

Câu 1. (4 điểm)

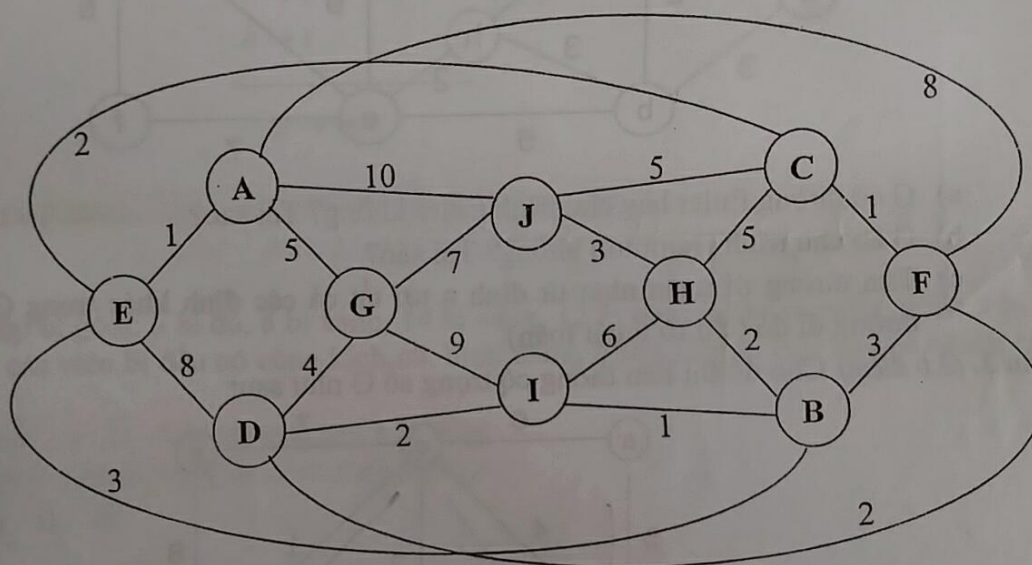
Cho hàm Bool $f: B^4 \rightarrow B$, với

$$f(x, y, z, t) = x\bar{y}z + xz\bar{t} + yzt + \bar{x}.\bar{y}.\bar{z} + y\bar{z}t + \bar{y}\bar{t}$$

- a/ Hãy tìm dạng chính tắc tuyến (hay còn gọi là dạng chính tắc nổi rời) cho hàm bool f .
b/ Hãy tìm (các) công thức đa thức tối thiểu cho f .
c/ Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một (trong số các) công thức đa thức tối thiểu tìm được ở câu b/.

Câu 2. (6 điểm)

Cho G là đồ thị vô hướng, có biểu đồ như sau:



- a/ Hỏi G có đường đi (hay chu trình) Euler không? Vì sao? Nếu có, hãy tìm đường đi (hay chu trình) Euler của G .
b/ Hỏi G có đường đi (hay chu trình) Hamilton không? Vì sao? Nếu có, hãy tìm đường đi (hay chu trình) Hamilton của G .
c/ Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh B đến các đỉnh còn lại của đồ thị G .
d/ Hãy tìm cây bao trùm (cây khung) tối thiểu cho G và xác định trọng số cho cây khung đó.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

- Trưởng BM Toán - Lý

TS. DƯƠNG TÔN ĐÀM

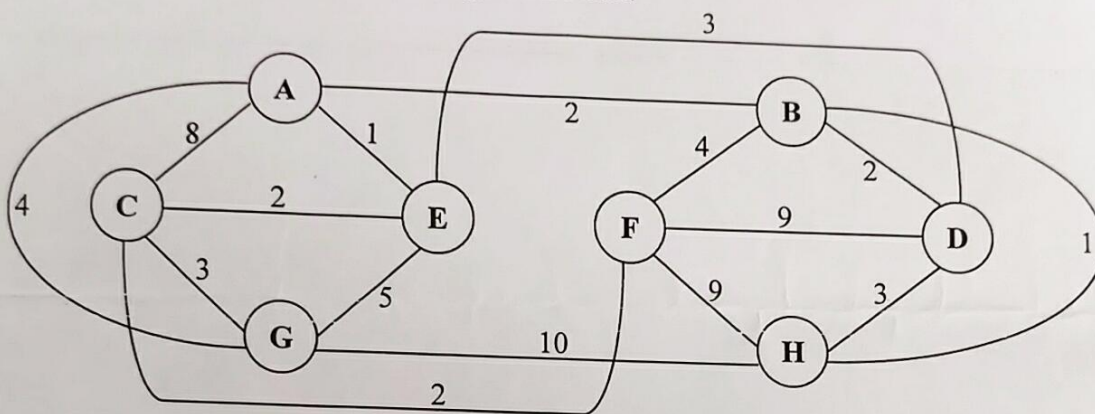
Câu 1: (4 điểm)

