

## **Chào mừng các thầy cô đến với buổi bảo vệ đồ án!**

**Đề tài:** Bao lỗi xấp xỉ - Bao lỗi trực giao trong định hướng và phát hiện đối tượng có hướng.

**Giảng viên hướng dẫn:** TS.Nguyễn Kiều Linh.

**Sinh viên thực hiện:** Trần Xuân Độ - Đặng Thị Thoa.

**Năm bảo vệ:** 2023

## Giới thiệu nội dung

1. Giới thiệu bài toán.
  - Đặt vấn đề.
  - Phương pháp thích ứng bao lồi (Convex-hull feature adaptation - CFA).
2. Thuật toán bao lồi xấp xỉ.
  - Outer convex approximation.
3. Thuật toán bao lồi trực giao.
  - Các khái niệm.
  - Thuật toán tìm bao lồi Quickhull.
4. Thực nghiệm và kết quả.
  - Các bước triển khai.
  - Một vài kết quả số.

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu bài toán

- Đặt vấn đề
- Phương pháp thích ứng bao lồi (convex-hull feature adaptation-CFA)

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Outer convex approximation

### 3 Thuật toán tính bao lồi trực giao

- Các khái niệm liên quan
- Thuật toán tìm bao lồi - Quickhull

### 4 Thực nghiệm và kết quả

- Môi trường

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu bài toán

- Đặt vấn đề
- Phương pháp thích ứng bao lồi (convex-hull feature adaptation-CFA)

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Outer convex approximation

### 3 Thuật toán tính bao lồi trực giao

- Các khái niệm liên quan
- Thuật toán tìm bao lồi - Quickhull

### 4 Thực nghiệm và kết quả

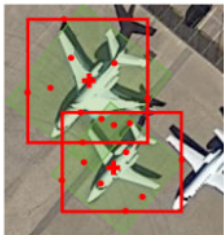
- Môi trường

## Đặt vấn đề

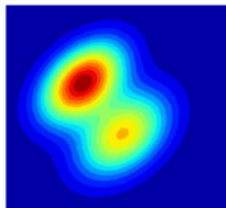
Việc định vị và phát hiện đối tượng dày đặc vẫn còn nhiều thách thức: đặc trưng răng cưa (feature aliasing)

- Hiện tượng các bounding-box hình chữ nhật giao nhau ở các góc
- Trường tiếp nhận không tách rời nhau
- Phân biệt đối tượng trở nên khó khăn

## Minh họa vấn đề



Hình: RepPoint Bounding Box.



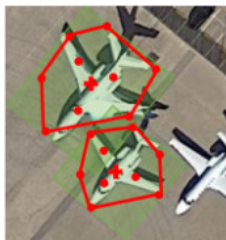
Hình: Reception Field with aliasing.

## Giải quyết vấn đề

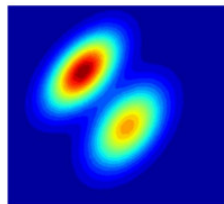
Để giải quyết vấn đề feature aliasing, sử dụng phương pháp thích ứng bao lỗi - CFA:

- Sử dụng bao lỗi thay cho hình chữ nhật làm bounding box.
- Hạn chế sự giao nhau giữa các bounding box.
- Giúp cho việc phát hiện đối tượng trở nên hiệu quả hơn

## Hình ảnh minh họa



Hình: ConvexHull Bounding Box.



Hình: Reception Field without aliasing.



## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu bài toán

- Đặt vấn đề
- Phương pháp thích ứng bao lồi (convex-hull feature adaptation-CFA)

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Outer convex approximation

### 3 Thuật toán tính bao lồi trực giao

- Các khái niệm liên quan
- Thuật toán tìm bao lồi - Quickhull

### 4 Thực nghiệm và kết quả

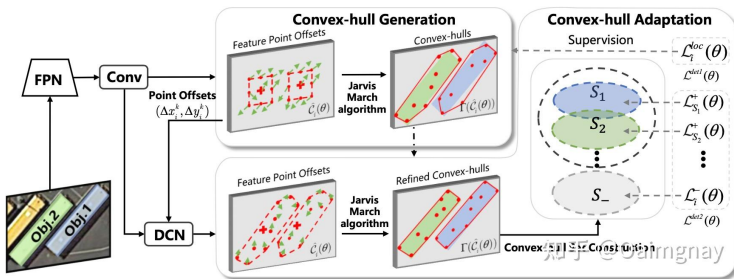
- Môi trường

## Phương pháp thích ứng bao lồi (convex-hull feature adaptation-CFA)

CFA được thực hiện dựa trên phương pháp biểu diễn bao lồi, định nghĩa một tập các điểm đặc trưng, giới hạn phạm vi của đối tượng mục tiêu sử dụng chỉ số CloU.

