随机变量的数字特征与中心极限定理复习自测题

一、单项选择题

1、设 X 为随机变量，x_0 是任意实数，则（　　）

（A）$E[(X-x_0)^2]=E(X^2)-x_0^2$；　　（B）$E[(X-x_0)^2]=E[(X-E(X))^2]$；

（C）$E[(X-x_0)^2]<E[(X-E(X))^2]$；　　（D）$E[(X-x_0)^2]\geq E[(X-E(X))^2]$。

2、设 $X\sim B(n,p)$，且 $E(X)=2.4,\quad D(X)=1.44,$ 则（　　）

（A）$n=4,p=0.6$；（B）$n=6,p=0.4$；（C）$n=8,p=0.3$；（D）$n=24,p=0.1$。

3、设随机变量 X 与 Y 满足 $E(XY)=E(X)E(Y)$，则（　　）

（A）$D(XY)=D(X)D(Y)$；　　（B）$D(X+Y)=D(X)+D(Y)$；

（C）X 与 Y 独立;　　（D）X 与 Y 不独立。

4、设随机变量 X 与 Y 独立同分布，记 $U=X+Y,V=X-Y$，则 U 与 V 必（　　）

（A）独立;　（B）不独立;　（C）不相关;　（D）相关系数不为零。

5、设 X 的概率密度 $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}}\exp\{-\dfrac{(x+1)^2}{8}\}$，则 $E(2X^2-1)=$（　　）

（A）1;　（B）6;　（C）4;　（D）9。

6、设随机变量 X 的期望及方差都存在，则 $P\{|X-E(X)|>2\sqrt{D(X)}\}\leq$（　　）

（A）$D(X)$；　（B）$2\sqrt{D(X)}$；　（C）$4D(X)$；　（D）$1/4$。

二、填空题

1、设随机变量 X_1,X_2,X_3 相互独立，且都服从 $N(\mu,\sigma^2)$，而 $Y=(X_1+X_2+X_3)/3$，

则 $Y\sim$ ______________，$1-2Y\sim$ ______________。

2、设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $E[(X-1)(X-2)]=1$，则 $\lambda=$ ______。

3、设 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim U(0,2),Y\sim U(2,4)$，则 $E(XY)=$ ___, $D(X-Y)=$ ____。

4、设 X 服从均值为 $1/2$ 的指数分布，则 $P\{X>\sqrt{D(X)}\}=$ ________。

5、设 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=0.9$，若 $Z=X-0.4$，则 Y 与 Z 的相关系数为 ______。

6、设 $E(X)=E(Y)=0,E(X^2)=E(Y^2)=2$，$\rho_{XY}=0.5$，则 $E[(X+Y)^2]=$ ________。

7、设随机变量 $X \sim U(-1,2)$，$Y=\begin{cases}1, X>0,\\ 0, X=0,\\ -1, X<0,\end{cases}$ 则 $D(Y)=$ _____________。

8、 (X, Y) 的分布律为

$Y \backslash X$	0	1	2
－1	1/10	1/20	7/20
2	3/10	1/10	1/10

则 $E(X)=$ __________，$E(Y)=$ __________，$E(XY)=$ _____________。

9、设 $X_1,\cdots,X_n,\cdots$ 相互独立，且都服从参数为 λ 的泊松分布，

那么，对任意实数 x 有 $\lim\limits_{n\to+\infty} P\left\{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n} X_i - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} < x\right\} =$ _____________。

三、计算及证明题

1、某保险公司规定：如一年中顾客的投保事件 A 发生，则赔 a 元；经统计一年中 A 发生的概率为 p，若公司期望得到收益的为 $a/10$，则要求顾客交多少保险费?

2、设 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} ax, & 0<x<2,\\ bx+c, & 2\le x<4,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$

且 $E(X)=2, P\{1<X<3\}=3/4$， 求（1） a、b、c （2） $E(e^X)$。

3、设 (X,Y) 在以 $(0,1),(1,0),(1,1)$ 为顶点的三角形区域上服从均匀分布，试求 $D(X+Y)$。

4、设 (X, Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases} x+y, & 0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1,\\ 0, & \text{其它},\end{cases}$ 试求 ρ_{XY}。

5、某网站的电子邮件系统有 1000 个用户，在同一时刻每一邮箱的使用率为 0.05，试求在同一时刻有 40~60 个邮箱被使用的概率(利用中心极限定理)。

6、一包装工平均每 3 分钟完成一件包装，假设他完成一件包装所用的时间服从指数分布，试求他完成 100 件包装需要 5 到 6 小时的概率(利用中心极限定理)。

7、设 X 与 Y 相互独立，且具有有限的方差，试证明

$$D(XY)=D(X)D(Y)+[E(X)]^2 D(Y)+[E(Y)]^2 D(X)$$