

第34届全国中学生物理竞赛 预赛试卷第15题的另解

邹 伟

(湖南省长沙市雅礼中学, 湖南 长沙 420008)

一、竞赛题

2017年第34届全国中学生物理竞赛预赛题:

如图1所示, 某根水平固定的长滑竿上有 n ($n \geq 3$) 个质量相同的滑扣(即可以滑动的圆环), 每相邻的两个滑扣(极薄)之间有不可伸长的柔软轻质细线相连, 细线长度均为 L , 滑扣在滑竿上滑行的阻力大小恒为滑扣对滑竿正压力大小的 μ 倍。开始时所有滑扣可近似地看成挨在一起(但未相互挤压)。今给第1个滑扣一个初速度使其在滑竿上开始向左滑行(平动), 在滑扣滑行的过程中, 前、后滑扣之间的细线拉紧后都以共同的速度向前滑行, 但最后一个(即第 n 个)滑扣固定在滑竿边缘。已知从第1个滑扣开始的 $(n-1)$ 个滑扣相互之间都依次拉紧, 继续滑行距离 l ($0 < l < L$) 后静止, 且所有细线拉紧过程的时间间隔极短。求:

- (1) 滑扣1的初速度的大小;
- (2) 整个过程中克服摩擦力所做的功;
- (3) 整个过程中仅仅由于细线拉紧引起的总动能损失。

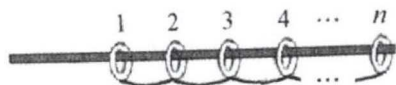


图1

二、原标准答案

由于原题中滑扣不仅有滑竿的摩擦力做功, 同时在相邻滑扣之间细线绷紧瞬间, 因发生完全非弹性碰撞有机械能损失, 所以标准答案中采用了在地面系中, 利用动量守恒定律及动能定理, 按照运动过程依次研究、分析, 最后得出(1)问结果。标准答案中过程分析清楚、详实, 容易想到, 但是就解题的过程而言, 过于复杂。标准答案详细解答见相关资料, 本文略。

那么可否转换研究的对象, 避开内力做功损耗能量的研究呢? 若可这样处理可就简便得多。下面

就这样的多物体复杂系统问题, 一般可采用系统的质心作为研究对象来处理。对这样的质心单个质点, 在多过程问题中, 可直接利用质心动能定理, 避开内力做功的计算, 让问题研究得到简便。本文就原题利用质心动能定理来对(1)问进行求解。

三、另解过程

对系统由质心动能定理方程, 有:

$$|W_{fC}| = |\Delta E_{KC}|, \text{ 其中:}$$

$$|W_{fC}| = |W_{f1C} + W_{f2C} + W_{f3C} + \dots + W_{f(n-2)C} + W_{f(n-1)C}|$$

$$W_{f1C} = -f_1 x_{1C} = -\mu mg \frac{L}{n}$$

$$W_{f2C} = -f_2 x_{2C} = -\mu 2mg \frac{2L}{n}$$

$$W_{f3C} = -f_3 x_{3C} = -\mu 3mg \frac{3L}{n}$$

依次递推得:

$$W_{f(n-2)C} = -f_{(n-2)} x_{(n-2)C} = -\mu(n-2)mg \frac{(n-2)L}{n}$$

$$\text{又 } \Delta E_{KC} = 0 - \frac{1}{2} nm \left(\frac{v_0}{n} \right)^2$$

代入质心动能定理方程中可得:

$$\begin{aligned} & -\mu mg \frac{L}{n} - \mu 2mg \frac{2L}{n} - \mu 3mg \frac{3L}{n} + \dots \\ & - \mu(n-2)mg \frac{(n-2)L}{n} - \mu(n-1)mg \frac{(n-1)L}{n} \\ & = -\frac{1}{2} nm \left(\frac{v_0}{n} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\text{化简得: } v_0^2 = 2\mu g L \sum_{i=1}^{n-2} i^2 + 2\mu g l (n-1)^2$$

$$\text{其中: } \sum_{i=1}^{n-2} i^2 = \frac{(n-2)(n-1)(2n-3)}{6}$$

代入可得:

$$v_0 = \sqrt{\left[\frac{(n-2)(2n-3)}{3} L + 2(n-1)l \right] (n-1)\mu g}$$