

EINFÜHRUNG IN DIE QUANTENRECHNUNG

Bits und Qubits

Brian Benjamin Pomerantz und Henry Sebastian Graßhorn Gebhardt

P&GG Monotechnische Anstalt

2021 März 20 und 2021 April

1 Einfache Computadoras

- Mathematik
- Architektur

2 Computadora Cuántica: Eine schwarze Kunst

- Polarisationsexperiment
- Vektoren
- Messungen und Wahrscheinlichkeiten

1 Einfache Computadoras

- Mathematik
- Architektur

2 Computadora Cuántica: Eine schwarze Kunst

- Polarisationsexperiment
- Vektoren
- Messungen und Wahrscheinlichkeiten

1 Einfache Computadoras

- Mathematik
- Architektur

2 Computadora Cuántica: Eine schwarze Kunst

- Polarisationsexperiment
- Vektoren
- Messungen und Wahrscheinlichkeiten

In decimal notation,

$$1572_{10} = 1 \times 10^3 +$$

In decimal notation,

$$1572_{10} = 1 \times 10^3 + 5 \times 10^2 +$$

In decimal notation,

$$1572_{10} = 1 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 +$$

In decimal notation,

$$1572_{10} = 1 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

In decimal notation,

$$1572_{10} = 1 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

From binary to decimal,

$$\begin{aligned} 1001101_2 &= 1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^0 \\ &= 64 + 8 + 4 + 1 \\ &= 77_{10} \end{aligned}$$

In decimal notation,

$$1572_{10} = 1 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

From binary to decimal,

$$\begin{aligned} 1001101_2 &= 1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^0 \\ &= 64 + 8 + 4 + 1 \\ &= 77_{10} \end{aligned}$$

Going from decimal to binary notation,

$$\begin{aligned} 27_{10} &= 16 + 8 + 2 + 1 \\ &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 11011_2 \end{aligned}$$

