

ĐÁP ÁN

Bài 1: BIẾN CỐ NGẪU NHIÊN VÀ XÁC SUẤT

Tình huống dẫn nhập

STT câu hỏi	Nội dung câu hỏi	Những ý kiến thường gặp của Học viên	Kiến thức liên quan (Giải đáp cho các vấn đề)
1	Tính diện tích Hồ Gươm?	Học viên sử dụng khái niệm tích phân để tính.	Hàm biểu diễn bờ của hồ gươm là gì? → không dùng được
2		Học viên chia hồ thành các ô vuông nhỏ rồi đếm số lượng ô vuông.	Những chỗ bên rìa hồ không vuông thì diện tích tính như thế nào? → gặp khó khăn để tính
3		Học viên sử dụng phương pháp tính xác suất	Diện tích của hồ bằng diện tích của hình chữ nhật bao quanh mặt hồ nhân với xác suất để gieo một điểm trong hình chữ nhật thì nó rơi trong Hồ. $S_{ho} = S_{hcn} \times P(A)$
4	Tính thể tích 01 quả núi		Bao quả núi đó bởi một hình hộp chữ nhật và dùng định nghĩa xác suất để tính

Bài tập trắc nghiệm

1-b	2-a	3-d	4-a	5-d	6-d	7-c	8-d	9-c	10-b
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

Bài tập

1. a.

- Cả ba lần đều mua được sản phẩm tốt
- Hai lần đầu mua được sản phẩm tốt, lần thứ ba mua được sản phẩm xấu
- Mua được sản phẩm tốt
- Mua được sản phẩm xấu
- Ba lần đều mua được sản phẩm xấu

b.

- Biến cố $A = A_1 + A_2 + A_3 = \overline{A_1} \overline{A_2} \overline{A_3}$
- Biến cố $B = A_1 \overline{A_2} \overline{A_3} + \overline{A_1} A_2 \overline{A_3} + \overline{A_1} \overline{A_2} A_3$

- Biến cố $C = A_1A_2A_3 + A_1A_2\bar{A}_3 + A_1\bar{A}_2A_3 + \bar{A}_1A_2A_3$
 - Biến cố $D = A_1\bar{A}_2\bar{A}_3$
2. a. 8 – Dùng cách liệt kê để mô tả $\{NNN, NNS, NSN, NSS, SNN, SNS, SSN, SSS\}$ hoặc dùng sơ đồ VENN để mô tả
- b. 4
3. a. $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
- b. $P(B) = \frac{5}{36}$
- c. $P(C) = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$
- d. $P(D) = 0$
- e. $P(E) = \frac{10}{36}$
- f. $P(F) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$
- g. $P(G) = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$
4. a. Gọi A là biến cố mỗi tầng sẽ có 3 khách hàng vào. Ta có:
Số trường hợp đồng khả năng trong phép thử
 $n = 4^{12} = 16777216$.
Số trường hợp thuận lợi cho biến cố A xảy ra:
 $m_A = C_{12}^3 C_9^3 C_6^3 C_3^3 = 369600$.
 $\rightarrow P(A) = \frac{369600}{16777216} = 0,022$.
- b. $m_B = C_{12}^6 C_6^4 C_2^1 C_1^1 = 27720$
 $\rightarrow P(A) = \frac{27720}{16777216} = 0,0016$.
5. $P(A) = \frac{4}{90} = \frac{2}{45} = 0,044$.
6. Sử dụng định lý cộng xác suất để chứng minh:
 $P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC) = 1.062$
 \rightarrow vô lý
7. a. Sai
E1: biến cố tung con xúc xắc được mặt 1 chấm
E2: biến cố tung con xúc xắc được mặt 2 chấm
E1 và E2 là 2 biến cố xung khắc

$$P(E_1) = \frac{1}{6};$$

$$P(E_2) = \frac{1}{6};$$

$$P(E_1 E_2) = 0;$$

$$P(E_1 + E_2) = \frac{2}{6}.$$

b. Đúng

A1: biến cố tung con xúc xắc thứ nhất được mặt 1 chấm

B1: biến cố tung con xúc xắc thứ hai được mặt 1 chấm

A1 và B1 là hai biến cố độc lập \rightarrow hai biến cố này không xung khắc trong 1 phép thử

c. Đúng

AC: biến cố tung con xúc xắc được mặt chẵn chấm

AL: biến cố tung con xúc xắc được mặt lẻ chấm

$$A_C = \bar{A}_L$$

AC và AL là hai biến cố độc lập vì $P(A_C A_L) = 0$.

