



Past exams combined

Modelowanie i Symulacja (Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w
Szczecinie)



Scan to open on Studocu

1. Do jakiej kategorii zaliczysz podane modele? (wymień przynajmniej 3 kategorie)

$$y(t) = ax_1(t) + bx_2(t) + cx_1(t)x_2(t)$$

model: statyczny, ciągły, nieliniowy (bo występuje iloczyn zmiennych – bo funkcje x_1 i x_2 zależą od t czyli w rezultacie wymnożymy 2 funkcje w których t się pojawi – dostaniemy ich iloczyn!), deterministyczny, stacjonarny

$$\dot{X} = A(t) \cdot X + B(t) \cdot U$$

model: dynamiczny, ciągły, nieliniowy, deterministyczny, niestacjonarny

2. Proces przekształcenia sygnału ciągłego w dyskretny nazywamy:

- a) walidacją
- b) identyfikacją
- c) **kwantowaniem**

3. Badanie zachowania opracowanego modelu i porównanie (z zachowaniem) obiektu rzeczywistego nazywamy:

- **WALIDACJĄ**

4. Wyjaśnij oznaczenia występujące we wzorze:

$$L[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt$$

$F(s)$ – obraz Laplace'a funkcji $f(t)$

$f(t)$ – funkcja czasu, funkcja zmiennej rzeczywistej (oryginał)

Warunki obrazu

- Funkcja $f(t)$ jest ciągła dla wszystkich wartości t
- Funkcja $f(t)$ musi spełniać warunek $f(t) = 0; \forall t < 0$
- Wartości funkcji $f(t)$ muszą być ograniczone

t - czas

s – zmienna zespolona $s=c+jw$

5. Sprowadź równanie $2\ddot{q} + 4\dot{q} - u = 0$ do normalnej postaci

$$q = x_1$$

$$\dot{q} = \dot{x}_1 = x_2$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -2x_1 + \frac{u}{2} \end{cases}$$

6. Do jakiej kategorii zaliczysz podane modele? (wymień przynajmniej 3 kategorie)

$$y(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2 \quad \text{model: liniowy, statyczny, stacjonarny, ciągły, deterministyczny}$$

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot \dot{x} \frac{g}{l} \cdot \sin(x) = 0 \quad \text{model: nieliniowy, dynamiczny, niestacjonarny (sinus?), ciągły, deterministyczny}$$

7. Jakie wielkości charakteryzują stan systemu?

Zmienne stanu przedstawiane w postaci wektora stanu X :

$$X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$$

gdzie n to ilość zmiennych stanu (rzęd modelu). Ten sam stan systemu może być opisany przez różne zmienne stanu!

8. Różnicę pomiędzy dwoma systemami należącymi do tej samej kategorii i działającymi w różnych warunkach określają:

- a) zmienne stanu
- b) **parametry środowiska**
- c) zmienne uogólnione
- d) parametry techniczne

9. Sprowadź równanie $\ddot{q} + \dot{q} - 2u + q = 0$ do normalnej postaci równań dynamicznych systemu.

$$q = x_1$$

$$\dot{q} = \dot{x}_1 = x_2$$

$$\ddot{q} = \ddot{x}_1 = \dot{x}_2 = x_3$$

$$\ddot{q} = \ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 = \dot{x}_3$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = -x_3 - x_1 + 2u \end{cases}$$

10. W jakiej postaci otrzymamy rozwiązanie równania różniczkowego w danym przedziale stosując metody numeryczne?

W postaci rozwiązania szczególnego

11. Na pytanie: Czy zbudowano poprawny model? Odpowiada:

- a) **walidacja** (sprawdzamy czy model jest zgodny z rzeczywistością)
- b) kalibracja
- c) identyfikacja
- d) weryfikacja

12. Na pytanie czy poprawnie zbudowano model odpowiada:

- a) walidacja
- b) kalibracja
- c) identyfikacja
- d) **weryfikacja** (sprawdzamy kod programu w celu wykrycia błędów w kodzie)

13. Przekształcenie Laplace'a opisuje zależność:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt$$

Jest operatorem przekształcającym funkcję zmiennej rzeczywistej $f(t)$ na pewną funkcję $F(s)$ zmiennej zespolonej.