CFA đạt được sự phân bố đặc trưng tối ưu nhờ vào việc xây dựng tập bao lồi và phân chia linh hoạt các bao lồi thành các bao lồi âm và bao lồi dương.

## Minh họa bộ phát hiện CFA



Hình: Sơ đồ luồng của bộ dò CFA được đề xuất.

## Xây dựng tập bao lồi

Phương pháp CFA đã đề xuất biểu diễn phạm vi của đối tượng bằng bao lồi. Mỗi bao lồi là một tập hợp các điểm thoả mãn công thức:

$$C_i = \{(x_i^k, y_i^k)\}_{i=1,2,\dots,K} \quad (1)$$

Trong đó  $k$  là chỉ số của các điểm đặc trưng và  $K = 9$  là số điểm đặc trưng của lồi.

## 2 giai đoạn thực hiện:

- Giai đoạn 1: tạo tập bao lồi và ước lượng sơ bộ bố cục của bao lồi.
- Giai đoạn 2: chỉnh sửa bao lồi sao cho phù hợp với các đối tượng phân bố dày đặc.

## Giai đoạn 1

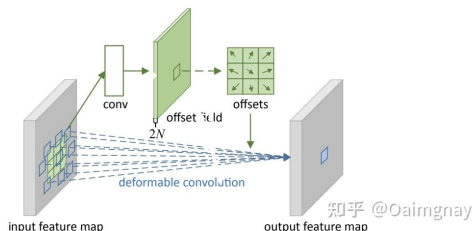
Việc huấn luyện có thể xem như là quá trình dự đoán độ lệch (offset), trong khi hệ số CloU cần được tối đa hoá để đạt được so khớp tối ưu nhất.

$$\hat{C}_l(\theta) \leftarrow \{(x_i^k + \Delta x_i^k, y_i^k + \Delta y_i^k)\}_i^{k=1,2,\dots,K} \quad (2)$$

trong đó  $\theta$  là các tham số của mạng. Việc dự đoán offset sẽ thực hiện theo công thức trên.

## Tích chập biến dạng

Tích chập biến dạng (Deformable convolution - DCN) [2] là dạng tích chập mà vị trí thực hiện tích chập bị biến dạng, không giống tích chập truyền thống là dạng lưới  $N \times N$ . Ưu điểm của phương pháp này giúp trích xuất các đặc trưng mong muốn được chính xác hơn, lấy mẫu được ở những vị trí đa dạng hơn



Hình: Sơ đồ phép chiếu để xác định kết quả sau phép tích chập.

## Thuật toán tìm bao lồi

Chia làm 2 hướng xử lý:

- Thuật toán tìm bao lồi xấp xỉ - Outer Convex Approximation.
- Thuật toán tìm bao lồi trực giao - Orthogonal Quick Hull.

Thuật toán sẽ áp dụng lên tập hợp 9 điểm đặc trưng, sao cho kết quả cuối cùng trả về một bao lồi bao quanh toàn bộ 9 điểm này.



## Định nghĩa công thức Convex Intersection over Union (CloU)

Dựa trên mỗi dự đoán bao lồi, có thể tính toán độ chênh lệch về vị trí và phân loại cho mỗi đối tượng. Giá trị CloU giữa đối tượng thứ  $i$  dự đoán convex-hull  $C_i(\theta)$  và hộp thực  $B_j$  của đối tượng thứ  $j$  được tính toán như sau:

$$CloU_{(C_i(\theta), B_j)}(\theta) = \frac{|C_i(\theta) \cap B_j|}{|C_i(\theta) \cup B_j|} - \frac{|R_j \setminus (C_i(\theta) \cup B_j)|}{|R_j|} \quad (3)$$

-  $R_j$ : đa giác nhỏ nhất bao quanh cả hai  $C_i(\theta)$  và  $B_j$ .

