

文章编号: 1007-6735(2002)01-0021-05

# 超细颗粒悬浊液中声衰减和声速的数值模拟

## —— 4种模型的比较

苏明旭, 蔡小舒

(上海理工大学 动力工程学院, 上海 200093)

**摘要:** 分别运用了4种数学模型: ECAH模型、Harker & Temple模型、BLBL模型以及McClements模型研究了声波在超细颗粒悬浊液中传播的衰减和相速度, 对各种模型的数值模拟计算结果进行了比较, 讨论了各种衰减机制对模拟结果的影响。结果对将超声方法用于悬浊液和乳剂中的颗粒粒度、浓度测量的实验研究和工程应用均有一定参考价值。

**关键词:** 超声; 颗粒测量; 声衰减

**中图分类号:** O 422.4; O 648.16

**文献标识码:** A

## Numerical study on acoustical attenuation and acoustical velocity in suspension of superfine particles

### — A comparison of four models

SU Ming-xu, CAI Xiao-shu

(College of Power Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** Four models that describe the propagation of ultrasound through two-phase media are compared. The models differ in the complexity of mathematical formulation, and the applicability of any model to real suspensions is limited by the assumptions implicit in the derivation. The Allegra and Hawley model is shown to give the most thorough interpretation of acoustic propagation through a suspension system.

**Key words:** ultrasonic; particle measurement; acoustical attenuation

近年来, 涉及颗粒两相流中的颗粒粒度和浓度的测量问题正日益引起人们的重视, 如气力输送、水煤浆等的管道输送、化工和制药业中各种乳剂生产中的颗粒在线测量问题等。这些测量问题的一个显著特点是颗粒的浓度很高, 粒度较小, 常用的一些测量方法, 如光散射法等已无法应

用。而其他一些方法, 如电容法等则不能测量颗粒的粒度。超声法在这类高浓度颗粒两相流的测量中则具有明显的优点<sup>[1]</sup>。超声测量方法是通过测量两相流中随频率变化的声衰减和声速, 并通过反演计算与数学模型的预测结果相比较以获得颗粒相的粒度和浓度。在这一过程中, 如何通过

收稿日期: 2001-05-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50176033)

作者简介: 苏明旭(1973-), 男, 博士研究生。

数学模型准确、快速地预测两相流中的衰减和相速度尤为重要。为研究悬浊液中的声学特性,研究者已先后提出了一些数学模型。

## 1 数学模型

### 1.1 ECAH 模型

ECAH 模型(或称 AH 模型)是以悬浊液中球形、各向同性的单分散颗粒为研究对象,通过考虑质量、动量和能量的守恒方程,推导出相速度和衰减的复波动方程。当平面压缩波入射到液固界面球面上,在颗粒体的内部和外面会产生一组压缩波、热波和剪切波,分别从边界进入球体和返回到液体介质中,如图 1 所示。

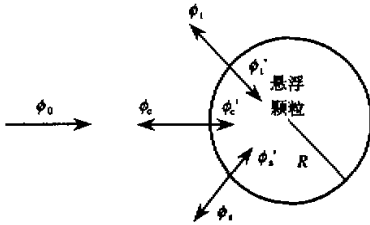


图 1 各向同性颗粒表面 3 种波的散射

Fig.1 The three types scattered into and from isotropy particle

$\phi_0$ —入射压缩波  $\phi_1$ —压缩波  $\phi_2$ —热波  $\phi_3$ —剪切波  $R$ —半径

$$A[A_n, B_n, C_n, A'_n, B'_n, C'_n]^T = b \quad (1)$$

图 1 中 6 个波的振幅是相互关联的,对它们求解以确定 6 个待定系数  $A_n, B_n, C_n, A'_n, B'_n, C'_n$ , 6 阶线性方程组(1)由波动方程代入边界条件得到,矩阵  $A$  和向量  $b$  中的元素可由连续介质物性参数、颗粒的物性参数以及颗粒的半径求得。求解该线性方程组得到系数  $A_n$ , 然后可按式确定悬浊液中的复波数

$$\left(\frac{\beta}{k_c}\right)^2 = 1 + \frac{3\phi}{jk_c^3 R^3} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) A_n \quad (2)$$

