

Оглавление

	Стр.
Введение	3
Глава 1. Теоретический базис	7
Глава 2. Методы моделирования ондуляторного излучения	
от пучка с конечным эмиттансом	10
2.1 О статистических свойствах синхротронного излучения . . .	10
2.2 Численное моделирование ондуляторного излучения	11
2.2.1 Влияние размера электронного пучка на	
расходимость излучения	15
2.2.2 Различие расходимости излучения для случая	
продольно полностью когерентного и некогерентного	
пучка	16
2.2.3 Влияние энергетического разброса электронного	
пучка на расходимость излучения	17
2.3 Метод ограничения пространственных гармоник	
огигающими: SERVAL	18
2.3.1 Алгоритм получения поля	18
2.3.2 Выбор подходящих огигающих	20
2.4 Сравнение метода Монте-Карло, SRW и SERVAL	22
2.4.1 Дифракция на апертуре	22
2.4.2 Фокусировка	22
2.4.3 Фокусировка сферическим зеркалом с	
шероховатостями	22
Глава 3. Корреляционный анализ модовой структуры	23
Список литературы	25
Глоссарий	27

Аннотация

Представленная работа посвящена разработке методов моделирования процесса генерации синхротронного излучения (СИ) от электронного пучка с конечным эмиттансом и прохождения этого излучения через оптическую систему. Развитие магнитных схем циклических ускорителей дало возможность снизить эмиттанс электронного пучка и приблизить источники СИ к дифракционному пределу для широкого диапазона длин волн, вплоть до жёсткого рентгена, поэтому такое излучение характеризуется значительной степенью поперечной когерентности. Случай частично когерентного синхротронного излучения представляет наибольший интерес, так как именно он реализуется в большинстве случаях. В работе предложен оригинальный метод моделирования частично когерентного синхротронного излучения и рассмотрены практические примеры распространения частично когерентного волнового фронта через оптическую систему источников СИ. Также приведены экспериментальные данные по регистрации спайковой структуры синхротронного излучения и измерении поперечной длины когерентности.

Введение

Развитие источников синхротронного излучения (СИ), а именно магнито-оптических систем электронных накопительных колец [1], [2], дало возможность получать электронные пучки с эмиттансом меньше чем натуральный эмиттанс синхротронного излучения

$$\epsilon = \sigma' \sigma = \lambda/4\pi, \quad (1)$$

где σ' и σ натуральная расходимость и размер излучения в перетяжке излучения на источнике. Таким образом источники СИ последнего, четвёртого поколения, достигают дифракционный предела в широком диапазоне длин волн вплоть до ангстремных масштабов. Для дифракционно ограниченных источников, где размеры электронного пучка могут быть значительно меньше натурального размера излучения в перетяжке, излучение обладает высокой степенью когерентности.

Задача моделирования поля частично когерентного излучения является основной при проектировании оптических линий источников СИ. Метод трассировка лучей, реализованная, например, в коде [3], являлся подходом рутинно использовавшимся для проектирования источников синхротронного излучения третьего и предыдущих поколений. Использование метода трассировки лучей обосновывается плохой поперечной когерентности синхротронных источников излучения прошлых поколений, однако уже для источников третьего поколения дифракционный предел достигался в вертикальном направлении и предпосылки к использованию метода трассировки лучей становятся сомнительными. В целом, подходы трассировки лучей не дают удовлетворительную модель физических процессов, происходящих при генерации синхротронного излучения. Для оценки параметров, когда трассировка лучей может быть применена, следует придерживаться правила, что характерные размеры особенностей оптики, например: апертуры, шероховатости поверхностей рентгеновских зеркал¹, должны быть много меньше размеров попереч-

¹Для шероховатостей нужно внести уточнение. Обратные размеры зеркала ($1/L$) и длины волны ($1/\lambda$) вводят зону рассматривания ошибок профиля зеркала. Обратная величина длины когерентно-

ной когерентности излучения на них, иначе необходимо принимать во внимание диффракционные эффекты.

Для построения физической модели соответствующей процессам генерации и пропагации излучения необходимо использовать подходы волновой оптики. При компьютерном моделировании под подходами волновой оптики подразумевается использование реальных электромагнитных полей, описываемые комплексными величинами и меняющимися при пропагации через оптические системы в соответствии с законами Фурье-оптики [4]. Подходы волновой оптики позволяют учесть диффракционные эффекты для полностью когерентного излучения, однако моделирование частично когерентного синхротронного излучения остаётся сложной задачей. Один из подходов в решении этой задачи реализован в коде Synchrotron Radiation Workshop (SRW) [5] и в деталях будет разобран в Главе 1.

В литературе не представлен подход в моделировании, основанный на стохастической природе синхротронного излучения. Однако, всю необходимую теорию о статистических свойствах источников синхротронного излучения третьего поколения можно найти, например в [6]. Дело в том, что дробовой шум в электронном пучке вызывает флуктуации электронной плотности, что в свою очередь приносит произвольные флуктуации амплитуды и фазы в распределение электромагнитного поля и является причиной характерной спайковой структуры поля. Флуктуации электронной плотности меняются от пучка к пучку, и для получения характерного значения интенсивности поля, необходимо произвести усреднение по достаточно значительному ансамблю электронных пучков. Метод основывается на прямом моделировании излучения каждого электрона (макроэлектрона) и сложении полей от каждого из них и дальнейшее усреднение по статистическим реализациям, да условно-сти этот метод будет называться методом сложения амплитуд. В Главе 1 этот подход также будет обсуждаться более подробно.

сти ($1/l_c$) задет условную границу, когда ошибки профиля зеркала рассматриваются как ошибки наклона для $k < 1/l_c$, где k – пространственные гармоники профиля зеркала, а когда должны быть рассмотрены как ошибки по высоте при $k > 1/l_c$. Ошибки по высоте, в целом, портят когерентность пучка излучения. Для излучения с итак плохой когерентностью учёт ошибок по высоте может быть опущен, что естественно происходит при проведении трассировки лучей, так как в этом методе не учитывают диффракционные эффекты.

В представленной работе предложен оригинальный метод моделирования частично когерентного синхротронного излучения, основанный на ограничении пространственных гармоник комплексного гауссова шума огибающими поля. Метод предлагает численно эффективный и точный алгоритм расчёта частично когерентного поля. В работе приводится соответствующий алгоритм и сравнительный анализ рассчитанных полей при прохождении через оптические системы с методами SRW и методом сложения амплитуд.