CloU không chỉ có thể đại diện cho phần chồng lẫn không gian mà còn là hàm liên tục và có khả năng đạo hàm.

## Convex-Hull Localization Loss

Chia làm hai hàm loss: Localization Loss và Classification Loss.  
Có thể sử dụng chỉ số CloU để làm hàm loss do tính chất tương tự 1 hàm loss.

Hàm loss localization được định nghĩa như sau:

$$\mathcal{L}_i^{loc}(\theta) = 1 - CloU(C_i(\theta), B_j) \quad (4)$$

## Convex-hull Classification Loss

Gọi  $f_i^k(\theta)$  là đặc trưng của điểm thứ k.

Bao lồi đặc trưng  $f_i(\theta)$  được tính bằng tổng có trọng số của tất cả các đặc trưng các điểm nằm trên  $C_i(\theta)$ :

$$f_i(\theta) = \sum_k w_i^k . f_i^k(\theta) \quad (5)$$

-  $w_i^k$ : trọng số đặc trưng học được từ DCN.

## Convex-hull Classification Loss

Dựa vào bao lồi đặc trưng, điểm dự đoán  $S_i(\theta)$  của  $C_i(\theta)$  được tính bằng phép tích chập.

Hàm loss tương ứng của  $C_i(\theta)$  tương ứng với vật thể  $B_j$  được định nghĩa:

$$\mathcal{L}_i^{cls}(\theta) = FL(S_i(\theta), Y_j) \quad (6)$$

- $Y_j$  ký hiệu nhãn nhị phân thật của vật thể.
- $FL(.)$ : Hàm Focal Loss.

## Convex-hull Loss

Hàm loss phân loại cho bao lỗi dương:

$$\mathcal{L}^+(\theta) = \mathcal{L}_i^{cls}(S_i(\theta), Y_j) + \lambda \mathcal{L}_i^{loc}(C_i(\theta), B_j) \quad (7)$$

Hàm loss phân loại cho bao lỗi âm:

$$\mathcal{L}^-(\theta) = \mathcal{L}_i^{cls}(S_i(\theta), Y_j) \quad (8)$$

Trong quá trình huấn luyện, bao lỗi được sinh ra duy nhất bằng cách tối ưu hàm Localization loss:

$$\mathcal{L}^{\text{det } 1}(\theta) = \frac{1}{J} \sum_i \mathbb{I}_{(x_i, y_i)} \mathcal{L}_i^{\text{loc}}(\theta) \quad (9)$$

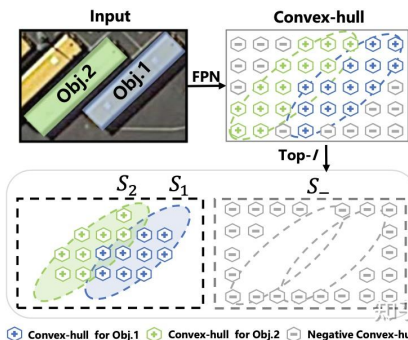
- $J$  ký hiệu số lượng của các đối tượng thật.
- $\mathbb{I}_{(x_i, y_i)}$ : một hàm chỉ thị cho việc liệu bao lỗi thứ  $i$  có liên quan trong quá trình tối ưu.

## Thích ứng bao lồi - Convex Hull Adaptation

Dùng để thích ứng các đặc trưng đối với các đối tượng bố trí dày đặc  $\Rightarrow$  gây ra hiện tượng feature aliasing.

**Convex-Hull Set Construction:** Xây dựng một tập các bao lồi cho mỗi đối tượng, để một đối tượng có thể khớp với nhiều Convex-hull, các bao lồi này sẽ cùng nhau tối ưu hóa các đặc trưng cho các đối tượng dày đặc.

## Xây dựng tập các bao lồi



Hình: Xây dựng tập bao lồi (convex-hull)



## Xây dựng tập các bao lỗi

Tập các bao lỗi dương( $S_j$ ) được xây dựng bằng cách chọn ra top-l bao lỗi làm bao lỗi dương, theo CloU giữa các bao lỗi và các hộp thật của đối tượng (growth-truth).

Các bao lỗi khác mà không thuộc đối tượng nào sẽ được gộp vào tập các bao lỗi âm ( $S_-$ ).

