

CHÚ Ý

- Viết tên + Mssv trong bài làm
- Bài chỉ nộp 1 lần bằng file **PDF**.
- Hạn chót nộp: 11h30 ngày 27/5/2023

ĐỀ ÔN SỐ 4

Câu 1: Thời gian đi từ nhà đến trường (tính bằng phút) của một sinh viên A là một đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Biết rằng 65% số ngày A đến trường mất hơn 20 phút, 8% số ngày A đến trường mất hơn 30 phút.

- Hỏi thời gian trung bình để A đi từ nhà đến trường là bao nhiêu phút và độ lệch tiêu chuẩn của thời gian đó là bao nhiêu?
- Giả sử A xuất phát từ nhà trước giờ vào lớp 25 phút. Tính xác suất A bị trễ học.
- A cần phải xuất phát từ nhà trước giờ vào lớp bao nhiêu phút để có xác suất bị trễ học nhỏ hơn 2%?

Câu 2: Để đánh giá trữ lượng cá trong một hồ cá lớn, người ta đánh bắt 3000 con lên đánh dấu rồi thả trở lại hồ. Sau đó một thời gian lại bắt lên 600 con để kiểm tra thì thấy có 90 con có dấu.

- Hãy ước lượng trữ lượng cá có trong hồ với độ tin cậy 95%.
- Nếu muốn sai số của ước lượng giảm đi một nửa cũng với độ tin cậy 95% thì lần sau cần phải bắt lên để kiểm tra nhiều hay ít hơn lần đầu bao nhiêu con cá?

Câu 3: Để đánh giá chất lượng đào tạo kỹ năng thi viết tiếng Anh của một trung tâm dạy ngoại ngữ, người ta căn cứ điểm trung bình của các học viên đạt được khi dự thi tại một kỳ thi quốc gia. Chọn ngẫu nhiên một mẫu thống kê các bài thi của các học viên do trung tâm đào tạo và ghi lại điểm số như sau:

| | | | | |
|---|---|----|---|----|
| 6 | 7 | 8 | 9 | 7 |
| 7 | 6 | 10 | 7 | 4 |
| 5 | 4 | 4 | 6 | 10 |
| 7 | 8 | 8 | 3 | 8 |
| 8 | 6 | 2 | 6 | 2 |

- Hãy ước lượng số điểm thi viết trung bình của các học viên được chọn?
- Với độ tin cậy 95%, ước lượng số điểm thi viết trung bình của các học viên do trung tâm đào tạo.
- Trong một mục quảng cáo trước đây của trung tâm đưa ra rằng điểm thi viết tiếng Anh của các học viên trung tâm tại kỳ thi quốc gia trung bình là 8 điểm. Với mức ý nghĩa 5% hãy cho kết luận về nội dung đã quảng cáo của trung tâm.

Câu 4: Một công ty đưa ra tuyên bố rằng một loại sản phẩm mới mà họ đã phân phối trong toàn bộ hệ thống đại lý bán lẻ của họ sau một năm đã có hơn 90% sản phẩm được khách hàng quan tâm và chọn mua. Kiểm tra ngẫu nhiên 200 đại lý thấy có đến 30 đại lý không bán được một sản phẩm nào loại này, trong khi số đại lý còn lại gần như đã bán hết sản phẩm. Với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm định xem tuyên bố trên của công ty có quá sự thật?

Câu 5: Cho X, Y là vecto ngẫu nhiên có hàm mật độ đồng thời là:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{k \cdot x^2 y}, & x \geq 1, \frac{1}{x} \leq y \leq x \\ 0, & \neq \end{cases}$$

- a. Tìm hằng số k .
- b. Tìm hàm mật độ lè của X và của Y .
- c. Tính kỳ vọng của Y .

Câu 6: Có hai loại cổ phiếu A, B đang được bán với lãi suất tương ứng là các biến ngẫu nhiên X, Y có bảng phân phối đồng thời

| X \ Y | -2 | 0 | 5 | 10 |
|-------|------|------|------|------|
| 0 | 0 | 0,05 | 0,05 | 0,1 |
| 4 | 0,05 | 0,1 | 0,25 | 0,15 |
| 6 | 0,1 | 0,05 | 0,1 | 0 |

- a. Tính lãi suất trung bình, mức độ rủi ro khi đầu tư vào hai loại cổ phiếu.
- b. Tính $P\{Y \geq 5 | X=4\}$; $E\{Y | X=4\}$

Câu 7: Nhu cầu về một loại hàng hóa (Y) tương ứng với các mức giá (X) đã cho như sau:

| | | | | | | |
|--------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nhu cầu (sản phẩm) | 252 | 244 | 241 | 234 | 230 | 223 |
| Giá (USD) | 2 | 2,2 | 2,4 | 2,6 | 2,8 | 3 |

- a. Có nhận xét gì về sự tương quan của X và Y
- b. Khi nhu cầu của loại hàng này là 260 thì giá bán của nó là bao nhiêu?

CHÚ Ý

- Viết tên + Mssv trong bài làm
- Bài chỉ nộp 1 lần bằng file **PDF**.
- **10 điểm rồi không nộp bài nữa (9.5 tính là 10).** Sẽ có video cho các bạn sau.
- Hạn chót nộp: 10h00 ngày 3/6/2023

ĐỀ ÔN SỐ 5

Câu 1. (1,5 điểm) Giả sử X và Y là hai biến ngẫu nhiên có phân phối đồng thời như sau:

$$P(X = 0, Y = 0) = 0,1; P(X = 0, Y = 1) = 0,3; P(X = 0, Y = 2) = 0,2$$
$$P(X = 1, Y = 0) = 0,1; P(X = 1, Y = 1) = 0,2; P(X = 1, Y = 2) = 0,1$$

- Hỏi X, Y có độc lập với nhau không? Vì sao?
- Giả sử $Y > 0$, tính xác suất $X > 0$.
- Tính $P(Y > X)$.

Câu 2. (2 điểm) Cho 2 biến ngẫu nhiên X, Y có hàm mật độ đồng thời

$$f(x, y) = \begin{cases} 6xy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 - 2x \\ 0, & \neq \end{cases}$$

- Tìm hàm mật độ thành phần của X .
- Tính $P(Y < 0,5 | X < 0,5)$.

Câu 3. (2,5 điểm) Sau nhiều phản nản về khối lượng ngũ cốc trong hộp ít hơn 16 ounces, công ty sản xuất ngũ cốc Captain Crisp quyết định tiến hành kiểm tra. Họ chọn ngẫu nhiên một mẫu gồm 400 hộp và thấy có 94 hộp có lượng ngũ cốc ít hơn 16 ounce.

- Xây dựng khoảng tin cậy với độ tin cậy 95% cho tỷ lệ hộp ngũ cốc nhẹ hơn 16 ounce (xét trên toàn bộ hộp ngũ cốc do công ty đó sản xuất).
- Với mức ý nghĩa 0,1; có thể kết luận rằng tỷ lệ hộp ngũ cốc nhẹ hơn 16 ounces của công ty đó có trên 20% không?