По ходу работы был проведён эксперимент на European XFEL по регистрации спайковой структуры синхротронного излучения и измерении длины поперечной когерентности поля. Ондуляторная линия SASE2 на European XFEL работала в однопучковом режиме с одним закрытым ондулятором на ондуляторном резонансе первой гармоники 9.099 кэВ. Излучение пропусклось через двукристальный кремниевый монохроматор Si(333). Интенсивность излучения регистрировалась сцинтилляционным детектором. По проведении эксперимента, оказалось невозможно получить желаемый сигнал методами корреляционного анализа (расчёт функции взаимной когерентности второго порядка) из-за крайне низкого соотношения сигнал/шум, по всей видимости, близкого к 1. Однако, вопрос регистрации сигнала с приемлемым отношением сигнал/шум остаётся лишь вопросом улучшения светочувствительности детектора, что будет решено в будущем. Также было произведено моделирование ожидаемого сигнала, получена спайковая структура и рассчитана характерная длина когерентности излучения для модельного электронного пучка. Для подтверждения результата к модельному сигналу был добавлен шум детектора для того, чтобы подтвердить моделированием результат, полученный с реального сигнала. Результаты моделирования подтверждают полную потерю информации для функции взаимной когерентности уже при соотношении сигнал/шум равному четвёрке [4 это по отношению к максимуму, надо рассчитать среднеквадратичное отклонение амплитуды сигнала, SNR будет меньше].

Целями представленной работы являлись разработка методов моделирования частично когерентного синхротронного излучения и экспериментальная верификация стохастических свойств синхротронного из-

лучения, а именно регистрация поперечной спайковой структуры синхротронного излучения и измерение по зарегистрированным распределениям поперечной длины когерентности. Поставленные цели являются **актуальными** для научного сообщества в связи с развитием источников синхротронного излучения четвёртого поколения и необходимости дальнейшего развития компьютерных кодов для моделирования таких источников излучения. Научная **новизна** работы заключается разработке уникального алгоритма расчёта частично когерентного излучения. Также была предложена модель эксперимента по регистрации спайковой структуры синхротронного излучения и промодерировано поведение электромагнитного поля в предложенном эксперименте, что имеет **практическую ценность** для исследуемой области.

Глава 1. Теоретический базис

Распространение функции взаимной когерентности 1.1 поля $E(r, \omega)$ через свободное пространство от некогерентных стационарных источников излучения описывается теоремой Ван Циттера - Цирнике [7], [8].

$$g^{(1)}(r_1; r_2) = \frac{\langle \bar{E}(r_1) \bar{E}(r_2) \rangle}{\langle \bar{E}(r_1) \rangle \langle \bar{E}(r_2) \rangle}, \quad (1.1)$$

где $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по статистическим реализациям поля. Теорема даёт связь между распределением интенсивности источника излучения $I(\xi, \eta)$ и функцией взаимной когерентности $g^{(1)}(r_1, r_2)$ через двумерное Фурье преобразование.

$$g^{(1)}(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{\kappa e^{-i\psi}}{(\bar{\lambda}z)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} I(\xi, \eta) \exp \left[\left(i \frac{2\pi}{\bar{\lambda}z} \right) (\Delta x \xi + \Delta y \eta) \right] d\xi d\eta, \quad (1.2)$$

где $\kappa = \bar{\lambda}^2/\pi$, $\bar{\lambda}$ – средняя длина волны квазимонохроматического источника излучения, z – расстояние до плоскости наблюдения от источника излучения, $\psi = \frac{\pi}{\bar{\lambda}z} [((x_2^2 + y_2^2) - (x_1^2 + y_1^2))]$, а $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$

Теорема может быть видоизменена и сформулирована для частично когерентных источников излучения достаточно лишь заменить κ на двойной интеграл [9]

$$\kappa(\bar{x}, \bar{y}) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \mu(\Delta\xi, \Delta\eta) \exp \left[\left(i \frac{2\pi}{\bar{\lambda}z} \right) (\bar{x}\Delta\xi + \bar{y}\Delta\eta) \right] d\Delta\xi d\Delta\eta, \quad (1.3)$$

где $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2}$, $\Delta\xi = \xi_2 - \xi_1$, $\Delta\eta = \eta_2 - \eta_1$. Таким образом, следуя модифицированной теореме ван Циттер-Цирнике, область пятна когерентности на расстоянии z будет определяться не только размером источника излучения, но и размером области когерентности на самом источнике.

В качестве примера распространения когерентности от полностью некогерентного источника можно оценить область когерентности излучения лабораторной рентгеновской трубки. Область когерентности от полностью некогерентного источника излучения квадратной формы получается напрямую из теоремы ван Циттер-Цирнике

$$A_c = \frac{(\bar{\lambda}z)^2}{A_s}. \quad (1.4)$$

Подставляя $z = 1$ м и $\lambda \approx 0.7$ Å со спроецированной на направление выхода излучения из рентгеновской трубки площадью фокального пятна меньше чем $A_s = 1$ мм² [10]. Таким образом линейный размер длины когерентности при отражении от исследуемого кристалла с учётом угла дифракции ($= 45^\circ$) будет порядка 0.1 мкм. Однако линейный размер пятна когерентности может быть увеличен до нескольких микрон при использовании трубки с вращающимся анодом, где характерный диаметр круглого источника достигает 50 мкм [10].

Для оценки когерентных свойств источников синхротронного излучения обязательно рассмотрение области когерентности на самом источнике так как именно область когерентности на источнике будет в значительной степени формировать когерентные свойства излучения в дальней зоне – на расстоянии z от источника. Для синхротронных источников излучения источником излучения является релятивистский электронный пучок однако для оценки размера когерентности для начала следует рассмотреть излучение одного электрона при пролёте через магнитную систему. В качестве магнитной системы будет рассматриваться ондуляторное излучение на фундаментальной гармонике. Ондуляторное излучение имеет мнимый источник излучения в центре ондулятора, который обладает плоским фазовым фронтом, подобно гауссову пучку в центре лазерного резонатора, этим ондуляторное излучение схоже с лазерным. Поля в центре ондулятора даётся выражением [11]:

$$\tilde{E}_\perp(0, \vec{r}_\perp) = i \frac{e A_{JJ} \omega}{2c^2} \frac{K}{\gamma} \times \left[\pi - 2 \text{Si} \left(\frac{i \omega \vec{r}_\perp^2}{L_w c} \right) \right]. \quad (1.5)$$

Линейный размер мнимого источника излучения или размер перетяжки $\sigma_r = \frac{\sqrt{\lambda L_w}}{4\pi}$ в источнике [12] определяют пятно когерентности на источнике [6]. Другими словами, ондуляторное излучение от одного электрона полностью поперечно когерентно. Размер зоны когерентности на источнике задаёт нормированный размер электронного пучка $N_{x,y} = \frac{2\pi\sigma_{x,y}^2}{\lambda L_w}$, где $\sigma_{x,y}^2$ — x — и y — линейные размеры электронного пучка, в то же время длина волны излучения λ задаёт масштаб, объекты меньшие длины волны вообще не различаются. Если размер электронного пучка много меньше, то весь электронный пучок будет излучать как один электрон — когерентно, если размер электронного пучка больше размера пятна когерентности на источнике, то когерентно будут излучать только части электронного пучка.

