

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CẦN THƠ
TRƯỜNG SƯ PHẠM
KHOA SƯ PHẠM TOÁN VÀ TIN HỌC

—oOo—



LUẬN VĂN TỐT NGHIỆP

ĐỀ TÀI:

BÀI TOÁN VỊ TRÍ 1-MEDIAN
TRÊN ĐỒ THỊ CÂY

Giảng viên hướng dẫn

PGS.TS. Nguyễn Văn A

Sinh viên thực hiện

Nguyễn Thị B

MSSV: B250XXXX

Lớp: SP Toán học - K50

Cần Thơ, tháng XX, năm 20XX

Mục lục

Lời cảm ơn	iv
Lời cam đoan	v
Lý do chọn đề tài	vi
Danh mục các ký hiệu / từ viết tắt	ix
Danh mục các hình	x
Danh mục các bảng	xi
1. Kiến thức liên quan	2
1.1. Lý thuyết đồ thị	2
1.1.1. Khái niệm và các dạng đồ thị	2
2. Cách gõ Typst	3
2.1. Định dạng văn bản	3
2.1.1. Định dạng chữ	3
2.1.2. Định dạng list	3
2.1.3. Căn giữa	4
2.1.4. Cách ẩn một đoạn không dùng nữa	4
2.1.5. Đề mục	4
2.2. Lập trình Typst	4
2.2.1. Biến	4
2.2.2. Hàm	5
2.2.3. Data	5
2.3. Bảng và hình ảnh	5
2.3.1. Bảng	5

2.3.2. Hình ảnh	6
2.4. Định dạng Toán	6
2.4.1. Công thức toán	6
2.4.2. Định lý	7
2.4.3. Vẽ đồ thị	8
2.4.4. Trích dẫn bài báo	8
Kết luận	9
Tài liệu tham khảo	10

Lời cảm ơn

Để hoàn thành luận văn này, tôi đã nhận được rất nhiều sự giúp đỡ.

Trước tiên, tôi xin gửi lời tri ân chân thành đến Thầy XXX. Thầy đã tận tình chỉ dẫn, định hướng và chia sẻ những kiến thức quý giá, giúp tôi vượt qua những khó khăn trong suốt quá trình thực hiện đề tài.

Bên cạnh đó, tôi không thể không nhắc đến sự động viên và ủng hộ từ gia đình, bạn bè, và những người thân yêu. Họ đã luôn ở bên cạnh, chia sẻ niềm vui, cổ vũ tinh thần và tiếp thêm sức mạnh cho tôi trong hành trình học tập và nghiên cứu. Xin gửi lời cảm ơn trân trọng đến tất cả!

Cần Thơ, ngày ... tháng ... năm 2024

Nguyễn Thị B

Lời cam đoan

Lời cam đoan

Tôi tên Nguyễn Thị B, tôi xin cam đoan luận văn này là công trình nghiên cứu khoa học thực sự của bản thân tôi dưới sự hướng dẫn của PGS.TS Nguyễn Văn A.

Tất cả thông tin tham khảo trong luận văn được thu thập từ các nguồn đáng tin cậy, đã qua kiểm chứng và công bố rộng rãi, đồng thời được tôi trích dẫn nguồn gốc rõ ràng trong phần Tài liệu tham khảo. Các kết quả nghiên cứu trình bày trong luận văn là do chính tôi thực hiện một cách nghiêm túc, trung thực và không trùng lặp với bất kỳ đề tài nào đã được công bố trước đây.

Tôi cam kết bằng danh dự và uy tín cá nhân về tính xác thực của lời tuyên bố này.