Câu 4. (1,5 điểm) Các nhà nghiên cứu lo lắng có quá nhiều clorine trong nước uống. Họ thu thập 25 mẫu nước uống để đo lượng clorine. Lượng clorine trung bình của các mẫu là 4,2mg/l với độ lệch chuẩn có hiệu chỉnh của mẫu là 0,6 mg/l. Cục quản lý thực phẩm và dược phẩm Hoa Kỳ (FDA) khuyến nghị rằng lượng clorine trung bình không nên vượt quá 4mg/l. Các nhà nghiên cứu muốn biết rằng lượng clorine trung bình trong nước uống có vượt quá giới hạn do FDA đề nghị không? Giả sử lượng clorine trong nước uống có phân phối chuẩn. Hãy thực hiện kiểm định thích hợp với mức ý nghĩa 0,05.

Câu 5. (1,5 điểm) Tỷ lệ khách hàng phản hồi tin nhắn của một công ty là 20%. Trong tuần vừa qua, công ty đó gửi tin nhắn cho 400 khách hàng. Hỏi xác suất có hơn 50 khách hàng trong số khách hàng đó phản hồi tin nhắn?

Câu 6. (1 điểm) Sau đây là dữ liệu của hai biến ngẫu nhiên X và Y :

| | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| X | 100 | 230 | 320 | 500 | 550 | 1000 | 1300 | 1500 | 2000 | 2100 | 3200 | 3800 |
| Y | 11 | 34 | 25 | 35 | 40 | 45 | 55 | 65 | 80 | 75 | 125 | 115 |

- Tính hệ số tương quan và nhận xét về tính tuyến tính của X và Y .
- Viết phương trình hồi quy tuyến tính của Y theo X . Dự đoán giá trị của Y khi $X = 5000$.

HẾT

(Lưu ý: Đề thi gồm có 2 trang)

Câu 1.(1.5 điểm) Xác suất virus máy tính V có thể gây hại cho một tập tin bất kì là 35%. Giả sử virus V xâm nhập vào một thư mục gồm 2400 tập tin. Tính xác suất có từ 800 đến 850 tập tin bị nhiễm virus.

Câu 2.(2 điểm) Cho X và Y là số lần phần cứng bị hỏng trong 2 phòng lab A và B trong một tháng. Phân phối đồng thời của X và Y được cho bởi bảng sau:

| $P(x, y)$ | | x | | |
|-----------|---|------|------|------|
| | | 0 | 1 | 2 |
| y | 0 | 0.52 | 0.20 | 0.04 |
| | 1 | 0.14 | 0.02 | 0.01 |
| | 2 | 0.06 | 0.01 | 0 |

- a) Tính xác suất $P(X + Y \geq 1)$.
- b) X và Y có độc lập nhau hay không ? Vì sao ?
- c) Giả sử phòng lab A bị hỏng phần cứng trong tháng 1, tính xác suất phòng lab B cũng bị hỏng phần cứng trong tháng 1.

Câu 3.(2 điểm) Cho 2 biến ngẫu nhiên có hàm mật độ đồng thời

$$f(x, y) = \begin{cases} C(x - 2)e^{-y} & \text{nếu } 0 \leq x \leq 2, y \geq 0, \\ 0 & \text{nếu } (x, y) \text{ khác.} \end{cases}$$

- a) Tìm C .
- b) Tìm hàm mật độ thành phần của X . Tính $P(X < 1)$.
- c) Tính xác suất $P(X \leq 1, Y > 2)$.

Câu 4. (1.5 điểm) Để kiểm tra chất lượng vận chuyển hàng hóa của một công ty, người ta kiểm tra 200 hàng hóa do công ty đó vận chuyển và phát hiện có 24 hàng hóa bị hỏng trong quá trình vận chuyển. Ước lượng tỷ lệ hàng hóa bị hỏng do công ty đó vận chuyển với độ tin cậy 96%.

Câu 5.(2 điểm) Để đảm bảo một máy chủ được sử dụng hiệu quả, cần ước lượng trung bình có bao nhiêu người sử dụng máy chủ đó tại cùng thời điểm. Quan sát tại 100 thời điểm khác nhau được chọn một cách ngẫu nhiên, người ta thấy trung bình có 37.7 người sử dụng máy chủ đó tại cùng thời điểm với độ lệch chuẩn $\sigma = 9.2$.

a) Ước lượng trung bình có bao nhiêu người sử dụng máy chủ đó tại cùng thời điểm với độ tin cậy là 90%.

b) Với mức ý nghĩa 1%, có thể kết luận rằng trung bình có trên 35 người sử dụng máy chủ đó tại cùng thời điểm hay không ?

Câu 6.(1 điểm) Một người muốn biết hiệu quả của một chương trình máy tính phụ thuộc như thế nào vào kích cỡ của dữ liệu đầu vào. Hiệu quả của chương trình được đo bằng số yêu cầu được xử lí trong một giờ. Gọi x là kích cỡ của dữ liệu đầu vào và y là số yêu cầu được xử lí trong một giờ. Chạy chương trình cho tập hợp dữ liệu có kích thước khác nhau, người đó nhận được kết quả sau:

| | | | | | | | |
|---------------|----|----|----|----|----|----|----|
| x (gigabytes) | 6 | 7 | 7 | 8 | 10 | 10 | 15 |
| y | 40 | 55 | 50 | 41 | 17 | 26 | 16 |

a) Viết phương trình hồi qui tuyến tính của y theo x .

b) Nếu dữ liệu đầu vào có kích cỡ là 14 gigabytes thì chương trình có thể xử lí khoảng bao nhiêu yêu cầu ?

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Q.Trưởng Bộ môn Toán-Lý

CAO THANH TÌNH

DÁP ÁN ĐỀ THI CUỐI KÌ XSTK HKI, 2018-2019

Câu 1 (1.5đ)

X: số tập tin bị nhiễm virus trong 2400 tập tin

$$X \sim B(n, p), n = 2400, p = 35\%$$

$$X \sim N(\mu, \sigma^2), \mu = np = 840, \sigma = \sqrt{np(1-p)} = 23,367$$

$$P(800 \leq X \leq 850) \approx P\left(\frac{799,5 - \mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{850,5 - \mu}{\sigma}\right) \text{ với } Z \sim N(0,1)$$

$$= \Phi(0.45) - \Phi(-1.73) = 0.6318$$

Câu 2 (2đ)

$$a) P(X+Y \geq 1) = 1 - P(X+Y = 0) = 1 - P(0,0) = 0.48$$

$$b) P(X=1, Y=1) \neq P(X=1) \cdot P(Y=1) \Rightarrow X, Y \text{ phai thuộc}$$

$$c) P(Y \geq 1 | X \geq 1) = \frac{P(X \geq 1, Y \geq 1)}{P(X \geq 1)} = \frac{0.04}{0.28} = 0.14286$$