[привести практический пример из работы GG]

Глава 2. Методы моделирования ондуляторного излучения от пучка с конечным эмиттансом

[интро] [сделать обзор литературы по тому какие подходы в основном реализуются сейчас: Гаусс-Шелл модель, указать на несоответствие того, что ондуляторное излучение имеет форму синк-функции]

2.1 О статистических свойствах синхротронного излучения

Электромагнитное излучение от электронного пучка с конечным эмиттансом может быть представлено как сумма полей от каждого индивидуального электрона. Каждый k электрон в пучке имеет свою координату $-\vec{\eta}_k$, угол $-\vec{l}_k$, отсчитываемые от проектной траектории, а также продольную координату или, другими словами, время прибытия t_k относительно некоторого времени t_0 , вклад которого в $r\omega$ -пространстве будет умножением поля на фазовый фактор $\exp(i\omega t_k)$. Указанные величины подчиняются некоторым распределениям плотности вероятности, для накопительных колец в модельных случаях это распределение Гаусса. В данном случае не рассматривается разброс электронов по энергии, он будет включён в рассмотрение позже. Объём фазового пространства, который составляют эти шесть переменных, и есть эмиттанс электронного пучка. Результирующее поле от N_e электронов можно записать следующим образом:

$$\bar{E}_b(z, \vec{r}, \omega) = \sum_{k=1}^{N_e} \bar{E}(\vec{\eta}_k, \vec{l}_k, z, \vec{r}, \omega) \exp(i\omega t_k), \quad (2.1)$$

Для электронов в накопительных кольцах случайные величины $\vec{\eta}_k$ и \vec{l}_k не зависят от времени прибытия t_k . Модуля поля $\bar{E} = |\bar{E}_k| \exp i\phi_k$ имеет независимой от k одинаковое распределение со средним $\langle |\bar{E}_k| \rangle$ и конечным вторым моментом $\langle |\bar{E}_k|^2 \rangle$. [Всё это здорово, но должно откуда-то следовать. По всей видимости, эти предположения следуют из наличия

дробового шума в электронном пучке (затухание и квантовая раскачка бетатронных колебаний). Нужна объяснительная команда.].

Результирующее поле \bar{E}_b является суммой вкладов от каждого электрона в пучке и по своей структуре в правой части уравнения 2.1 записан некоторый фазор. Следуя предпосылкам центральной предельной теоремы (ЦПТ), можно показать, что \bar{E}_b комплексная Гауссова переменная. Другими словами, амплитуда поля в каждой точке \vec{r} подчиняется гауссовому распределению. Однако, предпосылки ЦПТ выполняются для двух практически значимых предельных случаев: случай длинного $\omega\sigma_T \gg 1$ и короткого электронного пучка $\omega\sigma_T \gg 1$, где σ_T – длительность электронного пучка [а что не так с $\omega\sigma_T \sim 1$?]. В случае длинного электронного пучка величина ωt_k равномерно распределена в пределах от 0 до 2π и излучение продольно некогерентно, для короткого пучка фазовый множитель $\exp(i\omega t_k)$ может быть взят равным единице и излучения является продольно когерентным.

2.2 Численное моделирование ондуляторного излучения

Формула 2.1 используется напрямую при моделирования ондуляторного излучения, как продольно когерентного так и некогерентного. Общий вид поля ондуляторного излучения от одного электрона с некоторыми углом $\vec{\eta}_k$ и координатой \vec{l}_k может быть записан как [11] [спросить Джанлуку про эту формулу]:

$$\bar{E}_\perp(z_0, \omega, \vec{\eta}_k, \vec{l}_k, \vec{\theta}) = - \frac{\omega e A_{JJ} L_s}{2c^2 z_0} \frac{K}{\gamma} \exp \left[i \frac{\omega z_0}{2c} \left| \vec{\theta} - \vec{l}/z_0 \right|^2 \right] \times \text{sinc} \left[\left(k_w \frac{\Delta\omega}{\omega} + \frac{\omega |\vec{\theta} - (\vec{l}/z_0) - \vec{\eta}|^2}{2c} \right) \frac{L_s}{2} \right], \quad (2.2)$$

где $\vec{\theta} = \vec{r}/z_0$ [пояснить все новые параметры]. Формула 2.2 даёт распределение амплитуды поля в дальней зоне ($z_0 \gg L_w$ [и что-то ещё]). Чтобы получить более точно выражение это поле должно быть отпропагировано назад в центр ондулятора с помощью пропагатора свободного про-

странства. Распределение поля в мнимом источнике излучения: [Откуда
взялась информация, которой не было. Нужна пояснительная команда.]

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{\perp}(0, \vec{\eta}, \vec{l}, \vec{r}_{\perp}) &= i \frac{e A_{JJ} \omega}{2c^2} \frac{K}{\gamma} \exp \left[i \frac{\omega}{c} (\vec{r}_{\perp} - \vec{l}) \right] \\ &\times \left[\pi - 2 \text{Si} \left(\frac{i\omega |\vec{r}_{\perp} - \vec{l}|^2}{L_w c} \right) \right],\end{aligned}\quad (2.3)$$

после этого поле можно распространять на любую дистанцию вдоль оптической оси z_0 . Снова применяя пропагатор свободного пространства, получаем:

$$\begin{aligned}\bar{E}_{\perp}(z_0, \omega, \vec{\eta}_k, \vec{l}_k, \vec{r}) &= \frac{e A_{JJ} \omega}{2c^2} \frac{K}{\gamma} \exp \left[i \frac{\omega}{2z_0 c} (|\vec{r}_{\perp} - \vec{l}|^2 - |\vec{r}_{\perp} - \vec{l} - z_0 \vec{\eta}|^2) \right] \\ &\times \left\{ \text{Ei} \left[\frac{i\omega (\vec{r}_{\perp} - \vec{l} - z_0 \vec{\eta})^2}{2z_0 c - L_w c} \right] - \text{Ei} \left[\frac{i\omega (\vec{r}_{\perp} - \vec{l} - z_0 \vec{\eta})^2}{2z_0 c + L_w c} \right] \right\}.\end{aligned}\quad (2.4)$$

Рассчитанное таким образом поле может быть рассчитано для любого значения z_0 , такое поле называют поле в приближении ближней зоны, так как эта формула применим для значение $z_0 \sim L_w$. Обе формулы 2.2 и 2.4 имеют практическую ценность при моделировании, однако при использовании выражения 2.4 время на моделирование значительно увеличивается, так как необходимо дважды численно взять интеграл $\text{Ei}(\cdot)$.

