UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA

Escuela Profesional de Ingeniería Electrónica

Informe

Laboratorio 03: Control LQR

Alumnos

Tudela Taco, Verner Leonidas
Quispe Acostupa, Wilson
Nuñez Ccallo, María Laura
Cabana Huaman, Isaías

Profesor: Dr. Juan C. Cutipa Luque

22 de diciembre de 2021

Resumen

Este documento presenta el informe del Laboratorio 02 donde se observa y valida el comportamiento numéricamente y gráficamente mediante simulación en Gnu-Octave, también utiliza y analiza de forma correcta las leyes de control por backstepping, modos deslizantes, MRAC y su robustez ante parámetros inciertos del sistema de segundo orden presentado en clase de teoría. En este laboratorio observaremos el comportamiento de una ley de control obtenida en las clases de teoría para verificar si dicha ley de control es apta para el sistema dado y además si es robusta para algunas condiciones. También se aplicará algunas incertidumbres que se tomó en cuenta en los cálculos y además se mostrará para valores que no se tomaron en cuenta en los cálculos matemáticos.

Índice

1. Objetivos

Retener los conocimiento del control óptimo de manera práctica a través de validación numérica.

2. Fundamento Teórico

Los contenidos abordados en la asignatura que se encuentran en el aula virtual de la UNSA https://aulavirtual.unsa.edu.pe/aulavirtual/, temas 11-19

3. Materiales

- Computador.
- Planta de tanques Quanser, disponible en el Laboratorio LIFE.
- Scilab, software libre.
- Experiencia 3: Guía de laboratorio de control de Procesos [1].
- Cuaderno de apuntes.

4. Procedimientos

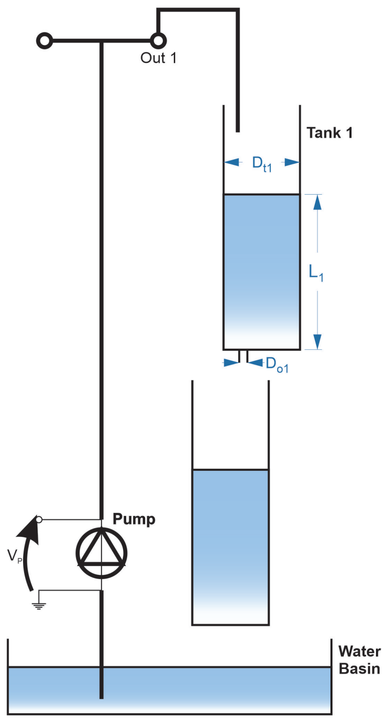

Figura 1: Esquemático de control de nivel de tanques

Se presentan los procedimientos de la presente experiencia de Laboratorio:

1. **Modele la planta de control de nivel de tanque acoplados de la Fig. 1.**

Considerando el tanque 1 del sistema, describimos nuestras ecuaciones. La variación del volumen del tanque es:

$$\frac{\delta V_1}{\delta t} = \frac{Q_i 1}{A_1} - \frac{Q_o 1}{A_1}\ ;\ V_1 = A_1 L_1 \tag{1}$$

Operando la ecuación 1, tenemos:

$$\frac{\delta L_1}{\delta t} = \frac{Q_{i1}}{A_1} - \frac{Q_{o1}}{A_1} \tag{2}$$

Donde:

V_1	: Volumen del tanque 1
Q_{i1}	: Caudal de entrada del sistema
Q_{o1}	: Caudal de salida del tanque 1
A_1	: Área de la base del tanque 1
L_1	: Altura del tanque 1

Considerando la bomba con motor de CC:

$$Q_{i1} = K_p.V_p \tag{3}$$

Donde K_p, como la ganancia del motor y siendo V_p como la tensión suministrada al motor.