Câu 3 (1.5đ)

$$a) \iint_{RR} f(x,y) dx dy = 1 \Rightarrow C = -\frac{1}{2}$$

$$b) f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) dy = \begin{cases} -\frac{1}{2}(x-2) & \text{nếu } x \in [0,2] \\ 0 & \text{nếu } x \notin [0,2] \end{cases}$$

$$\rightarrow P(X < 1) = \frac{3}{4}$$

$$c) P(X \leq 1, Y > 2) = \iint_{0,2} -\frac{1}{2}(x-2) e^{-y} dy dx \approx 0.1015 \text{ hoặc } \frac{3}{4} e^2$$

Câu 4 (1.5đ)

$$f = 0.12, 1-d = 96\% \Rightarrow z_{d/2} \approx 2.055$$

$$\Rightarrow \varepsilon = z_{d/2} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 0.047$$

$$\Rightarrow \text{Khoảng ước lưỡng} \quad 0.12 \pm 0.047 \text{ hoặc } [0.073; 0.167]$$

Câu 5 (2đ)

$$a) \alpha = 10\% \Rightarrow z_{d/2} = 1.645$$

$$\varepsilon = z_{d/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 1.5134 \Rightarrow KUL: 37.7 \pm 1.5134 \text{ hoặc } [36.1866; 39.2134]$$

$$b) H_0: \mu = 35, H_1: \mu > 35$$

$$\alpha = 1\% \Rightarrow z_\alpha = 2.325$$

$$z = \frac{(\bar{x} - \mu) \sqrt{n}}{s} = 2.934 > z_\alpha \Rightarrow KL: TB có trên 35 người sử dụng tại cùng thời điểm$$

Câu 6 (1.5đ)

$$a) y = 72.3 - 4.14x$$

$$b) x = 14 \Rightarrow y \approx 14.34$$

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
 TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Học kỳ 2, năm học 2021-2022.

Ngày thi: ... / ... / 2022

Thời gian làm bài: 90 phút

Được sử dụng tài liệu giấy.

Câu 1: (2 điểm) Giả sử X và Y là hai biến ngẫu nhiên có phân phối xác suất đồng thời như sau:

| $P(X, Y)$ | | X | | |
|-----------|---|------|------|------|
| | | 1 | 2 | 3 |
| Y | 1 | 0.01 | 0.02 | 0.08 |
| | 2 | 0.01 | 0.02 | 0.08 |
| | 3 | 0.07 | 0.08 | 0.63 |

- a. Tính $P(X \leq 2, Y \leq 3)$.
- b. X, Y có độc lập không? Vì sao?
- c. Tính $P(X > 1|Y = 3)$.
- d. Tính giá trị trung bình của X .

Câu 2: (2 điểm) Cho (X, Y) là vectơ ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ đồng thời là:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{k}{x^2 y} & \text{nếu } 1 \leq x \leq 2 \text{ và } 1 \leq y \leq e, \\ 0 & \text{nếu } (x, y) \text{ khác.} \end{cases}$$

- a. Tìm k .
- b. Tìm hàm mật độ thành phần của X . Tính $P(X < \frac{3}{2})$.
- c. Tìm $P(X < \frac{3}{2}, Y > \sqrt{e})$. Tính $P(Y > \sqrt{e}|X < \frac{3}{2})$.

Câu 3: (1 điểm) Dữ liệu dưới đây thể hiện các khoản đầu tư X (tính bằng 1000 đô la) vào việc phát triển phần mềm mới của một công ty máy tính theo năm Y .

| Year, Y | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2020 | 2021 |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Investment, X | 17 | 23 | 31 | 29 | 33 | 39 | 39 | 40 | 41 | 44 | 47 |

- a) Tính hệ số tương quan và nhận xét về tính tuyến tính của X và Y (mạnh hay yếu, nghịch biến hay đồng biến).
- b) Tìm phương trình hồi qui tuyến tính của Y theo X . Dự đoán giá trị đầu tư của công ty vào năm 2023.

Câu 4: (1.5 điểm) Một công ty đưa ra tuyên bố rằng một loại sản phẩm mới mà họ đã phân phối trong toàn bộ hệ thống đại lý bán lẻ của họ sau một năm đã có hơn 90% sản phẩm được khách hàng quan tâm và chọn mua. Kiểm tra ngẫu nhiên 300 đại lý thấy có đến 40 đại lý không bán được một sản phẩm nào loại này, trong khi số đại lý còn lại gần như đã bán hết sản phẩm. Với mức ý nghĩa 5%, hãy kiểm định xem tuyên bố trên của công ty có quá sự thật không?

Câu 5: (1.5 điểm) Một giám đốc một công ty nói rằng mức lương trung bình của các kỹ sư IT của công ty ông là 24,6 triệu đồng/tháng. Giả sử mức lương hàng tháng của các kỹ sư IT có phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn 2,52 triệu đồng. Chọn ngẫu nhiên 25 kỹ sư IT trong công ty, người ta thấy rằng lương trung bình của nhóm kỹ sư này là 25,33 triệu đồng/tháng. Hỏi có đủ căn cứ để chấp nhận tuyên bố của giám đốc này với mức ý nghĩa 1% không?

Câu 6: (2 điểm) Để ước lượng tỷ lệ phế phẩm của một dây chuyền sản xuất, người ta chọn ngẫu nhiên 300 sản phẩm và kiểm tra thấy có 20 phế phẩm.

- Với độ tin cậy 99%, hãy tìm khoảng ước lượng cho tỷ lệ phế phẩm của dây chuyền trên.
- Để sai số của việc ước lượng với độ tin cậy 95% không vượt quá 0.01 thì ta phải kiểm tra tối thiểu bao nhiêu sản phẩm?

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

DÁP ÁN ĐỀ CK XSTK HK2 2021-2022

Câu 1: (2đ)

a. $P(X \leq 2, Y \leq 3) = 0.21$ (0.5đ)

b. X, Y không độc lập (0.5đ)

c. $P(X > 1 | Y = 3) = \frac{P(X > 1, Y = 3)}{P(Y = 3)} = \frac{0.71}{0.78} = 0.91$ (0.5đ)

d. $E(X) = 2.7$ (0.5đ)

Câu 2:

a) $k = 2$ (0.5đ)

b) $f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2} & \forall x \in [1, 2] \\ 0 & \text{kết} \end{cases}$ (0.5đ)

$$P(X < \frac{3}{2}) = \frac{2}{3} = 0.666\ldots$$
 (0.5đ)

c) $P(X < \frac{3}{2}, Y < \sqrt{e}) = \frac{1}{3}$

$$P(Y > \sqrt{e} | X < \frac{3}{2}) = \frac{1}{2} = 0.5$$
 } (0.5đ)

Câu 3: (1đ)

a) $r = 0.959$ (0.25đ)

X và Y có tương quan tuyến tính mạnh và đồng biến. (0.25đ)

b) Đáp án 1:

X: năm, Y: tiền đầu tư

$$Y = -5316,75 + 2.6545X$$
 (0.25đ)

$$X = 2023 \rightarrow Y = 53.3035$$
 (nghìn đô) (0.25đ)