## Xây dựng tập các bao lồi

Ký hiệu tập các bao lồi cho đối tượng thứ  $j$  là  $S_j$ . Hàm loss của  $S_j$  được định nghĩa như sau:

$$\mathcal{L}_{S_j}^+(\theta) = \frac{1}{|S_j|} \sum_{i \in S_j} w_i \cdot \mathcal{L}_i^+(\theta) \quad (10)$$

- $w_i$  biểu thị độ tin cậy của convex-hull thứ  $i$ ,
- $\mathcal{L}_i^+(\theta)$  là giá trị loss dự đoán của bao lồi thứ  $i$ .

## Chiến lược chia tập các bao lồi

Là một chiến lược đánh giá một cách linh hoạt các bao lồi để chọn ra đâu là bao lồi dương, đâu là bao lồi âm.

Đặt  $w_i = f(\mathcal{L}_i^+(\theta))$ , có công thức sau:

$$\mathcal{L}_{S_j}^+(\theta) = \frac{1}{|S_j|} \sum_{i \in S_j} f(\mathcal{L}_i^+(\theta)) \mathcal{L}_i^+(\theta). \quad (11)$$

Với  $f(x)$  là hàm đơn điệu giảm được định nghĩa trên hàm lỗi mật độ Gauss, cho rằng bao lồi nào có giá trị loss nhỏ hơn sẽ có độ tin cậy cao hơn:  $f(x) = 1.0 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ .

## Chiến lược chia tập các bao lồi

Cách chia tập các bao lồi được hướng dẫn bởi nguyên tắc nhất quán đạo hàm. Lấy đạo hàm của phương trình(11), có đạo hàm của tập các bao lồi:

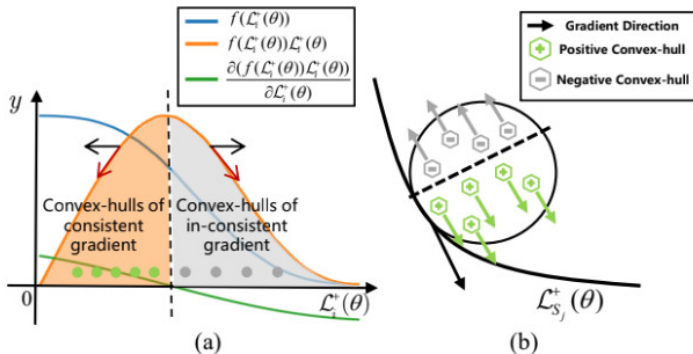
$$\frac{\partial \mathcal{L}_{S_j}^+(\theta)}{\partial(\theta)} = \frac{1}{|S_j|} \sum_{i \in S_j} \frac{\partial(f(\mathcal{L}_i^+(\theta))\mathcal{L}_i^+(\theta))}{\partial(\mathcal{L}_i^+(\theta))} \frac{\partial \mathcal{L}_i^+(\theta)}{\partial(\theta)} \quad (12)$$

Nguyên tắc nhất quán đạo hàm yêu cầu: Đạo hàm  $\frac{\partial \mathcal{L}_i^+(\theta)}{\partial \theta}$  của mỗi bao lỗi dương phải có cùng hướng với tập bao lỗi  $\frac{\partial \mathcal{L}_j^+(\theta)}{\partial \theta}$ .

Những bao lỗi nào mà không có cùng hướng đạo hàm sẽ gây ra hiện tượng đặc trưng răng cưa (feature aliasing).

Nếu  $\frac{\partial (f(\mathcal{L}_i^+(\theta))\mathcal{L}_i^+(\theta))}{\partial (\mathcal{L}_i^+(\theta))}$  mang dấu dương, thì  $\mathcal{C}_i$  là bao lỗi dương, và ngược lại.

## Chiến lược phân đoạn tập các bao lồi



Hình: Chia tách tập convex-hull dựa trên nguyên tắc tính thống nhất gradient.

$f(\mathcal{L}_i^+(\theta)) \mathcal{L}_i^+(\theta)$  định nghĩa 1 đường cong lồi lên phía trên với 1 điểm cực tiểu. (Hình 8)

Hàm  $\frac{\partial(f(\mathcal{L}_i^+(\theta))\mathcal{L}_i^+(\theta))}{\partial(\mathcal{L}_i^+(\theta))}$  có một điểm  $0 \Rightarrow$  các bao lồi được chia thành bao lồi âm và bao lồi dương nhờ điểm này.

