

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu

- Ứng dụng của bao lồi xấp xỉ
- Ứng dụng của bao lồi trực giao

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

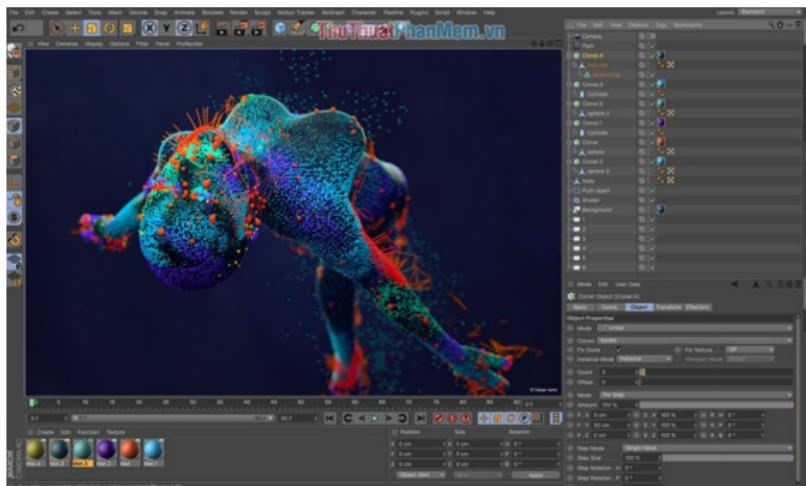
- Kiến thức ban đầu
- Thuật toán xấp xỉ lồi ngoài
- Thuật toán bao lồi xấp xỉ trong

### 3 Ý tưởng thay thế thuật toán bao lồi xấp xỉ vào một bộ phát hiện

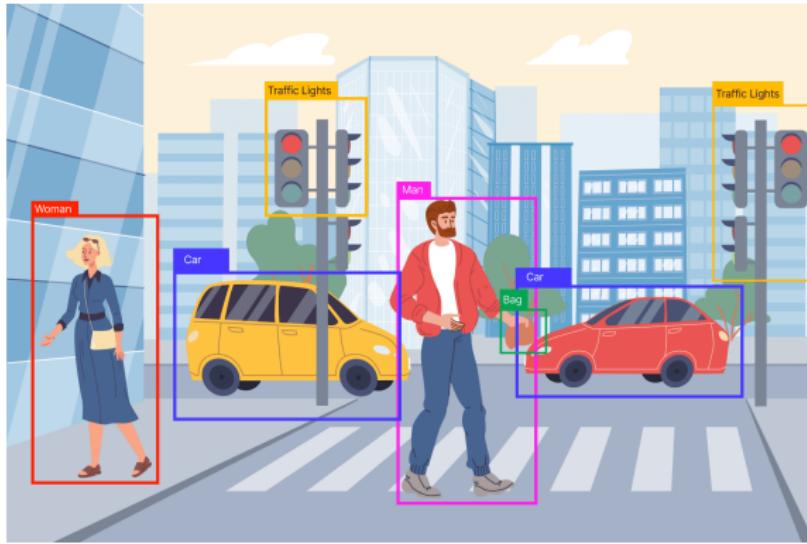
- Giới thiệu chung
- Ý tưởng thay thế bao lồi vào bộ phát hiện CFA

### 4 Một số kết quả thu được

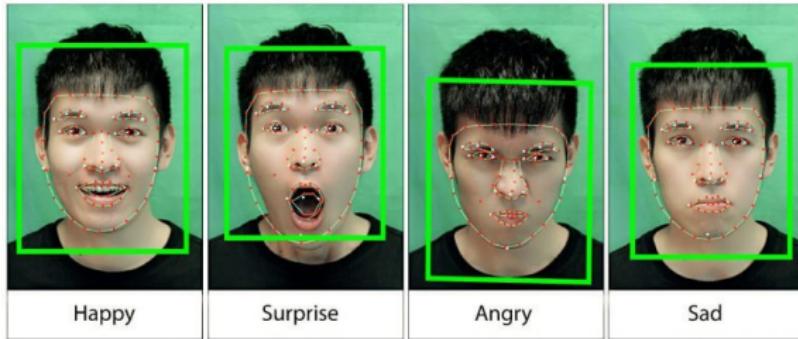
Bài toán bao lồi của tập hữu hạn điểm là một trong những bài toán đặc biệt quan trọng trong lĩnh vực hình học tính toán:



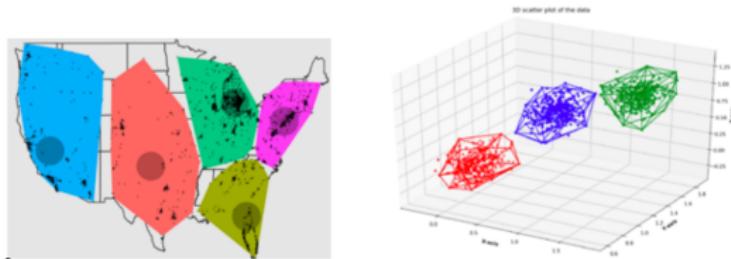
Hình



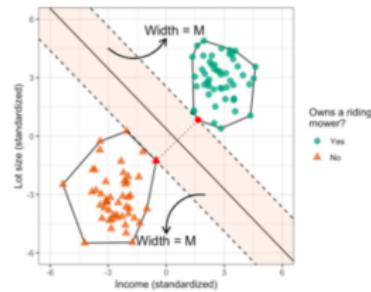
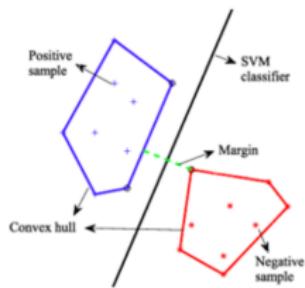
Hình