Cần Thơ, ngày ... tháng ... năm 2024

Cán bộ hướng dẫn

Sinh viên thực hiện

PGS.TS. Nguyễn Văn A

Nguyễn Thị B

Lý do chọn đề tài

a. Lý do chọn đề tài

Bài toán vị trí (Location problems) là một lớp bài toán quan trọng trong Vận trù học (Operation Research) và được nghiên cứu một cách rộng rãi, độc giả có thể tham khảo thêm từ các tài liệu như (Marianov & Eiselt 2024) hoặc (Laporte et al. 2019). Đáng chú ý trong số đó là bài toán vị trí trung vị (1-median) bởi tính ứng dụng thực tiễn cao của nó. Trong bài toán này, mục tiêu là xác định một điểm trên đồ thị sao cho tổng khoảng cách có trọng số từ mọi đỉnh đến điểm đó là nhỏ nhất. Vị trí 1-median có thể được dùng để xây dựng các cơ sở quan trọng như các kho hàng, bệnh viện, trường học hoặc các trung tâm dịch vụ công cộng, nhằm tối thiểu hóa thời gian di chuyển của người dân. Một ví dụ cụ thể trong lĩnh vực logistics là *bài toán kho đến trạm phân phối* (warehouse-to-lockers), được nghiên cứu bởi (Espejo & Marin 2023). Trong mô hình này, nhà kho cần được đặt tại vị trí 1-median trên mạng lưới đồ thị để giảm thiểu tổng chi phí vận chuyển đến các trạm phân phối. Mỗi trạm phân phối có sức chứa xác định để đáp ứng nhu cầu khách hàng, và chi phí vận chuyển từ nhà kho đến từng trạm được tính dựa trên khoảng cách và quy mô nhu cầu.

Tuy nhiên, trong thực tế, hàng hóa và chi phí vận chuyển không phải lúc nào cũng cố định. Chúng thường biến động dưới ảnh hưởng của nhiều yếu tố khách quan. Chẳng hạn, lượng hàng hóa tại các trạm phân phối có thể thay đổi do điều kiện thời tiết, mùa vụ, hoặc tình hình tài chính của người dân trong khu vực. Sự dao động này tại các trạm phân phối không chỉ ảnh hưởng

đến nhu cầu hàng hóa mà còn tác động trực tiếp đến vị trí tối ưu của kho chứa. Điều này cho thấy tính ổn định của vị trí 1-median có thể bị tác động bởi các yếu tố bên ngoài.

Để nghiên cứu tính ổn định của kho hàng nói riêng và vị trí 1-median nói chung, *bán kính ổn định* là một công cụ đặc biệt hữu ích. Bán kính ổn định đo lường mức độ nhiễu tối đa của các tham số trong mô hình, trong khi vẫn đảm bảo rằng vị trí tối ưu ban đầu vẫn còn giữ tính tối ưu trong phạm vi nhiễu đó. ...

Do đó, trong luận văn này, tôi sẽ tập trung nghiên cứu sâu về ...

b. Mục đích nghiên cứu

Mục đích nghiên cứu của luận văn này là định nghĩa được, nghiên cứu ... và đồng thời tìm ra giải thuật

c. Đối tượng nghiên cứu

- Nghiên cứu lý thuyết đồ thị.
- Nghiên cứu bài toán vị trí 1-median.
- Nghiên cứu một số bài toán ngược: bài toán inverse 1-median, reverse 1-median, upgrading 1-median.

d. Phạm vi nghiên cứu

- Bài toán vị trí.
- Đồ thị cây.
- Các lớp bài toán ngược.
- Bán kính ổn định.

e. Phương pháp nghiên cứu

- Tổng hợp tài liệu: Lý thuyết đồ thị, bài toán vị trí, các bài toán ngược trên đồ thị và một số bài toán liên quan.
- Nghiên cứu lý thuyết: Ước lượng cận dưới bán kính ổn định của điểm 1-median trên cây.
- Nghiên cứu thuật toán: Thuật toán tổ hợp, phân tích độ phức tạp tính toán.

f. Nội dung chính của luận văn

- Chương 1: Kiến thức chuẩn bị.
- Chương 2:

g. Kết quả đạt được

Luận văn đã thành công trong việc

Kết quả của luận văn được trình bày trong bài báo khoa học đã gửi và đang được phản biện bởi tạp chí

Danh mục các ký hiệu / từ viết tắt

G	Đồ thị tổng quát
V	Tập hợp tất cả các đỉnh trên đồ thị
E	Tập hợp tất cả các cạnh trên đồ thị
T	Đồ thị cây
$N(x_0)$	Tập hợp tất cả các đỉnh liền kề x_0
T_u	Cây lấy gốc tại u
$\mathbb{1}_{T_u}$	Vecto có phần tử thứ i bằng 1 nếu v_i thuộc cây T_u
$\langle a, b \rangle$	Tích vô hướng giữa hai vecto a và b
$R(w)$	Bán kính ổn định ứng với trọng số w
$\underline{R}(w)$	Cận dưới bán kính ổn định ứng với trọng số w
USR	Bài toán nâng cấp bán kính ổn định (Upgrading Stability Radius)
PUSR	Bài toán tham số hóa của USR (Parametric USR)

Danh mục các hình

Hình 1: Logo ĐHCT	6
-------------------------	---

Danh mục các bảng

Bảng 1: Cách tạo Bảng trong Typst	5
Bảng 2: Thiếu tên Bảng	6
Bảng 3: Thiếu tên Bảng	6
Bảng 4: Bảng có màu	6

