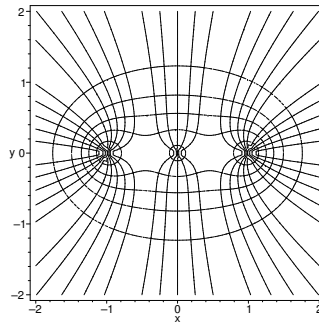


**1** La carte de champ représentée ci-dessous correspond à la distribution discrète de charges suivante :  $q$  en  $(-a, 0)$  ;  $2q$  en  $(0, 0)$  et  $q$  en  $(a, 0)$ . Pour le tracé de la carte de champ, on a pris  $a = 1$ .



1. Quels sont les plans de symétrie de cette distribution de charges ? Existe-t-il des plans d'antisymétrie ?
2. Calculer l'expression du champ électrostatique créé par cette distribution de charges en tout point du demi-axe  $Oy$  ( $y = \overline{OM}$ ). En déduire l'expression du champ en tout point du demi-axe tel que  $y < 0$ .
3. Calculer l'expression du champ électrostatique en tout point  $M$  sur l'axe  $Ox$  tel que  $0 < x < a$ .
4. Existe-t-il un point de champ nul dans le segment  $0 < x < a$  ? Si oui, donner la valeur correspondante  $x_0$  de l'abscisse.

**2** On appelle opération d'antisymétrie par rapport à un plan la succession d'une opération de symétrie orthogonale géométrique par rapport à ce plan et d'une conjugaison de charges. On précise que la conjugaison de charges revient à changer le signe de chacune des charges de la distribution de charges.

Dans l'espace à trois dimensions, rapporté à un repère cartésien  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , on considère la distribution de charges  $\mathcal{D}$  constituée d'une charge  $-q$  en  $(-1, 0, 0)$  et d'une charge  $+q$  en  $(1, 0, 0)$ .

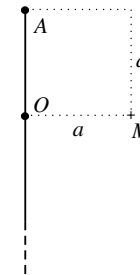
1. Montrer que la distribution de charges  $\mathcal{D}$  reste invariante par antisymétrie relative au plan  $(0; \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ . Ce résultat se généralise en fait à toute distribution de charges possédant un plan d'antisymétrie  $\Pi^*$  : cette distribution reste invariante par antisymétrie relative à  $\Pi^*$ .
2. Montrer en utilisant l'opération d'antisymétrie et le résultat précédent, qu'il ne peut pas y avoir de charge dans un plan d'antisymétrie d'une distribution de charges.

**3** On considère un fil demi-infini de densité linéique de charges  $\lambda$  uniforme.

1. À l'aide d'arguments de symétrie et d'invariance, définir l'orientation locale du champ

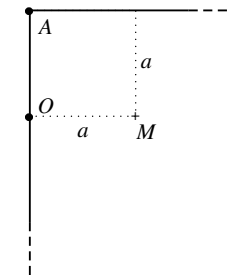
électrostatique  $\vec{E}(M)$  créé par le fil en un point  $M$  quelconque (non situé sur le fil) et préciser aussi de quelles coordonnées dépend le champ électrostatique.

On se propose de calculer directement le champ électrostatique au point  $M$  situé conformément au schéma ci-dessous, qui représente le fil dans un plan contenant le fil.



2. Calculer le champ électrostatique au point  $M$ .

On étudie maintenant la distribution de charges suivantes, constituée de deux fils, disposés à angle droit, de densité linéique de charges  $\lambda$  uniforme.



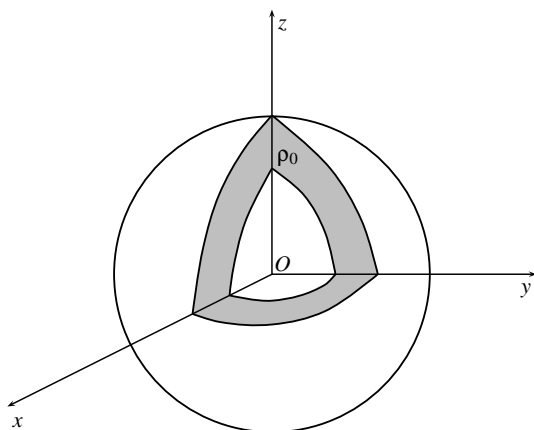
3. En s'aidant du résultat établi à la question précédente, calculer le champ électrostatique au point  $M$ .

