iskali optimalno strategijo med črpanjem in skladiščenjem surove nafte v daljšem časovnem obdobju.

Proizvajalec nafte se mora odločiti, kolikšen delež pridobljene nafte bo prodal in kolikšen skladiščil. To optimalno operativno strategijo je treba izvajati dnevno, pri tem pa upoštevati fizične, operativne in finančne omejitve, kot so: zmogljivost skladiščenja, trenutna cena surove nafte, količina, ki je na voljo za morebitno črpanje, ali najvišji znesek, ki ga je mogoče vložiti v času t za izbiro črpanja.

Za vsak čas t se sprašujemo, ali je bolj optimalno nafto prodati ali povečati zaloge.

3. Spremenljivke, pogoji in omejitve

Naj bo (Ω, F, P) filtriran verjetnostni prostor, T pa nefiksirano končno časovno obdobje. Naš nabor spremenljivk je naslednji:

- q_t^v … količina, izčrpana v času t in prodana na trgu v času t
- q_t^s … količina, izčrpana v času t in skladiščena v času t
- $q_t^{v,s}$ … količina, prodana na trgu v času t, ki je bila pred tem skladiščena
- Q_t^s … celotna količina, ki je shranjena in tako na voljo v času t
- Q_t^v … skupna prodana količina v času t
- p_t^s … stroški skladiščenja
- P_t … prodajna cena v času t
- q_t^e … količina, izčrpana v času t
- p_t^e … stroški črpanja ene enote sodov
- Q^D … skupna količina, ki je na voljo za črpanje
- Q^S … skupna količina, ki jo lahko shranimo

Pogoji, omejitve:

<u>P1</u>: $Q_t^v = q_t^v + q_t^{v,s}$

<u>P2</u>: $d\, P_t = \mu P_t\, dt + \sigma P_t\, dB_t$, kjer B je F_t-standardno Brownovo gibanje

<u>O1</u>: V času t > 0 ne morem shraniti več kot smo izčrpali: $q_t^s \leq q_t^e$

<u>O2:</u> Izčrpana količina v času t je enaka vsoti prodane količine in shranjene količine v času t: $q_t^e = q_t^s + q_t^v \leq K_0 \epsilon \mathbb{R}$

<u>O3:</u> Ne moremo izčrpati več od rezerve: $\int_0^t q_u^e\, du \leq Q^D$

Poseben primer (naš problem v prvi optimizacijski nalogi):
Če predpostavimo, da vedno izčrpamo enako količino K_0 (torej $q_t^e = K_0$ za vsak $t \in [0, T]$), potem velja: $T \cdot K_0 \leq Q^D$

<u>O4:</u> Ne moremo shraniti več, kot nam to dopušča naša infrastruktura Q^S:
$Q_t^s \leq Q^S$ za vsak t > 0

<u>O5:</u> Skupni stroški so končni in so enaki: $N\, p_t^e + p_t^s = K_0 \cdot K_1 + q_t^s \cdot K_2 \leq \infty$, kjer je N število enot sodov.

O6: V času t ne moremo prodati količine, ki je višja od naše trenutne zaloge:

$q_t^{v,s} \leq q^S$ za vsak t > 0 in

$Q_t^s \geq 0$ za vsak t > 0

O7: Skupna količina zalog Q^S na voljo v času t: $Q_t^S = \int_0^t (q_s^s - q_s^{v,s})\, ds$

Predpostavljamo, da stroški skladiščenja niso konstantni in so odvisni od količine nafte, ki je bila v času t že skladiščena. Kolikor več nafte je shranjene, toliko večji so stroški skladiščenja. Stroški skladiščenja p_t^s so modelirani z deterministično naraščajočo funkcijo glede na skupno količino (Q_t^s), ki je že skladiščena v času t: $p_t^s = c_s(Q_t^s)$.