## Xử lý hiện tượng đặc trưng răng cưa

Đưa ra công thức tính hệ số khử đặc trưng răng cưa:

$$p_i = \gamma \frac{CloU(C_i, B_j)}{\sum_{m=1}^M CloU(C_i, B_m)} \quad (13)$$

Trong đó  $\gamma$  là hệ số chống hiện tượng "feature aliasing".  
Nhân hệ số này với công thức 11 sẽ được phương trình:

$$\mathcal{L}_{S_j}^+(\theta) = \frac{1}{|S_j|} \sum_{i \in S_j} p_i f(\mathcal{L}_i^+(\theta)) \mathcal{L}_i^+(\theta) \quad (14)$$



## Tối ưu hàm loss giai đoạn 2

Việc tối ưu của giai đoạn 2 được điều khiển bởi sự kết hợp cả hàm loss classification và localization định nghĩa trên tập các bao lỗi:

$$\mathcal{L}^{det2}(\theta) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \frac{1}{|S_j|} \sum_{i \in S_j} p_i f(\mathcal{L}_i^+(\theta)) \mathcal{L}_i^+(\theta) + \frac{1}{|S_-|} \sum_{i \in S} \mathcal{L}_i^-(\theta) \quad (15)$$

## Hàm loss của bộ phát hiện CFA

Là tổng hàm loss của cả hai giai đoạn:

$$\mathcal{L}_{CFA} = \mathcal{L}^{\text{det}1}(\theta) + \mathcal{L}^{\text{det}2}(\theta) \quad (16)$$

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu bài toán

- Đặt vấn đề
- Phương pháp thích ứng bao lồi (convex-hull feature adaptation-CFA)

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Outer convex approximation

### 3 Thuật toán tính bao lồi trực giao

- Các khái niệm liên quan
- Thuật toán tìm bao lồi - Quickhull

### 4 Thực nghiệm và kết quả

- Môi trường

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu bài toán

- Đặt vấn đề
- Phương pháp thích ứng bao lồi (convex-hull feature adaptation-CFA)

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Outer convex approximation

### 3 Thuật toán tính bao lồi trực giao

- Các khái niệm liên quan
- Thuật toán tìm bao lồi - Quickhull

### 4 Thực nghiệm và kết quả

- Môi trường

## Thuật toán 1

### Định nghĩa:

Cho tập điểm  $x$  bất kỳ (các điểm không thẳng hàng với nhau) và một giá trị ngưỡng  $\delta$ , cần tìm một bao lồi xấp xỉ của  $X$  sao cho  $dist_H(conv, \mathcal{P}^{outer}) \leq \delta$ .

Định nghĩa  $\mathcal{P}^{outer}$ : là tập các điểm  $x$  sao cho tích ma trận chuyển vị của  $x$  nhân với hướng  $d$  nhỏ hơn hoặc bằng ngưỡng  $\beta_d$  tương ứng của  $d$ :

$$\mathcal{P}^{outer} := \left\{ x \in \mathbb{R}^2 \mid dx^T \leq \beta_d \text{ for all } d \in D \right\} \quad (17)$$

Ký hiệu  $P$  sẽ là tập đỉnh của  $\mathcal{P}^{outer}$ .

**Bắt đầu thuật toán:**

Ta bắt đầu quy trình tìm kiếm với hình chữ nhật nhỏ nhất bao gồm các cạnh song song với các trục của đồ thị Oxy, có tập  $D$  là:

$$D := \{(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)\} \quad (18)$$

Ngưỡng tương ứng của tập  $D$ :

$$\begin{aligned} \beta_{(1,0)} &:= \max\{x^1 \mid (x^1, x^2) \in X\}, \\ \beta_{(0,1)} &:= \max\{x^2 \mid (x^1, x^2) \in X\}, \\ \beta_{(-1,0)} &:= \max\{-x^1 \mid (x^1, x^2) \in X\}, \\ \beta_{(0,-1)} &:= \max\{-x^2 \mid (x^1, x^2) \in X\}. \end{aligned} \quad (19)$$