式中  $\phi$ ——悬浮颗粒的体积浓度

$R$ ——悬浮颗粒的半径

$k_c$ ——连续介质中的波数

$\beta$ ——悬浊液中的复波数

$\beta = \omega/c_s(\omega) + j\alpha_s(\omega)$

$j = \sqrt{-1}$

其中  $\omega$ ——角频率

$\alpha_s, c_s$ ——衰减系数和声速

### 1.2 Harker & Temple 模型<sup>[4]</sup>

Harker 和 Temple 从水动力学的观点考虑悬浊液中的声波动现象,推导出了相间相互作用的黏性阻力方程,以及每一相独立的动量和质量守恒方程。对这些微分方程同时求解可以导出复波数方程,即

$$\beta^2 = \omega^2 [(1-\phi)\kappa_t + \phi\kappa'_t] \times \frac{\rho[\rho'(1-\phi + \phi S) + \rho S(1-\phi)]}{\rho'(1-\phi)^2 + \rho[S + \phi(1-\phi)]} \quad (3)$$

式中  $\beta = \omega/c_s(\omega) + j\alpha_s(\omega)$

$\kappa_t, \rho$ ——物质的等温压缩系数和密度

'——球形颗粒内部的参变量

$S$  由下面的式子给出

$$S = Q + jP \quad (4)$$

式中

$$Q = \frac{1}{2} \left( \frac{1+2\phi}{1-\phi} \right) + \frac{9\delta}{4R}$$

$$P = \frac{9}{4} \left[ \frac{\delta}{R} + \frac{\delta^2}{R^2} \right]$$

其中  $\delta = \sqrt{2\eta/\omega\rho}$  称为黏性集肤深度

### 1.3 BLBL 模型<sup>[5]</sup>

BLBL(Bouguer-Lambert-Beer-Law)模型用于描述稀释悬浊液中的消声效应,类似于光学方法中的全散射法。它由悬浊液中无限薄层的声强度平衡出发

$$dI = -I\alpha_{\text{ext}, \text{DS}} dz \quad (5)$$

对式(5)积分,根据衰减系数  $\alpha_s$  的定义,并引入消声效率(光学方法中称消光效率)的概念,则有  $\alpha_{\text{ext}, \text{DS}} = 3K_{\text{ext}}\phi/4R$ , 得到衰减系数的表达式为

$$\alpha_s = \frac{3\phi}{8R} K_{\text{ext}} \quad (6)$$

$K_{\text{ext}}$  即为消声效率,由下面的表达式给出

$$K_{\text{ext}} = -\frac{4}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \text{Re}\{A_n\} \quad (7)$$

$\sigma = \omega R/c$  通常称颗粒尺寸系数,  $c$  为连续相声速。在声学体系中又根据固体颗粒相的纵波  $c_L$  和横波波速  $c_T$  类似地定义了  $\sigma_L = \omega R/c_L$  和  $\sigma_T = \omega R/c_T$ 。无限序列  $A_n$  可以根据 Hay & Mercer 理论,由上述 3 个尺寸系数以及它们的第一、二类球 Bessel 函数求出。BLBL 模型中并未讨论悬浊液声速  $c_s$  的计算,为此 U Kräuter 和 U Riebel 提出了如下计算公式<sup>[5]</sup>

$$c_s = C \left[ 1 - \frac{3\phi}{2\sigma^3} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Im}\{A_n\} \right] \quad (8)$$

#### 1.4 McClements 模型

David J McClements 对于一些无损失的散射模型进行了讨论<sup>[6]</sup>, 认为它们由于没有考虑热传导和黏性机制, 对于很多实际情况, 如大多数乳剂是不适合的. 他认为在 ECAH 模型系数  $A_n$  的序列中, 只有前面两项  $A_0$ 、 $A_1$  起着主导作用, 并分别推导出它们在长波长情况下 ( $kR < 0.1$ ,  $k$  为入射平面压缩波的波数) 的表达式为

$$A_0 = \frac{i(kR)^3 \cdot [(\rho k'^2 / \rho' k^2) - 1]}{3} - k^2 R C T \rho' H \times (\beta_0 / \rho c_p - \beta'_0 / \rho' c'_p)^2 \quad (9)$$

$$A_1 = \frac{-i(kR)^3}{3} \cdot \frac{(\rho - \rho')}{3\rho + 2(\rho' - \rho)} \cdot \frac{1 + 3(1+i)\delta_v / 2R + 3i\delta_v^2 / 2R^2}{1 + 3(1+i)\delta_v / 2R + 3i\delta_v^2 / 2R^2} \quad (10)$$

式中  $T$  ——绝对温度  
 $\beta_0$  ——热膨胀系数  
 $c$  ——连续相声速  
 $c_p$  ——定压比热容  
 $\tau$  ——导热系数  
 $\delta_v, \delta_t$  ——黏性和热集肤深度

其中  $H = \{1/(1-iz) - \tau/\tau' \cdot \tan(z')/[\tan(z') - z']\}^{-1}$   
 $z = (1+i) \cdot R/\delta_t$

悬浊液中的复波数同样可以由  $A_0$ 、 $A_1$  代入方程(2)求出. 这一模型可以看作 ECAH 模型在长波情况下的简化, 它在不做任何修改的情况下可以被用于乳剂中声衰减和声速的模拟.