После расчёта суммарного поля с N_e электронами получившиеся монохроматическое поле по своей сути есть одна статистическая реализация поля. [переформулировать следующее предложение] Физически это значит следующее, если экспериментатор измерит распределение интенсивности поля на детекторе от пролёта одного электронного пучка, используя монохроматор с разрешением, которое позволит разрешить одну продольную моду излучения, то на детекторе будет распределение эквивалентное по своим статистическим свойствам распределению, представленному на Рис..

После усреднения по N_b реализациям (с идеальным монохроматором¹), наблюдаемая интенсивность даётся выражением:

$$I_\omega = \left\langle \left| \sum_{k=1}^{N_e} \bar{E}(\vec{\eta}_k, \vec{l}_k, z, \vec{r}, \omega) \exp(i\omega t_k) \right|^2 \right\rangle, \quad (2.5)$$

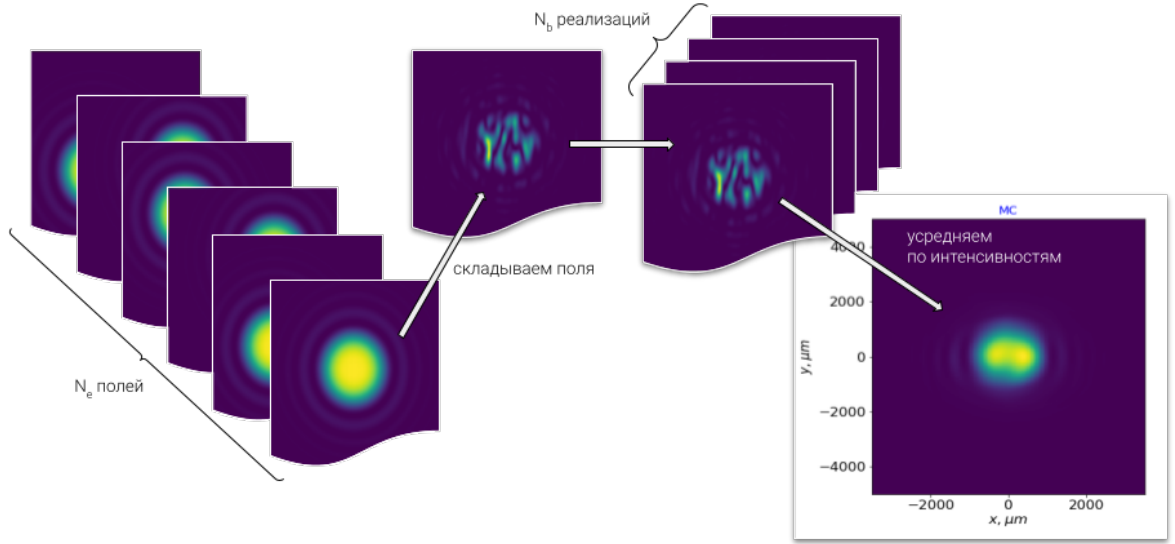


Рисунок 2.1 — Схема работы метода сложения амплитуд [перерисовать, изменить подпись]

результатирующая интенсивность будет сходиться к некоторой огибающей. В грубом приближении огибающая является свёрткой распределения расходимости излучения и распределения расходимости электронного пучка. Данный подход является наиболее прямым подходом к задаче моделирования частично когерентного излучения, однако время расчёта в таком случае может быть оценено как время затрачиваемое на расчёт одной одного поля N_e раз по формуле 2.2 или 2.4, в последней, как уже упоминалось, необходимо дважды численно взять интеграл $Ei(\cdot)$ и потом усреднить по N_b реализациям поля \bar{E}_b . Итого, если за τ_{calc} взять время расчёта одного поля, то расчёт одного результирующего поля в сумме займёт $T_{calc} = \tau_{calc} \cdot N_e \cdot N_b$.

Однако в случае полностью некогерентного излучения время расчёта можно сократить за счёт фазового фактора $\exp(i\omega t_k)$, который эф-

¹другими словами, монохроматором разрешается одна поперечная мода

фактивно приводит к тому, что отдельный электрон в электронном пучке коррелирует только с самим собой [6]. Таким образом формула 2.5 упрощается до

$$I_{\omega} = \sum_{k=1}^{N_e} \left| \bar{E}(\vec{\eta}_k, \vec{l}_k, z, \vec{r}, \omega) \right|^2, \quad (2.6)$$

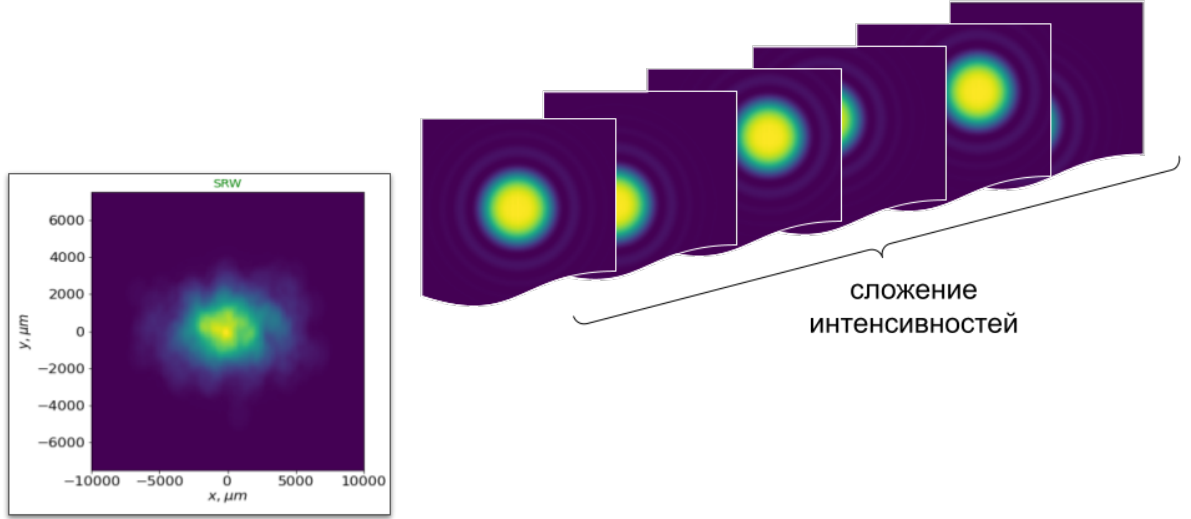


Рисунок 2.2 — Схема метода сложения интенсивностей [перерисовать, изменить подпись]