Hình chữ nhật  $\mathcal{P}^{outer}$  cấu tạo gồm 4 đỉnh như sau:

$$\begin{aligned} r_1 &:= (\beta_{(1,0)}, \beta_{(0,1)}), \\ r_2 &:= (\beta_{(-1,0)}, \beta_{(0,1)}), \\ r_3 &:= (\beta_{(-1,0)}, \beta_{(0,-1)}), \\ r_4 &:= (\beta_{(1,0)}, \beta_{(0,-1)}). \end{aligned} \tag{20}$$

Tập P ban đầu chứa 4 đỉnh này:

$$P := \{r_1, r_2, r_3, r_4\} \tag{21}$$



Lấy 1 đỉnh  $p \in P$ , có được  $p^-$  là điểm liền trước (ngược chiều kim đồng hồ) của  $p$ ,  $p^+$  là điểm liền sau của  $p$ , ta tính được hướng  $d_p$  của  $p$  và ngưỡng  $\beta_{dp}$ :

$$\begin{aligned} d_p^T &:= \|p^+ - p^-\|^{-1} R(p^+ - p^-)^T, \\ \beta_{dp} &:= \max\{d_p x^T \mid x \in X\}, \end{aligned} \quad (22)$$

trong đó:

$$R := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

Vì  $R$  là ma trận xoay, thay vào công thức ngưỡng  $d_p$  bên trên:

$$\|d_p\| = \|p^+ - p^-\|^{-1} \|(p^+ - p^-)R^T\| = \|p^+ - p^-\|^{-1} \|p^+ - p^-\| = 1. \quad (24)$$

Xét biểu thức định nghĩa  $\mathcal{P}^{outer}$ :

$$d_p x^T \leq \beta_{d_p}. \quad (25)$$

Trường hợp 1, nếu:

$$\beta_{d_p} = d_p p^+ \quad (26)$$

Thì ràng buộc (25) sẽ không tạo đỉnh mới mà tạo thêm cạnh mới  $[p^-, p^+]$  của  $\mathcal{P}^{outer}$ .

Cho  $d_{[p^-, p]}$  và  $d_{[p, p^+]}$  là hai hướng cực đại từ  $D$  định nghĩa hai cạnh  $[p^-, p]$  và  $[p, p^+]$  của đa giác  $\mathcal{P}^{outer}$ . Tuy nhiên hai cạnh này mặc định có sẵn  $\Rightarrow$  hai hướng trên trở nên thừa thãi.

Chính vì thế nên khi thêm  $d_p$  vào tập  $D$  ta cần loại bỏ hai hướng  $d_{[p^-,p]}$  và  $d_{[p,p^+]}$  khỏi tập  $D$  và đỉnh  $p$  từ  $P$ :

$$\begin{aligned} D &:= (D \cup \{d_p\}) \setminus \{d_{[p^-,p]}, d_{[p,p^+]}\}, \\ P &:= P \setminus \{p\}. \end{aligned} \tag{27}$$

Xét trường hợp 2, nếu:

$$\beta_{d_p} > d_p p^+ \quad (28)$$

và:

$$d_p p^T - \beta_{d_p} > \delta \quad (29)$$

thì ràng buộc (25) tạo thêm 2 đỉnh mới cho đa giác là  $\hat{p}^-$  và  $\hat{p}^+$  và được tính toán bởi:

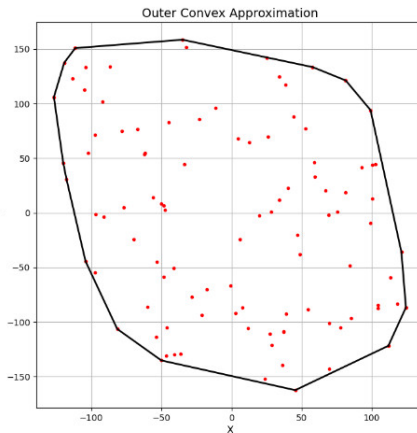
$$\begin{aligned} \lambda_p &:= (\beta_{d_p} - d_p p^{-T}) / (d_p p^T - d_p p^{-T}) \in (0, 1), \\ \hat{p}^- &:= (1 - \lambda_p) p^{-T} + \lambda_p p^T, \\ \hat{p}^+ &:= (1 - \lambda_p) p^{+T} + \lambda_p p^T. \end{aligned} \quad (30)$$