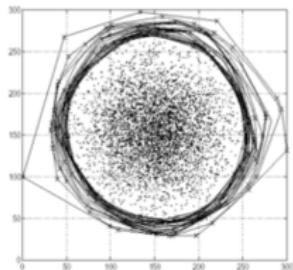
Hình



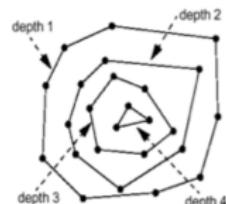
Hình: Convex hull for clustering



Hình: Convex hull for classification



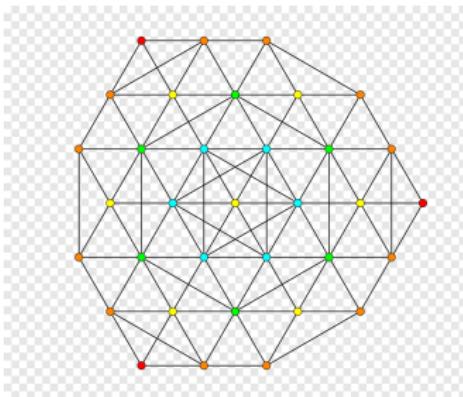
(a) the data set



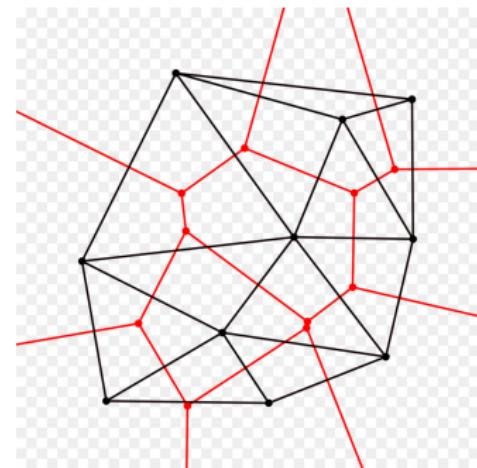
(b) depths and convex hulls

## Hình

## Tìm bao lồi là một bước tiền xử lý quan trọng trong các bài toán hình học



(a) Tam giác phân Delaunay



(b) Biểu đồ Voronoi

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu

- Ứng dụng của bao lồi xấp xỉ
- Ứng dụng của bao lồi trực giao

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Kiến thức ban đầu
- Thuật toán xấp xỉ lồi ngoài
- Thuật toán bao lồi xấp xỉ trong

### 3 Ý tưởng thay thế thuật toán bao lồi xấp xỉ vào một bộ phát hiện

- Giới thiệu chung
- Ý tưởng thay thế bao lồi vào bộ phát hiện CFA

### 4 Một số kết quả thu được

Giảm thời gian tính toán so với bao lồi chính xác.

Không thể tính toán bao lồi chính xác với dữ liệu không chính xác, không đầy đủ, hoặc chứa nhiễu.

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu

- Ứng dụng của bao lồi xấp xỉ
- Ứng dụng của bao lồi trực giao

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Kiến thức ban đầu
- Thuật toán xấp xỉ lồi ngoài
- Thuật toán bao lồi xấp xỉ trong

### 3 Ý tưởng thay thế thuật toán bao lồi xấp xỉ vào một bộ phát hiện

- Giới thiệu chung
- Ý tưởng thay thế bao lồi vào bộ phát hiện CFA

### 4 Một số kết quả thu được

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu

- Ứng dụng của bao lồi xấp xỉ
- Ứng dụng của bao lồi trực giao

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Kiến thức ban đầu
- Thuật toán xấp xỉ lồi ngoài
- Thuật toán bao lồi xấp xỉ trong

### 3 Ý tưởng thay thế thuật toán bao lồi xấp xỉ vào một bộ phát hiện

- Giới thiệu chung
- Ý tưởng thay thế bao lồi vào bộ phát hiện CFA

### 4 Một số kết quả thu được

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu

- Ứng dụng của bao lồi xấp xỉ
- Ứng dụng của bao lồi trực giao

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Kiến thức ban đầu
- Thuật toán xấp xỉ lồi ngoài
- Thuật toán bao lồi xấp xỉ trong

### 3 Ý tưởng thay thế thuật toán bao lồi xấp xỉ vào một bộ phát hiện

- Giới thiệu chung
- Ý tưởng thay thế bao lồi vào bộ phát hiện CFA

### 4 Một số kết quả thu được

## Giới thiệu

Thuật toán xấp xỉ sử dụng khoảng cách Hausdorff là một công cụ được dùng để tính toán khoảng cách giữa hai tập hợp bao lồi.

Thuật toán sử dụng tham số  $\delta$  kết hợp để tùy chỉnh xấp xỉ bao lồi.(cái này để tự nói hơn).