а время расчёта уменьшается до $T_{calc} = \tau_{calc} \cdot N_e$. Недостатком такого подхода можно считать потерю фазовой информации о излучение и, следовательно, невозможности расчёта поперечной автокрелляционной функции первого порядка [Можно ли через второй порядок найти первый? Нужна пояснительная команда]. Тем не менее, подход основанный на формуле 2.6 даёт мощный метод расчёта частично когерентного излучения. Именно этот подход реализован в широко распространённом коде SRW [cite].

2.2.1 Влияние размера электронного пучка на расходимость излучения

[где такой эффект можно неожиданно встретить?]

[когерентный случай]

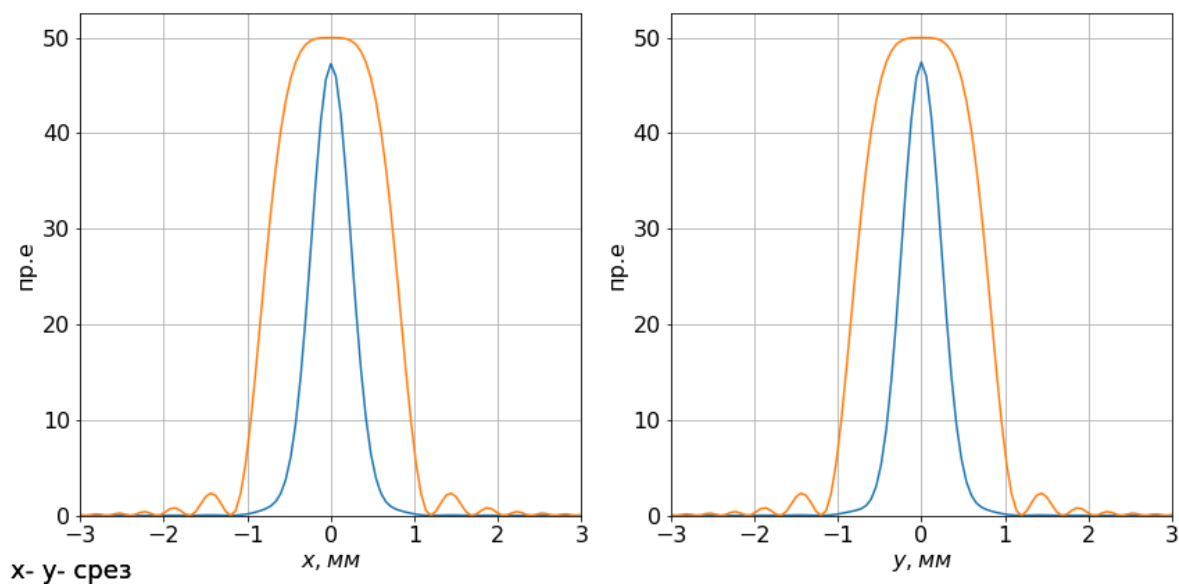


Рисунок 2.3 — Интенсивность комплексного гауссового шума

[некогерентный случай]