14. Opis zależności "wejście-wyjście" w formie operatorowej stosuje się do systemów:

- a) statycznych
- b) dynamicznych – nieliniowych
- c) **dynamicznych – liniowych**
- d) dowolnych

15. Podaj główny czynnik wpływający na dokładność rozwiązania równań różniczkowych metodami numerycznymi

- Ilość próbek
- Krok
- Dobór metody (rodzina metod Eulera, Rungego-Kutty, itd.)

16. Czy jednemu modelowi zapisanemu w postaci przestrzeni stanów może odpowiadać wiele transmitancji?

Nie – jeden model, jedna transmitancja (transmitancja jest własnością samego systemu, niezależnie od wielkości i natury sygnału wejściowego)

17. Co to jest model behawioralny?

Model behawioralny – model typu „black-box” opracowany w oparciu o dane pomiarowe. Budowany z zastosowaniem metod optymalizujących przyjęte wskaźniki aproksymacji systemu rzeczywistego. Cecha charakterystyczna: struktura modelu nie musi pozostawać w związku ze strukturą systemu rzeczywistego, parametry modelu nie odnoszą się do konkretnych wielkości fizycznych.

18. Równania Eulera-Lagrange'a tworzą układ N równań różniczkowych zwyczajnych rzędu:

- a) pierwszego
- b) drugiego**
- c) czwartego
- d) dowolnego

19. Dane jest równanie wahadła: $\ddot{x} + \frac{k}{m} \cdot \dot{x} + \frac{g}{l} \cdot \sin(x) = 0$, gdzie k – wsp. tłumienia, m – masa, g – przyspieszenie, l – długość, x – wychylenie. Doprowadź model do postaci liniowej. Zapisz założenie, uproszczenie i model liniowy

Założenie: $x \leq 7^\circ$

Uproszczenie: $\sin(x) = x$

Model liniowy:

$$\ddot{x} + \frac{k}{m} \dot{x} + \frac{g}{l} x = 0$$

20. Proces tworzenia modeli matematycznych i wykorzystanie aparatu matematycznego do ich analizy nazywamy:

- a) symulacją komputerową
- b) modelowaniem matematycznym** (tworzenie modeli matematycznych i wykorzystanie aparatu matematycznego do ich analizy)
- c) modelowaniem doświadczalnym
- d) testowaniem

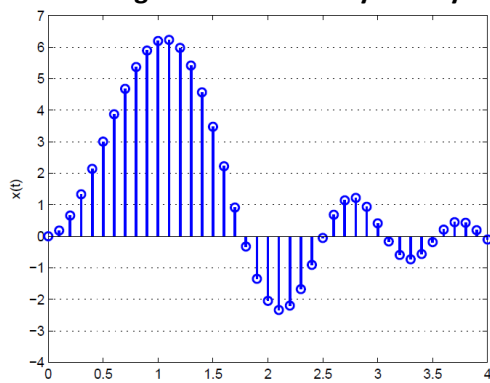
21. Co to jest kwantowanie?

Proces przekształcenia sygnału ciągłego w dyskretny

22. Wymień przynajmniej trzy zalety symulacji komputerowej.

- Możliwość badania stanów ekstremalnych,
- Łatwość uzupełniania modelu o nowe zjawiska,
- Szybsze tańsze i bezpieczniejsze przeprowadzenie badań bez wykonywania prototypów

23. Przedstaw graficznie model dyskretny.



24. W przestrzeni stanów system opisuje normalna postać równań dynamicznych w postaci układu równań różniczkowych rzędu:

- a) nie są to równania różniczkowe
- b) dowolnego
- c) **pierwszego**
- d) drugiego

25. Wymień etapy budowy modelu w oparciu o metodę bilansową.

- 1. wybór wielkości bilansowych;
- 2. ułożenie równań bilansowych;
- 3. wybór wielkości stanu;
- 4. ułożenie równań stanu;
- 5. określenie wartości wyjściowych.

26. Różnicę pomiędzy dwoma systemami należącymi do tej samej kategorii i działającymi w tych samych warunkach określają:

- a) zmienne stanu
- b) równania wyjścia
- c) zmienne uogólnienie
- d) **parametry techniczne** (określają różnicę pomiędzy poszczególnymi systemami działającymi w tych samych warunkach)

27. Czy ten sam system może być opisany przez różne zbiory zmiennych stanu?

Tak, jeżeli jest to system dynamiczny

28. Wymień podstawowe etapy procesu modelowania

- Sformułowanie problemu
- Ustalenie celów i planu działania
- Tworzenie modelu conceptualnego, zbieranie danych
- Kodowanie
- Weryfikacja
- Walidacja
- Testowanie
- Tworzenie dokumentów
- Wdrożenie

29. Sprowadź równanie $\ddot{q} + \dot{q} - 2uq = 0$ do normalnej postaci równań dynamicznych systemu.

$$\begin{aligned} q &= x_1 \\ \dot{q} &= \dot{x}_1 = x_2 \\ \ddot{q} &= \dot{x}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = 2ux_1 - x_2 \end{cases}$$

30. Na jakie błędy narażasz się wprowadzając okres próbkowania 1/20 (w systemie dziesiętnym) realizując obliczenia na komputerze. Uzasadnij odpowiedź.