A través del principio de Bernoulli, para el desagüe de un tanque cilíndrico con orificio en su base, obtenemos la ecuación de Bernoulli, donde v_{01} es la velocidad de salida:

$$v_{o1} = \sqrt{2gL_1}$$

Siendo A_{01} el área del orificio de salida, nuestro caudal de salida se define como:

$$Q_{o1} = A_{o1} v_{o1}$$

$$Q_{o1} = A_{o1}\sqrt{2gL_1} \tag{4}$$

Reemplazando (3) y (4) en (2) obtenemos:

$$\frac{\delta L_1}{\delta t} = -\frac{A_{o1}}{A_1}\sqrt{2gL_1} + \frac{K_p}{A_1} V_p \tag{5}$$

Suponiendo que queremos medir altura del tanque L_1 y el caudal de salida Q_{o1}, nuestra salida queda definida como:

$$y = \left[A_{o1}\sqrt{2gL_1}\right] \tag{6}$$

Haciendo el cambio de variable con $x = L_1$ y $u = V_p$, el sistema en espacios de estados resulta:

$$\dot{x} = -\frac{A_{o1}}{A_1}\sqrt{2gx} + \frac{K_p}{A_1} u$$

$$y = \left[A_{o1}\sqrt{2gx}\right] \tag{7}$$

donde:

A_{o1}	: Área de salida del tanque 1
A_1	: Área del tanque 1
K_p	: Ganancia del motor
g	: gravedad
x	: Altura del tanque 1
u	: Variable de control
$A_{o1}\sqrt{2gx}$	: Caudal de salida

2. **Linealice el modelo usando el entorno Xcos de Scilab y compruebe los valores de las matrices de espacio de estados A,B,C y D.**

   Obtenemos los puntos de equilibrio del sistema, teniendo en cuenta la forma $\dot{x} = f(x) + g(x)u$, donde sucede que $\dot{x} = 0$ cuando $f(x) = 0$ y $g(x)u = 0$:

$$0 = -\frac{A_{o1}}{A_1}\sqrt{2gx} + \frac{K_p}{A_1}u$$

$$-\frac{A_{o1}}{A_1}\sqrt{2gx} = 0 \;\; ; \;\; \frac{K_p}{A_1}u = 0$$

$$x_e = 0 \;\; ; \;\; u_e = 0$$

   Linealizamos la ecuación (7) usando la matriz jacobiana [1], en un sistema de primer orden obtenemos:

$$A = \left[\frac{d[f(x)]}{dx}\right] = -\left[\frac{A_{o1}}{A_1}\sqrt{\frac{g}{2x}}\right]\Bigg|_{x_e} \tag{8}$$

$$B = \left[\frac{d[g(x)u]}{du}\right] = \left[\frac{K_p}{A_1}\right]\Bigg|_{u_e} \tag{9}$$

$$C = \left[\frac{d[y(x)]}{dx}\right] = \left[A_{o1}\sqrt{\tfrac{g}{2x}}\right]\Big|_{x_e} \tag{10}$$

$$D = 0 \tag{11}$$

   Aproximamos el punto de equilibrio x_e como un valor muy pequeño eligiendo $x_e = 10^-6$ debido a que no toda el agua de la base del tanque logra drenar, colocamos los datos del sistema:

K_p	=	5x10^{-3} m^3/sV	
g	=	9.8 m/s^2	
D_t1	=	0.15 m	diametro taque 1
D_o1	=	0.05 m	diametro desague tanque 1

Tabla 1: Valores del sistema

$$A = \left[\frac{d[f(x)]}{dx}\right] = [-245{,}95] \tag{12}$$

$$B = \left[\frac{d[g(x)u]}{du}\right] = [0{,}2829] \tag{13}$$

$$C = \left[\frac{d[y(x)]}{dx}\right] = [4{,}3464] \tag{14}$$

$$D = 0 \tag{15}$$

Reemplazamos en la forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

obteniendo

$$\dot{x} = -245{,}95x + 0{,}2829u$$
$$y = \begin{bmatrix} 4{,}3464 \end{bmatrix} x$$

Seguidamente comprobamos la respuesta lineal a través de una gráfica resultando de una simulación en diagrama de bloques a través del software libre *Scilab* anexados en el cuestionario 9 (edsonj, edsonjParameters, edsonjXcos):

