图像处理 hw5

Sunday, September 13, 2020 22:48

1. 对数高斯分布

$$p_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, b z} e^{-(\ln(z)-a)^2/2b^2}$$

已知高斯分布为

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, b} e^{-(x-a)^2/2b^2}$$

and $\int_{-\infty}^{\infty} p_x(x)\,dx = 1$

∴ let $x = \ln(z)$ plug in

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, b} e^{-(\ln z - a)^2/2b^2} d(\ln z) = 1$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\, b} e^{-(\ln z - a)^2/2b} \frac{1}{z}}_{p_z(z)} dz = 1$$

$$\Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} p_z(z)\,dz = 1$$

$$\therefore\ p_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, b z} e^{-(\ln z - a)^2/2b^2}$$

$$F_z(z) = \int_{-\infty}^{z} p_z(v)\,dv$$

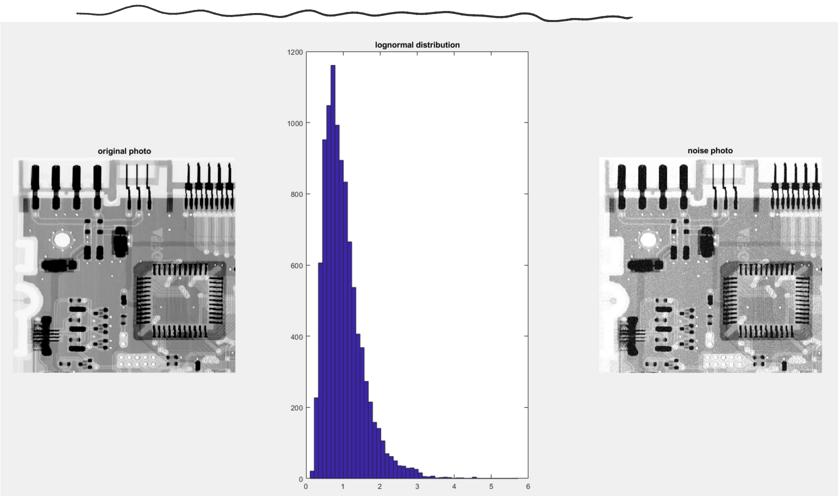
$$= \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, b v} e^{-(\ln v - a)^2/2b^2} dv$$

$$= \underbrace{\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, b v} e^{-(\ln v - a)^2/2b^2} dv} + \underbrace{\int_{0}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, b v} e^{-(\ln v - a)^2/2b^2} dv}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,\mathrm{erf}\left(\frac{\ln z - a}{\sqrt{2}\, b}\right)$$

and $\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$

$$\therefore\ z = e^{\sqrt{2} b t + a},\quad t = \mathrm{erf}^{-1}(2w - 1)$$



2、反调和：

$$\hat{f}(x,y) = \frac{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q+}}{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q}}$$

$$\Rightarrow \hat{f}(x,y) = \sum_{(s,t)\in S_{xy}} \frac{g(s,t)^Q}{A}\, g(s,t)$$

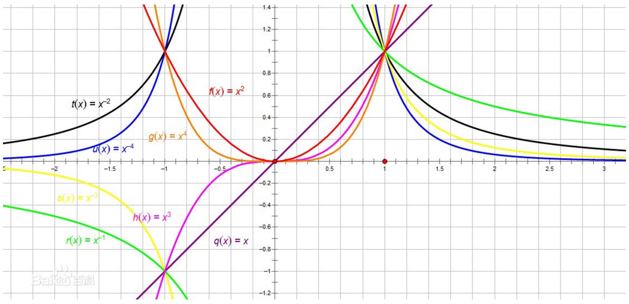
and $A = \sum_{(s,t)\in S} g(s,t)^Q$

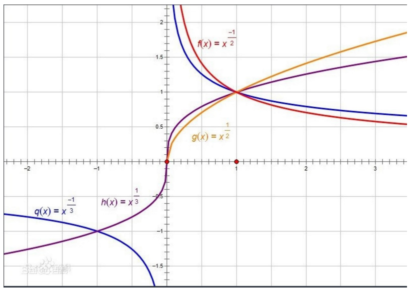
$$\Rightarrow \hat{f}(x,y) = \sum_{(s,t)\in S_{xy}} \frac{g(s,t)^Q}{A}\, g(s,t)$$

and $A = \sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^Q$

$W_{st} = \frac{g(s,t)^Q}{A}$ 可以视为 $g(s,t)$ 的权重，此时 $\hat{f}$ 相当于对 g 在 S_{xy} 内的加权求和

当 $Q>0$ 时 函数 $f(x)=x^Q$ 在第一象限内为单调增函数，
因此 g 越小，W_{st} 越小，而椒噪声的 $g=0$，因此可以很好地将其去除。
当 $Q<0$ 时，函数 $f(x)=x^Q$ 在第一象限内为单调减函数，
因此 g 越大，W_{st} 越小，而盐噪声的 $g=255$ 因此可以很好地将其去除。





3. 在中值滤波过程中，如果遇到 z 不在 (z_{min}, z_{max}) 范围内
可以先判断其是否接近椒盐 $(0, 255)$，若接近，则输出
中值，否则增大窗口或输出原始值。