8. a. A và B là hai biến cố độc lập thì \bar{A} và B cũng là hai biến cố độc lập

$$P(\bar{A} B) = P(B) \cdot P(\bar{A} | B) = P(B) [1 - P(A | B)].$$

Mà do A và B là hai biến cố độc lập nên $P(A | B) = P(A)$

$$\rightarrow P(\bar{A} B) = P(B) [1 - P(A)] = P(B) P(\bar{A})$$

$\rightarrow \bar{A}$ và B là hai biến cố độc lập

b. A và \bar{B} (trùng tự)

c. \bar{A} và \bar{B} (trùng tự)

9. Gọi A là biến cố có ít nhất 1 thẻ được xếp đúng vị trí.

Ta có \bar{A} là biến cố không có thẻ nào được xếp đúng vị trí.

Số cách xếp n thẻ được đánh số từ 1 \rightarrow n thành 1 hàng là n!

Số cách xếp thuận lợi cho biến cố \bar{A} là $(n-1) \cdot (n-1)!$

$$P(\bar{A}) = \frac{(n-1) \times (n-1)!}{n!} = \frac{n-1}{n}$$

$$\rightarrow P(A) = 1 - \frac{n-1}{n} = \frac{1}{n}.$$

10. a. Đúng

b. Sai

c. Sai

11. a. $\frac{14}{33}$

b. $\frac{14}{33}$

12. a. 0,64

b. 0,64

13. 0,3169

14. 0,0271

15. a. ≈ 0.4802

b. ≈ 0.503

16. a. $\frac{m}{m+n}$

b. $\frac{n}{m+n}$

c. $\frac{m}{m+n}$

d. $\frac{m}{m+n}, \frac{n}{m+n}, \frac{m}{m+n}$

17. a. 0,00217

b. $\approx 0,4839$

c. 0,00274 và $\approx 0,3832$

18. a. 0,2096

b. 0,057 và 0,943.

c. 0,768

19. 0,363

20. a. 0,4

b. 0,9

21. a. $\frac{5}{63}$

b. $\frac{1}{21}$

22. 0,4573

23. 0,29787

24. a. 0,18

b. 0,62

c. 0,38

d. 0,36

e. 0,24

25. a. 0,175

b. 0,057

26. a. 0,175

b. 0,057

30. 0,247

Bài 2: BIẾN NGẪU NHIÊN VÀ QUY LUẬT PHÂN BỐ XÁC SUẤT

Tình huống khởi động

STT câu hỏi	Nội dung câu hỏi	Những ý kiến thường gặp của Học viên	Kiến thức liên quan (Giải đáp cho các vấn đề)						
1	Biểu diễn bảng phân phối xác suất giữa tiền lãi bảo hiểm và khả năng nhận được lãi?		<table><tr><td>X</td><td>100</td><td>-900</td></tr><tr><td>P</td><td>0,5</td><td>0,05</td></tr></table>	X	100	-900	P	0,5	0,05
X	100	-900							
P	0,5	0,05							
2	Số tiền lãi trung bình là bao nhiêu?		$E(X)=100\times 0,95-900\times 0,05=50$ nghìn						
3	Nếu bán bảo hiểm được cho 10.000 khách hàng thì số tiền lãi trung bình thu về được là bao nhiêu?		$50.000\times 10.000=500.000.000$ VNĐ						

Bài tập trắc nghiệm

1-b	2-c	3-d	4-c	5-a	6-c	7-b	8-a	9-b	10-a
11.1-a	11.2-a	12.1-a	12.2-a	13.1-a	13.2-a	14.1-a	14.2-a	15-a	16-a

Bài tập

- Một đề thi trắc nghiệm có 2 câu, nội dung các câu độc lập, mỗi câu chỉ có hai thang điểm nếu đúng thì được 5 điểm còn sai thì được 0 điểm. Khả năng làm đúng câu thứ nhất là 0,7 và khả năng làm đúng câu thứ hai là 0,6.

- Tính xác suất để một sinh viên nào đó dự thi đạt ít nhất 5 điểm.
- Gọi X là số điểm sinh viên có thể đạt được. Lập bảng phân phối xác suất của X.
- Tính $E(X)$, $V(X)$.

Giải

Gọi A là biến cố thí sinh làm đúng câu 1, B là biến cố thí sinh làm đúng câu 2. Thí sinh đạt ít nhất 5 điểm thì thí sinh đó phải làm được câu 1 hoặc câu 2

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0.88$$

- Một thiết bị gồm 3 bộ phận hoạt động lập với nhau, xác suất để các bộ phận bị hỏng trong khoảng thời gian t tương ứng bằng 0,2; 0,3; 0,25. Gọi X là số bộ phận bị hỏng trong khoảng thời gian t.