Định nghĩa bao lồi xấp xỉ:

$$\mathcal{P}^{outer} := \{x \in \mathbb{R}^2 \mid dx^T \leq \beta_d \text{ với tất cả } d \in D\} \quad (1)$$

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu

- Ứng dụng của bao lồi xấp xỉ
- Ứng dụng của bao lồi trực giao

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Kiến thức ban đầu
- Thuật toán xấp xỉ lồi ngoài
- Thuật toán bao lồi xấp xỉ trong

### 3 Ý tưởng thay thế thuật toán bao lồi xấp xỉ vào một bộ phát hiện

- Giới thiệu chung
- Ý tưởng thay thế bao lồi vào bộ phát hiện CFA

### 4 Một số kết quả thu được

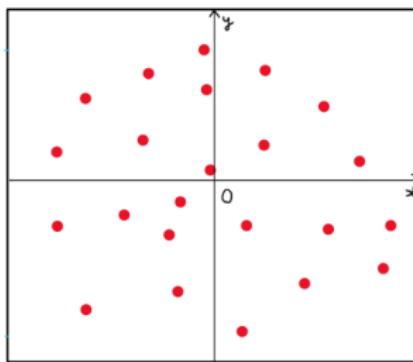
## Khởi tạo ban đầu

Định nghĩa đường thẳng  $[x; x'] := \{(1 - \lambda)x + \lambda x' | \lambda \in [0; 1]\}$ .

Cho tập hợp điểm không cùng nằm trên 1 đường thẳng.

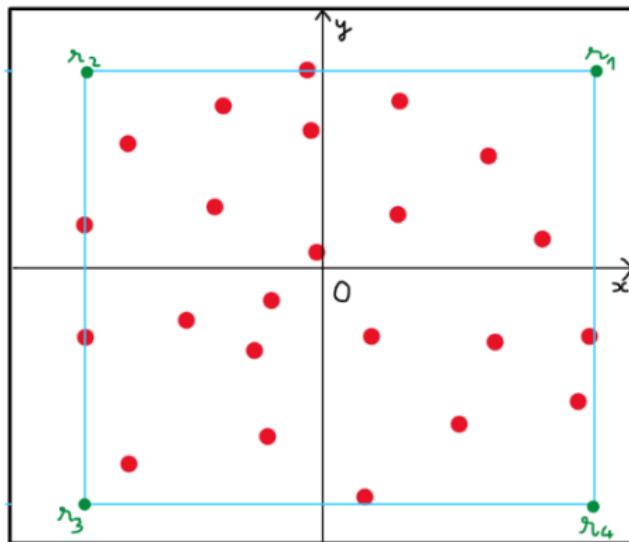
=> Cần tìm một bao lồi xấp xỉ lồi ngoài  $P^{outer}$  sao cho:

$$dist_H(convX; P^{outer}) \leq \delta$$



## Bắt đầu thuật toán

Khởi tạo hình chữ nhật lớn nhất bao quanh các điểm.



Hình chữ nhật  $\mathcal{P}^{outer}$  cấu tạo gồm 4 đỉnh như sau: Tập P ban đầu chứa 4 đỉnh này:

$$P := \{r_1, r_2, r_3, r_4\} \quad (2)$$

Lấy 1 đỉnh  $p \in P$ .

$p^-$  là điểm liền trước (ngược chiều kim đồng hồ) của  $p$ ,

$p^+$  là điểm liền sau của  $p$ ,

ta tính được:

$$\begin{aligned} d_p^T &:= \|p^+ - p^-\|^{-1} R(p^+ - p^-)^T, \\ \beta_{d_p} &:= \max\{d_p x^T \mid x \in X\}, \end{aligned} \quad (3)$$

Với  $R$  là ma trận xoay  $2 \times 2$  theo chiều kim đồng hồ.  
Xét biểu thức định nghĩa  $\mathcal{P}^{outer}$ :

$$d_p x^T \leq \beta_{d_p}. \quad (4)$$

## Trường hợp 1

Nếu:

$$\beta_{d_p} = d_p p^+ \quad (5)$$

Thì ràng buộc (4) sẽ không tạo đỉnh mới mà tạo thêm cạnh mới  $[p^-, p^+]$  của  $\mathcal{P}^{outer}$ . (*đoạn này phải hỏi cô*) Cho  $d_{[p^-, p]}$  và  $d_{[p, p^+]}$  là hai hướng cực đại từ  $D$  định nghĩa hai cạnh  $[p^-, p]$  và  $[p, p^+]$  của đa giác  $\mathcal{P}^{outer}$ . Sau đó hai cạnh này trở nên thừa ra: (đoạn này có thể nói mồm được).

$$\begin{aligned} D &:= (D \cup \{d_p\}) \setminus \{d_{[p^-, p]}, d_{[p, p^+]}\}, \\ P &:= P \setminus \{p\}. \end{aligned} \quad (6)$$



## Trường hợp 2

Nếu:

$$\beta_{d_p} > d_p p^+ \quad (7)$$

và:

$$d_p p^T - \beta_{d_p} > \delta \quad (8)$$

$\Rightarrow$  ràng buộc (4) tạo thêm 2 đỉnh mới  $\hat{p}^-$  và  $\hat{p}^+$ :