Cho hàm Bool $f: B^4 \rightarrow B$, với $f(x, y, z, t) = x\bar{y}z + xzt + yzt + \bar{x}.\bar{y}z + \bar{x}t + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{z}\bar{t}$

- Hãy tìm dạng chính tắc tuyến (dạng chính tắc nổi rời – d.n.f) cho f .
- Hãy tìm (các) công thức đa thức tối thiểu cho f .
- Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một (trong số các) công thức đa thức tối thiểu tìm được ở câu b/.

Câu 2: (6 điểm)

Cho G là đồ thị vô hướng, có trọng số như sau:



- Hỏi G có chu trình (hay đường đi) Euler không? Vì sao? Nếu có, hãy tìm chu trình (hay đường đi) Euler của G .
- Hỏi G có chu trình (hay đường đi) Hamilton không? Vì sao? Nếu có, hãy tìm chu trình (hay đường đi) Hamilton của G .
- Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh C đến các đỉnh còn lại của đồ thị G .
- Hãy tìm cây bao trùm (cây khung) có trọng số nhỏ nhất cho G ; và khi đó hãy xác định trọng số cho cây này.

HẾT

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

TRƯỜNG BM. TOÁN - LÝ

TS. DƯƠNG TÔN ĐÀM

Hết

Câu 1. (4 điểm) Cho hàm Boole 4 biến $f(x, y, z, t)$, biết

$$f^{-1}(0) = \{0110, 0011, 1001, 0001, 1100, 0111\}.$$

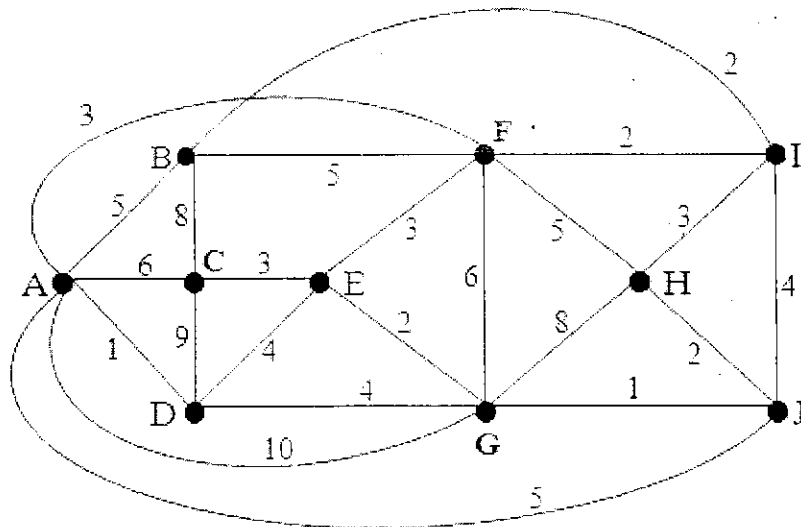
- Hãy tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm f .
- Hãy tìm các công thức đa thức tối thiểu của hàm f .
- Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối thiểu của hàm f vừa tìm được.

Câu 2. (1 điểm)

- Có một nhóm gồm 14 game thủ thi đấu vòng tròn một lượt cùng một game. Biết rằng khi 2 game thủ bất kỳ thi đấu với nhau thì không có kết quả hòa. Hỏi sau khi có kết quả thi đấu của nhóm, có trường hợp bất kỳ game thủ nào cũng thắng đúng 7 game thủ khác trong nhóm không? Tại sao?
- Tìm số đỉnh của đồ thị, biết đồ thị có 25 cạnh, có 4 đỉnh bậc 3; 2 đỉnh bậc 5; còn lại là các đỉnh bậc 2, bậc 7.

Câu 3. (5 điểm)

Cho đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số như sau:



