



OPEI

Olimpíada Pernambucana
de Informática

MODALIDADE A

PROVA TEÓRICA - 8º e 9º Anos

Leia atentamente as seguintes instruções:

- Esta prova tem início às 10:00 (dez) horas do dia 23 de Setembro de 2017.
- Esta prova, modalidade escrita, possui duração de 2 (duas) horas.
- Este caderno de provas possui 20 questões, certifique-se que ele está completo, e, caso contrário, solicite um novo caderno ao fiscal.
- O aluno só poderá deixar o local de prova a partir de 30 (trinta) minutos do horário inicial da prova.
- Os últimos 3 alunos restantes na sala, devem esperar até o final do tempo de prova para sair.
- Aguarde orientações quanto ao preenchimento do gabarito.
- Preencha à caneta os seus dados pessoais.
- A prova é individual, é proibido realizar qualquer tipo de pesquisa ou consulta.

Nome completo: _____

Idade: ____ Ano escolar do aluno: ____ Nº do RG ou CPF: _____

Escola: _____

Organização:



Apoio:



QUESTÕES

O texto a seguir serve para as questões de **1 a 5**:

Rafael e os computadores:

No Centro de Informática, Rafael possui três computadores: A, B, C. Todos os dias ele utiliza somente um dos seus computadores. Para evitar uma sobrecarga de uso dos computadores, Rafael criou algumas regras:

- O computador C nunca pode ser utilizado logo após o computador A.
 - Rafael não usa o computador B três vezes seguidas ou mais.
 - Se Rafael utilizar o computador A por dois dias seguidos ou mais, ele não pode utilizar o computador B logo após esses dois dias.
 - Se Rafael utilizar o computador C em um dia, ele não pode utilizar no próximo dia.
1. Qual das alternativas abaixo é uma sequência possível de uso dos computadores de Rafael durante uma semana?
 - a. A, A, C, B, B, C, A
 - b. A, B, B, B, C, A, B
 - c. B, C, B, A, B, C, C
 - d. C, A, B, B, C, A, B
 - e. C, A, A, A, B, C, A
 2. Se Rafael usar o computador C na segunda-feira, qual o próximo dia da semana que ele poderá usar o computador C de novo?
 - a. Terça-feira
 - b. Quarta-feira
 - c. Quinta-feira
 - d. Sexta-feira
 - e. Sábado
 3. Rafael utilizou o computador B na quarta-feira, qual alternativa abaixo é **verdadeira**?
 - a. Rafael vem utilizando o computador B desde segunda-feira
 - b. O computador A foi utilizado na segunda-feira e na terça-feira
 - c. Ele utilizou o computador B na quinta-feira
 - d. Como não utilizou o computador B no começo da semana, Rafael utilizou o computador B na quinta-feira e na sexta-feira
 - e. O computador B pode ser usado mais 4 vezes até o final da semana (domingo)
 4. Semana passada, Rafael utilizou o computador A na segunda-feira e o computador C na sexta. Qual afirmativa abaixo é falsa?
 - a. Rafael utilizou o computador B na quarta-feira
 - b. Somente o computador B pode ser usado na terça-feira
 - c. O computador A só pode ser usado mais três vezes no máximo nos dias da semana que sobraram.
 - d. Os computadores A e B podem ser usados no sábado
 - e. O computador A não pode ser usado na quinta-feira

5. Caso Rafael tenha usado o computador A na segunda-feira e na terça-feira, qual computador ele poderá usar no sábado?

- a. A
- b. B
- c. C
- d. A ou B
- e. Qualquer um dos três

O texto a seguir serve para as questões de **6 a 10**:

Gabi e os palíndromos

Gabi sempre gostou muito de matemática, enquanto sua amiga Marina preferia o português. Certo dia, Gabi ficou fascinada com um assunto que ela e Marina aprenderam na aula: as **palavras palíndromas**.

Palíndromos podem ser palavras, frases, números, datas, entre outros, que são iguais quando lidas de frente para trás e de trás para frente. Exemplos:

- Arara
- Ovo
- Socorram-me subi no ônibus em marrocos
- 30/03
- 10000001
- 362263
- 25/11/52

Gabi percebeu que as palavras palíndromas tinham fundamentos matemáticos muito interessantes, então ela decidiu estudar matemática junto com Marina, usando as palavras palíndromas para isso.