- Liczba 1/20 nie jest liczbą maszynową, nie da się jej zapisać na skończonej liczbie bitów co prowadzi do niedokładności obliczeń – błąd zaokrąglenia (wystąpi zaokrąglenie lub obcięcie)
- sygnał może być próbkowany zbyt rzadko i odwzorowany sygnał dyskretny będzie bardzo mocno zaburzał model (z Twierdzenia Kotelnikowa-Shannona)

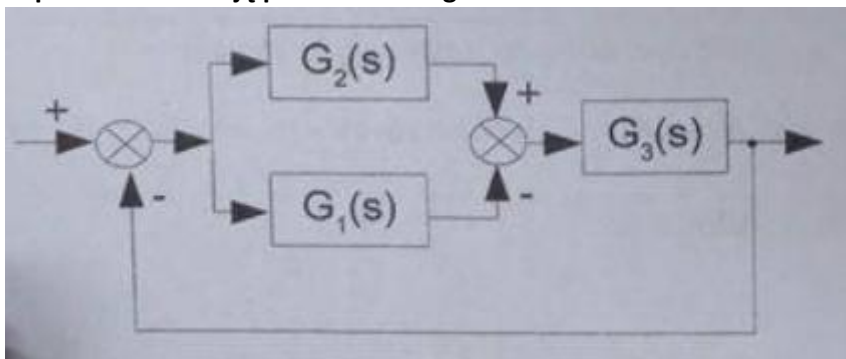
31. Czy jednemu modelowi zapisanemu w postaci transmitancji może odpowiadać wiele modeli zapisanych w przestrzeni stanów?

Tak – dla dwóch (wielu) systemów może być identyczna transmitancja

32. Co to jest transmitancja operatorowa $G(s)$?

Transmitancja operatorowa $G(s)$ jest zdefiniowana jako stosunek transformaty Laplace'a sygnału wyjściowego $y(s)$ do transformaty Laplace'a sygnału wejściowego $U(s)$, przy założeniu, że wszystkie warunki początkowe są zerowe.

33. Zapisz transmitancję przedstawionego układu



$$G_{12} = (G_2 - G_1)$$

$$G_{123} = (G_2 - G_1) \cdot G_3$$

$$G_{uk} = \frac{(G_2 - G_1) \cdot G_3}{1 + (G_2 - G_1) \cdot G_3}$$

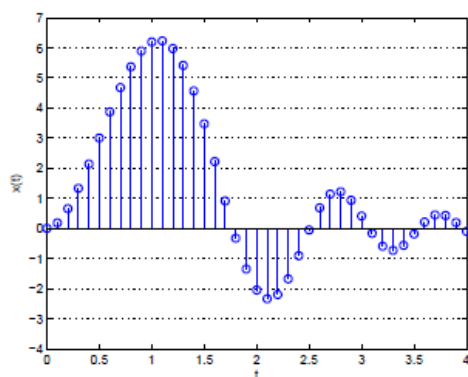
34. Wymień dwie metody linearyzacji

- Uproszczenia,
- Rozkład w szereg Taylora
- Metoda małych odchyłeń od ruchu bazowego
- Wykorzystanie metod identyfikacji

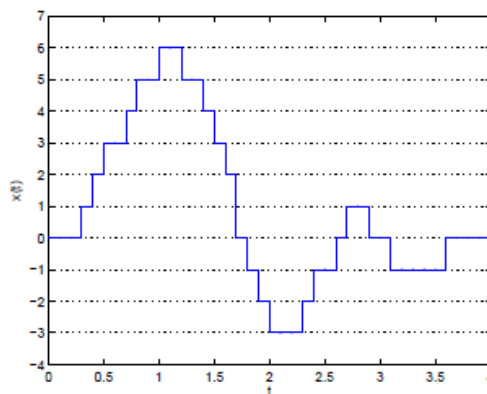
35. Jakiego typu równaniami opisane są systemy statyczne?