- Đồ thị có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của đồ thị.
- Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của đồ thị nếu có.
- Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh C đến các đỉnh còn lại của đồ thị (chỉ rõ thuật toán).
- Hãy tìm cây khung có trọng số lớn nhất T của đồ thị (chỉ rõ thuật toán) và tính trọng số của T.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Câu 1. (4 điểm) Cho hàm Boole 4 biến $f(x, y, z, t)$, biết

$$f^{-1}(0) = \{0110, 0011, 1001, 0001, 1100, 0111\}.$$

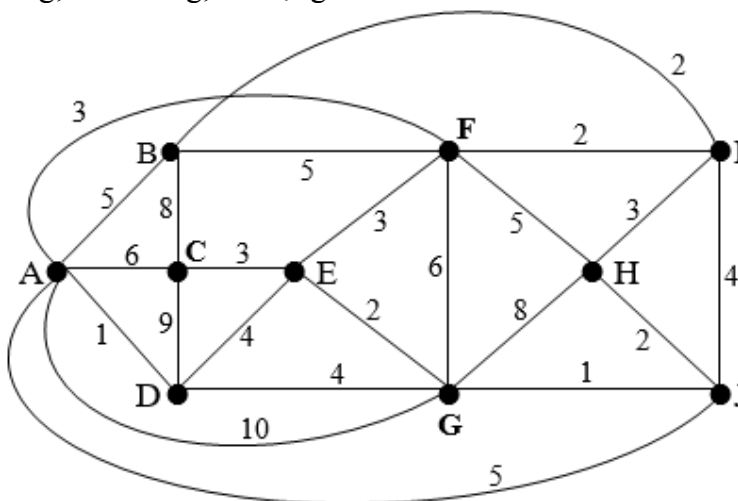
- Hãy tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm f .
- Hãy tìm các công thức đa thức tối thiểu của hàm f .
- Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối thiểu của hàm f vừa tìm được.

Câu 2. (1 điểm)

- Có một nhóm gồm 14 game thủ thi đấu vòng tròn một lượt cùng một game. Biết khi 2 game thủ bất kỳ thi đấu với nhau thì không có kết quả hòa. Hỏi sau khi có kết quả thi đấu của nhóm, có trường hợp bất kỳ game thủ nào cũng thắng đúng 7 game thủ khác trong nhóm không? Tại sao?
- Tìm số đỉnh của đồ thị, biết đồ thị có 25 cạnh, có 4 đỉnh bậc 3; 2 đỉnh bậc 5; còn lại là các đỉnh bậc 7, bậc 2.

Câu 3. (5 điểm)

Cho đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số như sau:



- Đồ thị có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của đồ thị.
- Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của đồ thị nếu có.
- Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh C đến các đỉnh còn lại của đồ thị (chỉ rõ thuật toán).
- Hãy tìm cây khung có trọng số lớn nhất T của đồ thị (chỉ rõ thuật toán) và tính trọng số của T.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Q. Trưởng BM Toán - Lý

CAO THANH BÌNH

Câu 1. (4.0 điểm) Cho hàm Bool theo 4 biến sau:

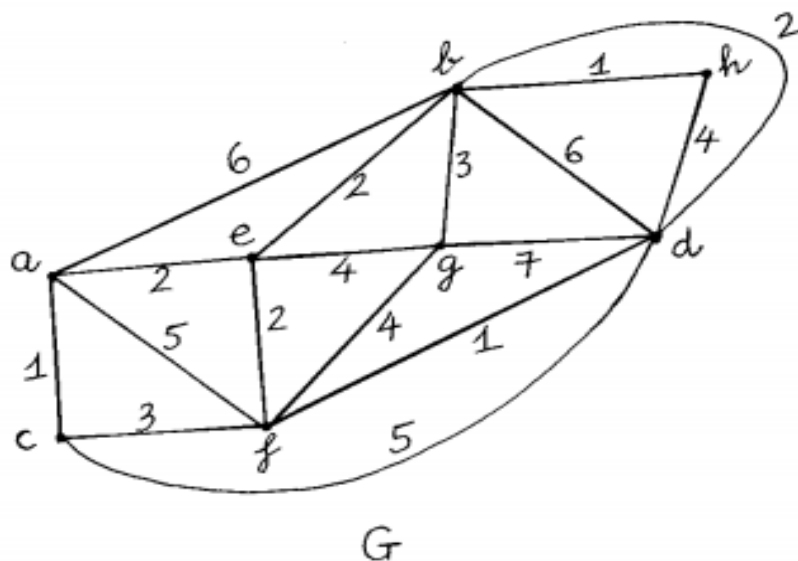
$$f(x, y, z, t) = xz\bar{t} \vee x\bar{y}t \vee yt \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{z}t \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{t}.$$

- Hãy tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm f .
- Hãy tìm các công thức đa thức tối thiểu của hàm f .
- Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối thiểu của hàm f vừa tìm được.

Câu 2. (2.0 điểm) Cho đồ thị liên thông G có 6 đỉnh với bậc lần lượt là 2, 2, 3, 4, 4, 5. Hãy vẽ phác họa G trong các trường hợp:

- G là đơn đồ thị.
- G là đa đồ thị không có vòng.
- G là đa đồ thị không có cạnh bội.
- G là đa đồ thị có vòng và có cạnh bội.