Juntas, elas descobriram que existe uma conjectura, que significa ato ou efeito de inferir ou deduzir que algo é provável, com base em presunções ou evidências incompletas. A **conjectura dos palíndromos** diz que para todo número é possível transformar ele em um número palíndromo somando ele com o seu inverso (por exemplo, o inverso de 201 é 102), e depois somando o inverso desse resultado ao resultado, até chegar num palíndromo, funciona como o exemplo abaixo, partindo do número **460**: $460 + 64 = 524$. $524 + 425 = 949$. O número 949 é um palíndromo! Nesse caso, conseguimos achar o palíndromo executando duas somas, mas nem sempre é tão rápido.

Desse jeito as duas resolveriam desafios envolvendo os números e as palavras! Cabe a você ajudá-las a resolver os problemas:

6.
Marina percebeu que o nome do seu avô era palíndromo. Qual poderia ser o nome dele?

A. Nate Weetan

- B. Luca Sacull
- C. Luis lule
- D. Otto Sasotto
- E. Bob Borba

7. Pensando mais um pouco, Gabi, descobriu que se tivesse nascido duas semanas (14 dias) depois da data em que nasceu, ela teria nascido em uma data palíndroma. Considere a seguinte quantidade de dias para os meses:
31 dias: Janeiro, Março, Maio, Julho, Agosto, Outubro, Dezembro.
30 dias: Abril, Junho, Setembro, Novembro.
28 dias: Fevereiro.

Em que dia Gabi pode ter nascido?

- A. 12/03
- B. 03/02
- C. 05/02
- D. 26/12
- E. 28/10

8. Dadas as afirmativas abaixo, sobre palíndromos, responda:

I: Não existe um número que não possa ser transformado num palíndromo considerando que a conjectura dos palíndromos é verdadeira.

II: Se uma pessoa nasceu no mês de abril, é impossível que o aniversário dela seja um dia palíndromo, se for representado no formato DD/MM.

III: Uma palavra palíndroma sempre tem um número ímpar de caracteres (letras).

- A. Todas são verdadeiras
- B. Apenas I e II são verdadeiras
- C. Apenas I e III são verdadeiras
- D. Apenas II e III são verdadeiras
- E. Todas são falsas

9. Marina percebeu que horários também podem ser palíndromos, como por exemplo: 15:51. As meninas decidiram contar quantos horários palíndromos existem num dia (considerando a hora no formato HH:MM, e um relógio que vai de 00:00 até 23:59). Qual foi o resultado que elas conseguiram?

- A. 10
- B. 24
- C. 16
- D. 20
- E. 23

10. Usando a conjectura dos palíndromos, explicada no texto inicial, quantas somas são necessárias para transformar o número 12934 em um número palíndromo?

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5
- E. 6

O texto a seguir serve para as questões de **11 a 15**:

Descobrimos os anagramas

Gabi e Marina, após perceberem as coincidências dos palíndromos, foram atrás do professor Lucas para descobrir se existiam outras brincadeiras que poderiam ser feitas com as palavras e ele apresentou o anagrama, que é quando as letras de uma palavra ou frase são embaralhadas, podendo gerar outras palavras existentes ou não.

Para exemplificar, Lucas escreveu no quadro “AMOR” e em seguida, começou a listar com as meninas os possíveis anagramas gerados a partir dessa palavra e eles chegaram a seguinte lista:

amor	mora	ramo
amro	mrao	raom
arom	mroa	roam
armo	oram	roma

Até que perceberam que ainda tinham muitas palavras que poderiam ser formadas a partir de “AMOR”. As meninas então perguntaram a Lucas se faltavam muitas palavras e ele explicou que o número de palavras gerado através de um anagrama era determinado através da **probabilidade**! Gabi então se animou e mostrou para Marina como seria feito esse cálculo para anagramas de *quatro letras distintas*:

Se temos quatro espaços _ _ _ _ e quatro letras possíveis (A, M, O, R) então podemos começar o primeiro anagrama com quatro letras, depois temos apenas três, e assim até o fim, logo:

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

Sabendo disso, responda as questões abaixo:

11.