**4** On considère un plan infini (plan  $xOy$ ) de densité surfacique de charges uniforme  $\sigma$ . On utilise un repère cartésien  $(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ .

1. Rechercher les plans de symétrie passant par un point  $M$  quelconque de l'espace (on pourra choisir  $z > 0$ ). En déduire l'orientation locale du champ électrostatique créé par le plan infini au point  $M$ . Examiner ensuite les propriétés d'invariance de la distribution de charges pour établir de quelles coordonnées dépend le champ électrostatique. Montrer enfin, par des arguments de symétrie, que l'on a :  $\vec{E}(-z) = -\vec{E}(z)$ .
2. En appliquant le théorème de Gauss, établir l'expression du champ électrostatique  $\vec{E}(M)$ .
3. Vérifier que la composante du champ électrostatique normale au plan  $xOy$  subit une discontinuité de  $\sigma/\epsilon_0$  à la traversée du plan.

- Donner une expression du potentiel électrostatique créé par ce plan en un point quelconque de l'espace.
- Application :** On considère la distribution de charges constituée de deux plans infinis de densité surfacique de charges  $\sigma$  uniforme d'équations respectives  $z = a$  et  $z = -a$ . Donner l'expression du champ électrostatique créé par cette distribution de charges en tout point de l'espace (on sera amené à distinguer les régions  $z > a$ ,  $-a < z < a$  et  $z < -a$ ). Donner aussi une expression du potentiel électrostatique créé par cette distribution de charges.

**5** On considère une coquille sphérique, de rayon intérieur  $a$  et de rayon extérieur  $b$ , de densité volumique de charges uniforme  $\rho_0$ .



- En un point  $M$  quelconque de l'espace, rechercher les plans de symétrie de la distribution de charges et en déduire l'orientation locale du champ électrostatique  $\vec{E}(M)$ . Examiner les invariances de la distribution de charges et en déduire de quelles coordonnées dépend le champ électrostatique  $\vec{E}(M)$ .
- En appliquant le théorème de Gauss, donner l'expression du champ électrostatique (on sera amené à distinguer les trois cas suivants :  $r < a$ ,  $a < r < b$  et  $r > b$  où  $r = OM$ ).
- En déduire une expression du potentiel électrostatique  $V(M)$ .
- Examiner la limite  $a \rightarrow 0$ . Quelle est alors la distribution de charges étudiée ?

**6** Dans un plan  $xOy$ , muni d'un repère cartésien  $(O; \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ , on étudie une distribution discrète de charges, constituée de trois charges ponctuelles identiques et positives  $q$  placées aux points de coordonnées  $A(0, \frac{a}{\sqrt{3}})$ ;  $B(\frac{a}{2}, -\frac{a}{2\sqrt{3}})$  et  $C(-\frac{a}{2}, -\frac{a}{2\sqrt{3}})$ . Les trois points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont les sommets d'un triangle équilatéral de côté  $a$ .

- Calculer le champ électrostatique créé par ces trois charges au centre du triangle  $O(0,0)$ .
- On place en  $O$  une charge  $Q$ . Calculer la force exercée sur cette charge par les trois autres charges. La charge  $Q$  est-elle à l'équilibre ?
- On désire choisir la valeur de  $Q$  pour que les trois autres charges soient à l'équilibre. Donner par un raisonnement qualitatif le signe de la charge  $Q$  qui permet de réaliser cette condition.

- Montrer que la valeur de  $Q$  à choisir pour assurer l'équilibre de cette distribution discrètes de charge est  $Q = -q/\sqrt{3}$ .

**7** On étudie une distribution de charges dans l'espace à 3 dimensions rapporté à un repère cartésien  $(0; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ . L'espace compris entre les deux plans d'équation  $y = -b$  et  $y = b$  est uniformément chargé avec la densité volumique de charges  $\rho_0$ .

On rappelle que le champ électrique créé par un plan infini, normal au vecteur  $\vec{e}_y$ , de densité surfacique de charges uniforme  $\sigma$  est égal à  $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_y$  quand on est situé «au-dessus» du plan et à  $-\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_y$  quand on est situé «au-dessous».