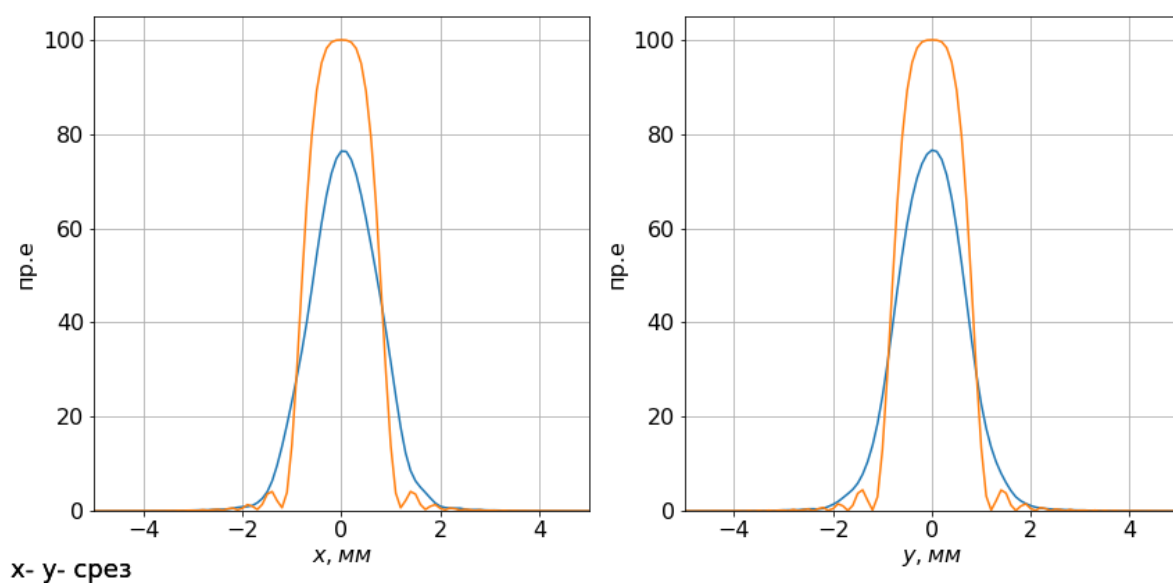


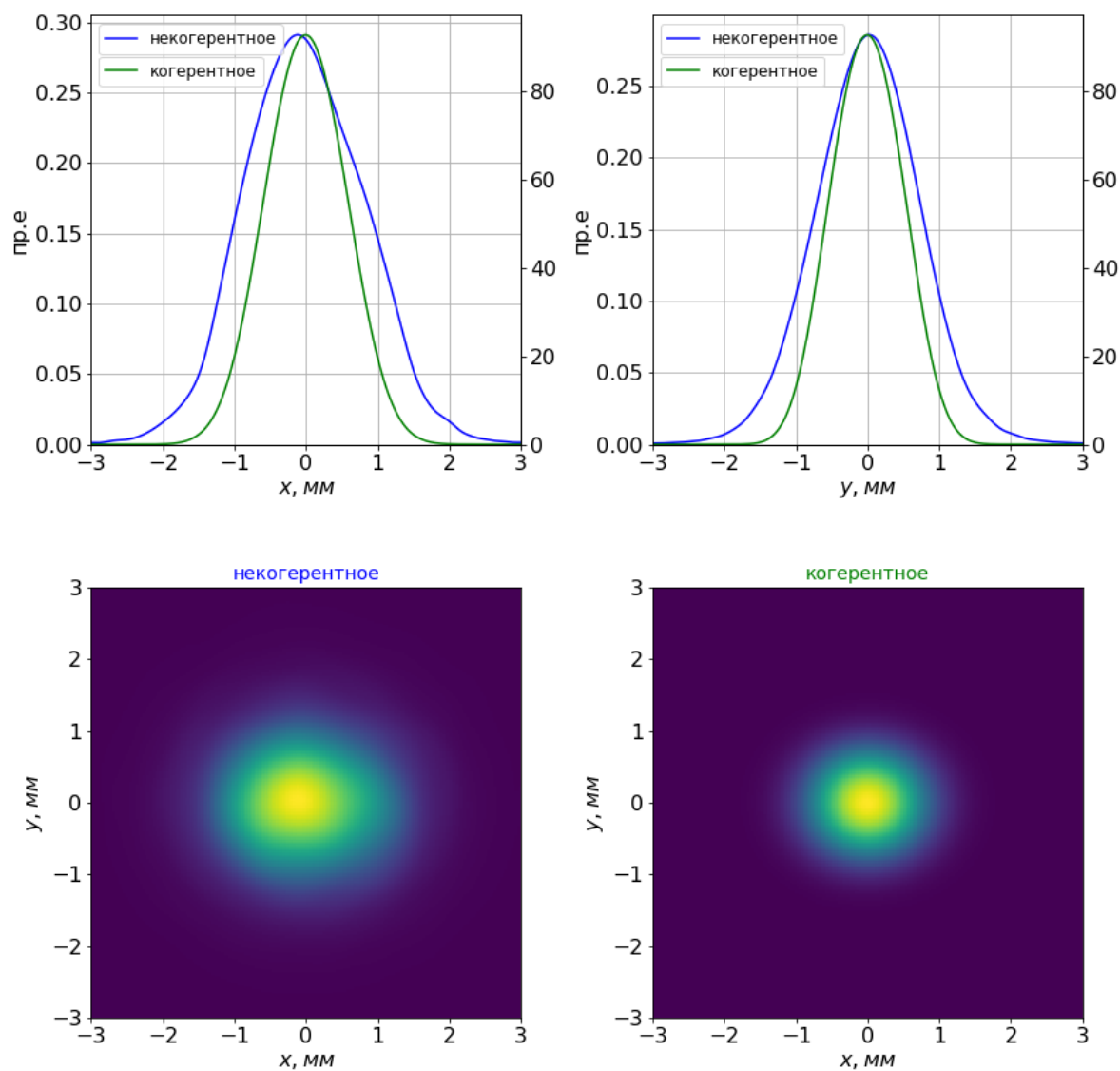
Рисунок 2.4 — Интенсивность комплексного гауссового шума

2.2.2 Различие расходимости излучения для случая продольно полностью когерентного и некогерентного пучка

В зависимости от длительности электронного пучка результирующее поле \bar{E}_b будет вести себя по-разному. В случае короткого электронного пучка: $\omega\sigma_T \ll 1$, где σ_T – длительность электронного сгустка, излучение будет продольно когерентным, в иностранной литературе этот эффект называется Coherent Synchrotron Radiation (CSR). Методы моделирования такого излучения рассмотрены в работах [cite]. Приближение короткого электронного пучка справедливо для низких энергий [каких?]. Случай длинного электронного пучка, а именно $\omega\sigma_T \gg 1$ соответствует случаю продольно некогерентного излучения, а для уравнения 2.1 это означает, что показатель экспоненты $\omega\sigma_T$ равномерно распределён в интервале от 0 до 2π .

[отличие на $\sqrt{2}$]

[где такой эффект можно неожиданно встретить?]



x- y- срез

Рисунок 2.5 — Интенсивность комплексного гауссового шума

2.2.3 Влияние энергетического разброса электронного пучка на расходимость излучения

[Как-то влияет]
[картинки моделирования]

2.3 Метод ограничения пространственных гармоник огибающими: SERVVAL

В работе предлагается эффективный метод для моделирования частично когерентного излучения, основанный на ограничении пространственного шума огибающими поля. Метод заключается в имитации дробового шума в электронном пучке комплексным Гауссовым шумом и последующим его ограничением пространственных мод этого шума эффективным размером и расходимостью электромагнитного поля в источнике. Эффективный размер и расходимость поля оценивается как соответствующая свёртка распределения электронного пучка с распределением поля от электронного пучка с бесконечно малым поперечным эмиттансом в источнике излучения – центре ондулятора. Выбор позиции в центре ондулятор объясняется тем, что ондуляторное излучение имеет плоский волновой фронт именно в центре ондулятора, этим оно схоже лазерными Гауссовыми пучками.

2.3.1 Алгоритм получения поля

Для начала алгоритм будет представлен в общем виде, без уточнения чем определяются распределение размера и расходимости излучения и, в целом, без относительно характера источника излучения – в нашёл случае ондулятора.

1. Создание комплексного гауссового шума $Z = X + iY$ в $r\omega$ -пространстве, где величины X и Y подчиняются нормальному распределению.

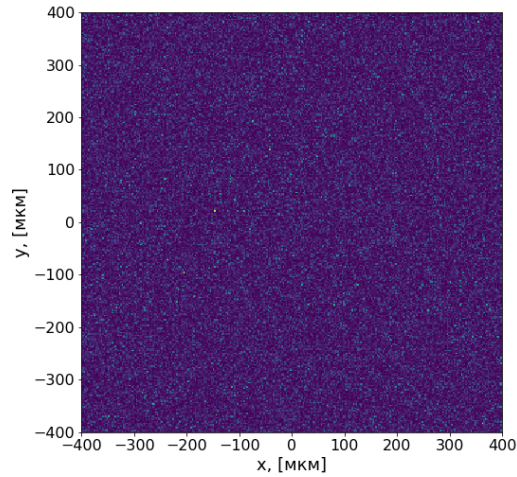


Рисунок 2.6 — Интенсивность комплексного гауссового шума

2. Ограничение шума эффективным размером электромагнитного излучения в [перетяжке].