Quantos anagramas de cinco letras são formados pela palavra MOUSE?

- A. 120
- B. 5
- C. 25
- D. 153
- E. 125

12. Quantos anagramas de três letras são formados pela palavra ESCOLA?

- A. 720
- B. 120
- C. 36
- D. 340
- E. 6

13. Quantos anagramas de tamanho menor ou igual a 3 são formados pela palavra MAR?

- A. 6
- B. 15
- C. 9
- D. 10

E. 12

14. Gabi gostou da brincadeira e pediu para Marina um desafio envolvendo números e anagramas, então Marina perguntou: quantos anagramas formados com todos os algarismos do número 13654 são múltiplos de 2?

- A. 20
- B. 60
- C. 120
- D. 48
- E. 342

15. Antes de ir para a próxima aula, o professor Lucas tentou escrever um anagrama para as meninas, porém, enquanto desembaralhavam as letras, as meninas perceberam que **o anagrama estava errado**. Sabendo que todas as alternativas abaixo, exceto uma, são anagramas válidos para a mesma palavra, qual foi o anagrama escrito pelo professor?

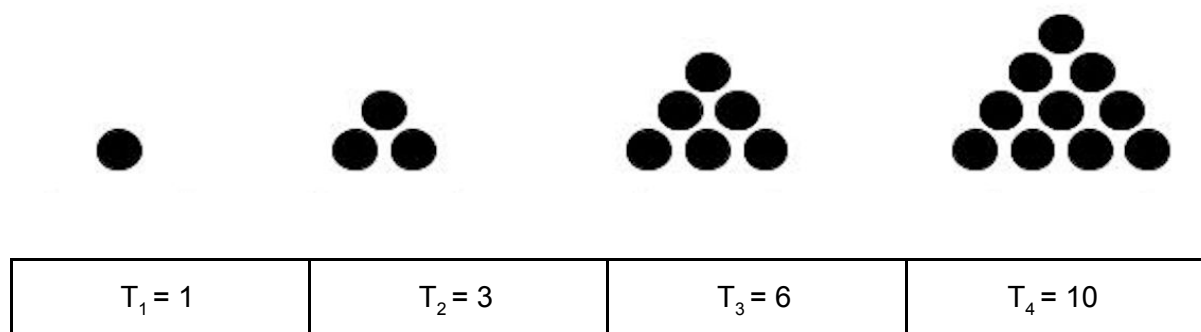
- A. aabrepns
- B. prbnsaae

- C. epsaenbr
- D. sabpaern
- E. basapner

O texto a seguir serve para as questões de **16 a 20**:

Leozinho e os números triangulares

Leozinho é um menino muito curioso com a matemática e, em uma tarde de estudos, descobriu os **números triangulares**! São **números naturais** que podem ser representados na forma de um triângulo equilátero – aquele com todos os lados iguais. Veja os primeiros 4 números triangulares na imagem abaixo:



$$\begin{aligned}
 0 &= 0 \\
 1 &= 1 \\
 3 &= 1 + 2 \\
 6 &= 1 + 2 + 3 \\
 10 &= 1 + 2 + 3 + 4 \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

Observe que a figura ilustra bem a razão dos números serem chamados de **triangulares**.

Observação: $T_0 = 0$

Responda as questões abaixo:

16.

Marque quantos números triangulares

E. 14

Leozinho encontrou no intervalo $[1, 100[$.

Atenção no intervalo!

- A. 10
- B. 11
- C. 12
- D. 13

17. Leozinho notou que existe um padrão para a formação dos números triangulares. Ele conseguiu construir a função que gera todos os números triangulares, a partir do padrão mostrado acima. Marque a alternativa abaixo que

corresponda a essa função de Leozinho.

- A. $T(n) = (n+1) \times n$
- B. $T(n) = (n-1) + n$
- C. $T(n) = T(n-1) + 2n$
- D. $T(n) = T(n-1) + n^2$
- E. $T(n) = T(n-1) + n$

18. Calcule: $T_{2017} + T_{2017}$.

- A. 2.035.153
- B. 2.015.028
- C. 4.030.056
- D. 4.050.176
- E. 4.070.306

19. Leozinho, ansioso para obter conhecimento matemático, começa a pensar em outro problema relacionado com os números triangulares e sua função geradora. Ele imagina uma situação em que 20 pessoas se encontram e se pergunta: para que todas as 20 pessoas se cumprimentem mutualmente, apenas uma vez, quantos apertos de mãos são

necessários? Ajude Leozinho e marque a alternativa correta.