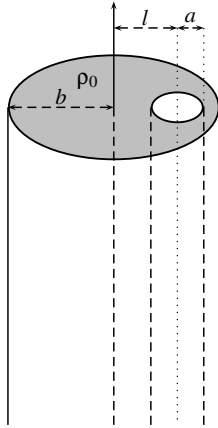
- Examiner les propriétés de symétrie et d'invariances de la distribution de charges considérée et en déduire l'orientation locale ainsi que la dépendance vis-à-vis des coordonnées du champ électrostatique en un point  $M$  quelconque de l'espace.
- On découpe la distribution de charges en plaques infiniment minces, d'épaisseur  $dy$ , normales au vecteur  $\vec{e}_y$ . On considère un petit cylindre de section  $dS$ , d'épaisseur  $dy$ , «découpé» dans une de ces plaques. Donner l'expression de la charge  $dq$  contenue dans ce cylindre en fonction de  $\rho_0$ ,  $dS$  et  $dy$ . Vu sa faible épaisseur, cette plaque est maintenant modélisée comme une distribution surfacique de charges de densité surfacique  $d\sigma$ . Donner l'expression de la charge  $dq$  portée par un disque d'aire  $dS$  «découpé» sur cette plaque en fonction de  $d\sigma$  et  $dS$ . En déduire finalement l'expression de  $d\sigma$  en fonction de  $\rho_0$  et  $dy$ .
- Utiliser l'expression du champ créé par un plan infini uniformément chargé et le découpage de la distribution de charges en plaques infiniment minces pour calculer le champ électrostatique créé par la distribution de charges en tout point du demi-espace  $y > 0$  (on sera amené à distinguer les cas  $y > b$  et  $0 < y < b$ ).
- Par un argument de symétrie, en déduire l'expression du champ électrostatique en tout point du demi-espace  $y < 0$ .

**8** Une sphère de rayon  $b$  est uniformément chargée en volume avec la densité  $\rho_0$ .

- Établir l'expression du champ électrostatique et du potentiel en tout point  $M$  de l'espace. On distinguera les cas  $r > b$  et  $0 < r < b$ .
- Donner l'expression de la charge totale  $Q$  portée par cette sphère.
- Écrire le champ électrostatique en faisant intervenir la charge  $Q$  pour  $r > b$ . Pourquoi dit-on que le champ créé à l'extérieur d'une sphère chargée est le même que si toute la charge de la sphère était concentrée en son centre ?
- Rappeler les analogies qui existent entre la force d'interaction électrostatique et la force d'interaction gravitationnelle. Comment écrit-on le théorème de Gauss en gravitation ?
- Donner l'expression du champ gravitationnel  $\vec{g}$  et du potentiel gravitationnel  $\Phi$  créés par une sphère massive de masse volumique  $\mu_0$  uniforme, et de rayon  $b$ . Pour  $r > b$ , on donnera l'expression du champ en fonction de  $M$ , la masse totale de cette sphère.

**Application :** On modélise la planète Terre par une sphère de rayon  $R_T = 6370$  km. Au niveau du sol, on admet que  $\|\vec{g}\| = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . On donne :  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$ . En déduire une estimation de la masse totale de la Terre.

**9** On étudie la distribution de charge représentée ci-dessous :



Un cylindre, de rayon  $b$  et de longueur infinie, de densité volumique de charges  $\rho_0$  uniforme, est percé d'une cavité cylindrique, vide de charges, de rayon  $a$ , de longueur infinie, et dont l'axe est situé à une distance  $l$  de l'axe du cylindre principal.

1. Considérer un cylindre de longueur infini et de rayon  $R$ , de densité volumique de charges  $\rho_0$  uniforme. À l'aide du théorème de Gauss, montrer que l'expression du champ électrostatique en tout point intérieur à ce cylindre est :  $\vec{E} = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0} \vec{HM}$  où  $H$  est la projection orthogonale de  $M$  sur l'axe du cylindre.
2. En utilisant le principe de superposition, calculer le champ électrostatique à l'intérieur de la cavité cylindrique.