Powers of two

$$2^0 = 1 \qquad \qquad \qquad = 000000001_2$$

$$2^1 =$$

$$2^2 =$$

$$2^3 =$$

$$2^4 =$$

$$2^5 =$$

$$2^6 =$$

$$2^7 =$$

$$2^8 =$$

Powers of two

$$2^0 = 1 \qquad = 000000001_2$$

$$2^1 = 2 \qquad = 000000010_2$$

$$2^2 =$$

$$2^3 =$$

$$2^4 =$$

$$2^5 =$$

$$2^6 =$$

$$2^7 =$$

$$2^8 =$$

Powers of two

$$2^0 = 1 \qquad \qquad \qquad = 000000001_2$$

$$2^1 = 2 \qquad \qquad \qquad = 000000010_2$$

$$2^2 = 4 \qquad \qquad \qquad = 000000100_2$$

$$2^3 =$$

$$2^4 =$$

$$2^5 =$$

$$2^6 =$$

$$2^7 =$$

$$2^8 =$$

Powers of two

$$2^0 = 1 \qquad = 000000001_2$$

$$2^1 = 2 \qquad = 000000010_2$$

$$2^2 = 4 \qquad = 000000100_2$$

$$2^3 = 8 \qquad = 000001000_2$$

$$2^4 =$$

$$2^5 =$$

$$2^6 =$$

$$2^7 =$$

$$2^8 =$$

Powers of two

$$2^0 = 1 \qquad = 000000001_2$$

$$2^1 = 2 \qquad = 000000010_2$$

$$2^2 = 4 \qquad = 000000100_2$$

$$2^3 = 8 \qquad = 000001000_2$$

$$2^4 = 16 \qquad = 000010000_2$$

$$2^5 =$$

$$2^6 =$$

$$2^7 =$$

$$2^8 =$$

Powers of two

$$2^0 = 1 \qquad = 000000001_2$$

$$2^1 = 2 \qquad = 000000010_2$$

$$2^2 = 4 \qquad = 000000100_2$$

$$2^3 = 8 \qquad = 000001000_2$$

$$2^4 = 16 \qquad = 000010000_2$$

$$2^5 = 32 \qquad = 000100000_2$$

$$2^6 =$$

$$2^7 =$$

$$2^8 =$$

Powers of two

$$2^0 = 1 \qquad = 000000001_2$$

$$2^1 = 2 \qquad = 000000010_2$$

$$2^2 = 4 \qquad = 000000100_2$$

$$2^3 = 8 \qquad = 000001000_2$$

$$2^4 = 16 \qquad = 000010000_2$$

$$2^5 = 32 \qquad = 000100000_2$$

$$2^6 = 64 \qquad = 001000000_2$$

$$2^7 =$$

$$2^8 =$$

Powers of two

$$2^0 = 1 \qquad = 000000001_2$$

$$2^1 = 2 \qquad = 000000010_2$$

$$2^2 = 4 \qquad = 000000100_2$$

$$2^3 = 8 \qquad = 000001000_2$$

$$2^4 = 16 \qquad = 000010000_2$$

$$2^5 = 32 \qquad = 000100000_2$$

$$2^6 = 64 \qquad = 001000000_2$$

$$2^7 = 128 \qquad = 010000000_2$$

$$2^8 =$$

Powers of two

$2^0 = 1$	$= 000000001_2$
$2^1 = 2$	$= 000000010_2$
$2^2 = 4$	$= 000000100_2$
$2^3 = 8$	$= 000001000_2$
$2^4 = 16$	$= 000010000_2$
$2^5 = 32$	$= 000100000_2$
$2^6 = 64$	$= 001000000_2$
$2^7 = 128$	$= 010000000_2$
$2^8 = 256$	$= 100000000_2$

1 Einfache Computadoras

- Mathematik
- Architektur

2 Computadora Cuántica: Eine schwarze Kunst

- Polarisationsexperiment
- Vektoren
- Messungen und Wahrscheinlichkeiten

Logic Gates



AND

A	B	Output
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



OR

A	B	Output
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



XOR

A	B	Output
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



NAND

A	B	Output
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



NOR

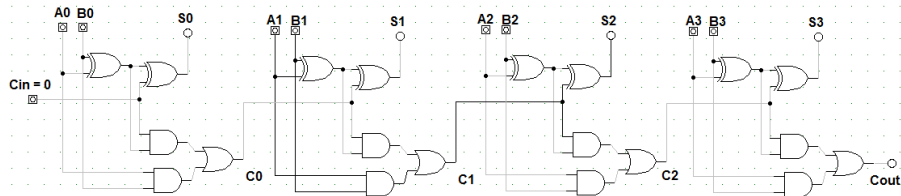
A	B	Output
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