Systemy statyczne opisywane są za pomocą równań (układów równań) algebraicznych.

36. Przedstaw graficznie sygnał kwantowy/dyskretny i podpisz go



Model dyskretny



Model kwantowy

37. Proces zmiany modelu konceptualnego na model komputerowy to:

Model komputerowy – model konceptualny z ustalonymi wartościami parametrów i zapisany przy pomocy wybranego języka programowania lub zrealizowany przy pomocy pakietu symulacji

38. Co to jest model

Model – w nauce jest rozumiany jako uproszczona – przy czym umyślnie i celowo – reprezentacja rzeczywistości, ujmuje tylko jej część, jest pozbawiony wielu szczegółów i cech nieistotnych z punktu widzenia celów modelowania

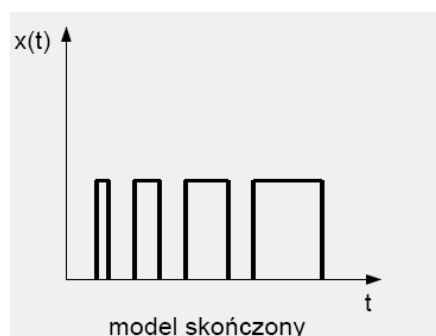
39. Typy modeli matematycznych

- Deterministyczne i stochastyczne,
- Statyczne i dynamiczne,
- Ciągłe i dyskretne,
- Stacjonarne i niestacjonarne,
- Liniowe i nieliniowe

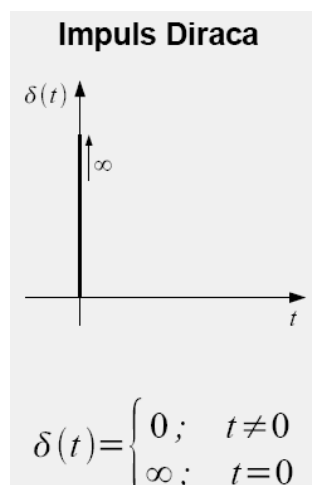
40. Proces polegający na wykorzystywaniu aparatu matematycznego do analizy to ...

Modelowanie matematyczne – polega na tworzeniu modeli matematycznych i wykorzystaniu aparatu matematycznego do ich analizy. Zastosowanie w tej analizie znajdują komputery (symulacja komputerowa)

41. Narysowany wykres modelu (skończony)



42. Narysować impuls Diraca



43. Co odpowiada na pytanie "Czy zbudowaliśmy poprawny model"

Walidacja

44. Czym jest model niestacjonarny

Model niestacjonarny – parametry modelu zmieniają się w czasie

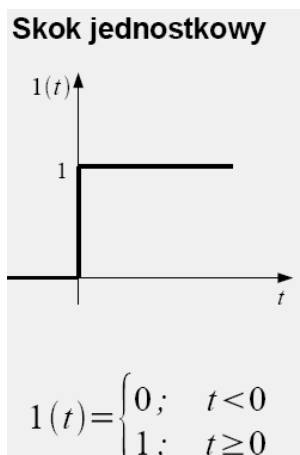
45. Co odpowiada na pytanie czy model został poprawnie zbudowany?

Weryfikacja

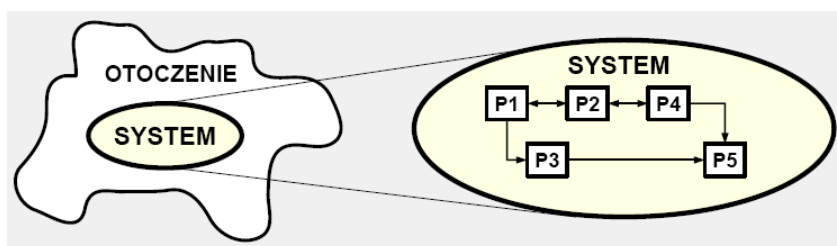
46. Rodzaje metod numerycznych rozwiązywania równań różniczkowych

- Metody analityczne
 - Rozwiązania ogólne
 - Rozwiązania szczególne
- Metody numeryczne
 - Rozwiązania szczególne
- Metody eksperymentalne
 - Rozwiązania szczególne