**10** Soient deux fils infinis, parallèles à l'axe ( $Oz$ ) et d'équations cartésiennes respectives  $x = +a$  et  $x = -a$ , de charges linéiques uniformes  $+\lambda$  et  $-\lambda$  ( $\lambda > 0$ ). On note  $A_1$  et  $A_2$  leurs intersections respectives avec le plan ( $xOy$ ).

Un point  $M$  est repéré par ses coordonnées cylindriques ( $r, \theta, z$ ) et on note  $r_1$  et  $r_2$  les distances entre  $M$  et le premier fil d'une part, et  $M$  et le second fil d'autre part. L'origine des potentiels est choisie au point  $O$ , origine du repère. Caractériser en coordonnées cylindriques une surface équipotentielle de cette distribution. Représenter qualitativement les lignes de champ et les traces des surfaces équipotentielle dans le plan  $xOy$ .

**11** Un modèle simple du noyau atomique consiste à admettre que les  $A$  nucléons (dont  $Z$  protons) qui le composent sont uniformément répartis en volume. Montrer que le rayon du noyau s'écrit :

$$R = R_0 A^{1/3}$$

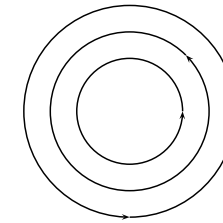
La valeur couramment admise pour  $R_0$  est  $1,4 \cdot 10^{-15}$  m.

Quelle est sa charge volumique  $\rho$  ? Calculer le champ électrostatique créé par ce noyau en tout point de l'espace. Pour  ${}^{12}_6\text{C}$ , comparer les valeurs du champ électrostatique en  $R/2$  et  $2R$ . Calculer la différence de potentiel (en valeur absolue)  $|V(R) - V(0)|$  régnant entre la périphérie et le centre du noyau.

**12** Pour qu'un système de charges électriques ponctuelles soit en équilibre, il faut et il suffit que la force appliquée à chacune des charges soit nulle (cf. exercice 6). Une charge est en

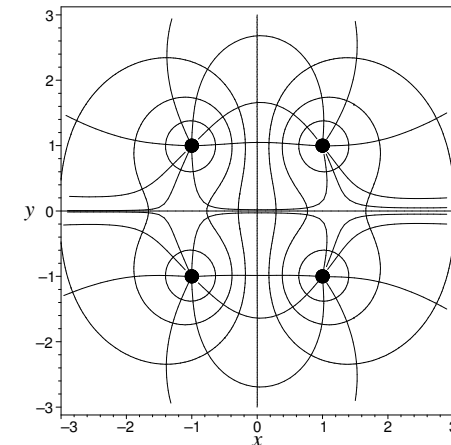
équilibre **stable** s'il apparaît une force tendant à ramener la charge à sa position d'équilibre lorsqu'on l'en éloigne. Démontrer le théorème d'Earensaw qui dit que « toute configuration d'équilibre de charges ponctuelles fixes est instable si elles ne sont soumises à aucune autre force que les forces coulombiennes d'attraction et de répulsion » (indication : considérer une telle charge légèrement déplacée de sa position d'équilibre : quelle doit être la configuration du champ électrostatique créé par les autres charges pour que la charge étudiée revienne à sa position d'équilibre ? En utilisant le théorème de Gauss, montrer ensuite que cette configuration du champ électrostatique créé par les autres charges est impossible).

**13** On considère un champ électrostatique dont les lignes de champ sont des cercles concentriques :



Le champ électrostatique est de la forme :  $\vec{E} = E(r) \vec{e}_\theta$ . Montrer qu'une telle configuration est incompatible avec les lois fondamentales de l'électrostatique.

**14** On considère une distribution de charges  $\mathcal{D}$  représentée sur le schéma ci-dessous.



Quatre charges ponctuelles ont été placées aux points de coordonnées  $(a, a, 0)$ ,  $(a, -a, 0)$ ,  $(-a, a, 0)$ ,  $(-a, -a, 0)$ .

$a,0$ ) et  $(-a,a,0)$ . On précise que la charge placée au point de coordonnées  $(a,a,0)$  a pour valeur  $-e$ , où  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C est la charge élémentaire.

