随机变量及其分布复习自测题

一、单项选择题

1、当常数 b=（　　）时，$p_k=\dfrac{b}{k(k+1)}(k=1,2,\cdots)$ 为某一离散型随机变量的概率分布

（A） **2**；　　（B） **1**；　　（C） **1/2**；　　（D） **3**。

2、设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$，且 $f(-x)=f(x)$，$F(x)$ 是 X 的分布函数，则对任意实数 a，有（　　）

（A）$F(-a)=1-\int_0^a f(x)\mathrm{d}x$；　　（B）$F(-a)=\dfrac{1}{2}-\int_0^a f(x)\mathrm{d}x$；

（C）$F(-a)=F(a)$；　　（D）$F(-a)=2F(a)-1$。

3、设随机变量 $X\sim N(a,a^2)$，且 $Y=aX+b\sim N(0,1)$，则 a,b 应取（　　）

（A）$a=2,b=-2$；　　（B）$a=-2,b=-1$；

（C）$a=1,b=-1$；　　（D）$a=-1,b=1$。

4、设某一连续型随机变量 X 的概率密度 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上等于 $\sin x$，而在此区间外等于 0，则区间 $[a,b]$ 为（　　）

（A）$[0,\pi/2]$；　（B）$[0,\pi]$；　（C）$[-\pi/2,0]$；　（D）$[0,3\pi/2]$。

5、设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则随 σ 的增大，则 $P\{|X-\mu|<\sigma\}$（　　）

（A）单调增加；　（B）单调减少；　（C）保持不变；　（D）增减不定。

6、设两个随机变量 X 与 Y 相互独立且同分布，$P\{X=-1\}=P\{Y=-1\}=1/2$，$P\{X=1\}=P\{Y=1\}=1/2$，则下列式子成立的是（　　）

（A）$P\{X=Y\}=1/2$；　　（B）$P\{X=Y\}=1$；

（C）$P\{X+Y=0\}=1/4$；　　（D）$P\{XY=1\}=1/4$。

7、设随机变量 X 与 Y 相互独立，它们的分布函数分别为 $F_X(x),F_Y(y)$，则 $Z=\min(X,Y)$ 的分布函数为（　　）

（A）$F_Z(z)=F_X(z)$　　　　　　　　（B）$F_Z(z)=F_Y(z)$；

（C）$F_Z(z)=\min\{F_X(z),F_Y(z)\}$；　　（D）$F_Z(z)=1-[1-F_X(z)][1-F_Y(z)]$。

二、填空题

1、设离散型随机变量 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases}0, x<-1,\\ a, -1\le x<1,\\ \dfrac{2}{3}-a, 1\le x<2,\\ a+b, x\ge 2,\end{cases}$ 且 $P\{X=2\}=1/2$，

则 $a=$______，$b=$______，X 的分布为________________________________。

2、设随机变量 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases}a-\dfrac{b}{x^2}, x>1,\\ 0, x\le 1,\end{cases}$

则 $a=$______，$b=$______，$P\{-1<X<2\}=$__________，

X 的概率密度 $f(x)=$______________。

3、将一颗均匀骰子重复独立地掷 10 次，设 X 表示 3 点朝上的次数，则 $X\sim$________，

X 的概率分布为________________________________。

4、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}4x^3, 0<x<1,\\ 0, \text{其它},\end{cases}$ 则使 $P\{X>a\}=P\{X<a\}$ 成立的

常数 $a=$__________。

5、设电源电压 X 伏，$X\sim N(220, 625)$，则电源电压在 200~240 伏的概率为________。

6、设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其概率密度 $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{\pi}}\exp\{-\dfrac{(x+3)^2}{4}\}$，则 $\mu=$___，$\sigma=$___。

7、 (X, Y) 的分布律为

Y \ X	1	2	3
1	1/6	1/9	1/18
2	1/3	a	b

则 X 的分布律为______________________，Y 的分布律为______________________；

$P\{X=Y\}=$__________________；

$a=$_____，$b=$_____ 时， X 与 Y 相互独立。

8、设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 X、Y 的分布律分别为

X	-3	-2	-1
P	1/4	1/4	1/2

Y	1	2	3
P	2/5	1/5	2/5

则 X 与 Y 的联合分布律为______________________________；

$Z=X+Y$ 的分布律为______________________________ 。

9、设 D 由 $y=1/x,\ y=0,\ x=1,\ x=e^2$ 围成， (X, Y) 在 D 上服从均匀分布，

则 (X, Y) 的概率密度为________________ 。

10、若 X 与 Y 独立， 而 $X\sim N(\mu_1,\ \sigma_1^2), Y\sim N(\mu_2,\ \sigma_2^2)$, 则 $X+Y\sim$______________ 。

11、X 与 Y 相互独立，且 $X\sim U(-1, 1), Y\sim e(1)$即 $f_Y(y)=\begin{cases} e^{-y},\ y>0, \\ 0,\ y\le 0, \end{cases}$,

则 X 与 Y 的联合概率密度 $f(x,y)=$__________________________ ,

$Z=\begin{cases} 1,\ X>Y, \\ 0,\ X\le Y, \end{cases}$ 的分布为________________________ 。

三、计算题

1、**3** 个不同的球，随机地投入编号为 1，2，3，4 的四个盒子中，X 表示有球盒子的最小号码，求 X 的分布律。

2、某产品表面的疵点数服从泊松分布，规定没有疵点为特等品， **1** 个为一等品， **2** 至 **4** 个为二等品，**4** 个以上为废品，经检测特等品的概率为 **0.4493**，则试求产品的废品率。

3、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} a/x,\ 1\le x\le e, \\ 0,\ \text{其它}. \end{cases}$

试求 (1) a ; (2) $P\{2<X<4\}$; (3) X 的分布函数 $F(x)$。

4、设某人造卫星偏离预定轨道的距离（米）服从 $\mu=0, \sigma=4$ 的正态分布，观测者把偏离值超过 **10** 米时称作"失败"，使求 **5** 次独立观测中至少有 **2** 次"失败"的概率。

5、设 (X, Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} x^2+axy\ ,\ 0\le x\le 1,\ \ 0\le y\le 2, \\ 0,\ \text{其它}, \end{cases}$

试求(1) a ；（2） $P\{X+Y\ge 1\}$ ； (3) X 与 Y 是否相互独立?

6、设随机变量 $X\sim e(2)$ 即 $f_X(x)=\begin{cases} 2e^{-x},\ x>0, \\ 0,\ x\le 0, \end{cases}$ 证明：$Y=1-e^{-2X}\sim U(0,\ 1)$。