#### 2 数值模拟结果及比较

运用上述 4 种模型, 我们对微米级的球形二氧化钛、聚苯乙烯以及玻璃微珠的水悬浊液进行了数值模拟计算. 其中所用的物理参数如表 1 所示<sup>[7, 11]</sup>.

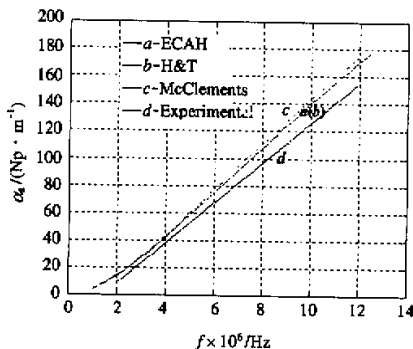
表 1 水、二氧化钛、聚苯乙烯和玻璃的物理参数(25℃)

Tab.1 Physical Properties of water, Titanium dioxide, Polystyrene and glass(25℃)

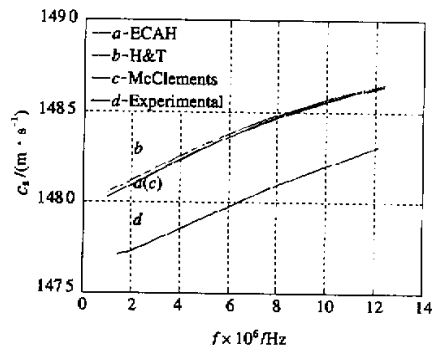
物理参数	水	二氧化钛	聚苯乙烯	玻璃
密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	997.0	4 260.0	2 330.0	5 640.0
压缩波速 $c_L/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	1 496.7	7 900.0	1 053.0	2 500.0
剪切黏度 $\eta/(\text{Pa} \cdot \text{s})$	$9.03 \times 10^{-4}$	—	—	—
剪切模量 $\mu/(\text{N} \cdot \text{m}^{-2})$	—	$3.54 \times 10^{10}$	$1.27 \times 10^9$	$2.78 \times 10^{10}$
导热系数 $\kappa/(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	0.5952	4.98	0.1151	68.2
比定压热容 $c_p/(\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	4178.5	930.1	1 193.2	829
声衰减 $\alpha/(\text{s}^2 \cdot \text{m}^{-1})$	$2.2 \times 10^{-14}$	$1.3 \times 10^{-16}$	$1.0 \times 10^{-13}$	$8.06 \times 10^{-14}$
热扩散系数 $\gamma/(\text{K}^{-1})$	$2.57 \times 10^{-4}$	$8.61 \times 10^{-6}$	$2.64 \times 10^{-4}$	$9.6 \times 10^{-6}$

为了便于同文献[8]中的实验结果进行比较, 我们选取了半径为 130 nm, 体积浓度为 1% 的二氧化钛-水悬浊液(图 2)和半径为 50 nm, 体积浓度为

5.6% 的聚苯乙烯-水悬浊液(见下页图 3)为算例. 从图中可看出对二氧化钛悬浊液的情况, ECAH、H&T 及 McClements 3 个模型的数值模拟结果非