47. Narysować skok jednostkowy



48. Za pomocą rysunku podać co to jest system



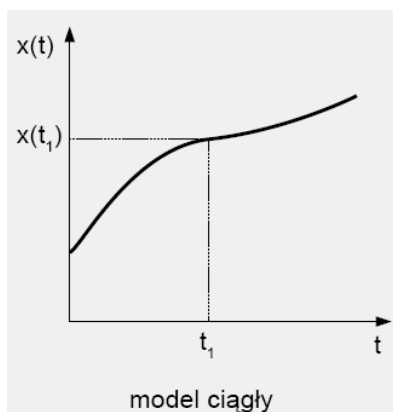
49. Co to jest przestrzeń stanu

Przestrzeń stanów – n-wymiarowa przestrzeń, w której każdy stan może być przedstawiony jako punkt w tej przestrzeni

50. Co to jest model stacjonarny

Model stacjonarny – model, którego parametry nie zmieniają się w czasie.

51. Narysować model ciągły



52. Opisać wzór Eulera.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = Q_k \quad (k = \overline{1, N})$$

q_k – współrzędne uogólnione, niezależne parametry jednoznacznie opisujące położenie systemu

\dot{q}_k – prędkości uogólnione

N – liczba stopni swobody systemu – równa liczbie współrzędnych uogólnionych (liczbie prędkości uogólnionych)

Q_k – siła uogólniona związana ze współrzędną uogólnioną q_k

T – energia kinetyczna systemu mechanicznego

53. Jakiego rzędu są rozwiązania w metodzie Eulera?

Pierwszego.

54. Sprowadzić równanie różnicowe do postaci normalnej. Przykład: $\ddot{q} + a\dot{q} = bu$

$$q = x_1$$

$$\dot{q} = \dot{x}_1 = x_2$$

$$\ddot{q} = \ddot{x}_1 = \dot{x}_2$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = bu - ax_1 \end{cases}$$

55. W jakim modelu występuje funkcja operatorowa?

W modelu liniowym (dynamicznym).

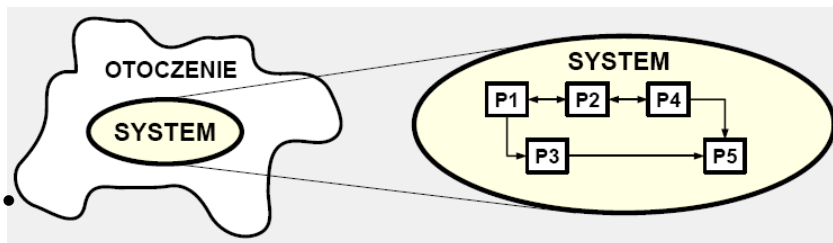
56. Na jakie pytania odpowiadają weryfikacja oraz walidacja?

Weryfikacja odpowiada na pytanie, czy model został zbudowany poprawnie. Walidacja odpowiada na pytanie, czy zbudowano poprawny model.

57. Co to jest model

Model - W nauce jest rozumiany jako uproszczona – przy czym umyślnie i celowo – reprezentacja rzeczywistości, ujmuje tylko jej część, jest pozbawiony wielu szczegółów i cech nieistotnych z punktu widzenia celów modelowania.

58. Co to jest system



59. Podaj przykład symulacji opartej o agentów

- Gra w życie
- Modelowanie zachowań tłumu

60. Wady symulacji

- Trudność zidentyfikowania i zinterpretowania wyników symulacji

61. Co to jest model fenomenologiczny

Model fenomenologiczny – model typu „white-box” opracowany w oparciu o wiedzę. Budowany z zastosowaniem metod bilansowych lub wariacyjnych.

Cechą charakterystyczną: struktura modelu pozostaje w związku ze strukturą systemu rzeczywistego, parametry modelu odnoszą się do konkretnych wielkości fizycznych

62. Kiedy możemy powiedzieć, że model jest poprawny?

Model poprawny to model **kompletny, logiczny i jednoznaczny**. Warunek poprawności modelu jest związany z postulatem poprawnego sformułowania zadania, które posiada rozwiązanie w określonych zbiorach, te rozwiązania są jednoznaczne i ciągłe względem parametrów i zmiennych

63. Co mówi nam wskaźnik uwarunkowania macierzy?

Macierz A nazywamy źle uwarunkowaną jeśli jej wyznacznik jest bliski zeru. Macierz jest źle uwarunkowana jeśli wskaźnik uwarunkowania jest duży.

$$\text{cond}(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$$

64. Stan systemu, zmienne stanu, przestrzeń stanu, płaszczyzna

Stan systemu

to najmniejsza liczba danych, których znajomość w danej chwili, przy znajomości wielkości wejściowych U , począwszy od tej chwili – pozwala jednoznacznie określić stan i wielkości wyjściowe Y systemu w przyszłości. Przedstawiony w postaci wektora stanu X :

$$X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)^T$$

Zmienne stanu

to zestaw zmiennych, których znajomość w danej chwili t zawiera całą informację o przeszłości systemu, przy czym powinien to być zestaw o minimalnej liczbie zmiennych.