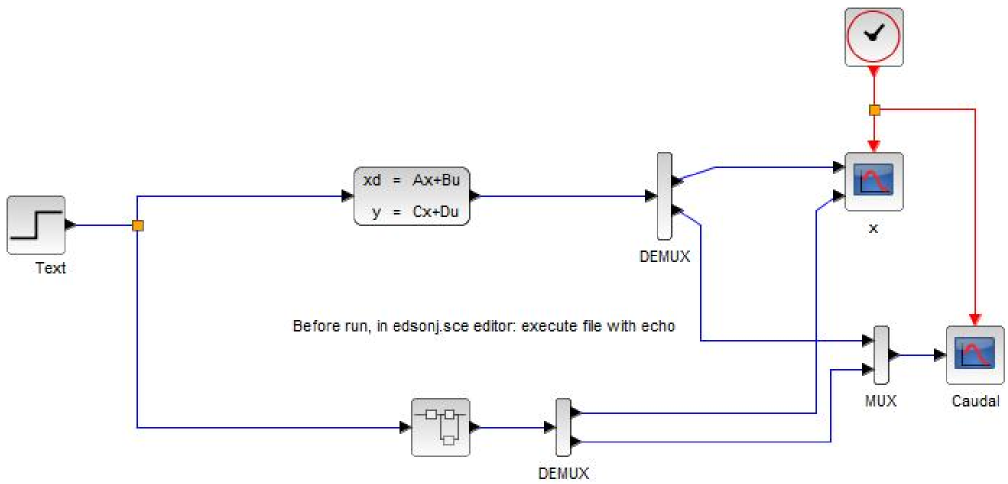

Figura 2: Diagrama de bloquesde la simulación linealizada y no lineal

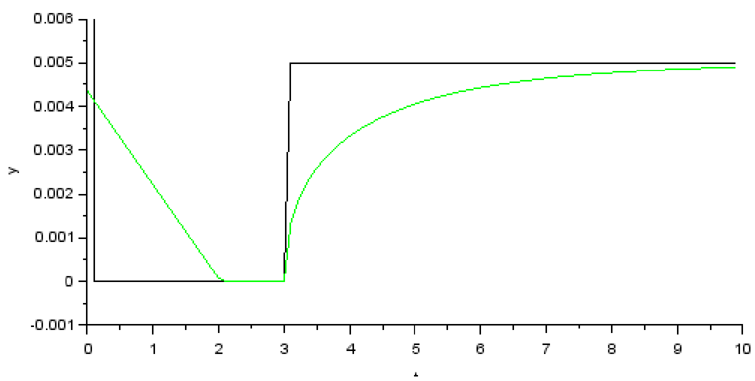

Figura 3: Respuesta de sistema linealizado y no lineal (Scilab)

En la Figura 3 observamos la respuesta linealizada (color negro) y la respuesta no-lineal (color verde), donde concuerdan los puntos de equilibrio para un escalón de $u = 1$ en el tiempo de $t = 3s$.

3. **Proyecte un controlador LQR.**

   Se puede ver que el sistema es inestable ya que tiene polos en la parte real positiva, debido a la falta del controlador.

Proyectamos un controlador LQR mediante diagrama de bloques en el entorno Scilab que se muestra a continuación:

