

## 第一章复习自测题参考解答

### 一、单项选择题

1、(D)。 2、(A)。 3、(B)。 4、(B)。 5、(D)。 6、(A)。 7、(C)。

### 二、填空题

1、0.7。 2、2/3, 0.8。 3、1/6。 4、1/3。

5、13/18; 1/2。 6、 $C_3^1 C_7^2 / C_{10}^3 = 21/40$ 。 7、0.94。

### 三、计算题

$$1、\text{解： } P = \frac{C_{95}^{50} + C_5^1 C_{95}^{49}}{C_{100}^{50}} = \frac{1739}{9603}。$$

2、解：令  $A = \{\text{抽取的电话号码由完全不同的数字组成}\}$ ,

$$B = \{\text{抽取的电话号码末位数是 8}\}, \text{ 则 } P(A) = \frac{2 \times A_9^5}{2 \times 10^5}, \quad P(B) = \frac{2 \times 10^4}{2 \times 10^5}。$$

3、解： $\{A, B, C \text{ 恰好发生一个}\} = \overline{A}\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C$ ，而

$$\begin{aligned} P(\overline{A}\overline{B}\overline{C}) &= P(A - AB \cup AC) = P(A) - P(AB \cup AC) \\ &= P(A) - P(AB) - P(AC) + P(ABC), \end{aligned}$$

同理得  $P(\overline{A}B\overline{C}) = P(B) - P(AB) - P(BC) + P(ABC)$ ,

$$P(\overline{A}\overline{B}C) = P(C) - P(AC) - P(BC) + P(ABC), \text{ 故}$$

$$\begin{aligned} P(\overline{A}\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C) &= P(\overline{A}\overline{B}\overline{C}) + P(\overline{A}B\overline{C}) + P(\overline{A}\overline{B}C) \\ &= P(A) + P(B) + P(C) - 2P(AB) - 2P(AC) - 2P(BC) + 3P(ABC), \end{aligned}$$

因为  $ABC \subset AB$ , 故  $P(ABC) \leq P(AB)$ , 由  $P(AB) = 0$  及  $P(ABC) \geq 0$ , 得

$$P(ABC) = 0, \text{ 从而 } P(\overline{A}\overline{B}\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\overline{B}C) = 0.5。$$

4、解：令  $A = \{\text{2 件中有 1 件为次品}\}$ ,  $B = \{\text{另一件也为次品}\}$ , 欲求  $P(B|A)$ ,

$$\text{而 } P(AB) = \frac{C_4^2}{C_{10}^2}, \quad P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{C_6^2}{C_{10}^2}, \text{ 故 } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{5}。$$

5、解：设  $A_i = \{\text{猎人在第 } i \text{ 个次击中动物}\}$ ,  $i=1,2,3$ , 由已知得

$$P(A_1) = 0.6, P(A_2 | \overline{A}_1) = 0.4, P(A_3 | \overline{A}_1 \overline{A}_2) = 0.3, \text{ 所求为}$$

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3) = 1 - P(\overline{A}_1 \overline{A}_2 \overline{A}_3) = 1 - P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2 | \overline{A}_1)P(\overline{A}_3 | \overline{A}_1 \overline{A}_2) = 0.832。$$

6、解：设  $A=\{\text{任取一件产品为次品}\}$ ,  $B_i=\{\text{任取一件产品是第 } i \text{ 个车间生产的}\}$ ,  $i=1,2,3$ ,  
则  $A = B_1A \cup B_2A \cup B_3A$ , 且  $B_1A, B_2A, B_3A$  两两互不相容;

已知  $P(B_1)=0.45, P(B_2)=0.35, P(B_3)=0.20$ ,

$P(A|B_1)=0.05, P(A|B_2)=0.04, P(A|B_3)=0.02$ ;

$$\textcircled{1} P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) = 0.0405;$$

$$\textcircled{2} P(B_1|A) = \frac{P(B_1A)}{P(A)} = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{5}{9}.$$

7、解：设  $A_i = \{\text{第 } i \text{ 次取到一等品}\}$ ,  $B_i = \{\text{取到第 } i \text{ 号箱}\}$ ,  $i=1, 2$ ,  
 $A_1 = B_1A_1 \cup B_2A_1$ , 且  $B_1A_1, B_2A_1$  两两互不相容, 从而

$$P(A_1) = P(B_1)P(A_1|B_1) + P(B_2)P(A_1|B_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{50} + \frac{1}{2} \cdot \frac{18}{30} = \frac{2}{5};$$

$A_1A_2 = B_1A_1A_2 \cup B_2A_1A_2$ , 且  $B_1A_1A_2, B_2A_1A_2$  两两互不相容, 从而

$$P(A_1A_2) = P(B_1)P(A_1A_2|B_1) + P(B_2)P(A_1A_2|B_2) = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{10}^2}{A_{50}^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{A_{18}^2}{A_{30}^2} = \frac{276}{1421};$$

$$\text{所求为 } P(A_2|A_1) = \frac{P(A_1A_2)}{P(A_1)} = \frac{690}{1421} \approx 0.4856$$

8、解：以  $A$ 、 $B$ 、 $C$  分别表示元件  $A$ 、 $B$ 、 $C$  正常工作之事, 由于各元件独立工作,  
故  $A$ 、 $B$ 、 $C$  相互独立, 且  $P(A)=0.90, P(B)=0.70, P(C)=0.70$ ,

所求为  $P(AB \cup AC) = P(AB) + P(AC) - P(ABC)$

$$= P(A)P(B) + P(A)P(C) - P(A)P(B)P(C) = 0.819.$$

$$\text{四、证: } P(B|\bar{A}) = \frac{P(B\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)}, \quad P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)},$$

代入  $P(B|\bar{A}) = P(B|A)$  得  $P(AB) = P(A)P(B)$ , 故  $A$  与  $B$  相互独立。