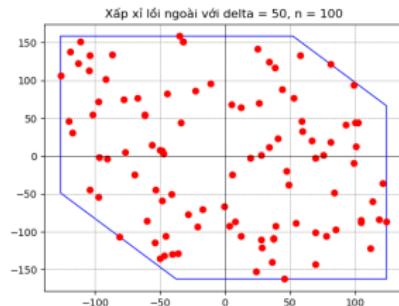
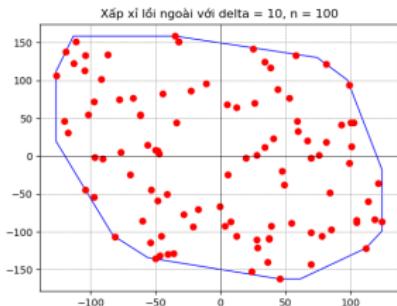
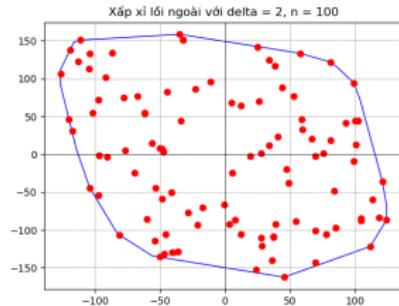
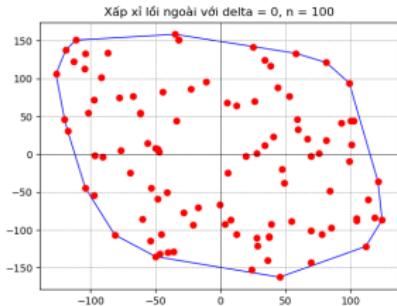
$$\begin{aligned} \lambda_p &:= (\beta_{d_p} - d_p p^{-T}) / (d_p p^T - d_p p^{-T}) \in (0, 1), \\ \hat{p}^- &:= (1 - \lambda_p) p^{-T} + \lambda_p p^T, \\ \hat{p}^+ &:= (1 - \lambda_p) p^{+T} + \lambda_p p^T. \end{aligned} \quad (9)$$



Thêm  $d_p$  vào  $D$ , thay thế  $p \in P$  bởi  $\hat{p}^+$  và  $\hat{p}^-$ :

$$\begin{aligned} D &:= D \cup \{d_p\}, \\ P &:= (P \setminus \{p\}) \cup \{\hat{p}^-, \hat{p}^+\}. \end{aligned} \tag{10}$$

## Một vài kết quả của xấp xỉ lồi ngoài



## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu

- Ứng dụng của bao lồi xấp xỉ
- Ứng dụng của bao lồi trực giao

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Kiến thức ban đầu
- Thuật toán xấp xỉ lồi ngoài
- Thuật toán bao lồi xấp xỉ trong

### 3 Ý tưởng thay thế thuật toán bao lồi xấp xỉ vào một bộ phát hiện

- Giới thiệu chung
- Ý tưởng thay thế bao lồi vào bộ phát hiện CFA

### 4 Một số kết quả thu được

## Trình bày thuật toán

Cho tập  $X := x_1, x_2, \dots, x_n \subset \mathbb{R}^2$  giả sử  $x_1, x_2, \dots, x_n$  không cùng nằm trên 1 đường thẳng.

Cần tìm một bao lồi xấp xỉ trong của  $\mathcal{P}^{inner}$ :

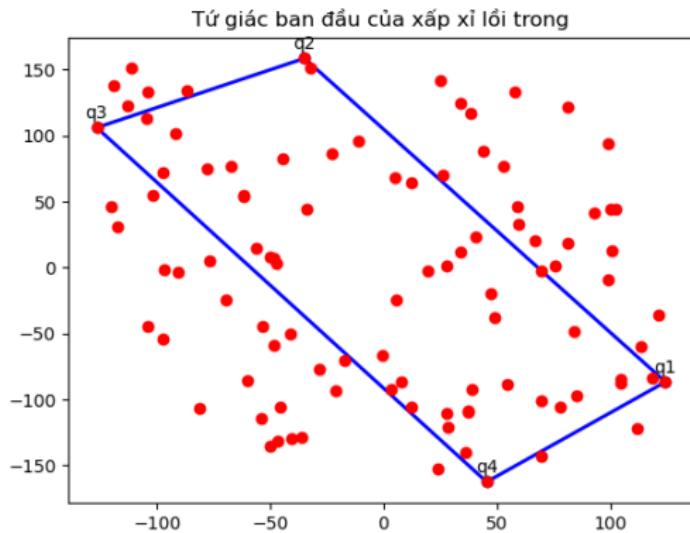
$$\mathcal{P}^{inner} := conv X', \text{ với } X' \subset X, \quad (11)$$

## Xấp xỉ lồi trong

Xét hai công thức:

$$\begin{aligned} X' &:= \{\bar{q}_1, \bar{q}_2, \bar{q}_3, \bar{q}_4\}, \\ E &:= \{[\bar{q}_1, \bar{q}_2], [\bar{q}_2, \bar{q}_3], [\bar{q}_3, \bar{q}_4], [\bar{q}_4, \bar{q}_1]\}, \end{aligned} \quad (12)$$

- " $\bar{q}_1$ : điểm có giá trị y lớn nhất trong tập các điểm có x lớn nhất",
- " $\bar{q}_2$ : điểm có giá trị x nhỏ nhất trong tập các điểm có y lớn nhất",
- " $\bar{q}_3$ : điểm có giá trị y nhỏ nhất trong tập các điểm có x nhỏ nhất",
- " $\bar{q}_4$ : điểm có giá trị x lớn nhất trong tập các điểm có y nhỏ nhất",



Hình: Tứ giác khởi tạo ban đầu xấp xỉ lồi trong.