- Tìm phân phối xác suất của X.
- Tính xác suất để trong thời gian t có ít nhất một bộ phận bị hỏng.

Giải

a) Gọi $A_i = \{\text{Bộ phận thứ } i \text{ bị sự cố}\}$, $i=1,2,3$

$$P(A_1) = 0,2; P(A_2) = 0,3; P(A_3) = 0,25$$

Gọi X_1 là biến cố 1 bộ phận bị hỏng ta có

$$X_1 = A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 \cup \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 \cup \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 = 0.4250$$

Tương tự ta bảng phân phối xác suất của X là

X	0	1	2	3
	0.42	0.425	0.14	0.015

b) $B = \{\text{Có ít nhất 1 bộ phận bị sự cố}\}$

$$B = A_1 \cup A_2 \cup A_3$$

$$P(B) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = 0.2 + 0.3 + 0.25 = 0.75$$

3. **2.5.** Một xạ thủ đem theo 4 viên đạn để bắn kiểm tra trước ngày thi bắn. Anh ta bắn từng viên vào bãi với xác suất trúng vòng 10 trong mỗi lần bắn là 0,85. Nếu bắn được 2 viên liên tiếp trúng vòng 10 thì anh ta thôi không bắn nữa.

a. Tính xác suất để người đó phải sử dụng ba viên.

b. Gọi X là số viên đạn phải sử dụng. Lập bảng phân phối xác suất của X.

Giải

a) $P(X = 3) = 0.108375$

X	2	3	4
P	0.7225	0.1083	0.16912

4. **2.6.** Số tủ lạnh có khả năng bán được trong tuần tại một cách hàng là biến ngẫu nhiên có bảng phân phối xác suất như sau:

X	0	1	2	3	4	5
P	0,05	0,15	0,2	0,3	0,2	0,1

a. Tính xác suất để trong một tuần bán được ít nhất 4 chiếc tủ lạnh

b. Khi bán một chiếc tủ lạnh thì cửa hàng lãi 300 nghìn đồng, chi phí của cửa hàng mỗi tuần là 500 nghìn. Tính tiền lãi trung bình của cửa hàng trong tuần.

Giải

$$P(X \leq 4) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$$

$$= 0,05 + 0,15 + 0,2 + 0,3 + 0,2 = 0,9$$

Số tủ lạnh trung bình bán được trong 1 tuần là

$$E(X) = 1 * 0.15 + 2 * 0.2 + 3 * 0.3 + 4 * 0.2 + 5 * 0.1 = 2.75$$

Gọi Y là số tiền lãi trung bình

Tiền lãi trung bình là

$$E(Y) = E(300X) = 300 * E(X) = 300 * 2.75 - 500 = 325 \text{ (nghìn đồng)}$$

5. Lợi nhuận (%) khi đầu tư vào hai ngành A và B trong một năm là các biến ngẫu nhiên độc lập có bảng phân phối xác suất như sau:

X_A	-5	0	10	20
P	0,05	0,35	0,4	0,2

X_B	-3	10	18
P	0,1	0,5	0,4

- Muốn có lợi nhuận cao thì nên đầu tư vào ngành nào?
- Muốn ổn định hơn thì nên đầu tư vào ngành nào?
- Một người chia đều vốn đầu tư vào cả hai ngành A và B. Tính xác suất để người đó có lợi nhuận trên 10%? Lợi nhuận trung bình của phương án này là bao nhiêu.

Giải

$$a) E(X_A) = -5 * 0.05 + 10 * 0.4 + 20 * 0.2 = 7.75$$

$$E(X_B) = -3 * 0.1 + 10 * 0.5 + 18 * 0.4 = 11.9$$

Muốn có lợi nhuận cao nên đầu tư vào ngành A

$$b) V(X) = \frac{1}{4} [(-5)^2 * 0.05 + 0^2 * 0.35 + 10^2 * 0.4 + 20^2 * 0.2] - (7.75)^2 = 61.1875$$

$$V(X_B) = (-3)^2 * 0.1 + 10^2 * 0.5 + 18^2 * 0.4 = 38.89$$

Như vậy muốn ổn định hơn thì nên đầu tư vào ngành B.