1. Rappeler la définition d'une ligne de champ et d'une surface équipotentielle. Sur la figure ci-dessus, identifier les lignes de champ et les équipotentielles.
2. Donner la valeur des charges placées aux points de coordonnées  $(a, -a, 0)$ ,  $(-a, -a, 0)$  et  $(-a, a, 0)$ . Identifier les plans de symétrie et les plans d'antisymétrie de cette distribution de charges.
3. Justifier que cette distribution de charges est polaire et donner l'expression du moment dipolaire  $\vec{p}$  de la distribution de charges  $\mathcal{D}$  en fonction de  $e$ ,  $a$  et d'un vecteur unitaire adéquat.

On rappelle que l'on appelle «opération d'antisymétrie par rapport à un plan  $\Pi$ » la succession d'une symétrie (au sens géométrique) par rapport au plan  $\Pi$  suivie d'une conjugaison de charges (c'est-à-dire que l'on change le signe de chacune des charges). On précise que lors d'une conjugaison de charges, le champ électrique change de sens et que le potentiel électrostatique change de signe.

Les questions qui suivent ne demandent **aucun** calcul.

4. Montrer (il suffit de faire des schémas) que la distribution de charges  $\mathcal{D}$  reste invariante par antisymétrie par rapport au plan  $yOz$ .
5. Montrer, en utilisant l'opération d'antisymétrie par rapport au plan  $yOz$ , que le potentiel électrostatique est nul en tout point du plan  $yOz$ .
6. Montrer, toujours en utilisant l'opération d'antisymétrie par rapport au plan  $yOz$ , que si le champ électrique s'annule en un point  $M$  ( $\vec{E}(M) = \vec{0}$ ), alors il s'annule aussi en un point  $N$  symétrique de  $M$  par rapport au plan  $yOz$ .
7. Sur la figure ci-dessus, placer les deux points, symétriques par rapport au plan  $yOz$ , où le champ électrique s'annule (vous n'omettez pas de justifier votre réponse).

#### 15 L'orbitale 1s de l'atome d'hydrogène

Cet exercice est dédié à l'étude du potentiel à symétrie sphérique suivant :

$$V(r) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r} + k \right) \exp(-2kr) \quad (1)$$

où  $r$  désigne la distance entre l'origine  $O$  et un point  $M$ , où  $k$  désigne une constante et où  $e$  désigne la charge élémentaire :  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C. Ce potentiel est créé par une distribution de charges  $\mathcal{D}$  inconnue et que l'on cherche à caractériser.

1. Quel est la dimension de la constante  $k$ ? Quelle est son unité dans le système international?
2. Calculer l'expression du champ électrique créé par la distribution  $\mathcal{D}$ ? On rappelle que le vecteur gradient en coordonnées sphériques s'écrit :

$$\vec{\text{grad}}f = \frac{\partial f}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$$

3. En appliquant le théorème de Gauss à la sphère  $\mathcal{S}$  de centre  $O$  et de rayon  $r$ , montrer que la charge  $q(r)$  contenue dans cette sphère s'écrit :

$$q(r) = e (1 + 2kr + 2k^2 r^2) \exp(-2kr) \quad (2)$$

4. Montrer que la distribution  $\mathcal{D}$  étudiée contient une charge ponctuelle  $e$  placée en  $O$ .
5. Calculer la limite  $\lim_{r \rightarrow \infty} q(r)$  et en déduire qu'outre la charge ponctuelle placée en  $O$ , il existe dans tout l'espace une densité volumique de charge non nulle. Expliquez pourquoi le potentiel donné par l'équation 1 peut être utilisé pour modéliser un atome d'hydrogène.
6. À partir de la relation 2, montrer que la densité volumique de charge  $\rho(r)$  s'écrit :

$$\rho(r) = \frac{-e}{\pi} k^3 \exp(-2kr) \quad (3)$$

7. En mécanique quantique, on montre que la probabilité  $dP$  d'observer l'électron à une distance  $r$  du noyau, à  $dr$  près, s'écrit :

$$dP(r) = \frac{\rho(r)}{-e} 4\pi r^2 dr \quad (4)$$

On appelle densité radiale de probabilité la quantité  $D(r) = \frac{dP}{dr}$ . Donner son expression en fonction de  $k$  et  $r$ . Précisez l'unité de  $D(r)$ . Donner une représentation graphique de l'allure de  $D(r)$ . On calculera, en fonction de  $k$ , la valeur  $r_0$  de  $r$  qui rend  $D(r)$  maximale.