Đáp án 2:

X: tiền đầu tư, Y: năm

$$Y = 0.3469X + 2003.92$$
 (0.25đ)

$$\Rightarrow \text{Tiền đầu tư: } 54.99 \text{ (nghìn đô)} \quad (0.25đ)$$

Câu 4: (15đ)

$$H_0: p \geq 90\% \quad \text{or} \quad H_0: p = 90\% \quad) \quad 0.5\text{đ}$$
$$H_1: p < 90\%$$

$$n = 300, \quad f = 1 - \frac{40}{300} = 0.867, \quad \alpha = 5\%$$

$$(0.25\text{đ}) \quad z = \frac{f - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = -1.9 < -z_{\alpha} = -1.645 \quad (0.25\text{đ})$$

\Rightarrow Bác bỏ H_0 \Rightarrow Tuyên bố của công ty quá α với $\alpha = 5\%$

Câu 5: (1.5đ)

$$H_0: \mu = 24.6, \quad H_1: \mu \neq 24.6 \quad) \quad 0.5\text{đ}$$

$$n = 25, \quad \bar{x} = 25.33, \quad \sigma = 2.52, \quad \alpha = 1\%$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \approx N(0,1)$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = 1.448 \quad (0.25\text{đ})$$

$$z_{\alpha/2} = 2.575 \quad (0.25\text{đ})$$

$z < z_{\alpha/2} \Rightarrow$ chấp nhận H_0 (0.25đ)

\Rightarrow Điều cần có để chấp nhận tuyên bố với $\alpha = 1\%$ (0.25đ)

Câu 6: (2đ)

a) $n = 300, \quad f = \frac{20}{300} = \frac{1}{15} \quad (0.25\text{đ}) \quad 1 - \alpha = 99\% \Rightarrow$

$$z_{\alpha/2} = 2.575 \rightarrow \varepsilon = 2.575 \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 0.037 \quad (0.5\text{đ})$$

\Rightarrow Khoảng tin cậy $[0.0297; 0.1037] \quad 0.5\text{đ}$

b) $1 - \alpha = 95\% \Rightarrow \alpha = 5\% \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96 \quad 0.25\text{đ}$

$$\varepsilon = 1.96 \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \leq 1.96 \cdot \frac{1}{2\sqrt{n}} \quad \forall f \in [0,1]$$

$$\Rightarrow n > \left(\frac{1.96}{2\varepsilon}\right)^2 \geq \left(\frac{1.96}{2 \cdot 0.01}\right)^2 = 9604 \quad (0.5\text{đ})$$

ĐỀ THI CUỐI KỲ
MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Học kỳ 1, năm học 2019-2020.

Ngày thi: / / 2019

Thời gian làm bài: 90 phút

Được sử dụng tài liệu giấy.

(Lưu ý: Đề thi gồm có 2 trang)

Câu 1.(1.5 điểm) Công ty J.D. Power cho biết 60% người mua xe ô tô sử dụng internet để tìm kiếm thông tin và so sánh giá. Giả sử khảo sát 100 người mua ô tô. Tính xác suất có 60 người sử dụng internet để tìm kiếm thông tin và so sánh giá.

Câu 2.(1.5 điểm) Số lỗi phần cứng X và số lỗi phần mềm Y trong một ngày tại một phòng máy vi tính có phân phối như sau:

$$P(X = 0, Y = 0) = 0.6, \quad P(X = 0, Y = 1) = 0.1,$$

$$P(X = 1, Y = 0) = 0.1, \quad P(X = 1, Y = 1) = 0.2.$$

- a) X và Y có độc lập nhau hay không ? Vì sao ?
b) Tính $P(Y = 1|X = 0)$.

Câu 3.(2 điểm) Cho 2 biến ngẫu nhiên có hàm mật độ đồng thời

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{3}(x + 2y) & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{nếu } (x, y) \text{ khác.} \end{cases}$$

- a) Tìm hàm mật độ phần của Y.
b) Tìm hàm mật độ của X trong điều kiện $Y = 0.5$.
c) Tính xác suất $P(0 < X \leq 0.5 | Y = 0.5)$.

Câu 4. (1.5 điểm) Malcheon Health Clinic tuyên bố rằng thời gian trung bình một bệnh nhân chờ khám không quá 20 phút. Một cuộc khảo sát ngẫu nhiên 15 bệnh nhân cho thấy thời gian chờ khám trung bình là 24.77 phút với độ lệch chuẩn có hiệu chỉnh là 7.26 phút. Giả sử thời gian chờ khám là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn. Dựa vào dữ liệu khảo sát, hãy kiểm tra tuyên bố của phòng khám đó có đúng không với mức ý nghĩa 0.05.

Câu 5.(2.5 điểm) Nếu một đồng xu có hai mặt cân bằng thì khi tung lên, tỉ lệ hiện mặt sấp và mặt ngửa là như nhau (nếu số lần tung đủ lớn). Do đó để kiểm tra một đồng xu có cân bằng hay không, người ta thử tung đồng xu đó 100 lần và thấy có 63 lần hiện mặt ngửa. Với mức ý nghĩa 0.05, có thể kết luận đồng xu đó không cân bằng hay không ? Xây dựng khoảng tin cậy cho tỉ lệ xuất hiện mặt

ngửa của đồng xu đó với độ tin cậy 95%.

Câu 6.(1 điểm) Sau đây là dữ liệu về mă lực X và chiều dài quãng đường đi được Y (đơn vị dặm/gallon) của 12 động cơ:

| | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| X | 151 | 220 | 198 | 134 | 213 | 121 | 247 | 162 | 239 | 140 | 253 | 237 |
| Y | 41 | 35 | 28 | 36.6 | 31.8 | 42.8 | 26.6 | 36.9 | 27.4 | 40.6 | 23.9 | 27.8 |

- a) Tính hệ số tương quan và nhận xét về tính tuyến tính của X và Y.
b) Viết phương trình hồi qui tuyến tính của Y theo X. Dự đoán chiều dài quãng đường đi được khi mă lực bằng 350.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Trưởng Bộ môn Toán-Lý

CAO THANH TÌNH

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CUỐI KÌ MÔN XSTK
HỌC KÌ I NĂM 2019-2020

Câu 1 (1.5đ) X: số người dùng internet trong 100 người mua đồ

$$X \sim B(n, p), n=100, p=0.6 \quad (0.5\text{đ})$$

$$\text{Cách 1: } P(X=60) = C_{100}^{60} \cdot p^{60} \cdot (1-p)^{40} = 0.0812 \quad (1\text{đ})$$

$$\text{Cách 2: } X \sim N(\mu, \sigma^2) \text{ với } \mu=np=60, \sigma=\sqrt{np(1-p)}=4.899 \quad (0.5\text{đ})$$

$$P(X=60) \approx P\left(Z \leq \frac{60.5-60}{4.899}\right) - P\left(Z < \frac{59.5-60}{4.899}\right)$$

$$\approx 0.0812 \text{ (tính bằng excel) } (= \text{máy tính ??}) \quad (0.5\text{đ})$$

$$\approx 0.0796 \text{ (tra bảng)}$$

$$\text{Cách 3: } X \sim N(\mu, \sigma^2), \mu=60, \sigma=4.899 \quad (0.5\text{đ})$$

$$P(X=60) \approx \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(60-\mu)^2}{2\sigma^2}} \approx 0.0814 \quad (0.5\text{đ})$$