Przestrzeń stanów

n -wymiarowa przestrzeń, w której każdy stan może być przedstawiony jako punkt w tej przestrzeni.

Płaszczyzna fazowa

to płaszczyzna, na której jest prezentowana zależność pomiędzy zmiennymi stanu w postaci wykresu.

65. Co to są macierze ABCD w układzie równań

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = A \cdot X(t) + B \cdot U(t) \\ Y(t) = C \cdot X(t) + D \cdot U(t) \end{cases}$$

A – macierz stanu

B – macierz wejścia

C – macierz wyjścia

D – bezpośrednia macierz transmisji

66. Jak określić różnicę między systemami dynamicznymi

- Wytrącamy z położenia równowagi z tą samą siłą (impulsem)
- Odczytujemy pomiary i je porównujemy
- Określić, czy system wrócił do stanu równowagi

67. Co to znaczy, że algorytm jest niestabilny

Algorytm jest niestabilny jeśli małe błędy popełnione na jakimś etapie obliczeń rosną w następnych etapach, powodując poważne zniekształcenia ostatecznego wyniku

68. Co to znaczy, że algorytm jest źle uwarunkowany

Algorytm numeryczny jest źle uwarunkowany jeśli małe zmiany danych początkowych wywołują duże zmiany wyników.

69. Dane potrzebne do rozwiązania równania różniczkowego

- Warunek początkowy
- Przedział
- Krok

70. Różnice pomiędzy metodami jednokrokowymi a wielokrokowymi

- W metodach wielokrokowych do wykonania jednego kroku obliczeń wykorzystywane jest kilka przybliżeń z poprzednich kroków
- W metodach jednokrokowych, brane pod uwagę jest tylko przybliżenie z poprzedniego kroku

71. Metody wariacyjne

Ich podstawą są zasady wariacyjne mówiące, że ruch układu dynamicznego przebiega tak, aby charakteryzujący ten układ funkcjonował czasowy, zwany działaniem, osiągnął wartość stacjonarną (zwykle minimalną). Najczęściej wykorzystywana jest zasada Hamiltona (zasada najmniejszego działania)

72. Właściwości transformaty Laplace'a

- Przesunięcie w prawo o a
- Przesunięcie w lewo o a
- Różniczkowanie oryginału
- Całkowanie oryginału
- Różniczkowanie obrazu
- Całkowanie obrazu
- Transformata spłotu

73. Własności transmitancji operatorowej

- Transmitancja jest własnością samego systemu, niezależnie od wielkości i natury sygnału wejściowego
- Transmitancja przedstawia związki pomiędzy sygnałami wyjściowymi i wejściowymi, nie dostarcza natomiast informacji o fizycznej strukturze systemu
- Transmitancje wielu fizycznie różnych systemów mogą być identyczne
- Łatwość stosowania transmitancji do tworzenia modeli o skomplikowanej strukturze
- Jeśli transmitancja układu jest znana, to możemy określić sygnał wyjściowy dla różnych sygnałów wejściowych
- Raz określona transmitancja daje pełny opis charakterystyk dynamicznych układu, w odróżnieniu od jego opisu fizycznego

74. Rodzaje oceny modelu

- Techniki formalne i nieformalne
- Techniki statyczne i dynamiczne

75. Podział modeli

- Lingwistyczne
- Matematyczne
- Fizyczne
- Graficzne

76. Sposoby opisu systemów dynamicznych

Nieliniowe systemy dynamiczne:

- Opis zależności wejście-wyjście za pomocą równań różniczkowych
- Opis za pomocą równań stanu

Liniowe systemy dynamiczne:

- Opis zależności wejście-wyjście za pomocą równań różniczkowych
- Opis za pomocą równań stanu
- Opis zależności „wejście-wyjście” w formie operatorowej