8. La probabilité d'observer l'électron entre deux sphères concentriques, centrées sur le noyau, de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$  s'écrit :

$$\mathcal{P}(R_1, R_2) = \int_{R_1}^{R_2} D(r) dr \quad (5)$$

Numériquement, on trouve :

- $\mathcal{P}(0, 0.5r_0) = 0,08$
- $\mathcal{P}(0.5r_0, 1.5r_0) = 0,50$
- $\mathcal{P}(0.5r_0, \infty) = 0,42$

Quelle interprétation physique donnez-vous à la quantité  $r_0$ ?

Le physicien danois Niels BOHR (1885-1962) proposa un modèle d'atome où un électron tourne sur une trajectoire circulaire de rayon  $a_0$  contrée sur le noyau. Le rayon de Bohr ( $a_0 = 5,3 \cdot 10^{-11}$  m) correspond au rayon  $r_0$  que nous venons de mettre en évidence. En mécanique quantique, l'électron de l'atome d'hydrogène n'est pas localisé sur une orbite circulaire : on ne peut que donner sa probabilité de présence à l'intérieur d'un volume donné.

#### 16 Anomalies gravimétriques

La gravimétrie consiste à mesurer, étudier et analyser les variations dans l'espace et dans le temps du *champ gravitationnel* de la Terre. Le champ d'application de la gravimétrie couvre différents objectifs. Ainsi, l'étude des variations à petite échelle du champ de gravitation aide à la reconnaissance géologique du sous-sol ou à la prospection minière. La connaissance de la forme de la Terre et des variations de son champ de pesanteur d'un point à l'autre est aujourd'hui devenue indispensable pour tout travail précis dans le domaine spatial (trajectoire des satellites artificiels, repérage et positionnement (système GPS), astronomie de position).

Dans ce problème, on se propose tout d'abord de rappeler les analogies entre les phénomènes électrostatiques et gravitationnels. On s'intéressera ensuite au calcul du champ gravitationnel créé par la Terre, modélisée comme une boule sphérique contenant une densité de masse uniforme. Enfin, nous montrerons comment la présence d'une structure de masse volumique différente enfouie en sous-sol perturbe le champ gravitationnel à la surface de la Terre.

## Théorème de Gauss en gravitation

1. Rappeler les analogies qui existent entre la force d'interaction électrostatique et la force d'interaction gravitationnelle. Donner en particulier les grandeurs analogues à la charge électrique, à la permittivité diélectrique du vide  $\epsilon_0$ , au champ électrostatique. En déduire l'expression suivante du théorème de Gauss en gravitation :

$$\oint_S \vec{g} \cdot \vec{n} dS = -4\pi G M_{\text{int}}$$

où  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  SI est la constante de gravitation universelle et  $M_{\text{int}}$  désigne la masse contenue à l'intérieur de la surface  $S$ .

## Champ gravitationnel créé par la Terre

Dans ce paragraphe, la Terre est assimilée à une boule immobile de rayon  $R$  contenant une masse totale  $m$  répartie uniformément. La masse volumique moyenne de la Terre sera notée  $\mu_0$ .

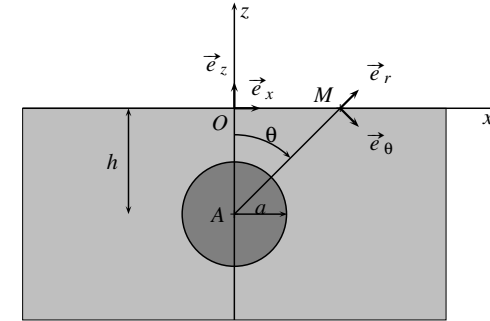
2. Rappeler l'unité de  $\mu_0$  et donner la relation qui lie  $\mu_0$ ,  $m$  et  $R$ .
3. Soit un point  $M$  situé à une distance  $r$  du centre de la Terre. Justifier l'orientation locale du champ gravitationnel  $\vec{g}$  à l'aide de considérations de symétries.
4. En utilisant le théorème de Gauss, calculer le champ gravitationnel  $\vec{g}(r)$  créé par la Terre à une distance  $r$  de son centre. On prendra garde à distinguer le cas  $r \leq R$  et  $r \geq R$ .
5. Sachant que  $R = 6371$  km et qu'à la surface de la Terre, on mesure un champ gravitationnel moyen de  $9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , donner une estimation numérique de la masse de la Terre.
6. Donner la courbe représentative de la fonction  $g(r)$  pour  $r \geq 0$ .