Câu 2: (1.5đ)

a) X và Y Không độc lập (0.25đ). Giải thích (0.5đ)

$$b) P(Y=1 | X=0) = \frac{P(X=0, Y=1)}{P(X=0)} = \frac{0.1}{0.7} = 0.1429 \quad (0.75\text{đ})$$

Câu 3: (2đ)

$$(1\text{đ}) a) f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx = \begin{cases} \int_0^1 \frac{2}{3}(x+2y) dx = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}y & \forall y \in [0, 1] \\ 0 & \text{với } y \notin [0, 1] \end{cases} \quad (0.25\text{đ})$$

$$(0.5\text{đ}) b) f_X(x | Y=0.5) = \frac{f(x, 0.5)}{f_Y(0.5)} = \begin{cases} \frac{2}{3}(x+1) & \text{nếu } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{nếu } x \notin [0, 1] \end{cases}$$

$$(0.5\text{đ}) c) P(0 < X \leq 0.5 | Y=0.5) = \int_0^{0.5} \frac{2}{3}(x+1) dx = \frac{5}{12}$$

Câu 4: (1.5đ)

$$H_0: \mu = 20 \quad , \quad H_1: \mu > 20 \\ \text{hoặc } H_0: \mu \leq 20 \quad , \quad H_1: \mu > 20$$

) 0.5đ

$$\bar{x} = 24.77, \quad s = 7.26, \quad n = 15, \quad \alpha = 0.05$$

$$t = \frac{\bar{x} - 20}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = 2.5447 \quad (0.25đ)$$

$$t_\alpha = 1.761 \quad (0.25đ)$$

$t > t_\alpha \Rightarrow$ bác bỏ H_0 , chấp nhận $H_1 \Rightarrow$ tuyên bố K° đúng (0.5đ)

Câu 5 (2.5đ) p: tỷ lệ mặt ngửa xuất hiện

$$H_0: p = 0.5, \quad H_1: p \neq 0.5 \quad (0.25đ)$$

$$f = \frac{63}{100} = 0.63 \quad (0.25đ)$$

$$z = \frac{f - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} \sqrt{n} = 2.6 \quad (0.25đ)$$

$$z_{\alpha/2} = 1.96 \quad (0.25đ)$$

$|z| > z_{\alpha/2} \Rightarrow$ bác bỏ H_0 , chấp nhận $H_1 \quad (0.25đ)$

\Rightarrow có thể kết luận đồng xu không cân bằng (0.25đ)

Khoảng tin cậy cho p với $1-\alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$ (0.25đ)

$$\varepsilon = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{100}} = 0.09463 \quad (0.5đ)$$

\Rightarrow Khoảng tin cậy: $0.63 \pm 0.0946 \quad (0.25đ)$

Câu 6: (0.25đ) $r = -0.9143 \rightarrow X, Y$ tương quan tuyến tính mạnh (0.25đ)

$$b) Y = 56.6476 - 0.1215X \quad (0.25đ)$$

$$X = 350 \rightarrow Y = 14.1226 \quad (0.25đ)$$

ĐỀ THI CUỐI KỲ MÔN XSTK

Học kỳ 1, năm học 2022-2023.

Ngày thi: ... / ... / 2023

Thời gian làm bài: 90 phút.

Được sử dụng tài liệu giấy.

Câu 1.(2 điểm) Một thành phố A có 30% người theo đảng Cộng hòa, 50% theo đảng Dân chủ, và những người còn lại không theo đảng nào. Chọn ngẫu nhiên một người và xét 2 biến ngẫu nhiên X, Y được định nghĩa như sau:

$$X = \begin{cases} 1 & \text{người đó thuộc đảng Cộng hòa} \\ 0 & \text{người đó không thuộc đảng Cộng hòa} \end{cases}$$

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{người đó thuộc đảng Dân chủ} \\ 0 & \text{người đó không thuộc đảng Dân chủ} \end{cases}$$

Tìm phân phối xác suất đồng thời của X và Y . Tính xác suất $P(X = 1|Y = 0)$.

Câu 2.(3 điểm) Cho (X, Y) là biến ngẫu nhiên có hàm mật độ xác suất đồng thời như sau:

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2y & \forall 0 \leq x, y \leq 1, \\ 0 & \forall (x, y) \text{ khác.} \end{cases}$$

- a. Tính $P(X + Y \geq 1)$.
- b. Tính $P(X \geq \frac{1}{2}|X + Y \geq 1)$.
- c. Tính giá trị trung bình của X trong điều kiện $Y = \frac{1}{2}$.

Câu 3.(2 điểm) Khảo sát ngẫu nhiên 178 phiên giao dịch của một loại cổ phiếu thì thấy có 112 phiên cổ phiếu này tăng giá. Có ý kiến cho rằng tỉ lệ phiên giao dịch tăng giá của loại cổ phiếu này trên 60%. Hãy tính giá trị kiểm định và cho nhận xét về ý kiến trên với mức ý nghĩa 5%.

Câu 4.(2 điểm) Để kiểm tra tuổi thọ của bóng đèn do nhà máy M sản xuất, người ta khảo sát ngẫu nhiên 256 bóng đèn thì thấy tuổi thọ trung bình là 1642,5 (giờ) với độ lệch chuẩn có hiệu chỉnh là 226,8281 (giờ). Hãy ước lượng tuổi thọ trung bình của bóng đèn do nhà máy M sản xuất với độ tin cậy 95%.

Câu 5.(1 điểm) Xét 2 biến ngẫu nhiên Y, Z có số liệu như sau:

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Y | 16 | 19 | 22 | 21 | 19 | 19 | 26 | 21 | 22 | 25 |
| Z | 7 | 10 | 25 | 13 | 12 | 15 | 33 | 23 | 19 | 27 |

Tính hệ số tương quan và viết phương trình hồi qui tuyến tính của Y theo Z .