Tiếp theo ta thêm  $d_p$  vào  $D$  và thay thế  $p \in P$  bởi  $\hat{p}^+$  và  $\hat{p}^-$ :

$$\begin{aligned} D &:= D \cup \{d_p\}, \\ P &:= (P \setminus \{p\}) \cup \{\hat{p}^-, \hat{p}^+\}. \end{aligned} \tag{31}$$

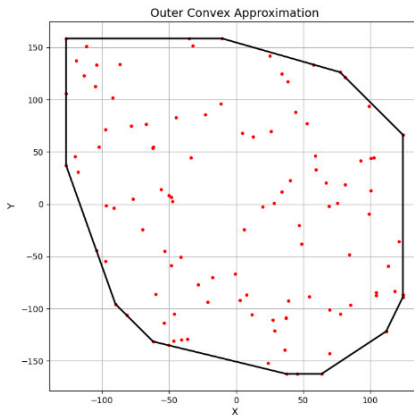
Lặp lại các bước tương tự, ta sẽ tìm được một bao lồi xấp xỉ của tập hợp các điểm.

## Một vài kết quả của Outer Convex Approximation



Hình: Với  $n = 100$ ,  $\delta = 0$ .

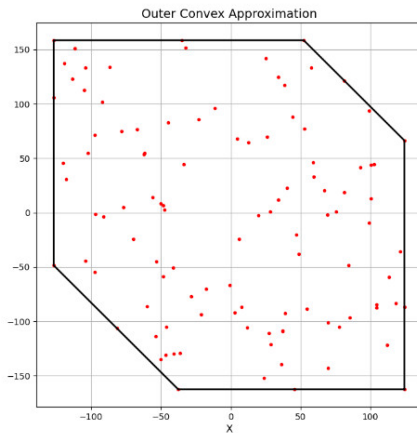
## Một vài kết quả của Outer Convex Approximation



Hình: Với  $n = 100$ ,  $\delta = 20$ .



## Một vài kết quả của Outer Convex Approximation



Hình: Với  $n = 100$ ,  $\delta = 50$ .

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu bài toán

- Đặt vấn đề
- Phương pháp thích ứng bao lồi (convex-hull feature adaptation-CFA)

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Outer convex approximation

### 3 Thuật toán tính bao lồi trực giao

- Các khái niệm liên quan
- Thuật toán tìm bao lồi - Quickhull

### 4 Thực nghiệm và kết quả

- Môi trường

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu bài toán

- Đặt vấn đề
- Phương pháp thích ứng bao lồi (convex-hull feature adaptation-CFA)

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Outer convex approximation

### 3 Thuật toán tính bao lồi trực giao

- Các khái niệm liên quan
- Thuật toán tìm bao lồi - Quickhull

### 4 Thực nghiệm và kết quả

- Môi trường

## Bao lỗi trực giao liên thông

## Tính chất của bao lỗi trực giao liên thông

## **Đường trực giao bên phải**

## Nội dung chính

- 1 Giới thiệu bài toán
  - Đặt vấn đề
  - Phương pháp thích ứng bao lồi (convex-hull feature adaptation-CFA)
- 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ
  - Outer convex approximation
- 3 Thuật toán tính bao lồi trực giao
  - Các khái niệm liên quan
  - Thuật toán tìm bao lồi - Quickhull
- 4 Thực nghiệm và kết quả
  - Môi trường

## Thuật toán Quickhull



## Tính đúng đắn và phức tạp của Quickhull

## Nội dung chính

- 1 Giới thiệu bài toán
  - Đặt vấn đề
  - Phương pháp thích ứng bao lồi (convex-hull feature adaptation-CFA)
- 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ
  - Outer convex approximation
- 3 Thuật toán tính bao lồi trực giao
  - Các khái niệm liên quan
  - Thuật toán tìm bao lồi - Quickhull
- 4 Thực nghiệm và kết quả
  - Môi trường

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu bài toán

- Đặt vấn đề
- Phương pháp thích ứng bao lồi (convex-hull feature adaptation-CFA)

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Outer convex approximation

### 3 Thuật toán tính bao lồi trực giao

- Các khái niệm liên quan
- Thuật toán tìm bao lồi - Quickhull

### 4 Thực nghiệm và kết quả

- Môi trường

## Thay thế bằng thuật toán Outer Convex Approximation

Thay cả 2 hàm Jarvis() và Jarvis\_and\_index(), sử dụng full dataset