## Étude d'une anomalie gravimétrique

On se propose dans ce paragraphe de calculer l'anomalie du champ gravitationnel causée par la présence, en sous-sol, d'une structure enfouie de masse volumique  $\mu_1$  différente de  $\mu_0$ . Comme il s'agit d'une anomalie locale, on négligera la rotondité de la Terre : la surface terrestre sera donc supposée plane. On utilise un système de coordonnées cartésiennes où le plan  $Oxy$  est confondu avec la surface terrestre et où l'axe  $Oz$  est orienté selon la verticale ascendante.

On étudie une distribution de masse, enfouie sous Terre à une profondeur  $h$ , et modélisée par une sphère de rayon  $a$ . Cette sphère contient de la matière uniformément distribuée en volume dont la masse volumique est  $\mu_1$ . On note  $\mu_0$  la masse volumique des sédiments dans lesquels est enfouie cette structure. Cette structure est représentée sur la figure suivante dans le plan  $xOz$ ,

les vecteurs  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_\theta$  sont ceux des coordonnées sphériques :



On appelle  $\vec{g}$  le champ gravitationnel uniforme créé par la Terre en l'absence de la structure enfouie. On appelle  $\vec{g}_1$  le champ gravitationnel en présence de la structure enfouie.

4. Montrer, en appliquant le théorème de superposition, que le champ gravitationnel en un point  $M$  au sol ( $z = 0$ ) d'abscisse  $x$ , a pour expression :

$$\vec{g}_1(M) = \vec{g}(M) - \frac{4\pi G a^3 (\mu_1 - \mu_0)}{3(h^2 + x^2)} \vec{e}_r$$

5. On définit le vecteur  $\Delta \vec{g} = \vec{g}_1(M) - \vec{g}(M)$ . Montrer que, dans la base  $(\vec{e}_x, \vec{e}_z)$ , on a :

$$\Delta \vec{g} = -\frac{4}{3}\pi G a^3 (\mu_1 - \mu_0) \frac{x}{(h^2 + x^2)^{3/2}} \vec{e}_x - \frac{4}{3}\pi G a^3 (\mu_1 - \mu_0) \frac{h}{(h^2 + x^2)^{3/2}} \vec{e}_z$$

6. On appelle *anomalie gravimétrique*  $\Delta g_z$  la composante du vecteur  $\Delta \vec{g}$  selon la verticale  $\vec{e}_z$ . Pourquoi est-ce, selon vous, la quantité qui intéresse principalement les géophysiciens ? Comment peut-on la mesurer ?

Dans le Golfe du Mexique, au Texas, des mesures d'anomalies gravimétriques ont été effectuées à la verticale d'une structure enfouie, que l'on suppose être un dôme de sel. Les mesures suivantes ont été relevées le long de l'axe  $Ox$  :

x (km)	-9,4	-8,5	-7,5	-6,4	-5,6	-4,7	-3,9	-2,5	-0,6
$\Delta g_z (\times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2})$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x (km)	1,1	2,5	3,1	4,0	4,5	5,6	6,4	7,5	9,2
$\Delta g_z (\times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2})$	9	8	7	6	5	4	3	2	1

7. Vu le signe de  $\Delta g_z$ , que peut-on dire de la masse volumique du sel par rapport à celle des sédiments qui contiennent cette veine de sel ?

Sur le graphe ci-après, on a tracé la fonction  $\Delta g_z(x)$  pour différents couples de valeurs de  $h$  et de  $a$ .

8. Placer sur le graphe ci-dessus, les valeurs expérimentales et en déduire une estimation du rayon de ce dôme de sel (supposé sphérique) et de sa profondeur.