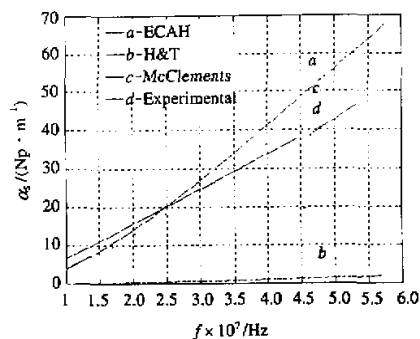
(a) 衰减-频率曲线



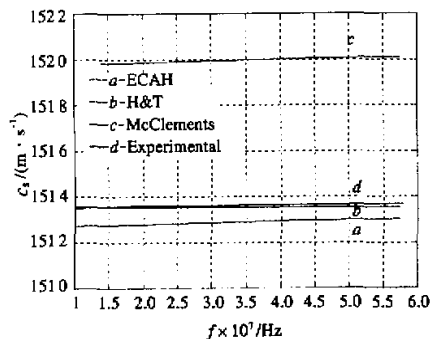
(b) 相速度-频率曲线

图 2 二氧化钛-水悬浊液的数值模拟

Fig.2 Numerical simulation of aqueous titanium dioxide suspensions



(a) 衰减-频率曲线



(b) 相速度-频率曲线

图 3 聚苯乙烯-水悬浊液的数值模拟

Fig.3 Numerical simulation of aqueous titanium dioxide suspensions

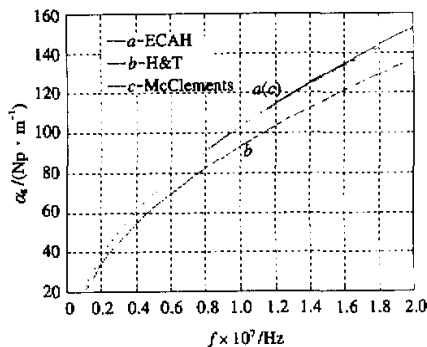
常接近(由于 BLBL 模型对体积浓度和颗粒尺寸系数的要求,不适用于上面两个算例),并且可以看到数值模拟结果和实验结果也比较吻合;在聚苯乙烯颗粒悬浊液中,ECAH 与 McClements 模型预测的声衰减结果和实验值也是比较吻合的,但 H&T 模型计算的声衰减结果明显低于这些值,上述模型对相速度数值模拟结果相对实验数据的偏差均在 1% 以内。

可从两相离散体系中的声衰减机制来分析上述现象。ECAH 模型中考虑了在绝大多数情况下起主要作用的 3 种声衰减的机制<sup>[9]</sup>:黏性、热传导和声散射。a. 声的黏性损失是由于颗粒在声压场中的振动产生剪切波,这主要是由于颗粒和连续介质相的密度差所引起。正是这种密度差导致了颗粒在连续介质中的运动,使颗粒附近的液体层产生滑移,液体的这种不固定滑移运动称作“剪切波”。b. 热损失的产生则是由于在颗粒表面附近的温度梯度,这种温度梯度是由于温度和压力之间的热耦合所引起的。c. 散射损失机制与黏性和热传导有所不同,它与光散射是类似的。声散

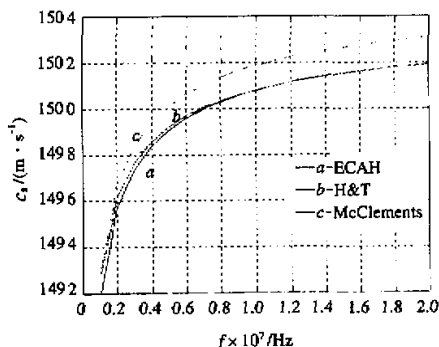
射并未产生声能的耗散,颗粒只是改变了一部分声能量流的传播方向,致使它们不能被换能器接收。

在二氧化钛-水悬浊液算例中,由于两相间的密度差异比较大,这时黏性损失起着主导作用,不同模型的数值模拟结果都是比较接近的;而在聚苯乙烯水悬浊液中,由于两相的密度非常接近,而它们的热物理属性差别又比较大,因而热损失机制对声衰减的贡献起着主导地位。由于在 H&T 模型中并没有考虑热损失机制对衰减的影响,所以它的模拟结果出现了较大偏离。

图 4 和图 5 分别是体积浓度为 5%,颗粒半径为 1  $\mu\text{m}$  和 20  $\mu\text{m}$  的玻璃-水悬浊液的数值模拟结果。图 4 显示,无论是声衰减还是相速度,各个模型的计算结果接近;在颗粒粒径增大后(此时 BLBL 模型应用条件得到满足,而 McClements 的长波长模型不再适用),数值模拟结果显示 ECAH 模型和 BLBL 模型的结果非常吻合,而考虑黏性衰减的 H&T 模型的结果与它们相差很大。这是因为随着颗粒粒径的增大,散射效应的作用逐渐取代黏性作用,对模拟计算结果起着主导作用。