- Gọi Z là lợi nhuận đầu tư vào cả hai ngành A và B

$$P(Z \geq 10) = 0.6$$

Lợi nhuận trung bình của phương án này là $E(Z) = 14.31$

6. Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm mật độ xác suất như sau:

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1 & ; x \in (0; 2) \\ 0 & ; x \notin (0; 2) \end{cases}$$

- Tìm k. Tính $P(X > 1)$.
- Tính $E(X)$, $V(X)$.
- Tìm hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên X.

Giải

$$a) k = -\frac{1}{2}, f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 1 & ; x \in (0; 2) \\ 0 & ; x \notin (0; 2) \end{cases}$$

$$b) P(X > 1) = \int_1^2 (-\frac{1}{2}x + 1) dx = \frac{1}{4}$$

$$c) E(X) = \int_0^2 xf(x) dx = \frac{2}{3}, V(X) = \frac{2}{9}$$

Hàm phân phối

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ -\frac{1}{4}x^2 + x & ; x \in (0; 2) \\ 1 & ; x > 2 \end{cases}$$

7. 2.9. Biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm phân phối xác như sau:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 0 \\ kx^3 & ; 0 < x \leq 1 \\ 1 & ; 1 < x \end{cases}$$

a. Xác hàm mật độ xác suất của biến ngẫu nhiên X. Tính k?

b. Tính E(X), V(X)

Giải

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = F(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} kx^3 = 1 \Rightarrow k = 1$$

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0 & ; x \notin (0, 1) \\ 3x^2 & ; 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$E(X) = \int_0^1 xf(x)dx = \int_0^1 x(3x^2)dx = \frac{3}{4}$$

$$V(X) = \frac{3}{80}$$

8. Cho bảng phân phối đồng thời ngẫu nhiên hai chiều (X, Y), trong đó X là số người trong tuổi lao động và Y là số người không trong độ tuổi lao động trong một gia đình ở một khu vực như sau:

X \ Y	1	2	3
0	0,05	0,12	0,07
1	0,11	0,25	0,14
2	0,1	P	0,1

a. Tìm P và lập bảng phân phối xác suất biên X, Y; và phân phối xác suất của $X/Y = 2$.

b. Tính số người trung bình trong độ tuổi lao động và số người trung bình không trong độ tuổi lao động trong một gia đình của vùng đó.

c. Tính xác suất để một hộ gia đình có nhít nhất 4 người?

d. Tính số người trung bình trong một gia đình.

e. Tính $E(X/Y = 2)$? Nêu ý nghĩa của kết quả tìm được.

f. X và Y có độc lập hay không?

Giải

Ta lập bảng phân phối biên duyên như sau

Ta có $P = 0.06$

X \	1	2	3
P	0,26	0,43	0,31

Y \	0	1	2
P	0,24	0,5	0,26

Gọi $Z = X/Y$

$$P(X/Y = 2) = P(X = 1, Y = 2) = \frac{P(X = 1, Y = 2)}{P(Y = 2)} = \frac{0.1}{0.26} = 0.385$$

$$P(X/Y = 2) = P(X = 2, Y = 2) = \frac{P(X = 2, Y = 2)}{P(Y = 2)} = \frac{0.06}{0.26} = 0.230$$

$$P(X/Y = 2) = P(X = 3, Y = 2) = \frac{P(X = 3, Y = 2)}{P(Y = 2)} = \frac{0.1}{0.26} = 0.385$$

Bảng phân bố Xác suất

X Y = 2	1	2	3
	0.385	0.230	0.385

Trung bình số người trong tuổi lao động là

$$E(X) = 1 * 0.26 + 2 * 0.43 + 3 * 0.31 = 2.05$$

Trung bình số người không trong tuổi lao động là

$$E(Y) = 0 * 0.24 + 1 * 0.5 + 2 * 0.26 = 1.02$$

$$c) P(X + Y \leq 4) = 0.9$$

d) Số người trung bình trong hộ gia đình

$$e) E(XY) = 2.07$$

$$E(X | Y = 2) = 1 * 0.385 + 2 * 0.23 + 3 * 0.385 = 2$$

$$f) \text{Ta có } P(X = 1) = 0.26, P(Y = 0) = 0.24$$

$$P(X = 1, Y = 0) = 0.5$$

$$P(X = 1)P(Y = 0) = 0.0624 \neq 0.05 = P(X=1, Y=0)$$

Vậy X, Y không độc lập

9. Cho bảng phân phối xác suất đồng thời của số người trong độ tuổi lao động (x) và không trong độ tuổi lao động (Y) trong 1 gia đình ở một khu vực như sau:

Y \ X	1	2	3
0	0,05	0,12	0,07
1	0,12	0,25	0,1
2	0,1	0,09	0,1

- a. Lập bảng phân phối xác suất của tổng số người trong hộ gia đình.
b. Số người trong tuổi lao động trung bình của 1 hộ là bao nhiêu?