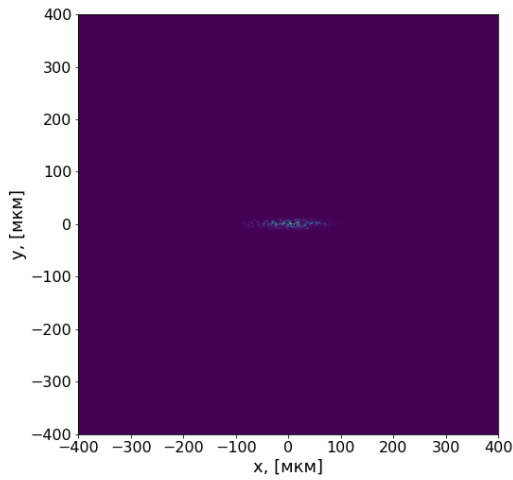


Рисунок 2.7 — Размер электромагнитного излучения в перетяжке наложенный на шум

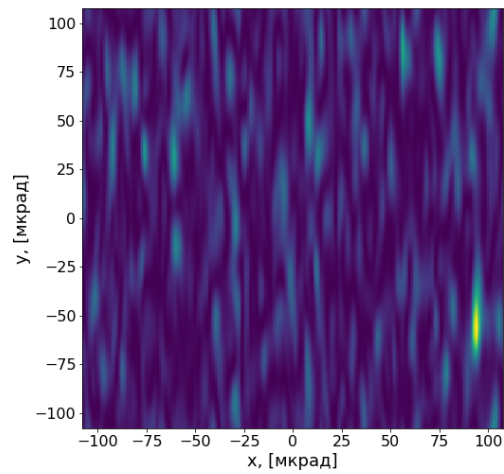


Рисунок 2.8 — Получившиеся моды в $k\omega$ -пространстве от размера электронного пучка

3. Ограничение пространственных мод эффективной расходимостью излучения

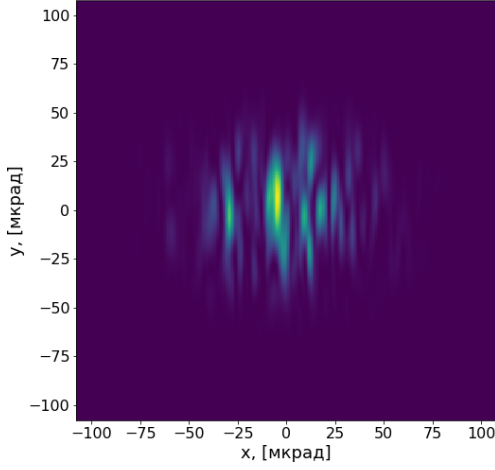


Рисунок 2.9 — Расходимость
излучения

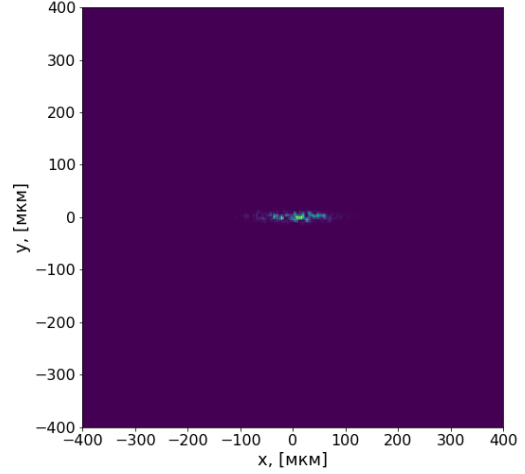


Рисунок 2.10 — Размер
излучения в источнике

4. Распространение излучения через оптическую систему

2.3.2 Выбор подходящих огибающих

При выполнении второго шага выполняется операция умножения шума, на распределение размера излучения. Размер излучения в случае электронного пучка с бесконечно малым поперечным эмиттансом может быть получено, как обратная пропация излучения в дальней зоне 2.2 обратно в центр ондулятора посредством пропагатора в свободном пространстве. Выражение для распределения поля в центре ондулятора даётся выражением:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\perp}(0, \vec{\eta}, \vec{l}, \vec{r}_{\perp}) = & i \frac{e A_{JJ} \omega}{2c^2} \frac{K}{\gamma} \exp \left[i \frac{\omega}{c} (\vec{r}_{\perp} - \vec{l}) \right] \\ & \times \left[\pi - 2 \text{Si} \left(\frac{i \omega |\vec{r}_{\perp} - \vec{l}|^2}{L_w c} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

Для того, чтобы получить распределение амплитуды (интенсивности) излучение в случае электронного пучка с конечным эмиттансом следует произвести свёртку распределение размера электронного пучка $f(\vec{r})$ с распределением излучения амплитуды (интенсивности) от пучка с бес-

конечно малым эмиттансом.

$$\bar{A}_b(0, \vec{r}) = (\tilde{A}_\perp(0, 0, 0, \vec{r}_\perp) * f(\vec{r}_\perp)), \quad (2.8)$$

тоже для шага 3. для расходимости.

$$\hat{A}_b(0, \vec{\theta}, \omega) = (\hat{\tilde{A}}_\perp(0, 0, 0, \vec{\theta}_\perp) * \hat{f}(\vec{\theta}_\perp)), \quad (2.9)$$

именно $\bar{A}_b(0, \vec{r})$ и $\hat{A}_b(0, \vec{\theta}, \omega)$ используются при ограничении пространственных гармоник огибающими. Однако, точный вид огибающих пока не затрагивался, а именно следует ли использовать в качестве свёртываемых функций амплитудные распределения, распределения интенсивности или же третий вариант квадратный корень из квадратов амплитуд.

$$\begin{aligned} \text{I. } \bar{A}_b(0, \vec{r}) &= (\tilde{E}_\perp(0, 0, 0, \vec{r}_\perp) * f(\vec{r}_\perp)) \\ \hat{A}_b(0, \vec{\theta}) &= (\hat{\tilde{E}}_\perp(0, 0, 0, \vec{\theta}_\perp) * \hat{f}(\vec{\theta}_\perp)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II. } \bar{A}_b(0, \vec{r}) &= \sqrt{(\tilde{E}_\perp^2(0, 0, 0, \vec{r}_\perp) * f^2(\vec{r}_\perp))} \\ \hat{A}_b(0, \vec{\theta}) &= \sqrt{(\hat{\tilde{E}}_\perp^2(0, 0, 0, \vec{\theta}_\perp) * \hat{f}^2(\vec{\theta}_\perp))} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III. } \bar{A}_b(0, \vec{r}) &= (|\tilde{E}_\perp(0, 0, 0, \vec{r}_\perp)| * f(\vec{r}_\perp)) \\ \hat{A}_b(0, \vec{\theta}) &= (|\hat{\tilde{E}}_\perp(0, 0, 0, \vec{\theta}_\perp)| * \hat{f}(\vec{\theta}_\perp)) \end{aligned}$$

Чтобы выбрать для каждого из случаев наиболее подходящую огибающую проще всего проверить поведение поля в обычной фокусирующей системе, каким образом поле выглядит в дальней зоне и после фокусировки в фокальной плоскости. Сравнив поля, рассчитываемые методом SERVAL с наиболее реалистичным методом, основанным на подходе Монте-Карло будет сделан вывод о применимости огибающих I., II. и III.