Xét cạnh bất kỳ  $[p, p^+] \in E$  ( $p \neq p^+$ ), xác định:

$$\begin{aligned}\bar{d}_{[p,p^+]}^T &:= \|p^+ - p\|^{-1} R(p^+ - p)^T, \\ X_{[p,p^+]} &:= \{x \in X \mid \bar{d}_{[p,p^+]} x^T > \bar{d}_{[p,p^+]} p^T\},\end{aligned}\quad (13)$$

Với  $R$  là ma trận xoay ngược chiều theo hướng kim đồng hồ.  
Chú ý rằng, ma trận xoay trong thuật toán tìm bao lồi xấp xỉ trong  
ngược với ma trận xoay ở thuật toán tìm bao lồi xấp xỉ ngoài.

Nếu  $X_{[p,p^+]}$   $\neq \emptyset$  thì xác định:

$$\begin{aligned}\beta_{[p,p^+]} &:= \max\{\bar{d}_{[p,p^+]} x^T \mid x \in X_{[p,p^+]}\}, \\ B_{[p,p^+]} &:= \{x \in X_{[p,p^+]} \mid \bar{d}_{[p,p^+]} x^T = \beta_{[p,p^+]}\}.\end{aligned}\quad (14)$$

Nếu:

$$\beta_{[p,p^+]} - \bar{d}_{[p,p^+]} p^T \leq \delta \quad (15)$$

Thì không cần phải mở rộng  $\mathcal{P}^{\text{inner}}$  theo hướng  $\bar{d}_{[p,p^+]}$  nữa.

Ngược lại, nếu:

$$\beta_{[p,p^+]} - \bar{d}_{[p,p^+]} p^T > \delta \quad (16)$$

thì xác định điểm:

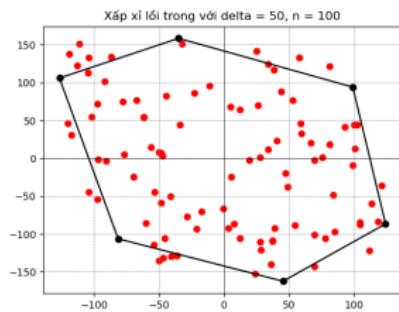
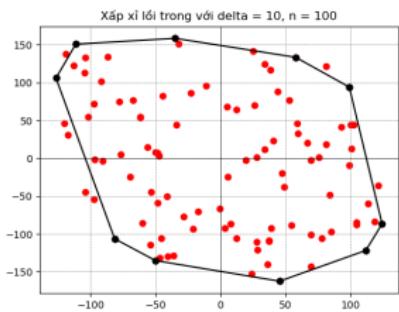
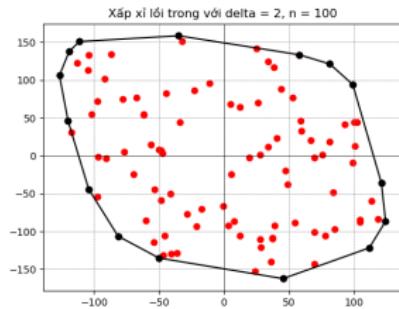
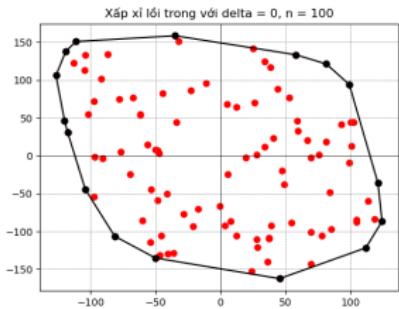
$$\hat{p} \in B_{[p,p^+]} \text{ thỏa mãn } \|\hat{p} - p\| = \max\{\|x - p\| \mid x \in B_{[p,p^+]}\}, \quad (17)$$

Và cập nhật  $X'$  và  $B$  bởi

$$\begin{aligned} X' &:= X' \cup \{\hat{p}\}, \\ E &:= E \cup \{[p, \hat{p}], [\hat{p}, p^+]\}, \end{aligned} \quad (18)$$

Và xác định:

$$\begin{aligned} X_{[p, \hat{p}]} &:= \{x \in X_{[p, p^+]} \mid \bar{d}_{[p, \hat{p}]} x^T > \bar{d}_{[\hat{p}, \hat{p}]} p^T\}, \\ X_{[\hat{p}, p^+]} &:= \{x \in X_{[p, p^+]} \mid d_{[\hat{p}, p^+]} x^T > d_{[\hat{p}, p^+]} \hat{p}^T\}. \end{aligned} \quad (19)$$



## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu

- Ứng dụng của bao lồi xấp xỉ
- Ứng dụng của bao lồi trực giao

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Kiến thức ban đầu
- Thuật toán xấp xỉ lồi ngoài
- Thuật toán bao lồi xấp xỉ trong

### 3 Ý tưởng thay thế thuật toán bao lồi xấp xỉ vào một bộ phát hiện

- Giới thiệu chung
- Ý tưởng thay thế bao lồi vào bộ phát hiện CFA

### 4 Một số kết quả thu được

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu

- Ứng dụng của bao lồi xấp xỉ
- Ứng dụng của bao lồi trực giao

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Kiến thức ban đầu
- Thuật toán xấp xỉ lồi ngoài
- Thuật toán bao lồi xấp xỉ trong