Giải

Đặt $Z = X + Y$

Ta có $Z = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$$P(Z = 1) = P(X = 1, Y = 0) = 0.05$$

Làm tương tự ta có bảng phân phối xác suất sau

Z	1	2	3	4	5
P	0.05	0.24	0.42	0.19	0.1

$$E(X) = 1 * 0.27 + 2 * 0.46 + 3 * 0.27 = 2$$

10. Tuổi thọ của một loại sản phẩm (đơn vị: năm) là biến ngẫu nhiên liên tục có hàm mật độ:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ \frac{k}{x^3} & x \geq 2 \end{cases}$$

- a. Tìm k?
b. Nếu dự định tỷ lệ sản phẩm sẽ phải bảo hành là 15%, vậy quy định thời hạn bảo hành là bao nhiêu?

Giải

$$\int_2^{\infty} \frac{k}{x^3} dx = 1 \Rightarrow k = 8$$

Ta có

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x^2} & x \geq 2 \end{cases}$$

Gọi thời hạn bảo hành là a ta có

$$P(X < a) = 0.15$$

$$P(X < a) = \frac{a^2 - 4}{a^2} = 0.15 \Rightarrow a = 2.169304578$$

Như vậy thời hạn bảo hành là 2 năm

11. Phân tích các số liệu thống kê trong tháng về doanh số bán hàng (D) và chi phí cho quảng cáo (đơn vị: triệu đồng) của công ty X, thu được bảng phân bố xác suất đồng thời như sau:

Q/D	100	200	300
1	0,15	0,1	0,04
1,5	0,05	0,2	0,15
2	0,01	0,05	0,25

- a. Tính giá trị trung bình và phương sai của chi phí cho quảng cáo.
b. Nếu muốn doanh số là 300 triệu đồng thì trung bình phải chi phí cho quảng cáo bao nhiêu?

Giải:

Ta có bảng phân phối chi phí quảng cáo

Q	1	1,5	2
P	0.29	0.4	0.31

$$E(X) = 1 * 0.29 + 1.5 * 0.4 + 2 * 0.31 = 1.51$$

Bảng phân phối xác suất của chi phí quảng cáo trong trường hợp có doanh số 300 triệu đồng

Q/D=300	1	1,5	2
P	$\frac{4}{44}$	$\frac{15}{44}$	$\frac{25}{44}$

$$E(Q | D = 300) = 1 * \frac{4}{44} + 1.5 * \frac{15}{44} + 2 * \frac{25}{44} = 1.7386$$

12. Năng suất của một loại cây ăn quả là một biến ngẫu nhiên phân phối với năng suất trung bình là 20 kg/cây và độ lệch chuẩn là 3kg. Cây đạt tiêu chuẩn hàng hoá là cây có năng suất tối thiểu là 15,065kg.

- a. Hãy tính tỷ lệ cây đạt tiêu chuẩn hàng hoá.
b. Nếu cây đạt tiêu chuẩn hàng hoá sẽ lại 500 ngàn đồng, ngược lại không đạt tiêu chuẩn làm lỗ 1 triệu đồng. Người ta thu hoạch ngẫu nhiên một lô gồm 100 cây, hãy tính tiền lãi trung bình cho lô cây đó.

Giải

Gọi X là năng suất của loại cây ăn quả đó. Theo giả thiết $X \sim N(20; 3)$

Tỷ lệ cây đạt tiêu chuẩn là

$$P(X \geq 15.065) =$$

$$0.5 - \Phi\left(\frac{15.065 - 20}{3}\right) = 0.5 - \Phi(-1.645) = 0.5 + 0.45 = 0.95$$

Gọi Y là tiền lãi trên 1 cây ta có bảng phân phối xác suất sau

Y	-1000	500
	0.05	0.95

$$E(Y) = 100(0.05 * (-1000) + 500 * 0.95) = 42.500 \text{ (nghìn đồng)}$$

13. Số lượng một loại sản phẩm mà 1 khách hàng mua có bảng phân phối xác suất sau

Số lượng	0	1	2	3
P	0,5	0,1	0,2	0,2

Nếu mỗi sản phẩm được bán với giá 110 nghìn đồng và nhân viên bán hàng được hưởng 10% hoa hồng trên doanh thu của số sản phẩm bán được thì số tiền hoa hồng bình quân mà nhân viên bán hàng được hưởng từ 1 khách hàng là bao nhiêu?