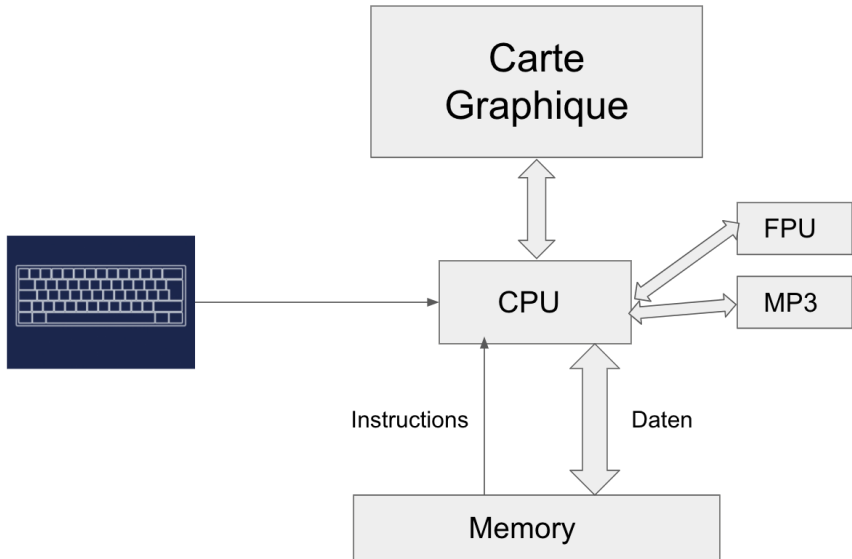


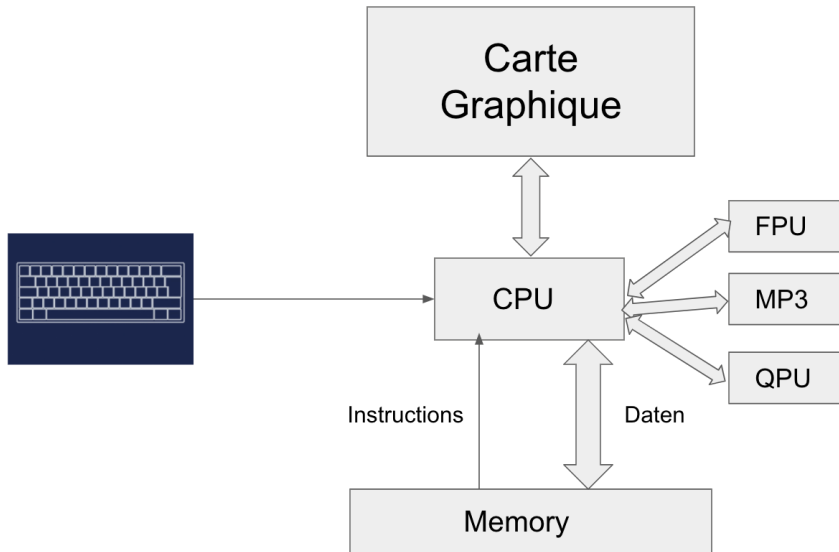
XNOR

A	B	Output
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Adder







1 Einfache Computadoras

- Mathematik
- Architektur

2 Computadora Cuántica: Eine schwarze Kunst

- Polarisationsexperiment
- Vektoren
- Messungen und Wahrscheinlichkeiten

1 Einfache Computadoras

- Mathematik
- Architektur

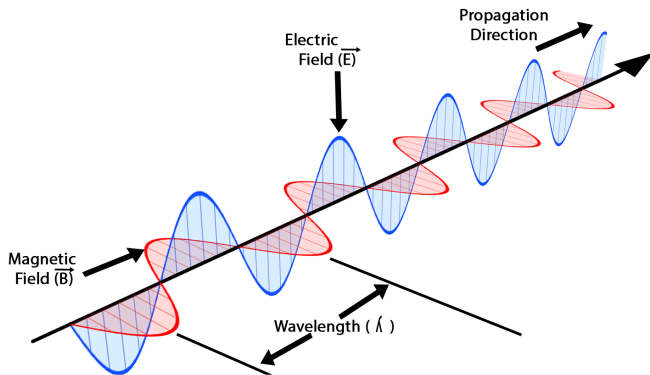
2 Computadora Cuántica: Eine schwarze Kunst

- Polarisationsexperiment
- Vektoren
- Messungen und Wahrscheinlichkeiten

A QPU operates on Qubits instead of Bits

- QPU: Quantum Processing Unit
- Bits: 0, 1
- Qubits: $|0\rangle$, $|1\rangle$, and superpositions thereof

Light is a wave



Polarization Experiment

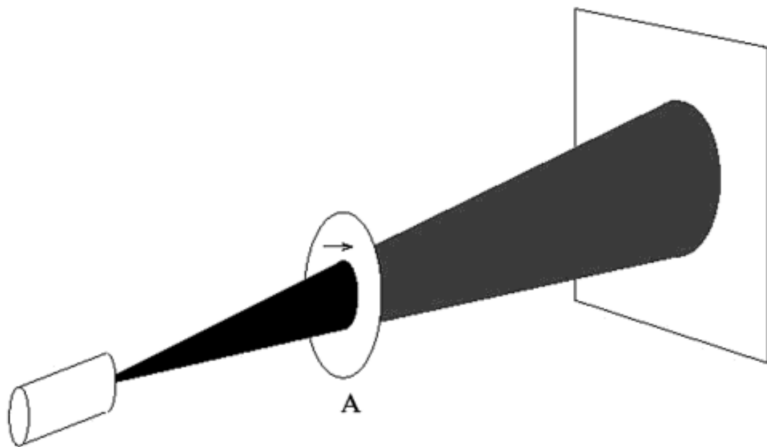


Figure 2.1

Single polaroid attenuates unpolarized light by 50 percent.

