

# Chapitre 10 - Les arbres

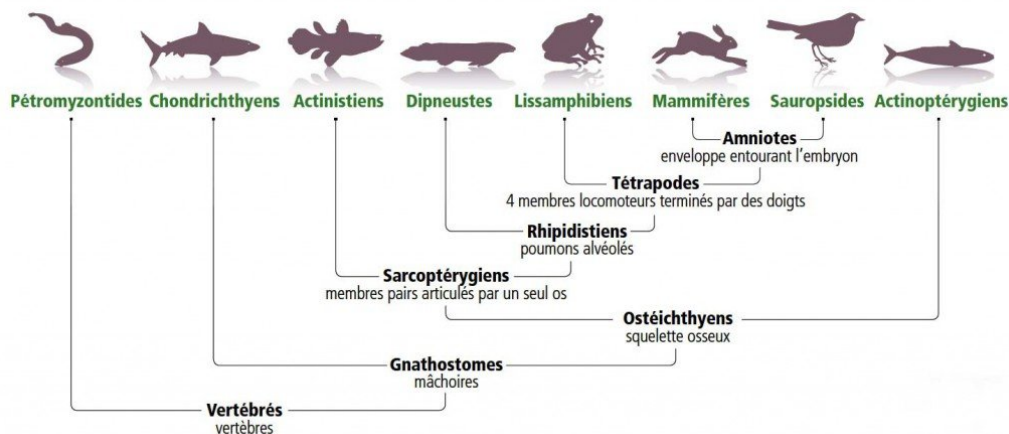
## Objectifs :

- ▷ Identifier des situations nécessitant une structure de données arborescente.
- ▷ Connaître le vocabulaire des arbres : noeud, racine, feuille, hauteur, taille, ..., etc.
- ▷ Évaluer quelques mesures des arbres binaires (taille, encadrement de la hauteur, etc.).

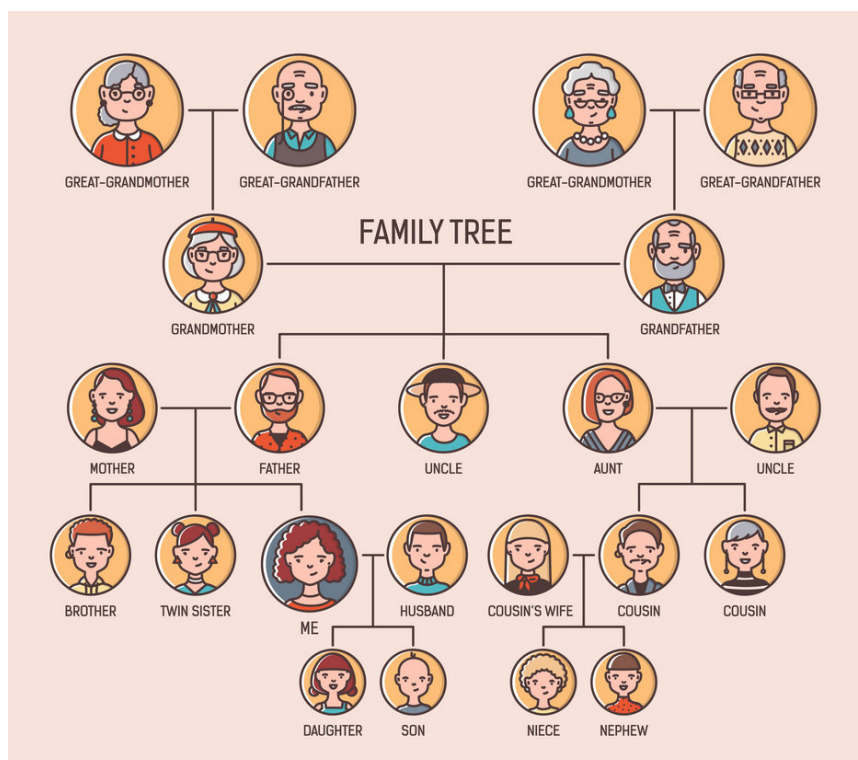
## 1 Introduction

Il n'existe pas seulement une façon **linéaire** de structurer les données comme avec les listes, les piles ou les files. Nous pouvons également structurer des données de façon **hiérarchique**.