$$E(X) = 0 * 0.5 + 1 * 0.1 + 2 * 0.2 + 3 * 0.2 = 1.1$$

Nếu 1 chiếc bán được 110 nghìn đồng thì doanh thu trung bình là $110 * 1.1 = 121$ nghìn

Do đó nhân viên được hưởng 10% là 12.1 nghìn

Bài 3: MỘT SỐ QUY LUẬT PHÂN PHỐI XÁC SUẤT QUAN TRỌNG

Tình huống khởi động

STT câu hỏi	Nội dung câu hỏi	Những ý kiến thường gặp của Học viên	Kiến thức liên quan (Giải đáp cho các vấn đề)
	Một quầy một giờ phục vụ được bao nhiêu khách?		$60/3=20$ khách
	Số khách trung bình đến quầy phục vụ trong vòng 1 giờ là bao nhiêu?		$\bar{X} = \sum_{i=1}^n x_i p_i = 204$
	Số quầy phục vụ cần thiết là bao nhiêu?		$204/20 = 10$ quầy
	Nếu gọi X là biến ngẫu nhiên chỉ số người đến quầy phục vụ. X tuân theo phân phối gì?		Phân phối Poisson $P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$
	Thời gian phục vụ của mỗi khách hàng là khác nhau. Gọi Y là biến ngẫu nhiên chỉ thời gian phục vụ của một khách hàng. Y tuân theo phân phối gì?		Phân phối Mũ $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda} & x > 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$

Bài tập trắc nghiệm

1a	2b	3a	4a	5a	6a	7a
----	----	----	----	----	----	----

Bài 5: CƠ SỞ LÝ THUYẾT MẪU

Tình huống khởi động

Stt	Nội dung câu hỏi	Những ý kiến thường gặp của Học viên	Kiến thức liên quan (Giải đáp cho các vấn đề)
1	Thu nhập bình quân đầu người là bao nhiêu?		$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i = 113,5/35 = 3,243$
2	Độ chênh lệch thu nhập là bao nhiêu?		$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$ $= 450,75/35 - (3,243)^2 = 2,363$

			$s = \sqrt{2,363} = 1,537$
3	Độ chênh lệch bình quân hiệu chỉnh?		$s'^2 = \frac{n}{n-1}s^2 = \frac{35}{34}2,363 = 2,43$ $s' = \sqrt{2,43} = 1,559$

Bài tập

1. $\bar{x} = 19,28; s^2 = 13,44; s = 3,67; s'^2 = 13,72; s' = 3,7.$

2. a. $f = 7/25 = 0,28.$

b. $\bar{x} = 69,16; s^2 = 3,25; s = 1,8; s'^2 = 3,39; s' = 1,84.$

3. a.

	6,6	6,7	6,8	6,9	7,0	7,2	7,3	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,2	8,4
	1	3	1	1	2	2	1	3	1	1	3	1	1	1

b. $f = 8/22 = 0,364.$

c. $\bar{x} = 7,36; s^2 = 0,26; s = 0,51; s'^2 = 0,27; s' = 0,52.$

4. $r = 0,87$, X, Y phụ thuộc tuyến tính chặt

5. $U = -0,97$

6. $U = 1,13$

7. a.

X	0	1
n_i	8	7

Bài 6: ƯỚC LƯỢNG THAM SỐ

Tình huống khởi động

Stt	Nội dung câu hỏi	Những ý kiến thường gặp của Học viên	Kiến thức liên quan (Giải đáp cho các vấn đề)
1	Tỷ lệ phế phẩm của mẫu lấy ra là bao nhiêu?		$f = m/n = 12/100 = 0,12$

2	Khoảng ước lượng cho tỷ lệ phế phẩm của nhà máy?		$p \in (0,12 - \frac{\sqrt{0,12 \times 0,88}}{\sqrt{100}} 1,96; 0,12 + \frac{\sqrt{0,12 \times 0,88}}{\sqrt{100}} 1,96)$ $\Rightarrow p \in (0,056; 0,184)$
3	Số lượng mẫu là bao nhiêu để độ chính xác là 0.03		$\varepsilon = p - f < \frac{\sqrt{f(1-f)}}{\sqrt{n}} u_{\alpha/2}$ $n_0 = \left[\left(\frac{\sqrt{0,12 \times 0,88}}{0,03} \times 1,96 \right)^2 \right] + 1 = [450,75] + 1$ $\Rightarrow n_0 = 451.$