Polarization Experiment

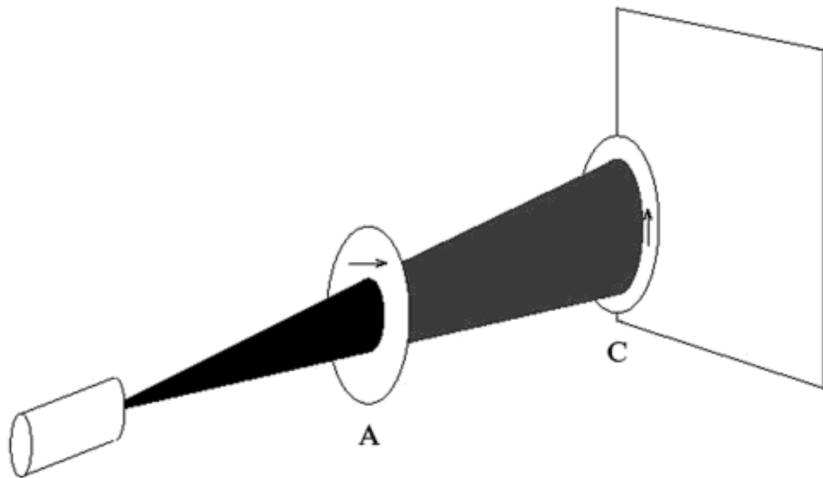


Figure 2.2

Two orthogonal polaroids block all photons.

Polarization Experiment

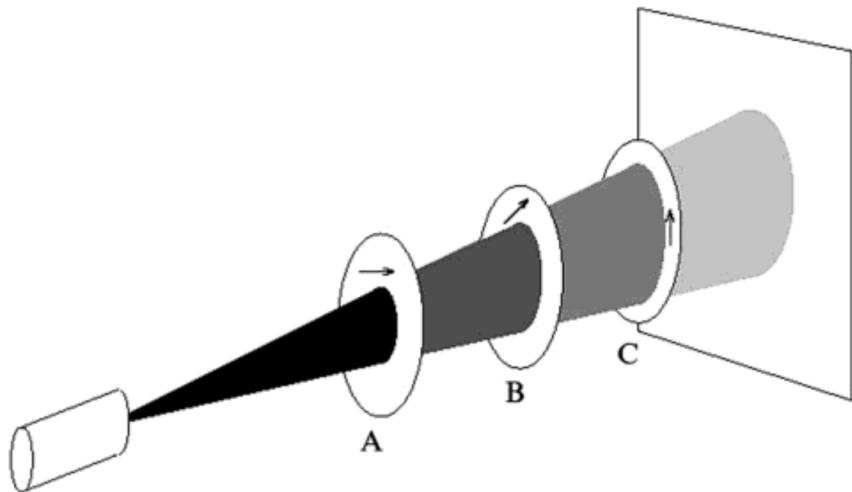


Figure 2.3
Inserting a third polaroid allows photons to pass.

1 Einfache Computadoras

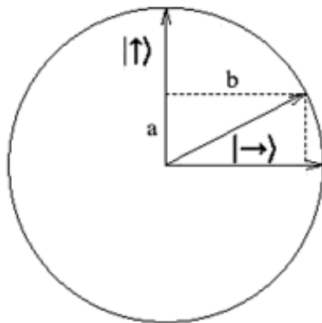
- Mathematik
- Architektur

2 Computadora Cuántica: Eine schwarze Kunst

- Polarisationsexperiment
- **Vektoren**
- Messungen und Wahrscheinlichkeiten

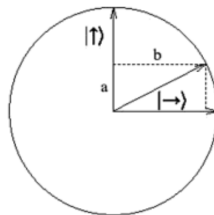
Alle Polarisationsrichtungen können durch zwei Vektoren dargestellt werden:

$$|\psi\rangle = a|\rightarrow\rangle + b|\uparrow\rangle$$



Die Notation wird Bra-ket Notation genannt.