Par exemple, lorsqu'on utilise un **arbre de classification des animaux** :

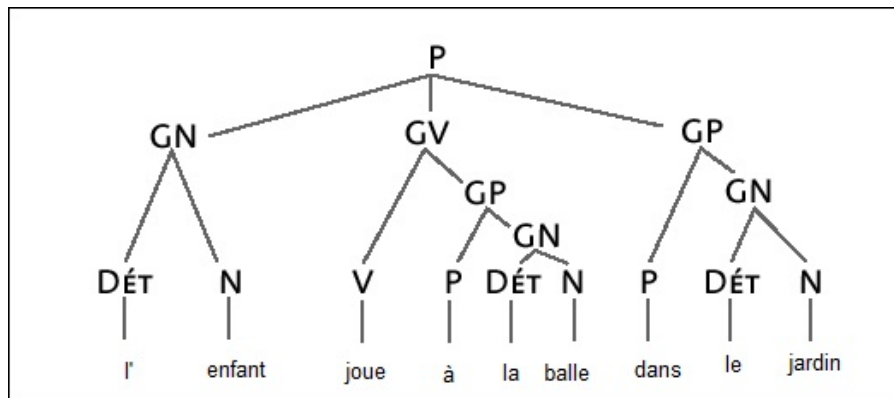


Ou encore, lorsqu'on crée le très classique **arbre généalogique** :

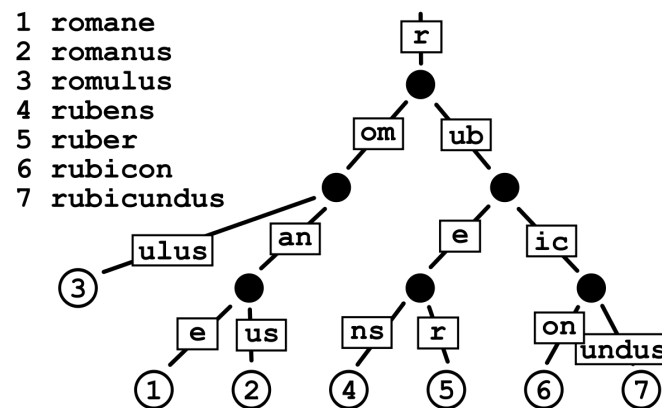


Parfois, on utilise même ce mode de représentation graphique pour l'apprentissage d'une langue.

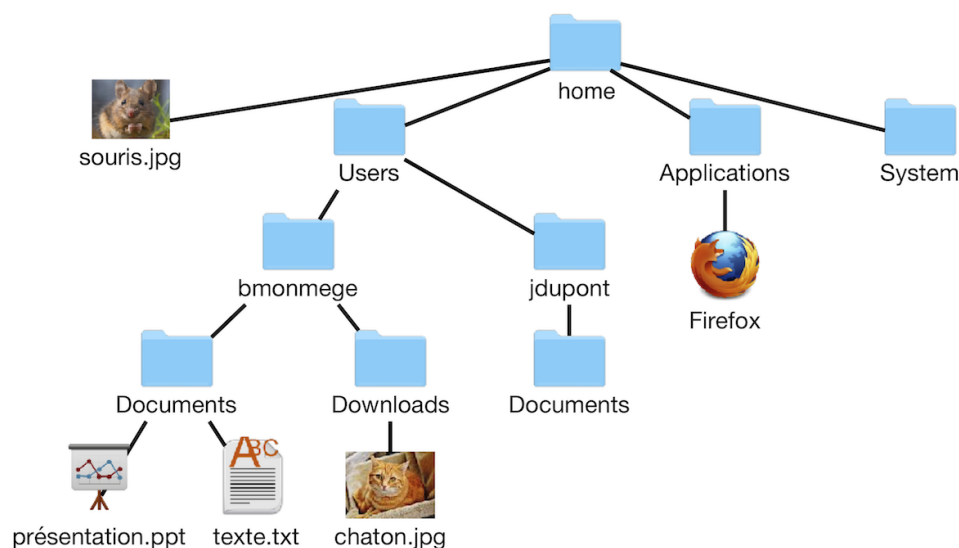
Un **arbre syntaxique** représente l'analyse d'une phrase à partir de règles de grammaire. Par exemple :



Il existe aussi des **arbres lexicographiques**. Appelé aussi **dictionnaire**, il représente un ensemble de mots. Les préfixes communs à plusieurs mots apparaissent une seule fois dans l'arbre.