Bài tập trắc nghiệm

1c	2a	3d	4c	5b	6d	7	8d
9a	10c	11a	12a	13b	14e	15a	16b

Bài tập

- $\bar{x} = 5,2; s'^2 = 6,44; s' = 2,538; t_{0,025}^{(29)} = 2,045$
 $\mu \in (4,25; 6,15)$
 - $n = 674$
- $\mu \in (4,41; 5,99)$
 - $n = 1860$
- $\bar{x} = 49,2; s' = 19,88; t_{0,025}^{(49)} = 2,01$
 $\mu \in (43,55; 54,85)$
 - $t_{0,05}^{(49)} = 1,68; \mu < 53,91$
- 169,33
 - 87,47
- (165,84; 172,83)
- $\chi_{0,05;29}^2 = 42,56; \chi_{0,95;29}^2 = 17,71$
 $\sigma^2 \in (59,61; 143,25)$

7. $\bar{x} = 16,05; s' = 0,38; t_{0,025}^{(24)} = 2,064$
 $\mu \in (15,89; 16,21)$
8. $n = 25; k = 10; f = 0,4; u_{0,025} = 1,96. (0,21; 0,59)$
9. $n = 400; k = 380; f = 0,95; (0,93; 0,97)$
10. $n = 1600; k = 960; f = 0,6; (0,58; 0,62)$
11. $\bar{x} = 16,31; s' = 2,24; t_{0,07}^{(44)} = 1,503; \mu < 17,26$
12. $s'^2 = 5,893; \chi_{0,015;24}^2 = 41,413; \sigma^2 \in (0; 3,415)$
13. $u_{0,04} = 1,75; p < 0,48$
14. $\bar{x} = 499,17; s' = 2,46; t_{0,04}^{(35)} = 1,803; (498,43; 499,91)$
15. $u_{0,01} = 2,33; (0,48; 0,52).$

Bài 7: KIỂM ĐỊNH GIẢ THUYẾT THỐNG KÊ

Tình huống khởi động

Stt	Nội dung câu hỏi	Những ý kiến thường gặp của Học viên	Kiến thức liên quan (Giải đáp cho các vấn đề)
1	Trọng lượng trung bình mẫu của 01 gói mì chính là bao nhiêu?		$\bar{x} = 448$
2	Miền bác bỏ giả thuyết “dây chuyền vẫn hoạt động tốt – trọng lượng mì chính đúng tiêu chuẩn”?		<p>Ta xây dựng bài toán kiểm định:</p> $\begin{cases} H_0 : \mu = 453 \\ H_1 : \mu \neq 453 \end{cases}$ <p>Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$, tra bảng phân phối chuẩn ta có $u_{0,025} = 1.96$. Vậy miền bác bỏ là:</p> $W = (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty)$
3	Dây chuyền còn hoạt động tốt không?		$u_{qs} = \frac{448 - 453}{36} \sqrt{81} = -1,25 \notin W$ <p>Vậy ta chấp nhận giả thuyết H_0, kết luận các gói mì chính được đóng gói đạt tiêu chuẩn</p>

Bài tập trắc nghiệm

1-c	2-a	3-a	4-b	5-a	6-b
7-a	8-c	9-a	10-d	11-a	

Bài tập

- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 453 \\ H_1 : \mu < 453 \end{cases}$$
 $\bar{x} = 448, u_{qs} = -1,33; u_{0,05} = 1,05$. Chấp nhận H_0 .
- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 18 \\ H_1 : \mu > 18 \end{cases}$$
 $\bar{x} = 19,52; s' = 2,4; t_{0,05}^{(24)} = 1,71; t_{qs} = 3,167$. Bác bỏ H_0 .
- $$\begin{cases} H_0 : \mu = 1,5 \\ H_1 : \mu \neq 1,5 \end{cases}$$
 $\bar{x} = 1,47; s' = 0,233; t_{0,015}^{(34)} = 2,265; t_{qs} = -0,724$. Chấp nhận H_0 .