77. Standard IEEE 754

Definiuje dwie klasy liczb

- Pojedynczej precyzji (single)
- Podwójnej precyzji (double)

78. Co to jest nadmiar i niedomiar

Niedomiar – działanie którego wynik jest różny od zera ale ma zbyt małą cechę, reprezentowany jako 0

Nadmiar - działanie którego wynik ma zbyt dużą cechę, reprezentowany przez $+\infty$ $-\infty$

79. Co składa się na błąd całkowity

- **Błąd wejścia**
 - Niedokładność pomiarów
 - Przeoczeń, błędnych odczytów, błędów drukarskich
 - Brak możliwości zapisu dowolnej liczby rzeczywistej w postaci liczby maszynowej
- **Błąd metody**
 - Konieczności przybliżania wartości ciągłych
 - Nie zależy od błędów wejścia i zaokrąglania
 - Konieczność reprezentowania procesów nieskończonych
- **Błąd zaokrąglania**
 - Obcięcie
 - Zaokrąglanie

80. Metody formułowania równań stanu

Metoda Bilansowa

Najczęściej stosowaną, a jednocześnie najbardziej ogólną metodą formułowania modeli systemów dynamicznych opisanych przy pomocy równań stanu i równań wyjścia jest **metoda bilansowa**.

W systemach, w których mamy do czynienia z wielkościami materialnymi, bilansowaniu najczęściej podlegają wielkości, które podporządkowane są zasadom zachowania: masy, energii, ładunku, pędu i momentu pędu.

Metody Wariacyjne

Innymi metodami formułowania modeli systemów dynamicznych opisanych przy pomocy równań stanu są metody wariacyjne. Ich podstawą są zasady wariacyjne mówiące, że ruch układu dynamicznego przebiega tak, aby charakteryzujący ten układ funkcjonal czasowy, zwany działaniem, osiągał wartość stacjonarną (zwykle minimalną). Najczęściej wykorzystywana jest zasada wariacyjna Hamiltona (zasada najmniejszego działania).

Wymagania do równań stanu

- Równania muszą mieć postać znormalizowaną
- Po lewej stronie piszemy pierwsze pochodne zmiennych stanu
- Po prawej stronie same zmienne i funkcje
- Współczynniki tych równań są kombinacją parametrów modelu

81. Podaj przykład modelu parametrycznego / nieparametrycznego

Model nieparametryczny – model opisany za pomocą niekoniecznie skończonej liczby parametrów przedstawiony na przykład w postaci wykresu, opisu słownego, itp.

Model parametryczny – model opisany za pomocą skończonej liczby parametrów przedstawiony w postaci różnego typu równań

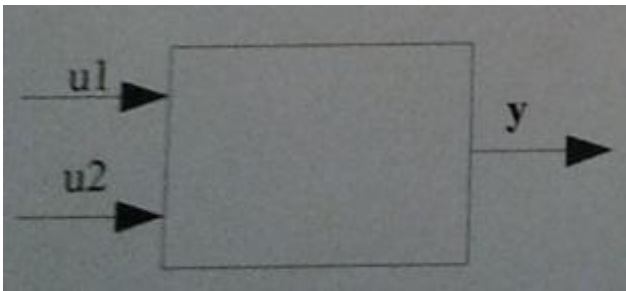
82. Jak stwierdzić czy rozwiązanie równania różniczkowego jest dobre (porównywanie metod)

Tutaj Pielą opowiadał, że trzeba wygenerować dane wyjściowe dla jakiegoś kroku kilkoma metodami, porównać które są do siebie podobne a które odstają. Potem zmniejszamy krok – im mniejszy krok tym bardziej metody powinny zbliżać się do siebie. Poprawne rozwiązanie jest tym, które osiąga najwięcej metod.
- do potwierdzenia, przypierdolił Tomek

TODO – CHECK LIST

83. Zapisz w postaci ogólnej transmitancję dla podanego systemu (używając podane oznaczenia)

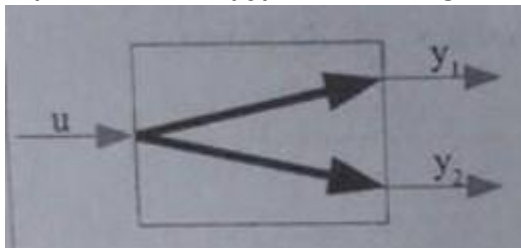
$$G(s) = \frac{\text{wyjście}}{\text{wejście}}$$



$$G(s) = \frac{y(s)}{u_1(s) + u_2(s)}$$

Transmitancja – dla układów liniowych, więc sumujemy u_1 i u_2

84. Zapisz transmitancję przedstawionego układu



$$G_1(s) = \frac{y_1(s)}{u(s)}$$

$$G_2(s) = \frac{y_2(s)}{u(s)}$$

Transmitancja – stosunek wyjścia do wejścia, mamy 2 wyjścia więc trzeba zapisać 2 transmitancje