Câu 3. (4.0 điểm) Cho đồ thị G sau:



- G có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của G .
- Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của G nếu có.
- Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh e đến các đỉnh còn lại của G (chỉ rõ thuật toán).
- Hãy tìm cây khung có trọng số lớn nhất T của G (chỉ rõ thuật toán) và tính trọng số của T .

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Trưởng BM Toán - Lý

CAO THANH BÌNH

Câu 1. (4 điểm) Cho hàm Boole 4 biến $f(x, y, z, t)$, biết

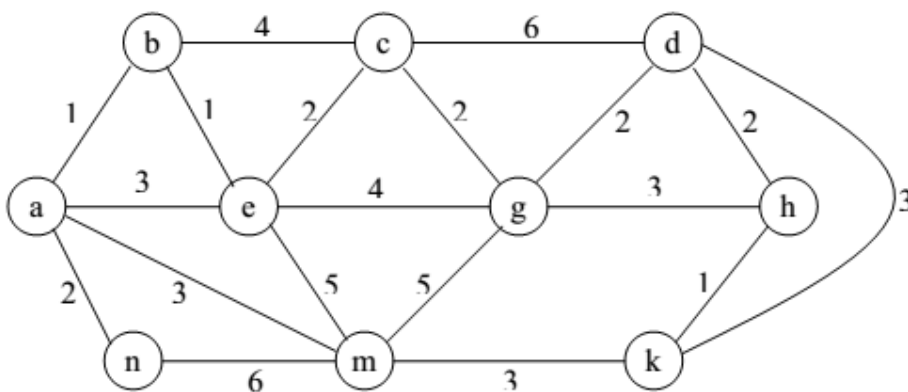
$$f^{-1}(1) = \{1010, 0110, 1111, 0111, 1101, 1000, 1100\}.$$

- Hãy tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm f .
- Hãy tìm các công thức đa thức tối thiểu của hàm f .
- Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối thiểu của hàm f vừa tìm được.

Câu 2. (1 điểm) Có thể có một nhóm gồm 9 người trong đó mỗi người đều chỉ quen biết đúng 5 người khác trong nhóm hay không?

Câu 3. (5 điểm)

Cho đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số như sau:



- Đồ thị có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của đồ thị.
- Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của đồ thị nếu có.
- Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh a đến các đỉnh còn lại của đồ thị (chỉ rõ thuật toán).
- Hãy tìm cây khung có trọng số lớn nhất T của đồ thị (chỉ rõ thuật toán) và tính trọng số của T.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Trưởng BM Toán - Lý

CAO THANH BÌNH

Câu 1. (4.0 điểm) Cho hàm Boole f theo 4 biến x, y, z, t , biết:

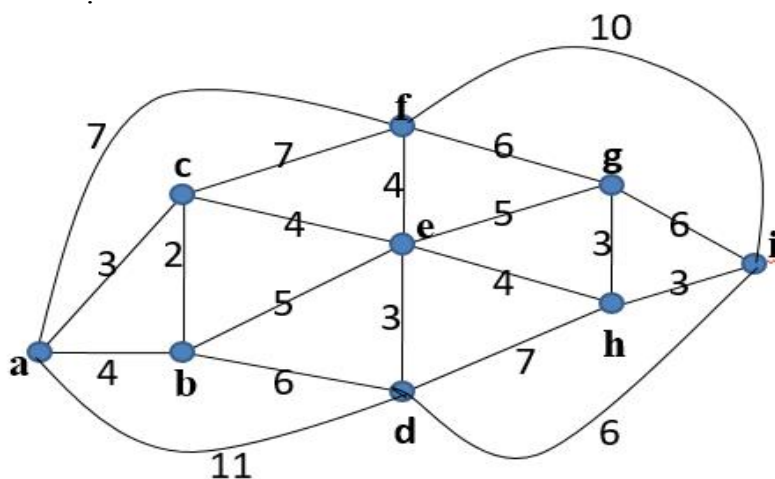
$$f^{-1}(0) = \{1000, 0111, 0000, 1111, 1010, 1101\}.$$

- Hãy tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm f .
- Hãy tìm các công thức đa thức tối thiểu của hàm f .
- Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối thiểu của hàm f vừa tìm được.

Câu 2. (1.0 điểm) Một nước có 10 thành phố. Hãy thiết lập một mạng đường hàng không thỏa 2 điều kiện:

- Mỗi thành phố có đường hàng không nối trực tiếp với đúng 3 thành phố khác
- Từ mỗi thành phố có đường hàng không đi tới một thành phố tùy ý sao cho trên đường hành trình tới đích có thể đi qua các thành phố khác, mỗi thành phố đi qua đúng một lần.