4. $\begin{cases} H_0 : p = 0,05 \\ H_1 : p > 0,05 \end{cases} \quad n = 300; k = 24; u_{0,04} = 1,75; u_{qs} = 1,915. \text{ Bác bỏ } H_0.$
5. $\begin{cases} H_0 : p = 0,85 \\ H_1 : p > 0,85 \end{cases} \quad n = 900; k = 810; u_{0,05} = 1,65; u_{qs} = 5. \text{ Bác bỏ } H_0.$
6. $\begin{cases} H_0 : p = 0,0015 \\ H_1 : p > 0,0015 \end{cases} \quad n = 12500; k = 38; u_{0,02} = 2,054; u_{qs} = 3,127. \text{ Bác bỏ } H_0.$
7. $\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases} \quad \bar{x} = 3,0; s'_x = 0,9; \bar{y} = 3,2; s'_y = 0,4; t_{qs} = -9,7; t_{0,05}^{(10000-2)} = 1,65. \text{ Chấp nhận } H_0.$
8. $\begin{cases} H_0 : \mu_1 = \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 < \mu_2 \end{cases} \quad t_{qs} = -2,916; t_{0,04}^{(250-2)} = 1,756. \text{ Bác bỏ } H_0.$
9. $\begin{cases} H_0 : p_1 = p_2 \\ H_1 : p_1 < p_2 \end{cases}$
- A: $n_1 = 200; k_1 = 30$
B: $n_2 = 350; k_2 = 65$
 $U_{qs} = -1,285; u_{0,03} = 1,88. \text{ Chấp nhận } H_0.$
10. $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 1 \\ H_1 : \sigma^2 \neq 1 \end{cases} \quad s^2 = 1,1; \chi_{qs}^2 = 36,3; \chi_{0,025;29}^2 = 45,72; \chi_{0,975;29}^2 = 16,047. \text{ Chấp nhận } H_0.$
11. $\begin{cases} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2 \end{cases} \quad f_{qs} = 4; f_{0,05;4;2} = 19,246. \text{ Chấp nhận } H_0.$
12. $\begin{cases} H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases} \quad s_x'^2 = 3,7; s_y'^2 = 12,5; f_{0,995;4;4} = 0,043; f_{0,005;4;4} = 23,16; f_{qs} = 0,29.$
- Chấp nhận H_0 .
13. H_0 : X và Y độc lập
 H_1 : X và Y không độc lập
 $\chi_{qs}^2 = 1,205; \chi_{0,03;1}^2 = 4,709. \text{ Chấp nhận } H_0.$
14. $\begin{cases} H_0 : p_1 = p_2 = p_3 \\ H_1 : \exists p_i \neq p_j \end{cases} \quad \chi_{qs}^2 = 2,87; \chi_{0,05;2}^2 = 10,025. \text{ Chấp nhận } H_0.$

Bài 8: TƯƠNG QUAN HỒI QUY

Tình huống khởi động

Stt	Nội dung câu hỏi	Những ý kiến thường gặp của Học viên	Kiến thức liên quan (Giải đáp cho các vấn đề)
	Tính hệ số tương quan mẫu		$\bar{x} = 2,23; \bar{y} = 0,72; \overline{xy} = 1,695;$ $s_x^2 = 0,27; s_x = 0,52.$ $s_y^2 = 0,04; s_y = 0,2$ Vậy, hệ số tương quan mẫu sẽ là $r = \frac{1,695 - 2,23.0,72}{0,52.0,2} = 0,86.$
	Viết phương trình hồi quy tuyến tính mẫu		Phương trình hồi quy mẫu: $\hat{y} = 0,33.x - 0,016$
	Ước lượng sai số hồi quy		Ước lượng sai số hồi quy: $\epsilon_{y/x}^2 = s_y^2(1 - r^2) = 0,04(1 - 0,86^2) = 0,01$
	Dự báo giá trị của Y khi mức thu nhập X là 4,0 triệu đồng		Dự báo giá trị của Y khi $X = x_0 = 4,0$. Ta có $y_0 = 0,33.4 - 0,016 = 1,3$.

Bài tập trắc nghiệm

1b	2a	4b	6a	7a
----	----	----	----	----

Bài tập

- $r = -0,85$
 - $y = -0,057.x + 7$
 - Sai số là: 0,023
 - Dự báo giá trị của Y là 3,96.
- Hệ số tương quan mẫu là $r = 0,974$
 - Phương trình hồi quy tuyến tính mẫu là $y = 0,59.x - 9,31$

- b. Sai số hồi quy là 0,24
 - c. Dự báo giá trị của Y khi $X = 35$ là 10,24.
- 3.
- a. Hệ số tương quan mẫu là $r = 0,98$
 - b. Phương trình hồi quy tuyến tính mẫu là $y = 0,35.x + 2$
 - c. Sai số hồi quy là 0,05
- Dự báo giá trị của Y khi $X = 7$ là 4,36.