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu 1 (2đ)

$$P(0,0) = 0.2, P(1,0) = 0.3, P(0,1) = 0.5, P(1,1) = 0$$

$$P(X=1|Y=0) = \frac{P(X=1, Y=0)}{P(Y=0)} = \frac{0.3}{0.5} = 0.6$$

Câu 2 (3đ)

1đ a) $P(X+Y \geq 1) = \int_0^1 \int_{1-y}^1 6x^2y \, dx \, dy = \frac{9}{10}$

1đ b) $P(X \geq \frac{1}{2} | X+Y \geq 1) = \frac{P(X \geq \frac{1}{2} \cap X+Y \geq 1)}{P(X+Y \geq 1)}$
 $= \frac{\int_{\frac{1}{2}}^1 \int_{1-x}^1 6x^2y \, dy \, dx}{9/10} = \frac{33/40}{9/10} = 0.91667$

1đ c) $f_{X|Y=\frac{1}{2}}(x) = \frac{f(x, \frac{1}{2})}{f_Y(\frac{1}{2})} = \frac{3x^2}{f_Y(\frac{1}{2})}$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \, dx = \int_0^1 6x^2y \, dx = y (2x^3 \Big|_0^1) = 2y$$

$$f_{X|Y=\frac{1}{2}}(x) = \frac{3x^2}{1} = 3x^2$$

$$E(X|Y=\frac{1}{2}) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_{Y=\frac{1}{2}}(x) \, dx = \int_0^1 x \cdot 3x^2 \, dx = \frac{3}{4} x^4 \Big|_0^1 = \frac{3}{4}$$

Câu 3: (2đ)

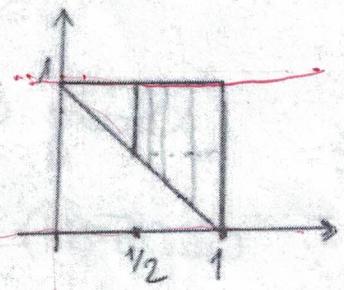
$$f = \frac{112}{178} = 0.6292, n = 178, \alpha = 0.05 \quad 0.5đ$$

$$H_0: p \leq 0.6 \quad \text{hoặc } H_0: p = 0.6 \quad \left. \right) 0.5đ$$

$$H_1: p > 0.6$$

$$z = \frac{(0.629 - 0.6) \sqrt{178}}{\sqrt{0.6(1-0.6)}} = 0.795 \quad \left. \right) 0.5đ$$

$$z_\alpha = 1.645 > z$$



Câu 4 (2đ)

$$n = 256, \bar{x} = 16425, s = 226.8281, 1-\alpha = 95\% (0.5)$$
$$z_{\alpha/2} = \underline{1.96} \quad 0.5\text{đ}$$
$$e = \underline{1.69} \cdot \frac{226.8281}{\sqrt{256}} = 23.96 \quad 0.5\text{đ}$$

$$\text{Khoảng J.L.: } [\underline{1618.54}; \underline{1666.46}] \quad 0.5\text{đ}$$

$$\text{Câu 5 (1đ) } r = 0.923 \quad 0.5\text{đ}$$

$$Y = 0.328Z + 14.967 \quad 0.5\text{đ}$$

ĐỀ THI CUỐI KỲ
MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Học kỳ 2, năm học 2018-2019.

Ngày thi: / / 2019.

Thời gian làm bài: 90 phút.

Được sử dụng tài liệu giấy.

(Lưu ý: Đề thi gồm có 2 trang)

Câu 1.(1.5 điểm) Tuổi thọ của một loại chip máy tính là đại lượng ngẫu nhiên X (đơn vị tính là giờ) có phân phối chuẩn, trong đó tuổi thọ trung bình là 120000 giờ và độ lệch chuẩn là $\sigma = 30000$ giờ.

- Tính tỷ lệ chip có tuổi thọ trên hơn 140000 giờ.
- Hãy tính xác suất trong 100 chip loại này có ít nhất 20 chip có tuổi thọ trên 140000 giờ.

Câu 2.(1.5 điểm) Cho biến ngẫu nhiên X và Y có phân phối xác suất đồng thời như sau :

| | | x | | | |
|---|---|------|------|------|------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | 1 | 0 | 0.06 | 0.06 | 0.10 |
| | 2 | 0.10 | 0.10 | 0.04 | 0.04 |
| | 3 | 0.40 | 0.10 | 0 | 0 |

- X và Y có độc lập nhau hay không ? Vì sao ?
- Tính xác suất $P(X + Y \leq 3), P(X > 1|Y = 2)$.

Câu 3.(1.5 điểm) Cho 2 biến ngẫu nhiên X, Y có hàm mật độ đồng thời

$$f(x, y) = \begin{cases} Cxy & \text{nếu } x \in [0, 2], y \in [1, 3], \\ 0 & \text{nếu } (x, y) \text{ khác.} \end{cases}$$

- Tìm C .
- Tính xác suất $P(X \leq 1 \cap Y > 2)$.
- Tính xác suất $P(X \leq 1|Y > 2)$.

Câu 4.(2 đ)

a) Khảo sát 500 websites mới đăng ký trên internet người ta phát hiện có 24 website vô danh. Xây dựng khoảng ước lượng cho tỷ lệ website vô danh trong số những website mới với độ tin cậy là 95%.

b) Nếu muốn ước lượng tỷ lệ người trưởng thành Việt Nam biết nhóm máu của mình với độ tin cậy 95% và sai số tối đa 0.02 thì cần khảo sát ít nhất bao nhiêu người ?

Câu 5.(2.5 đ)

a) Tổ chức bảo vệ môi trường của Mỹ (EPA) quan tâm chất lượng nước uống phục vụ trên các chuyến bay. Họ kiểm tra ngẫu nhiên 112 chuyến bay và phát hiện có 14 chuyến bay phục vụ nước uống bị nhiễm khuẩn trên mức cho phép. Để biết có thể đưa ra kết luận rằng có trên 10% chuyến bay có nước bị nhiễm khuẩn hay không, họ có thể dùng bài toán kiểm định giả thiết. Hãy phát biểu giả thiết H_0 , và đối thiết H_1 của bài toán đó ?

b) Sở cứu hỏa Scottsdale đặt mục tiêu là phản hồi những cuộc gọi cứu hỏa trong thời gian trung bình 4 phút. Thời gian phản hồi có phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn là 1 phút. Một mẫu khảo sát gồm 18 cuộc gọi cứu hỏa với thời gian phản hồi trung bình là 4 phút 30 giây có chỉ ra rằng sở cứu hỏa đó không đạt được mục tiêu ở mức ý nghĩa $\alpha = 0.01$ không ?

Câu 6.(1 điểm) Sau đây là dữ liệu về tốc độ vi xử lý (Microprocessor Speed) và công suất tiêu tán năng lượng (Power dissipation) của các loại chip

| Chip | Microprocessor Speed (MHz) | Power Dissipation (watts) |
|--------------------|-------------------------------|------------------------------|
| 1989 Intel 80486 | 20 | 3 |
| 1993 pentium | 100 | 10 |
| 1997 Pentium II | 233 | 35 |
| 1998 Intel Celeron | 300 | 20 |
| 1999 Pentium III | 600 | 42 |
| 1999 AMD Athlon | 600 | 50 |
| 2000 Pentium 4 | 1300 | 51 |
| 2004 Celeron D | 2100 | 73 |
| 2004 Pentium 4 | 3800 | 115 |
| 2005 Pentium D | 3200 | 130 |
| 2007 AMD Phenom | 2300 | 95 |
| 2008 Intel Core 2 | 3200 | 136 |
| 2009 Intel Core i7 | 2900 | 95 |
| 2009 AMD Phenom II | 3200 | 125 |

Nguồn: <http://en.wikipedia.org> và New Scientist, 208, no. 2780 (October 2, 2010), p. 41.

a) Tính hệ số tương quan và đánh giá về tính tuyến tính (mạnh hay yếu) của mối liên hệ phụ thuộc giữa X và Y . Viết phương trình hồi qui tuyến tính của công suất tiêu tán năng lượng theo tốc độ vi xử lí.

b) Dự đoán về công suất tiêu tán năng lượng nếu tốc độ vi xử lí là 3500 MHz ?