$$|\psi\rangle = a|\rightarrow\rangle + b|\uparrow\rangle$$



Beispiele:

$$|45^\circ\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\rightarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow\rangle$$

$$|135^\circ\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|\rightarrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|\uparrow\rangle$$

$$|30^\circ\rangle = \frac{1}{2}|\rightarrow\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|\uparrow\rangle$$

$$|\theta\rangle = \sin \theta |\rightarrow\rangle + \cos \theta |\uparrow\rangle$$

$$\begin{aligned} |\psi\rangle \cdot |\varphi\rangle &= (\langle\psi|) (|\varphi\rangle) \\ &= \langle\psi|\varphi\rangle \\ &= \langle\varphi|\psi\rangle^* \end{aligned}$$

if

$$|\psi\rangle = a|\rightarrow\rangle + b|\uparrow\rangle$$

where $a, b \in \mathbb{C}$, then

$$\langle\psi| = a^* \langle\rightarrow| + b^* \langle\uparrow|$$

wobei a^* ist die konjugiert komplexe Zahl von a und

wobei $\langle\psi|$ is the Dual Vector of $|\psi\rangle$

Orthonormality

$|\psi\rangle$ is orthogonal to $|\varphi\rangle$ iff $\langle\psi|\varphi\rangle = 0$.

$|\psi\rangle$ is normalized iff $\langle\psi|\psi\rangle = 1$.

A basis is orthonormal iff $\langle\psi|\varphi\rangle = \delta_{\psi\varphi}^K$ for basis vectors $|\psi\rangle$ and $|\varphi\rangle$.

Bespielsweise,

$$\langle\rightarrow|\rightarrow\rangle = 1$$

$$\langle\uparrow|\rightarrow\rangle = 0$$

$$\langle\rightarrow|\uparrow\rangle = 0$$

$$\langle\uparrow|\uparrow\rangle = 1$$

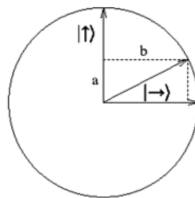
1 Einfache Computadoras

- Mathematik
- Architektur

2 Computadora Cuántica: Eine schwarze Kunst

- Polarisationsexperiment
- Vektoren
- Messungen und Wahrscheinlichkeiten

$$|\psi\rangle = a|\rightarrow\rangle + b|\uparrow\rangle$$



Welle: $|a|^2$ und $|b|^2$ sind die relativen Intensitäten des jeweiligen Zustandes.

Teilchen: $|a|^2$ und $|b|^2$ sind die relativen Wahrscheinlichkeiten das Teilchen im jeweiligen Zustand vorzufinden.

Motivation: Wir wollen den finalen Zustand unseres Experimentes kennen. Darum müssen wir eine Messung durchführen. Jeder Filter ist ein Messapparat.

Pregunta: Was ist das Resultat einer Messung für ein einzelnes Photon?

Antwort: Jede Messung ist eine Projektion auf den Vektor der Messung.

Beispiele eines Messoperators:

$$|\rightarrow\rangle\langle\rightarrow|, \quad |\uparrow\rangle\langle\uparrow|$$

$$|\psi\rangle = a|\rightarrow\rangle + b|\uparrow\rangle$$

Auf unseren vorigen Zustand angewendet,

$$\begin{aligned}(|\rightarrow\rangle\langle\rightarrow|)|\psi\rangle &= (|\rightarrow\rangle\langle\rightarrow|)(a|\rightarrow\rangle + b|\uparrow\rangle) \\ &= a|\rightarrow\rangle\langle\rightarrow|\rightarrow\rangle + b|\rightarrow\rangle\langle\rightarrow|\uparrow\rangle \\ &= a|\rightarrow\rangle\end{aligned}$$

$$(|\uparrow\rangle\langle\uparrow|)|\psi\rangle = \text{lhr sagt's uns...}$$

$$\begin{aligned} |\rightarrow\rangle \langle\rightarrow|\psi\rangle &= \mathbf{a} |\rightarrow\rangle \\ |\uparrow\rangle \langle\uparrow|\psi\rangle &= \mathbf{b} |\uparrow\rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle\psi|\rightarrow\rangle \langle\rightarrow|\psi\rangle &= |\mathbf{a}|^2 \\ \langle\psi|\uparrow\rangle \langle\uparrow|\psi\rangle &= |\mathbf{b}|^2 \end{aligned}$$

¿Irgendwelche Fraguntas?

Gendered nouns are stupid, get wrecked German/Spanish, English FTW