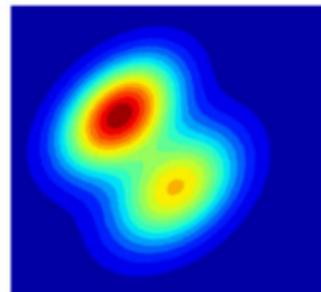
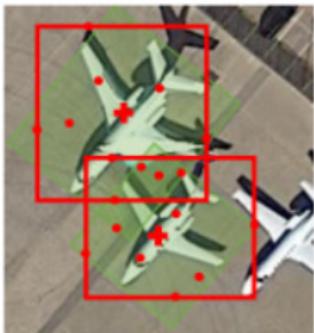
### 3 Ý tưởng thay thế thuật toán bao lồi xấp xỉ vào một bộ phát hiện

- Giới thiệu chung
- Ý tưởng thay thế bao lồi vào bộ phát hiện CFA

### 4 Một số kết quả thu được

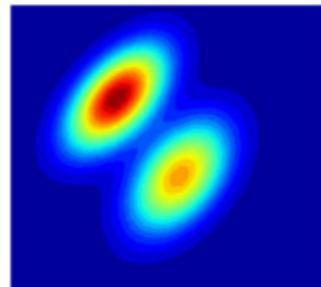
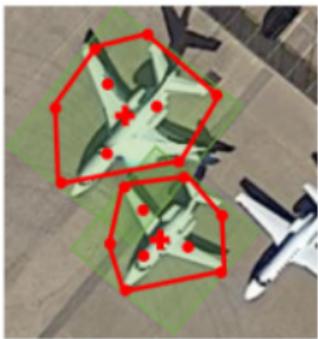
## Giới thiệu chung

Thách thức lớn: đặc trưng răng cưa (feature aliasing)



## Giới thiệu chung

Sử dụng bao lồi làm biểu diễn bounding box.



## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu

- Ứng dụng của bao lồi xấp xỉ
- Ứng dụng của bao lồi trực giao

### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Kiến thức ban đầu
- Thuật toán xấp xỉ lồi ngoài
- Thuật toán bao lồi xấp xỉ trong

### 3 Ý tưởng thay thế thuật toán bao lồi xấp xỉ vào một bộ phát hiện

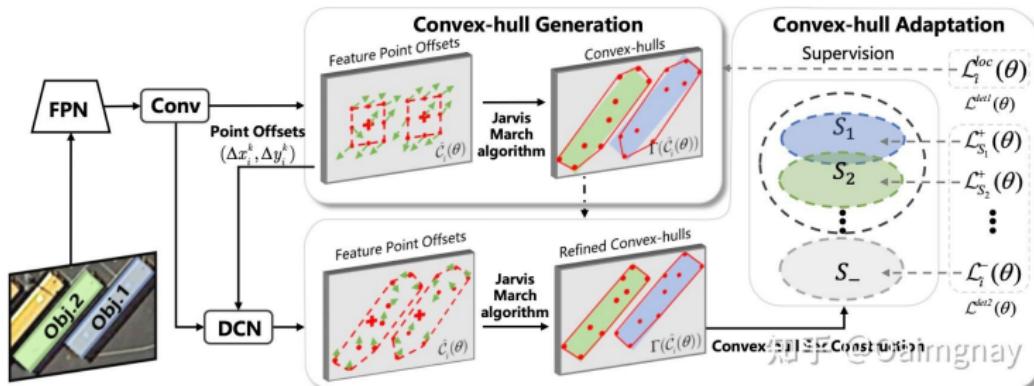
- Giới thiệu chung
- Ý tưởng thay thế bao lồi vào bộ phát hiện CFA

### 4 Một số kết quả thu được

## Phương pháp thích ứng bao lồi xấp xỉ (Approximation convex-hull feature adaptation-ACFA)

Giới hạn phạm vi đối tượng sử dụng chỉ số AClou.

Phân chia tập bao lồi thành bao lồi xấp xỉ âm và dương.



## Xây dựng tập bao lồi

Phương pháp ACFA đã đề xuất biểu diễn phạm vi của đối tượng bằng bao lồi:

$$C_i = \{(x_i^k, y_i^k)\}_{i=1}^{k=1,2,\dots,K} \quad (20)$$

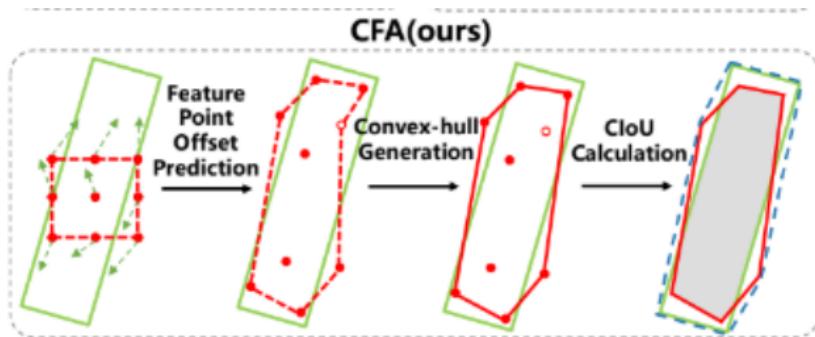
Phương pháp gồm 2 giai đoạn thực hiện:

- I. Tạo và ước lượng bộ cục bao lồi.
- II. Chỉnh sửa bao lồi để phù hợp với các đối tượng dày đặc.