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Trưởng Bộ môn Toán-Lý

CAO THANH TÌNH

ĐÁP ÁN

Câu 1: (1.5đ)

a) X: tuổi thọ của chip

$$X \sim N(\mu, \sigma^2), \mu = 120000, \sigma = 30000$$

Tỷ lệ cần tính:

$$P(X > 140000) = 1 - P(X \leq 140000) = 1 - P\left(Z \leq \frac{140000 - \mu}{\sigma}\right) \\ \approx 0.2514 \quad (0.5đ)$$

b) Y là số chip có tuổi thọ trên 140000 h trong 100 chip

$$Y \sim B(n, p), n = 100, p = 0.2514 \quad (0.25đ)$$

$$\sim N(\mu', \sigma'^2), \mu' = 25.14, \sigma' = \sqrt{np(1-p)} = 4.338 \quad (0.5đ)$$

$$P(Y > 20) = 1 - P(Y \leq 19) = 1 - P\left(Z \leq \frac{19.5 - \mu'}{\sigma'}\right) \approx 0.903 \quad (0.25đ)$$

Câu 2: (1.5đ)

a) X và Y không độc lập (0.25đ) Giải thích 0.25đ

$$P(X+Y \leq 3) = 0.16 \quad (0.25đ)$$

$$P(X > 1 | Y = 2) = \frac{P(X > 1, Y = 2)}{P(Y = 2)} = \frac{0.18}{0.28} = 0.6429 \quad \begin{matrix} 0.25đ \\ \swarrow \\ 0.25đ \end{matrix}$$

Câu 3: (1.5đ)

$$a) \iint_{\mathbb{R}^2} f(x,y) dx dy = 1 \quad \begin{matrix} 0.25đ \\ \rightarrow \end{matrix} \quad \iint_{1 \times 0}^3 Cxy dx dy = 1 \quad \rightarrow C = \frac{1}{8} \quad (0.25đ)$$

$$b) P(X \leq 1 \cap Y > 2) = \iint_{2 \times 0}^3 \frac{1}{8} xy dx dy = \frac{5}{32} \quad (0.25đ)$$

$$c) P(Y > 2) = \iint_{2 \times 0}^3 \frac{1}{8} xy dx dy = \frac{5}{8} \quad (0.25đ)$$

$$P(X \leq 1 | Y > 2) = \frac{P(X \leq 1 \cap Y > 2)}{P(Y > 2)} = \boxed{\frac{1}{4}} \quad (0.25đ)$$

Câu 4: (2đ)

(1.5đ) a) $n = 500, \hat{f} = \frac{24}{500} = 0.048$ (0.25đ)

$$1-\alpha = 0.95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96 \quad (0.5đ)$$

$$\varepsilon = 1.96 \sqrt{\frac{0.048(1-0.048)}{500}} \approx 0.0187 \quad 0.5đ$$

Khoảng ƯL: $[0.048 \pm 0.0187]$ hoặc $[0.293; 0.6667]$ (0.25đ)

(0.5đ) b) $\varepsilon = 1.96 \sqrt{\frac{\hat{f}(1-\hat{f})}{n}} = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{4} - (\hat{f} - \frac{1}{2})^2}{n}}$

$$\rightarrow \varepsilon \leq \frac{1.96}{2\sqrt{n}} \quad \forall f$$

\rightarrow Chọn n sao cho $\frac{1.96}{2\sqrt{n}} \leq \underbrace{0.02}_{\varepsilon_{\max}}$ để $\varepsilon \leq 0.02 \quad \forall f$

(0.25đ) $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2}}{2\varepsilon_{\max}} \right)^2 \Rightarrow n \geq 2401 \quad (0.25đ)$

(SV không cần CM công thức)

(Nếu SV thay f bằng 1 ghi cụ thể để ƯL n: 0.25đ)

Câu 5: (2.5đ)

a) $H_0: p = 0.1 \quad 0.25đ$

$H_1: p > 0.1 \quad 0.25đ$

b) $H_0: \mu = H, H_1: \mu > H \quad (0.5đ)$

$$\bar{x} = H.5, n = 18, \sigma = 1, \alpha = 0.05 \quad (0.25đ)$$

$$\alpha = 0.01 \Rightarrow z_{\alpha} \text{ thỏa } P(Z \leq z_{\alpha}) = 1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow z_{\alpha} \approx 2.33 \quad (0.5đ)$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = 2.1213 \quad (0.25đ)$$

$$\underline{z < z_{\alpha} \Rightarrow bác bỏ H_0} \Rightarrow \begin{cases} \text{có thể kết luận: khảo sát cho thấy} \\ \text{số cứu hỏa} \underset{\text{đạt mục tiêu}}{\text{đạt}} \text{ ý nghĩa } \alpha = 0.01. \end{cases} \quad (0.25đ)$$

Câu 6: (1đ)

a) $r = 0.962 \quad (0.25đ) . r \text{ rất gần 1} \text{ nên tính tuyến tính giữa}$

$$y = 15.73 + 0.0319x \quad (0.25đ)$$

b) $x = 3500 \rightarrow y \approx 127.38 \quad (0.25đ)$

(Lưu ý: Đề thi gồm có 2 trang)

Câu 1.(1.5 điểm) Giả sử X và Y là hai biến ngẫu nhiên có phân phối đồng thời như sau:

$$P(X = 0, Y = 0) = 0.1, \quad P(X = 0, Y = 1) = 0.3, \quad P(X = 0, Y = 2) = 0.2,$$

$$P(X = 1, Y = 0) = 0.1, \quad P(X = 1, Y = 1) = 0.2, \quad P(X = 1, Y = 2) = 0.1.$$

- a) Hỏi X, Y có độc lập nhau không? Vì sao?
- b) Giả sử $Y > 0$, tính xác suất $X > 0$.
- c) Tính $P(Y > X)$.

Câu 2.(2 điểm) Cho 2 biến ngẫu nhiên X, Y có hàm mật độ đồng thời

$$f(x, y) = \begin{cases} 6xy & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 - 2x, \\ 0 & \text{nếu } (x, y) \text{ khác.} \end{cases}$$

- a) Tìm hàm mật độ thành phần của X .
- b) Tính $P(Y < 0.5 | X < 0.5)$.

Câu 3.(2.5 điểm) Sau nhiều phản nản về khối lượng ngũ cốc trong hộp ít hơn 16 ounces, công ty sản xuất ngũ cốc Captain Crisp quyết định tiến hành kiểm tra. Họ chọn ngẫu nhiên một mẫu gồm 400 hộp và thấy có 94 hộp có lượng ngũ cốc ít hơn 16 ounce.