- A. 136
- B. 153
- C. 171
- D. 190
- E. 210

20. Leozinho descobriu uma fórmula capaz de transformar um número triangular X em um número quadrado Y .

Um número quadrado são aqueles que possuem raízes quadradas exatas. Exemplo: 16 é um número quadrado, pois $\sqrt{16} = 4$, assim como 25, pois $\sqrt{25} = 5$.

Marque a fórmula de transformação que Leozinho encontrou.

- A. $Y = (X \times 5) + 1$
- B. $Y = (X \times 5) + 3$
- C. $Y = (X \times 8) + 3$
- D. $Y = (X \times 8) + 2$
- E. $Y = (X \times 8) + 1$

O texto a seguir serve para as questões de **21 a 25**:

Os Hobbies de Melissa:

Melissa tem cinco hobbies, e se diverte muito realizando essas atividades. Os 5 hobbies de Melissa são: Ouvir música, ler, andar de bicicleta, colorir e tocar piano. Ela gosta tanto dessas atividades, que muitas vezes acaba realizando várias delas ao mesmo tempo! Porém, existem restrições quanto às atividades que Melissa consegue fazer simultaneamente, entre elas, estão:

- I. Enquanto Melissa está andando de bicicleta, ela não consegue realizar nenhuma das seguintes atividades: ler, colorir e tocar piano
- II. Melissa não consegue ler e tocar piano ao mesmo tempo
- III. Melissa não consegue tocar piano e colorir ao mesmo tempo

Sabendo dessas informações sobre os hobbies de Melissa, responda as questões a seguir:

21.

Dadas as afirmativas abaixo:

- I. Melissa não é capaz de ouvir música e tocar piano ao mesmo tempo
- II. Melissa consegue ler, colorir e ouvir música ao mesmo tempo
- III. Melissa consegue tocar piano e fazer mais 2 hobbies ao mesmo tempo
- IV. Se melissa estiver andando de bicicleta, o único outro hobby que ela consegue fazer simultaneamente é ouvir música

Quais proposições são **verdadeiras**?

- A. Apenas I, II e IV
- B. Apenas I e III
- C. Apenas II e IV
- D. Apenas I e IV
- E. Todas são verdadeiras

22. Quais dos pares de atividades abaixo Melissa consegue realizar ao mesmo tempo?

- A. Andar de bicicleta e ler
- B. Ouvir música e colorir
- C. Colorir e andar de bicicleta
- D. Tocar piano e ler
- E. Nenhuma das alternativas anteriores

23. Dado que Melissa decida realizar exatamente 2 hobbies ao mesmo tempo, de quantas maneiras ela pode decidir o conjunto de tarefas a ser realizado?

- A. 2
- B. 3
- C. 4

- D. 5
- E. 6

24. Suponha que precisamos garantir que melissa não esteja realizando mais de uma das seguintes atividades ao mesmo tempo: ler, tocar piano, e colorir. Para garantir isso, é preciso que:

- A. Melissa não esteja andando de bicicleta
- B. Melissa não esteja ouvindo música
- C. Melissa esteja ouvindo música
- D. Melissa esteja lendo
- E. Melissa esteja tocando piano

25. Supondo que melissa adicione um sexto hobby à sua lista: Cantar, e que essa atividade possa ser realizada juntamente à qualquer outra, qual das alternativas abaixo é **falsa**?

- A. Se melissa decidir realizar exatamente 3 atividades ao mesmo tempo, ela terá possibilidade de escolher a atividade entre 7 subconjuntos possíveis
- B. Melissa consegue realizar 4 atividades ao mesmo tempo
- C. Melissa consegue cantar, ouvir música, e andar de bicicleta ao mesmo tempo
- D. É impossível realizar 5 atividades ao mesmo tempo
- E. Nenhuma das alternativas anteriores