Câu 3. (5.0 điểm) Cho đồ thị G sau:



- G có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của G .
- Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của G (nếu có).
- Dùng thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh c đến các đỉnh còn lại của G (trình bày thuật toán trên cùng một bảng).
- Hãy tìm cây khung có trọng số lớn nhất T của G (trình bày thuật toán).

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Trưởng BM Toán - Lý

CAO THANH BÌNH

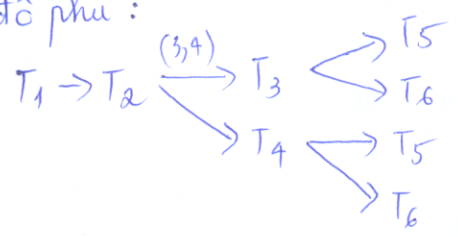
ĐÁP ÁN CTRR (CK HKI 2020-2021)

1

Câu 1:

xy \ zt	00	01	11	10
00	x	1 3	1	x
01	2 4	4 3	x	2
11	2 5	x	x	2
10	5 6	6 1	1	x

0,5 Karfđung (chứa căn gọn) +) Số đồ phủ:



$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Kar } f &= T_1 \cup T_2 \cup T_3 \cup T_5 \quad (1) \\ &= T_1 \cup T_2 \cup T_3 \cup T_6 \quad (2) \\ &= T_1 \cup T_2 \cup T_4 \cup T_5 \quad (3) \\ &= T_1 \cup T_2 \cup T_4 \cup T_6 \quad (4) \end{aligned}$$

(1), (2), (3), (4) - phủ tối thiểu (nhận)

\Rightarrow Các CTĐT rút gọn của f

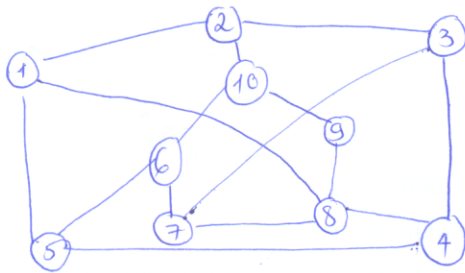
$$\begin{aligned} (1) \Rightarrow f &= y\bar{t} + \bar{y}t + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z \quad (1') \\ (2) \Rightarrow f &= y\bar{t} + \bar{y}t + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}z\bar{t} \quad (2') \\ (3) \Rightarrow f &= y\bar{t} + \bar{y}t + \bar{x}\bar{z}t + \bar{x}\bar{y}z \quad (3') \\ (4) \Rightarrow f &= y\bar{t} + \bar{y}t + \bar{x}\bar{z}t + \bar{x}z\bar{t} \quad (4') \end{aligned}$$

(1'), (2'), (3'), (4') - đơn giản ngang nhau \Rightarrow (1'), (2'), (3'), (4') là các CTĐTTT của f.

c) Vẽ đúng 1 CTĐTTT

Câu 2: Mô hình hoá mạng đường hàng không bằng đồ thị: đúng (1,0đ)
 Trường hợp chưa vẽ được đồ thị mà nêu được đặc điểm của đồ thị G
 (G có $|V|=10$; $\deg v = 3 \forall v \in V$, $|E|=15$, G có đg đi + hamilton)
 (0,25) (0,25)

Vd:



Câu 3: a) G K° có C_E nhưng có P_E vì G có đúng 2 đỉnh bậc lẻ ($\deg(d) = \deg(f) = 5$)
 (0,5đ)

P_E : đúng

(0,5)

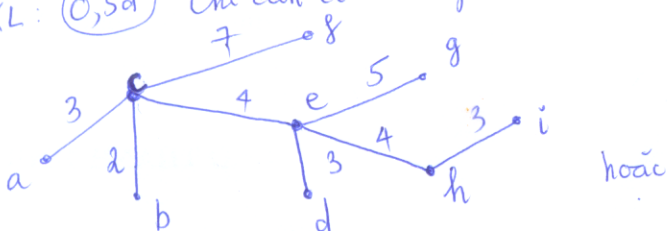
b) C_H : đúng

(0,5)

c) Thuật toán: đúng (1,5đ)