JEŻELI byłyby też 2 wejścia to byłyby 4 transmitancję (wszystkie możliwe kombinacje stosunków wyjścia do wejścia)

85. Od czego zależy dokładność modelu statycznego?

Chyba od ilości próbek i kroku

86. Etapy modelowania z zasadą najmniejszego działania

Zasada najmniejszego działania ZND

- CEL: znalezienie równań ruchu układów mechanicznych złożonych z 1 lub wielu cząstek
- Poprzez zastosowanie analogii => możemy ZND zastosować do modeli innych systemów (np. elektrycznych)
- Dla każdego układu mechanicznego – możemy sformułować funkcję stanu (funkcję Lagrange'a), która minimalizuje pewien funkcjonal (nie ważne o co kaman)
- WAŻNE że wszystko to sprowadza się do tego, że dla danego systemu mechanicznego możemy obliczyć równania Eulera-Lagrange'a – dzięki nim w jednoznaczny sposób wyznaczmy równania ruchu naszego układu mechanicznego:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial U}{\partial q_k} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k$$

etapy ZND:

- Określamy jaki parametr układu opisuje położenie systemu (dla wahadła „qk – współrzędne uogólnione” to wychylenie wahadła czyli kąt φ)
- Obliczamy energię kinetyczną (T) układu
- Obliczamy energię potencjalną (U) układu (gdy system porusza się w polu potencjalnym)
- Obliczamy „niepotencjalne części sił uogólnionych Q_k ” (gdy system znajduje się pod działaniem sił niepotencjalnych; jeżeli tak nie jest to $Q_k=0$)
- Obliczamy równania Eulera-Lagrange’a

87. Gdzie mogą być błędy w czasie określania modelu

- Błąd urwania procedury iteracyjnej

88. Prosty algorytm identyfikacji

Algorytm identyfikacji

- szukamy parametrów modelu czyli macierzy A
- Czyli szukamy zależności między wejściem a wyjściem na podstawie danych doświadczalnych
- Zrobimy dla MISO (M – multiple, I – input, S – single, O – output; czyli wiele wejść i 1 wyjście):



$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_m x_m = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_m) \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} = A \cdot X$$

- W każdym momencie możemy zmierzyć y oraz x_i
- Robimy s-pomiarów, ponumerujemy je jako $j=1,2,\dots,s$, dostajemy

$$y_j = (a_1 \ a_2 \ \dots \ a_m) \cdot \begin{pmatrix} x_{1j} \\ x_{2j} \\ \vdots \\ x_{mj} \end{pmatrix} = A \cdot X_j$$

- Czyli j-ty pomiar ma te same parametry co były (macierz A nie uległa zmianie, jej właśnie szukamy), ale w j-tym pomiarze dostaliśmy jakąś nową kolumnę wartości wektora X i jakąś wartość na wyjściu czyli y_j
- Nasze macierze pomiarowe to: $Y_* = (y_1 \ y_2 \ \dots \ y_s)$ (to wektor wartości wyjść) i $X_* = (X_1 \ X_2 \ \dots \ X_s)$ (to macierz, kolejne kolumny-pomiary oznaczamy jako X_j)
- W rezultacie mamy: $Y_* = A \cdot X_*$ (zebrane w jeden układ wszystkie s-pomiarów)
- Zauważmy, że $\dim X_* = (m \times s)$ (macierz pomiarów X_* składa się z m wierszy, tyle ile jest parametrów i robimy s pomiarów – stąd liczba kolumn)
- Jeżeli $s=m$ (pomiarów robimy dokładnie tyle ile jest szukanych parametrów) to macierz X_* staje się kwadratowa: $\dim X_* = (m \times m)$
- Zakładamy, że jest też nieosobliwa czyli $\det X_* \neq 0$, czyli jest odwracalna
- Otrzymujemy równanie identyfikacji:

$$A = Y_* \cdot X_*^{-1}$$

TADAAAAM!