[картинки различных распределений в случае почти когерентного источника в одном направлении и некогерентного источника в другом]

2.4 Сравнение метода Монте-Карло, SRW и SERVAL

2.4.1 Дифракция на апертуре

2.4.2 Фокусировка

2.4.3 Фокусировка сферическим зеркалом с шероховатостями

Глава 3. Корреляционный анализ модовой структуры

Заключение

Основные результаты работы заключаются в следующем.

Список литературы

1. *Bartolini R.* Challenges in the design and construction of diffraction limited light sources. — Hamburg, 2021. — Conference talk at DESY usres' meeting 2021.
2. *Hettel R.* Challenges in the Design of Diffraction-limited Storage Rings // Proceedings of the 5th Int. Particle Accelerator Conf. — 2014. — Vol. IPAC2014. — 5 pages, 0.551 MB. — DOI: 10.18429/JACOW-IPAC2014-MOXBA01. — URL: <http://jacow.org/ipac2014/doi/JACoW-IPAC2014-MOXBA01.html> (visited on 04/22/2021) ; Artwork Size: 5 pages, 0.551 MB ISBN: 9783954501328 Medium: PDF Publisher: JACoW Publishing, Geneva, Switzerland.
3. SHADOW3: a new version of the synchrotron X-ray optics modelling package / M. Sanchez del Rio [et al.] // Journal of Synchrotron Radiation. — 2011. — Sept. — Vol. 18, no. 5. — P. 708–716. — DOI: 10.1107/S0909049511026306. — URL: <http://scripts.iucr.org/cgi-bin/paper?S0909049511026306> (visited on 04/22/2021).
4. *Goodman J.* Introduction to Fourier Optics. — W. H. Freeman, 2005. — (McGraw-Hill physical and quantum electronics series). — ISBN 978-0-9747077-2-3. — URL: https://books.google.ru/books?id=ow5xs_Rtt9AC.
5. *Chubar O., Elleaume P.* Accurate and efficient computation of synchrotron radiation in the near field region // proc. of the EPAC98 Conference. — 1998. — c. 1177–1179.
6. Transverse coherence properties of X-ray beams in third-generation synchrotron radiation sources / G. Geloni [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2008. — Apr. — Vol. 588, no. 3. — P. 463–493. — DOI: 10.1016/j.nima.2008.01.089. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900208001605> (visited on 02/22/2021).

7. *Cittert P. H. van.* Die Wahrscheinliche Schwingungsverteilung in Einer von Einer Lichtquelle Direkt Oder Mittels Einer Linse Beleuchteten Ebene // *Physica*. — 1934. — янв. — т. 1, № 1. — с. 201—210. — DOI: 10.1016/S0031-8914(34)90026-4. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031891434900264> (дата обр. 20.04.2021).
8. *Zernike F.* The concept of degree of coherence and its application to optical problems // *Physica*. — 1938. — Aug. — Vol. 5, no. 8. — P. 785–795. — DOI: 10.1016/S0031-8914(38)80203-2. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0031891438802032> (visited on 04/20/2021).
9. *Goodman J.* Statistical Optics. — Wiley, 2015. — (Wiley Series in Pure and Applied Optics). — ISBN 978-1-119-00946-7. — URL: <https://books.google.ru/books?id=9OI8CAAAQBAJ>.
10. *Cullity B. D.* Elements of X-ray Diffraction. — Addison-Wesley Publishing Company, 1956. — ISBN 978-0-201-01230-9. — Google-Books-ID: XJVCgGFTODMC.
11. Fourier treatment of near-field synchrotron radiation theory / G. Geloni [et al.] // *Optics Communications*. — 2007. — Aug. — Vol. 276, no. 1. — P. 167–179. — DOI: 10.1016/j.optcom.2007.03.051. — URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030401807003367> (visited on 02/26/2021).
12. *Geloni G., Kocharyan V., Saldin E.* Brightness of Synchrotron radiation from Undulators and Bending Magnets // arXiv:1407.4591 [physics]. — 2014. — июль. — URL: <http://arxiv.org/abs/1407.4591> (дата обр. 21.04.2021) ; arXiv: 1407.4591.

Глоссарий

Эмиттанс релятивистского электронного пучка – площадь фазового пространства в x, x', y, y' поперечных координатах, в работе не рассматривается понятие эмиттанса как объём шестимерного фазового пространства.

Пропагация излучения – распространение волнового фронта вдоль оптической оси от плоскости с позицией z_1 до позиции z_2 .

Si(\cdot) – интегральный синус.

Комплексный гауссов шум – статистический процесс описываемый комплексным нормальным распределением: $Z = X + iY$, где X и Y нормальные распределения со средним 0 и вариацией равной единице. В работе под комплексным гауссовым шумом подразумевается двумерный (или трехмерный) массив величин, где значение каждого элемента является комплексная случайная величина Z .

SERVAL – хищное млекопитающее семейства кошачьих, в работе используется как условное название для наименования предложенного метода моделирование частично когерентного поля ограничением пространственных гармоник комплексного гауссового шума огибающими поля.

Макроэлектрон – понятие используемое при моделировании излучения электронного пучка, так как количество электронов в реальном электронном пучке велико и зачастую нет возможности моделировать на компьютере отдельно, приходится разбивать электронный пучок на кластеры – макроэлектроны, число которых возможно моделировать на обычном персональном компьютере.

Метод сложения амплитуд – метод для расчёта излучения электронного пучка с конечным эмиттансом, основанный на сложении полей каждого макроэлектрона с последующим усреднением по статистическим реализациям.

Метод SRW

Спайковая структура синхротронного излучения

SASE2