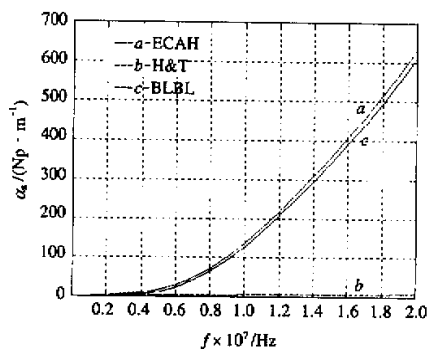
(a) 衰减-频率曲线



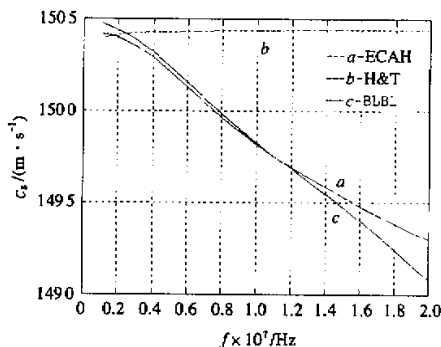
(b) 相速度-频率曲线

图 4 玻璃-水悬浊液的数值模拟

Fig.4 Numerical simulation of aqueous glass suspensions



(a) 衰减-频率曲线

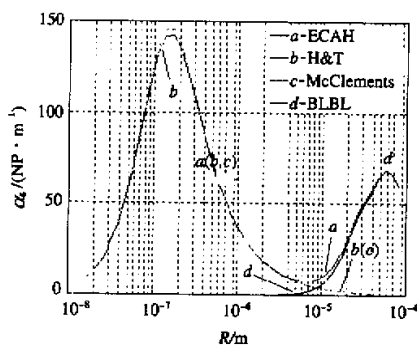


(b) 相速度-频率曲线

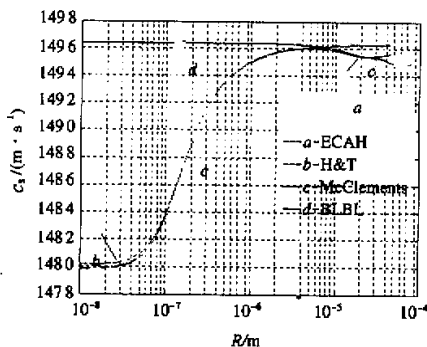
图5 玻璃-水悬浊液的数值模拟

Fig.5 Numerical simulation of aqueous glass suspensions

图6给出了体积浓度为1%,频率为10MHz时二氧化钛-水悬浊液中颗粒半径由10nm到50μm变化时,各个模型的适用情况。可以看出:在颗粒半径小于4μm时,模型H&T、McClements与ECAH吻合得很好,可以相互替换;当颗粒半径大于20μm后,散射作用占据主导地位,这时BLBL与ECAH模型的结果接近。



(a) 衰减-颗粒半径曲线



(b) 相速度-频率曲线

图6 二氧化钛-水悬浊液的数值模拟

Fig.6 Numerical simulation of aqueous titanium dioxide suspensions

### 3 结论

在上述4个数学模型中,ECAH模型较为全面地考虑了黏性、热传导、声散射3方面因素在声波传播中的作用,它的数值模拟结果准确性最高。它在长波极限条件( $kR < 0.1$ )下可由更简单的McClements模型替代。H&T模型主要考虑了黏性衰减机制,BLBL模型则侧重于散射引起的衰减效应。同时,与其他模型相比较,ECAH模型也有其明显缺点,其一是使用ECAH模型进行计算,需要预先知道颗粒和连续相中较多的物性参数,包括表1中所列出的全部参数,由于在实际应用中,很多物性参数并不能准确获得,这增加了将该模型用于各种颗粒两相流研究中的困难;其二是相对其他模型ECAH更复杂,求解的难度更大。线性方程组(1)通常是严重病态的,而且对于较大的颗粒,它可能会是一个奇异的线性方程组。因此,在超声测量颗粒过程中,应该视具体情况选择合适的数学模型。

#### 参考文献:

- [1] 苏明旭, 蔡小舒. 超声测粒技术及其在二相流测量中应用的进展与现状[J]. 东北大学学报, 2000, 21(S1): 96~99.
- [2] Epstein P S, Carhart R R. The absorption of sound in suspensions and emulsions, water fog in air[J]. J Acoust Soc Am, 1953, 25: 533.
- [3] Allegra J R, Hawley S A. Attenuation of sound in suspensions and emulsions: theory and experiments[J]. J Acoust Soc Am, 1972, (S1): 1545~1564.
- [4] Harker A H, Temple J A G. Velocity and attenuation of ultrasound in suspensions of particles in fluids[J]. J Phys D: Appl Phys, 1988, 21: 1576~1588.

(下转第30页)