- a) Xây dựng khoảng tin cậy với độ tin cậy 95% cho tỷ lệ hộp ngũ cốc nhẹ hơn 16 ounce (xét trên toàn bộ hộp ngũ cốc do công ty đó sản xuất).
- b) Với mức ý nghĩa 0.1, có thể kết luận rằng tỷ lệ hộp ngũ cốc nhẹ hơn 16 ounce của công ty đó có trên 20% không?

Câu 4.(1.5 điểm) Các nhà nghiên cứu lo lắng có quá nhiều clorine trong nước uống. Họ thu thập 25 mẫu nước uống để đo lượng clorine. Lượng clorine trung bình của các mẫu là 4.2mg/l với độ lệch chuẩn có hiệu chỉnh của mẫu là 0.6 mg/l. Cục quản lý Thực phẩm và Dược phẩm Hoa Kỳ (FDA) khuyến nghị rằng lượng clorine trung bình không nên vượt quá 4 mg/l. Các nhà nghiên cứu muốn biết rằng lượng clorine trung bình trong nước uống có vượt quá giới hạn do FDA đề nghị không. Giả sử lượng clorine trong nước uống có phân phối chuẩn. Hãy thực hiện kiểm định thích hợp với mức ý nghĩa 0.05.

Câu 5.(1.5 điểm) Tỷ lệ khách hàng phản hồi tin nhắn của một công ty là 20%. Trong tuần vừa qua, công ty đó gửi tin nhắn cho 400 khách hàng. Hỏi xác suất có hơn 50 khách hàng trong số khách hàng đó phản hồi tin nhắn?

Câu 6.(1 điểm) Sau đây là dữ liệu của hai biến ngẫu nhiên X và Y :

| | | | | | | | | | | | | |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| X | 100 | 230 | 320 | 500 | 550 | 1000 | 1300 | 1500 | 2000 | 2100 | 3200 | 3800 |
| Y | 11 | 34 | 25 | 35 | 40 | 45 | 55 | 65 | 80 | 75 | 125 | 115 |

a) Tính hệ số tương quan và nhận xét về tính tuyến tính của X và Y (mạnh hay yếu? nghịch biến hay đồng biến?)

b) Viết phương trình hồi qui tuyến tính của Y theo X . Dự đoán giá trị của Y khi $X = 5000$.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Trưởng Bộ môn Toán-Lý

CAO THANH TÌNH

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CUỐI KÌ HK2 2019-2020

Câu 1: (1.5đ)

a) X, Y Không độc lập (0.25đ) Giải thích (0.25đ)

$$b) P(X>0|Y>0) = \frac{P(X>0, Y>0)}{(0.25\text{đ}) P(Y>0)} = \frac{0.3}{0.8} = 0.375 \quad (0.25\text{đ})$$

$$c) P(Y>X) = P(0,1) + P(0,2) + P(1,2) = 0.6 \quad (0.5\text{đ})$$

Câu 2: (2đ)

$$a) f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dy = \begin{cases} \int_0^{2-2x} 6xy dy & \forall x \in [0,1] \\ 0 & \forall x \notin [0,1] \end{cases} \quad (0.25\text{đ})$$

$$= \begin{cases} 3x(2-2x)^2 & \forall x \in [0,1] \\ 0 & \forall x \notin [0,1] \end{cases} \quad (0.25\text{đ})$$

$$b) P(X < 0.5) = \int_0^{0.5} 3x(2-2x)^2 dx = \frac{11}{16} = 0.6875 \quad (0.25\text{đ})$$

$$P(X < 0.5 \cap Y < 0.5) = \iint_{-\infty}^{0.5} f(x,y) dx dy = \iint_0^{0.5} 6xy dx dy = \frac{3}{32} = 0.094 \quad (0.25\text{đ})$$

$$\rightarrow P(Y < 0.5 | X < 0.5) = \frac{P(X < 0.5 \cap Y < 0.5)}{P(X < 0.5)} = \frac{3}{22} = 0.136 \quad (0.5\text{đ})$$

Câu 3: (2.5đ)

p: tỷ lệ hộp ngũ cốc nhẹ hơn 16 ounce

$$n = 400, \quad f = \frac{94}{400} = 0.235 \quad (0.25\text{đ})$$

$$a) \alpha = 0.05 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96 \quad (0.25\text{đ})$$

$$\varepsilon = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \approx 0.042 \quad (0.25\text{đ})$$

Khoảng tin cậy cho p

$$[0.193; 0.277] \text{ hoặc } 0.235 \pm 0.042 \quad (0.25\text{đ})$$

b) $H_0: p = 0.2$, $H_1: p > 0.2$ (0.5 đ)

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = 1.75 \quad 0.25 \text{đ}$$

$$\alpha = 0.1 \Rightarrow z_\alpha = 1.282 \quad 0.25 \text{đ}$$

$z > z_\alpha \Rightarrow$ đủ cơ sở để bác bỏ H_0 , 0.25 đ

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.1$, có thể KL tỷ lệ hợp ngũ cốc nhẹ hơn 16 ounce trên 20%. 0.25 đ

Câu 4 (1.5 đ)

μ : lượng clorine trung bình trong nước uống

$H_0: \mu = 4$ hoặc $H_0: \mu \leq 4$ 0.25 đ

$H_1: \mu > 4$ (0.25 đ)

$n = 25$, $\bar{x} = 4.2 \text{ mg/l}$, $s = 0.6 \text{ mg/l}$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s} \sqrt{n} = 1.667 \quad (0.25 \text{đ})$$

$$\alpha = 0.05, n = 25 \Rightarrow t_\alpha = 1.711 \quad (0.25 \text{đ})$$

$t < t_\alpha$: không đủ cơ sở để bác bỏ H_0 → chấp nhận H_0 (0.25 đ)

Lượng clorine trung bình trong nước uống KHÔNG vượt giới hạn (0.25 đ)

Câu 5 (1.5 đ)

X : số khách hàng phản hồi tin nhắn trong 400 khách

$X \sim B(n, p)$, $n = 400$, $p = 0.2$ (0.5 đ)

Xấp xỉ về PP chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$, $\mu = 40$, $\sigma = 8$ (0.5 đ)

xác suất cần tính

$$P(50 < X \leq 100) \approx P(X > 50) = 1 - P(X \leq 50) \quad (0.25 \text{đ})$$

$$\approx 1 - P\left(Z \leq \frac{50.5 - 40}{8}\right) \approx 1 - P(Z \leq 1.31) \approx 0.0951 \quad (0.25 \text{đ})$$

Câu 6 (1 đ)

a) $R = 0.9756$ (0.25 đ) \Rightarrow tính tuyến tính mạnh, đồng biến (0.25 đ)

b) $Y = 19.3414 + 0.0285 X$ (0.25 đ)

$X = 5000 \rightarrow Y \approx 161.78$ (0.25 đ)