## Giai đoạn I

Dự đoán độ lệch:

$$\hat{C}_I(\theta) \leftarrow \{(x_i^k + \Delta x_i^k, y_i^k + \Delta y_i^k)\}_{i=1}^{k=1,2,\dots,K} \quad (21)$$



## Định nghĩa công thức Approximation Convex Intersection over Union (ACIoU)

$$ACIoU_{(C_i(\theta), B_j)}(\theta) = \frac{|C_i(\theta) \cap B_j|}{|C_i(\theta) \cup B_j|} - \frac{|R_j \setminus (C_i(\theta) \cup B_j)|}{|R_j|} \quad (22)$$

Hàm loss định vị (localization loss):

$$\mathcal{L}_i^{loc}(\theta) = 1 - AClou(C_i(\theta), B_j) \quad (23)$$

Hàm loss phân loại (classification loss) cho bao lồi dương:

$$\mathcal{L}^+(\theta) = \mathcal{L}_i^{cls}(S_i(\theta), Y_j) + \lambda \mathcal{L}_i^{loc}(C_i(\theta), B_j) \quad (24)$$

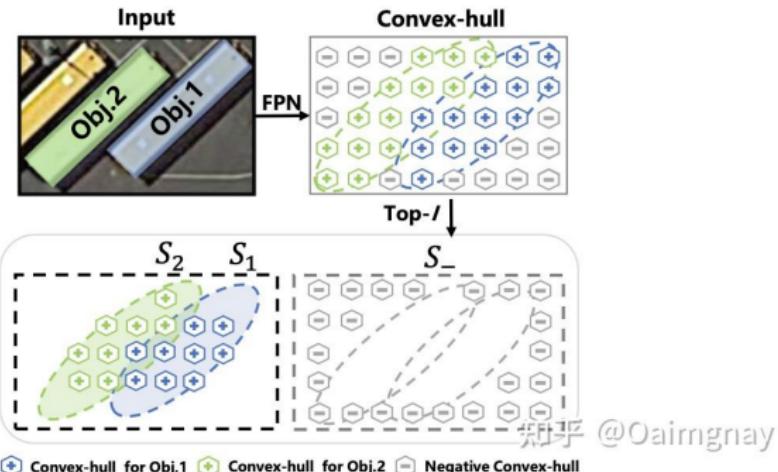
Hàm loss phân loại cho bao lồi âm:

$$\mathcal{L}^-(\theta) = \mathcal{L}_i^{cls}(S_i(\theta), Y_j) \quad (25)$$

## Thích ứng bao lồi - Approximation Convex Hull Adaptation

Xử lý hiện tượng feature aliasing.

**Convex-Hull Set Construction:** Xây dựng một tập các bao lồi xấp xỉ cho mỗi đối tượng.

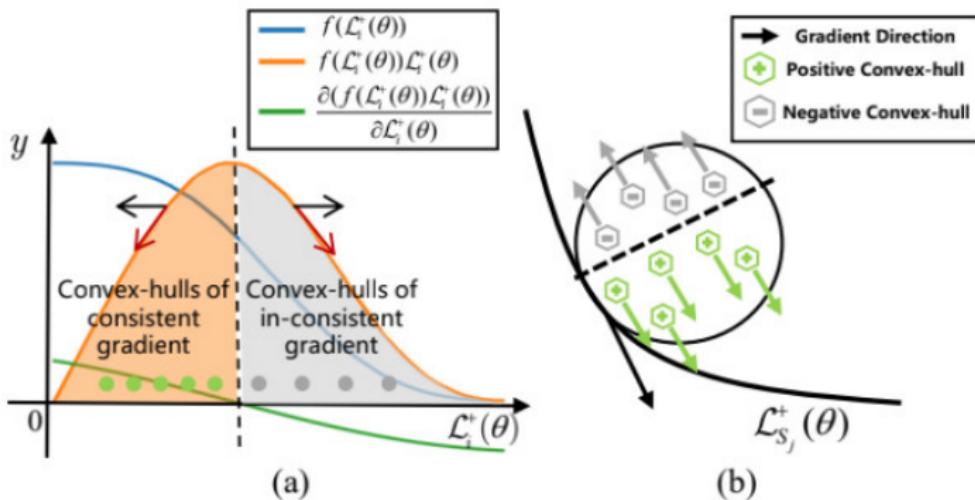


## Xây dựng tập các bao lồi xấp xỉ

Tập các bao lồi xấp xỉ dương ( $S_j$ ) được xây dựng bằng cách chọn ra *top-1* bao lồi xấp xỉ làm bao lồi xấp xỉ dương, theo AClou giữa các bao lồi dự đoán và bao lồi chính xác của đối tượng (grouth-truth). Cách chia tập các bao lồi được hướng dẫn bởi nguyên tắc nhất quán đạo hàm.