BL	c	a	b	d	e	f	h	i	g	Tập đỉnh S	Cạnh
1	*	3,c	2,c*	∞,c	4,c	7,c	∞,c	∞,c	∞,c	{c}	∅
2		3,c*	—	8,b	4,c	7,c	∞,c	∞,c	∞,c	{c,b}	cb
3		—		8,b	4,c*	7,c	∞,c	∞,c	∞,c	{c,b,a}	ca
4				7,e*	—	7,c	8,e	∞,c	9,e	{c,b,a,e}	ce
5				—		7,c*	8,e	13,d	9,e	{c,b,a,e,d}	ed
6						—	8,e*	13,d	9,e	{c,b,a,e,d,f}	cf
7							—	11,h	9,e*	{c,b,a,e,d,f,h}	eh
8								11,h*	—	{c,b,a,e,d,f,h,g}	eg
9								—		{c,b,a,e,d,f,h,g,i}	hi

KL: (0,5đ) Chỉ cần có 1 trong 2 điều sau:



hoặc

K° cần ghi đầy đủ, ghi bổ sung cũng được

Đỉnh	Độ dài	Độ dài
a	ca	3
b	cb	2
d	ced	7
e	ce	4
f	cf	7
h	ceh	8
i	cehi	11
g	ceg	9

P/s: Tùy vào cách giải cụ thể của SV, GV có thể phân bổ điểm lại trong các mục cho hợp lý

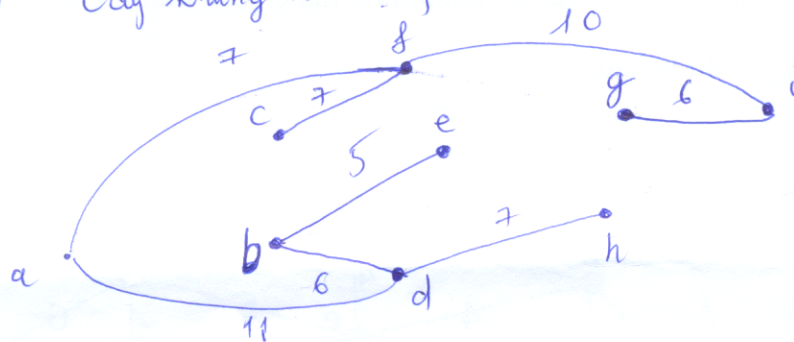
d) Trình bày chứng thuật toán (Prim hoặc Kruskal) : 1,0đ

Vd: Kruskal

Bước	E_T	Trị số
1	ad	11
2	gi	10
3	af	7
4	gc	7
5	dh	7
6	db	6
7	ig	6
8	be	5

KL: (0,5đ)

Cây khung có trọng số lớn nhất T



Trị số T = 59

Câu 1. (4.0 điểm) Cho hàm Boole f theo 4 biến x, y, z, t , biết:

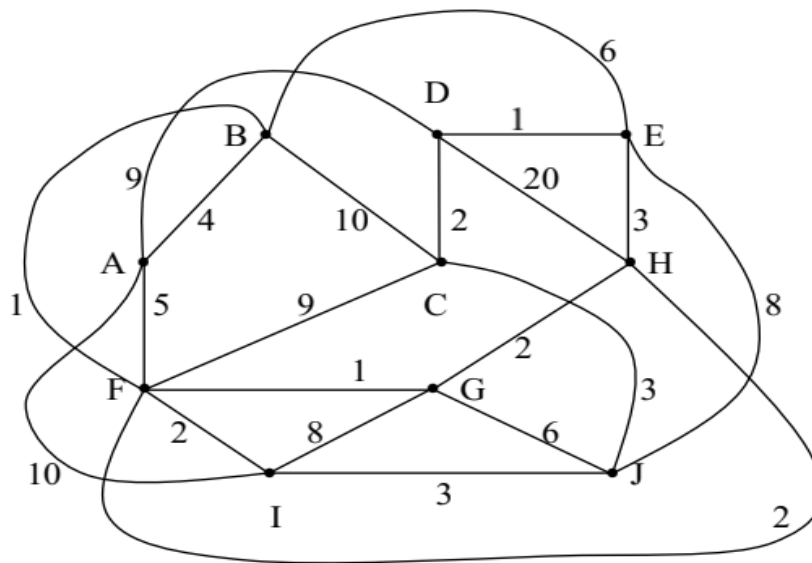
$$f^{-1}(0) = \{0000, 1111, 1000, 1100, 0011, 0010\}.$$

- Hãy tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm f .
- Hãy tìm các công thức đa thức tối thiểu của hàm f .
- Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối thiểu của hàm f vừa tìm được.

Câu 2. (1.0 điểm) Hãy phác họa đồ thị G có các tính chất sau:

- Đồ thị có hướng, có ít nhất 4 đỉnh, đầy đủ, liên thông mạnh.
- Đơn đồ thị vô hướng, không đầy đủ, có chu trình Euler nhưng không có chu trình Hamilton (chỉ ra chu trình Euler và giải thích vì sao không có chu trình Hamilton).