1. Kiến thức liên quan

1.1. Lý thuyết đồ thị

1.1.1. Khái niệm và các dạng đồ thị

Trong thực tế, việc biểu diễn các đối tượng và mối quan hệ giữa chúng đóng vai trò quan trọng trong nhiều lĩnh vực khác nhau. Chẳng hạn, trong mạng xã hội, để nghiên cứu mối quan hệ giữa các cá nhân, chúng ta cần một công cụ có thể mô hình hóa các kết nối này một cách trực quan và hiệu quả. Tương tự, trong mạng lưới giao thông, việc mô phỏng mối liên hệ giữa các điểm đến và các tuyến đường giúp tối ưu hóa hành trình di chuyển, từ đó tiết kiệm thời gian và chi phí. Khi đó, *đồ thị* trở thành một công cụ hữu ích để giải quyết nhu cầu này. Vậy, đồ thị là gì?

Trong toán học, đồ thị G được định nghĩa như sau:

Một đồ thị (graph) G là một bộ ba $(V(G), E(G), \psi_G)$ bao gồm một tập khác rỗng $V(G)$ các đỉnh (vertices) của G , một tập $E(G)$ các cạnh (edges) của G , và một hàm liên thuộc (incidence function) ψ_G đặt tương ứng mỗi cạnh với một cặp đỉnh. Nếu e là một cạnh và u, v là hai đỉnh sao cho $\psi_G(e) = uv$ thì ta nói e nối u và v ; các đỉnh u và v được gọi là các điểm đầu mút của e .

Để dễ dàng hình dung, ta xét ví dụ sau: Cho đồ thị $G = (V(G), E(G), \psi_G)$ với $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6\}$ và ψ_G được xác định bởi $\psi_G(e_1) = v_1v_2$, $\psi_G(e_2) = v_2v_3$, $\psi_G(e_3) = v_2v_4$, $\psi_G(e_4) = v_1v_5$, $\psi_G(e_5) = v_3v_5$, $\psi_G(e_6) = v_1v_4$. Hình bên dưới là một biểu diễn hình học của đồ thị G .

2. Cách gõ Typst

2.1. Định dạng văn bản

2.1.1. Định dạng chữ

- In đậm
- *In đậm*
- Tô vàng
- Tô xanh
- Gạch dưới
- Gạch trên
- ~~Gạch bỏ~~
- Đóng khung
- Đóng khung rộng
- Đổi font chữ
- Đổi size chữ

2.1.2. Định dạng list

- Để tạo list không thứ tự, dùng dấu trừ -
 - mục a
 - mục b
 - mục c
- Để tạo list có thứ tự, dùng +
 1. mục 1
 2. mục 2
 3. mục 3

2.1.3. Căn giữa

Dùng hàm `#align(center)`. Ví dụ:

Nội dung căn trái

Nội dung căn giữa

Nội dung căn phải

2.1.4. Cách ẩn một đoạn không dùng nữa

Ví dụ câu sau sẽ không hiện trên pdf

2.1.5. Đề mục

Ta tạo đề mục bằng dấu =

Số lượng dấu = sẽ là cấp của đề mục đó. Ví dụ

- Cấp 1 =
- Cấp 2 =
- Cấp 3 ===

Chú ý, hạn chế các đề mục từ cấp 4 trở lên.

2.2. Lập trình Typst

2.2.1. Biến

Typst là một ngôn ngữ lập trình để soạn thảo văn bản. Như vậy Typst cũng là một ngôn ngữ lập trình.

Ví dụ sau tính tổng của hai số a và b và in nó ra file pdf.

```
#let a = 5
```

```
#let b = 7
```

```
#let c = a + b
```

Ta có $a + b = c$

Nhập đoạn code trên vào ta có kết quả

Ta có $a + b = 12$

- Chế độ bình thường của Typst là văn bản
- Chế độ code được bật lên bằng dấu #

2.2.2. Hàm

Ta định nghĩa hàm trong typst như sau

Khi đó $3 + 4 = 7$

Khi hàm số được tính toán phức tạp ta đặt đoạn code trong dấu {}

Khi đó $4! = 24$

2.2.3. Data

Data trong Typst có các dạng chính

- Số
- Chữ
- Boolean `true`, `false`

Data tổng hợp trong Typst có hai dạng chính

- List `#let a = (1,2,3,4,5)`
- Dictionary `#let john = (age: 18, name: "john", sex: "men")`
- Cách truy cập phần tử của list: Phần tử thứ hai của list a có giá trị bằng 2 (do đếm từ 0, 1, 2,...)
- Cách truy cập phần tử của dictionary: Tuổi của John là 18