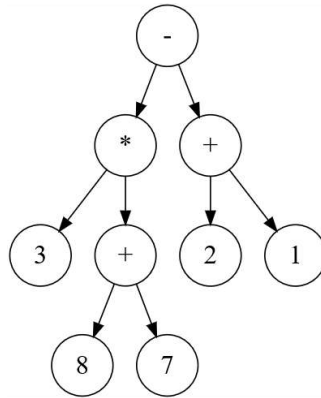


Dans les systèmes d'exploitation (*Windows*, *MacOS*, *Linux*), le disque dur est représenté et organisé suivant une **arborescence** comme ci-dessous :



On peut également représenter les **expressions arithmétiques** par des arbres étiquetés par des opérateurs, des constantes et des variables.

La structure de l'arbre rend compte de la priorité des opérateurs et rend inutile tout parenthésage.



Quelle est l'expression arithmétique représentée par cet arbre ?

Réponse :

En utilisant le même principe, représenter l'expression suivante :

$$\left(\frac{y}{2} - t\right) \times (75 + z)$$

Réponse :

Les arbres sont très utilisés en informatique, d'une part parce que les informations sont souvent **hiérarchisées** et peuvent se représenter naturellement sous une forme arborescente, et d'autre part, parce que les structures de données arborescentes permettent de stocker des données **volumineuses** de façon que leur accès soit **efficace**.

## 2 Notions générales sur les arbres

On peut considérer un arbre comme une généralisation d'une liste car les listes peuvent être représentées par des arbres. Plutôt que de chercher à définir ce qu'est un arbre, nous observerons quelques schémas :



FIGURE 1 – Représentation graphique d'une forêt



FIGURE 2 – Représentation graphique d'un arbre

Attention, la représentation graphique ci-dessous n'est pas celle d'un arbre car il existe un chemin d'un sommet vers lui-même (appelé un cycle).



FIGURE 3 – Représentation graphique d'un cycle

Lorsqu'un sommet se distingue des autres, on le nomme **racine** de l'arbre et celui-ci devient alors une **arborescence** (par la suite on utilisera le mot arbre pour une arborescence).

Les 3 arbres ci-dessous représentent la même structure, cependant pour deux d'entre eux, un sommet peut être désigné comme racine.

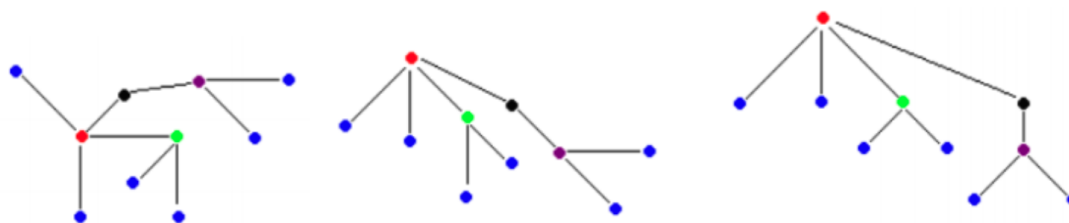


FIGURE 4 – Racines d'un arbre

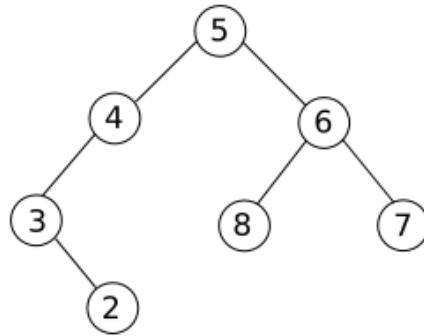
Lorsqu'on dessine un arbre, on a l'habitude de le représenter avec la tête en bas, c'est-à-dire que **la racine est tout en haut**, et les nœuds fils sont représentés en dessous du nœud père.

### 3 Définitions et vocabulaire

#### 3.1 Etiquette

##### A retenir !

Un arbre dont tous les nœuds sont nommés est dit étiqueté. L'**étiquette** (ou nom du sommet) représente la **valeur** du nœud ou bien l'**information associée au nœud**.