Câu 3. (5.0 điểm) Cho đồ thị G như sau:



- G có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của G .
- Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của G (nếu có).
- Dùng thuật toán Dijkstra tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh H đến các đỉnh còn lại của G (trình bày thuật toán trên cùng một bảng).
- Hãy tìm cây khung có trọng số lớn nhất T của G (trình bày thuật toán).

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Câu 1. (4.0 điểm) Cho hàm Boole f theo 4 biến x, y, z, t , biết:

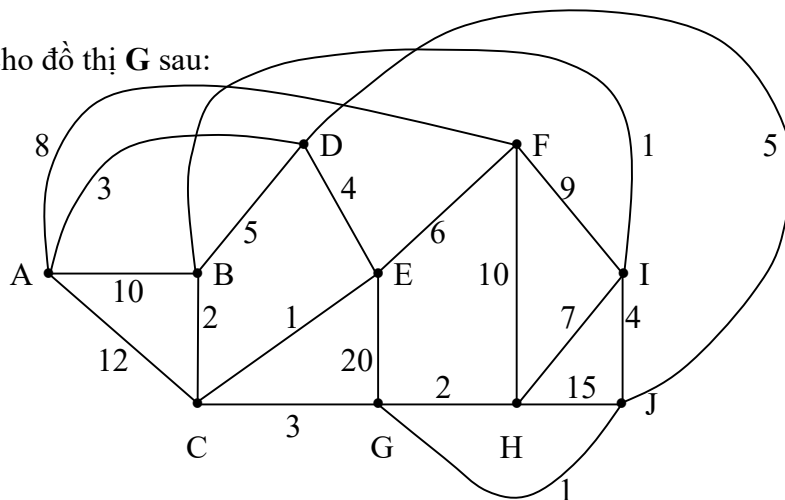
$$f^{-1}(0) = \{0110, 0111, 0000, 1000, 1101\}.$$

- Hãy tìm dạng nổi rời chính tắc của hàm f .
- Hãy tìm các công thức đa thức tối thiểu của hàm f .
- Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối thiểu của hàm f vừa tìm được.

Câu 2. (1.0 điểm) Có tồn tại đồ thị vô hướng chứa 5 đỉnh với các bậc sau đây hay không? Nếu không hãy giải thích vì sao, còn nếu có hãy vẽ đồ thị đó.

- 1, 2, 3, 4, 5
- 1, 2, 3, 4, 4

Câu 3. (5.0 điểm) Cho đồ thị G sau:



- Hỏi G có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của G .
- Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của G (nếu có).
- Dùng thuật toán Dijkstra để tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh H đến các đỉnh còn lại của G (trình bày thuật toán trên cùng một bảng).
- Hãy tìm cây khung có trọng số lớn nhất T của G (trình bày thuật toán).

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Trưởng BM Toán - Lý

ÔN TẬP

ĐỀ ÔN 1:

Câu 1: Cho hàm Bool $f : B^4 \rightarrow B$,

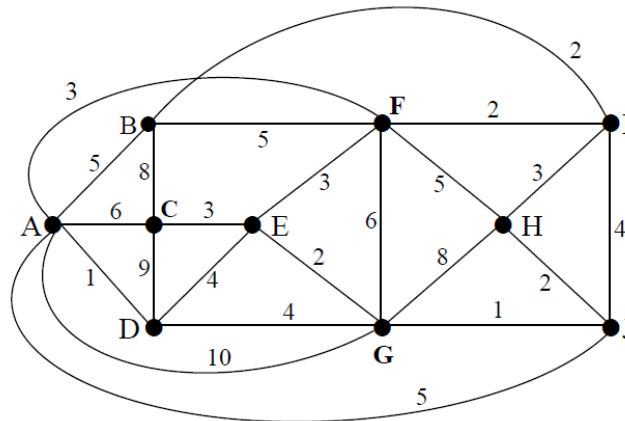
$$\text{với } f(x, y, z, t) = \bar{x}z\bar{t} + \bar{x}yz + \bar{x}zt + \bar{y}z\bar{t} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{t}$$

- a/ Tìm dạng chính tắc tuyển (dạng chính tắc nối rời – d.n.f) cho hàm Bool f .
- b/ Hãy tìm (các) công thức đa thức tối thiểu cho hàm Bool này.
- c/ Vẽ sơ đồ mạch cho một (trong số các) công thức đa thức tối thiểu tìm được ở câu b/.

