

1. 设  $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x < 0, \\ x^2+1, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{2}{x}, & x > 1, \end{cases}$  分别讨论  $x \rightarrow 0, x \rightarrow 1$  时函数  $f(x)$  的极限.
2. 设  $f(x) = \begin{cases} x, & x < 0, \\ \ln(1+x), & x \geq 0, \end{cases}$  求  $f'(0)$ .
3. 求极限: (1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \frac{2n^2+3n+1}{n^2-5n-3}$ ; (2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-3x+2}{x^3+2x^2-x-2}$ ; (3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2-x}{2} \right)^{\frac{1}{x}}$ ; (4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan^2 x}{1-\cos 2x}$ ; (5)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{1+x^2}-x)$ ; (6)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x-1} \right)$ ; (7)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$ .
4. 讨论下列函数的连续性,若有间断点判别其类型: (1)  $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ ; (2)  $f(x) = \cos \frac{1}{x}$ .
5. 求下列函数的导数: (1)  $y = \arctan e^{-x}$ ; (2)  $y = \ln \sin x$ .
6. 求下列函数的微分  $dy$ : (1)  $y = e^{-x^2}$ ; (2)  $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ .
7. 求由下列方程所确定的隐函数的导数  $\frac{dy}{dx}$ : (1)  $y = 1 - xe^y$ ; (2)  $\sin x + \sin y = \sin(xy)$ .
8. 求由参数方程  $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t^2} \\ y = \arctan t \end{cases}$  所确定的函数的导数  $\frac{dy}{dx}$ .

## 高等自测 level 1

9. 求下列曲线的凹凸区间和拐点: (1)  $y = x^4 - 2x^3$ ; (2)  $y = \ln(1+x^2) + 1$ .

10. 求函数  $y = (x-1) \cdot \sqrt[3]{x^2}$  的单调区间和极值.

11. 求函数  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$ ,  $x \in [-4, 4]$  的最值.

12. 证明: (1)  $\ln(1+x) > \frac{\arctan x}{1+x}$  ( $x > 0$ ); (2)  $\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$ ,  $x \in \mathbb{R}$

13. 求不定积分积分:

(1)  $\int \frac{x}{x^2+1} dx$ ; (2)  $\int \frac{1}{x^2-x-2} dx$ ; (3)  $\int \frac{x^3}{x^2+1} dx$ ; (4)  $\int \sin x \cos^2 x dx$ ; (5)  $\int \sin^2 x dx$ ;

(6)  $\int \tan x dx$ ; (7)  $\int \tan^2 x dx$ ; (8)  $\int \frac{1}{\sqrt{e^x-1}} dx$ ; (9)  $\int x e^x dx$ ; (10)  $\int x \cdot \ln x dx$ ; (11)  $\int e^{\sqrt{x}} dx$ .

14. 求定积分: (1)  $\int_0^1 (2x+1)^2 dx$ ; (2)  $\int_0^1 \arctan x dx$ ; (3)  $\int_0^1 e^{\arcsin x} dx$ .

15. 利用函数的奇偶性求定积分: (1)  $\int_{-1}^1 (x^2 + x^3 \sin^2 x) dx$ ; (2)  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\arctan^3 x + \cos^2 x) dx$ .

16. 判断反常积分敛散性. 若收敛, 求出其值:

(1)  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+5} dx$ ; (2)  $\int_0^{+\infty} e^{-ax} dx$ , ( $a > 0$ ) (3)  $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$  (4)  $\int_{-1}^1 x^{-\frac{2}{3}} dx$