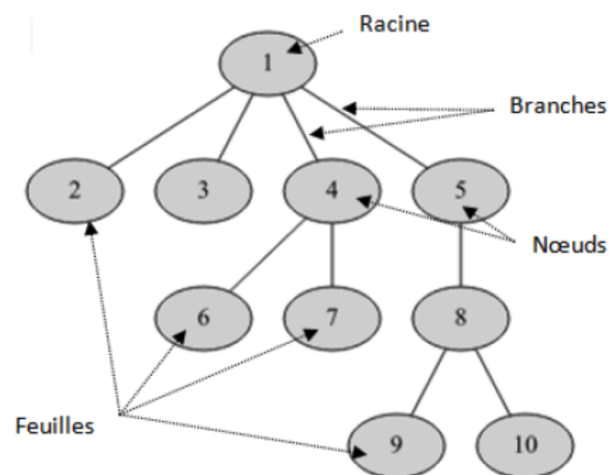


Ci-dessus un arbre étiqueté avec les entiers entre 2 et 8.

#### 3.2 Racine, nœud, branche, feuille

##### A retenir !

- ▷ Un arbre est un ensemble organisé de **nœuds** dans lequel chaque nœud a un père, sauf un nœud que l'on appelle la **racine**.
- ▷ Si le nœud n'a pas de fils, on dit que c'est une **feuille**.
- ▷ Les nœuds sont reliés par des **branches**.

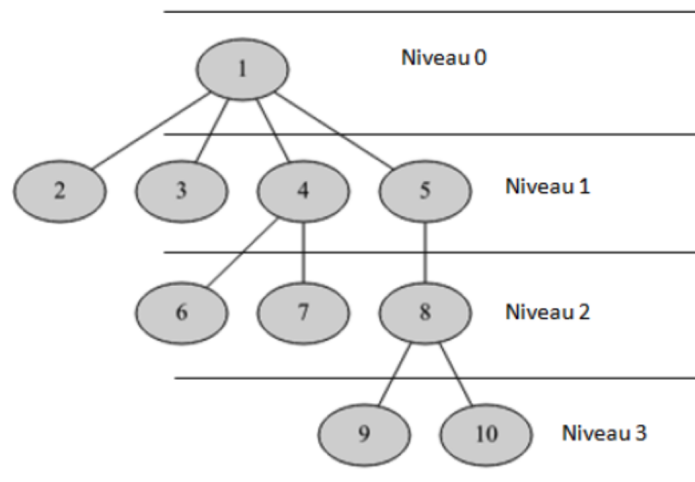


### 3.3 Hauteur d'un noeud

#### A retenir !

La **hauteur** (ou **profondeur** ou **niveau**) d'un nœud X est égale au nombre d'arêtes qu'il faut parcourir à partir de la racine pour aller jusqu'au nœud X.

Par convention, la hauteur (ou profondeur) de la racine est égale à 0. Mais attention, la définition de la hauteur d'un nœud varie en fonction des auteurs. Pour certains, la racine a une hauteur de 1.



Dans l'exemple ci-dessus la hauteur du nœud 9 est de 3 et celle du nœud 7 est de 2.

#### A retenir !

La hauteur (ou profondeur) d'un arbre est égale à la profondeur du nœud le plus profond.

Dans notre exemple, le nœud le plus profond est de profondeur 3, donc l'arbre est de profondeur 3.

**Question 1 :** Déterminer les profondeurs des arbres de l'introduction :

#### Réponses :

- ▷ Arbre de classification :
- ▷ Arbre généalogique :
- ▷ Arbre syntaxique :
- ▷ Arbre lexicographique :
- ▷ Arborescence de disque dur :

### 3.4 Taille d'un arbre

#### A retenir !

La **taille** d'un arbre est égale au nombre de nœuds de l'arbre.

Dans notre exemple, l'arbre contient 10 nœuds, sa taille est donc de 10.

**Question 2 :** Déterminer les tailles des arbres de l'introduction :

Réponses :

- ▷ Arbre de classification :
- ▷ Arbre généalogique :
- ▷ Arbre syntaxique :
- ▷ Arbre lexicographique :
- ▷ Arborescence de disque dur :

### 3.5 Remarques

Le vocabulaire de lien entre nœuds de niveaux différents et reliés entre eux est emprunté à la **généalogie**.

Dans l'exemple précédent :

- ▷ 8 est le parent de 9 et de 10
- ▷ 6 est un enfant de 4
- ▷ 6 et 7 sont des nœuds frères
- ▷ 5 est un ancêtre de 9
- ▷ 10 est un descendant de 5

Un arbre dont tous les nœuds n'ont qu'un seul fils est en fait une **liste**.