$$\frac{\partial \mathcal{L}_{S_j}^+(\theta)}{\partial(\theta)} = \frac{1}{|S_j|} \sum_{i \in S_j} \frac{\partial(f(\mathcal{L}_i^+(\theta))\mathcal{L}_i^+(\theta))}{\partial(\mathcal{L}_i^+(\theta))} \frac{\partial \mathcal{L}_i^+(\theta)}{\partial(\theta)} \quad (26)$$

## Chiến lược phân đoạn tập các bao lồi



**Hình:** Chia tách tập convex-hull dựa trên nguyên tắc tính thống nhất gradient.

## Xử lý hiện tượng đặc trưng răng cưa

Đưa ra công thức tính hệ số khử đặc trưng răng cưa:

$$p_i = \gamma \frac{CloU(\mathcal{C}_i, \mathcal{B}_j)}{\sum_{m=1}^M CloU(\mathcal{C}_i, \mathcal{B}_m)} \quad (27)$$

Nhân hệ số khử này vào hàm loss, ta có hàm loss giai đoạn 2:

$$\mathcal{L}_{S_j}^+(\theta) = \frac{1}{|S_j|} \sum_{i \in S_j} p_i f(\mathcal{L}_i^+(\theta)) \mathcal{L}_i^+(\theta) \quad (28)$$

## Hàm loss của bộ phát hiện CFA

Là tổng hàm loss của cả hai giai đoạn:

$$\mathcal{L}_{CFA} = \mathcal{L}^{\text{det } 1}(\theta) + \mathcal{L}^{\text{det } 2}(\theta) \quad (29)$$

## Nội dung chính

### 1 Giới thiệu

- Ứng dụng của bao lồi xấp xỉ
- Ứng dụng của bao lồi trực giao

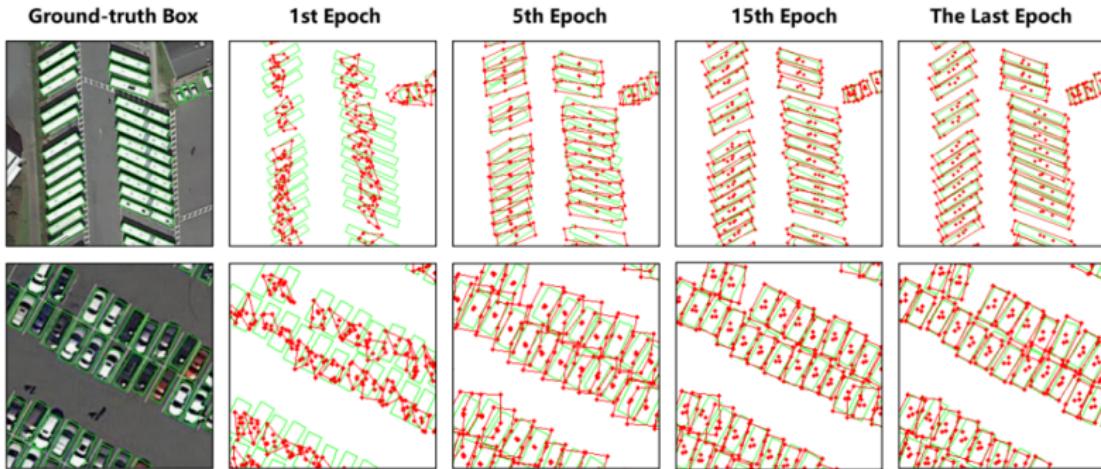
### 2 Thuật toán tính bao lồi xấp xỉ

- Kiến thức ban đầu
- Thuật toán xấp xỉ lồi ngoài
- Thuật toán bao lồi xấp xỉ trong

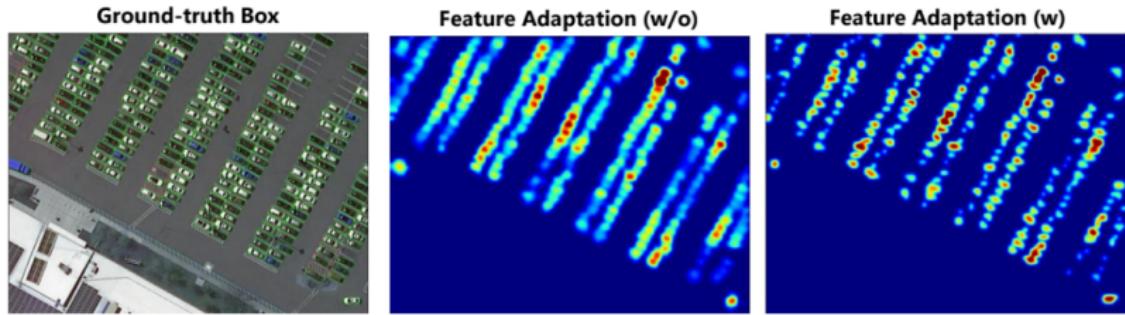
### 3 Ý tưởng thay thế thuật toán bao lồi xấp xỉ vào một bộ phát hiện

- Giới thiệu chung
- Ý tưởng thay thế bao lồi vào bộ phát hiện CFA

### 4 Một số kết quả thu được



Hình: Sự thay đổi của bao lồi trong quá trình huấn luyện.



**Hình:** Biểu đồ nhiệt khi có thích ứng bao lồi (phải) và không có thích ứng bao lồi (trái).

## Một số kết quả thu được của CFA



Một số kết quả thu được

4-52



Một số kết quả thu được

4-53