2.3. Bảng và hình ảnh

2.3.1. Bảng

Trích dẫn bảng:

- `#import "../tools/tools.typ": ctutable`
- Dùng `#ctutable()` (xem thêm cách dùng: <https://typst.app/docs/reference/model/table/>)
- Chú ý bắt buộc để caption cho bảng

Cột 1	Cột 2	Cột 3
Dòng 1	Dòng 1	Dòng 1
Dòng 2	Dòng 2	Dòng 2

Bảng 1. Cách tạo Bảng trong Typst

Bây giờ tôi sẽ trích dẫn **Bảng 1** bằng `@tab-bang-1`

Muốn cho bảng dẫn rộng bằng văn bản, ta đổi biến cột thành (1 fr, 1 fr, 1 fr)

Cột 1	Cột 2	Cột 3
Dòng 1	Dòng 1	Dòng 1
Dòng 2	Dòng 2	Dòng 2

Bảng 2. Thiếu tên Bảng

Muốn căn giữa nội dung, thêm biến `align` trong hàm `#table`

Cột 1	Cột 2	Cột 3
Dòng 1	Dòng 1	Dòng 1
Dòng 2	Dòng 2	Dòng 2

Bảng 3. Thiếu tên Bảng

Bảng có màu theo từng ô

	Exam 1	Exam 2	Exam 3
John		A	
Mary		A	A
Robert	B	A	B

Bảng 4. Bảng có màu

2.3.2. Hình ảnh



Hình 1. Logo DHCT

Cách trích dẫn hình: **Hình 1.**

2.4. Định dạng Toán

2.4.1. Công thức toán

- Viết công thức trên 1 dòng cùng với text, $a^2 + b^2 = c^2$
- Viết công thức trên 1 dòng riêng

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \quad (1)$$

- Cách trích dẫn phương trình
 - Cách mặc định dùng @, ví dụ: Xét phương trình (1) và (3)
 - Cách mặc định dùng #eqref(), ví dụ: Xét phương trình (1) (equation reference) và (3)

Ta có thể viết tiếp một phương trình không đánh số thứ tự

$$\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a) \quad (2)$$

Ta có thể tiếp tục một phương trình có đánh số thứ tự bằng hàm #eqnum() (equation numbering)

$$\int_a^b f''(x)dx = f'(b) - f'(a) \quad (3)$$

2.4.2. Định lý

Mệnh đề 2.1: Trong một tam giác vuông ta có $a^2 + b^2 = c^2$.

Định lý 2.2: (Định lý Pytago) Trong một tam giác vuông ta có

$$a^2 + b^2 = c^2. \quad (4)$$

Chứng minh: Ta cần chứng minh

□

Ví dụ 2.3: Xét ví dụ sau

2.4.3. Vẽ đồ thị

Để vẽ đồ thị ta sử dụng Cetz - một thư viện của Typst: [Link Cetz package](#).

2.4.4. Trích dẫn bài báo

Lưu các bài báo cần trích dẫn vào file `ref.bib`. Sau đó là có thể trích dẫn bằng lệnh `@label`. Ví dụ

- Trong bài báo ([Alizadeh & Afrashteh 2020](#)), các tác giả đã
- Trong bài báo ([Espejo & Marin 2023](#)), các tác giả đã

Các bài báo trích dẫn sẽ tự động xuất hiện trong tài liệu tham khảo.

Kết luận

Kết quả nghiên cứu. Trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu Đóng góp của luận văn gồm hai phần chính:

1. Trong phần thứ nhất, chúng tôi ...
2. Trong phần thứ hai, chúng tôi ...

Các hướng nghiên cứu tiếp theo trong tương lai. Từ những kết quả nghiên cứu trên, có nhiều hướng phát triển tiềm năng trong tương lai. Hai trong số đó là:

1. Chúng tôi dự định nghiên cứu
2. Chúng tôi cũng dự định nghiên cứu ...

Tài liệu tham khảo

- Alizadeh B, Afrashteh E. 2020. Budget-Constrained Inverse Median Facility Location Problem on Tree Networks. *Applied Mathematics and Computation*. 375:125078–79
- Espejo I, Marin A. 2023. The p-median problem with upgrading of transportation costs and minimum travel time allocation. *Computers & Operations Research*. 159:106354–55
- Laporte G, Nickel S, Saldanha-da-Gama F. 2019. *Introduction to location science*. Springer
- Marianov V, Eiselt H. 2024. Location theory—a selective survey. *European Journal of Operational Research*