Câu 2:

- a/ Hãy vẽ biểu đồ (nếu được) minh họa cho G là một đồ thị vô hướng, không đầy đủ, có chu trình Euler và không có chu trình Hamilton (giải thích vì sao không có)./ Hoặc vẽ biểu đồ (nếu được) minh họa cho G là đồ thị có hướng, đầy đủ, liên thông yếu, không có chu trình Euler và không có chu trình Hamilton (giải thích vì sao không có).
- b/ Có thể có một nhóm gồm 9 người trong đó mỗi người đều chỉ quen biết đúng 5 người khác trong nhóm hay không?

Câu 3: Cho G là một đồ thị vô hướng, có trọng số, có biểu đồ sau:



- a) Đồ thị có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của đồ thị.
- b) Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của đồ thị nếu có.
- c) Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh F đến các đỉnh còn lại của đồ thị (chỉ rõ thuật toán).
- d) Hãy tìm cây khung có trọng số nhỏ nhất (T_1) và cây khung có trọng số lớn nhất (T_2) của đồ thị (chỉ rõ thuật toán) và tính trọng số của T_1, T_2 .

ĐỀ ÔN 2:

Câu 1: Cho hàm Bool $f : B^4 \rightarrow B$,

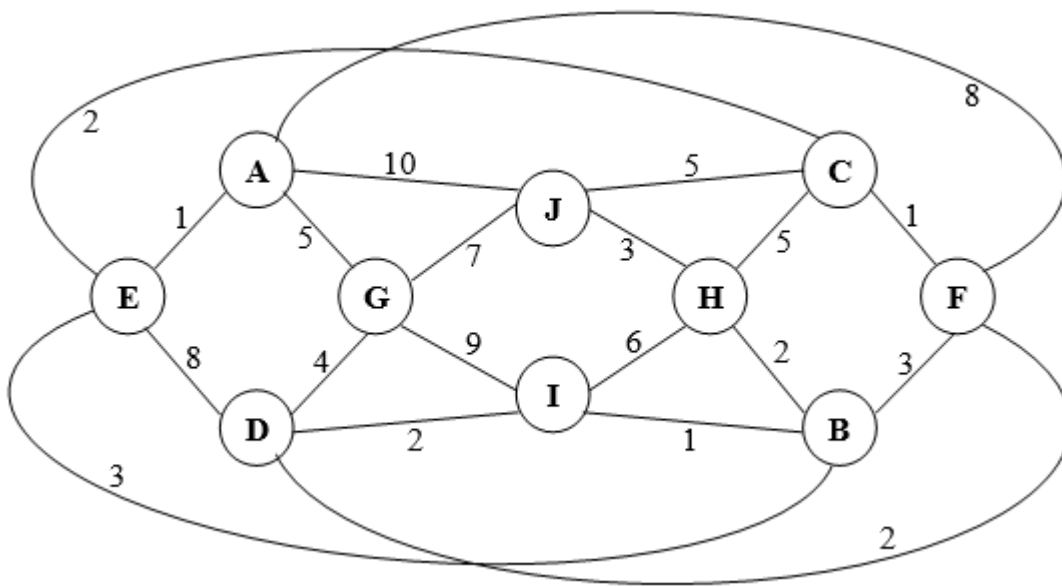
$$\text{với } f(x, y, z, t) = xz\bar{t} + x\bar{y}z + yt + \bar{x}.\bar{z}t + \bar{x}.\bar{y}\bar{t} + x\bar{y}\bar{t}$$

- a/ Tìm dạng chính tắc tuyển (dạng chính tắc nối rời – d.n.f) cho hàm Bool f .
- b/ Hãy tìm (các) công thức đa thức tối thiểu cho hàm Bool này.
- c/ Vẽ sơ đồ mạch cho một (trong số các) công thức đa thức tối thiểu tìm được ở câu b/.

Câu 2:

- a/ Hãy vẽ biểu đồ minh họa cho G là đồ thị có hướng, đầy đủ, liên thông yếu (nếu được).
- b/ Hãy vẽ biểu đồ minh họa cho G là đơn đồ thị, vô hướng, không đầy đủ, có chu trình Euler và có chu trình Hamilton (nêu tên chu trình).

Câu 3: Cho G là một đồ thị vô hướng, có trọng số, có biểu đồ sau:



- a) Đồ thị có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của đồ thị.
- b) Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của đồ thị nếu có.
- c) Hãy tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh **B** đến các đỉnh còn lại của đồ thị (chỉ rõ thuật toán).
- d) Hãy tìm cây khung có trọng số nhỏ nhất (T1) và cây khung có trọng số lớn nhất (T2) của đồ thị (chỉ rõ thuật toán) và tính trọng số của T1, T2.