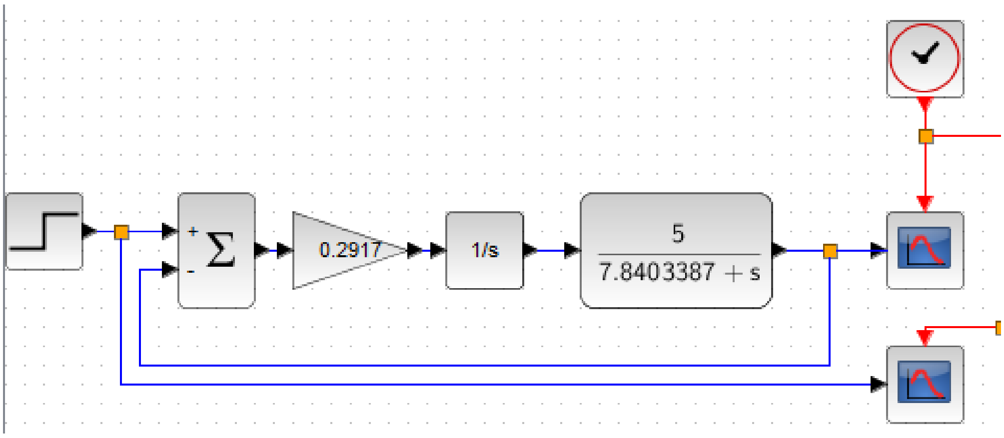

Figura 4: Controlador LQR

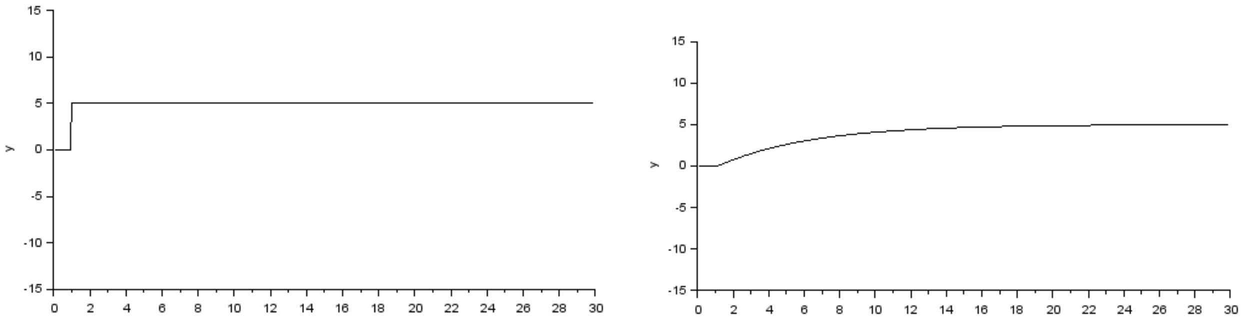

Figura 5: control LQR con entrada escalón unitario

En la figura 5 de observa la entrada escalón unitario con un valor final de 5 y como se observa en la figura 5 en la salida el controlador estabiliza el sistema a un valor de 5.

4. **Plotear las respuestas en frecuencia de la funciones de transferencia en malla abierta y em malla cerrada.**

5. **Plotear las respuestas en tiempo del sistema controlado.**

6. **Proyecte un controlador H infinito.**

7. **Plotear las respuestas en frecuencia de la funciones de transferencia en malla abierta y en malla cerrada.**

8. **Plotear las respuestas en tiempo del sistema controlado.**

5. Cuestionario

1. **Cuales son las limitaciones del LQR respecto del control H infinito.**

   Las respuestas de las variables utilizando los controladores H ∞ lineales son más suaves y tienen una mayor velocidad de establecimiento que con la estrategia de optimización LQR desarrollada..

2. **Es necesario el uso de un observador de estados para esta planta? Justifique.**

   No, porque nuestra salida es la cantidad de agua que sale del tanque, caudal, y según nuestra gráfica de la figura 3 nuestra respuesta esta siendo bien aproximada.

3. El control H-infinito gasta menor recurso computacional en la hora de implementación? Porque?

4. **¿El actuador (bomba) tiene limites de actuación? ¿Cuáles son?**

   No podemos darle una tensión (u) muy alta a la bomba, ya que es una bomba real y está sometida a los límites de acción y funcionamiento especificados por su fabricante, tanto la alimentación y potencia de la bomba.

5. **¿En el módulo Quanser es posible alterar el flujo de salida del tanque 1? ¿Cómo?**

   Sí, ya que el tanque 1 siempre está desaguando y la cantidad de desague depende del volumen de agua que tenga, podemos controlar el flujo de salida a través del volumen de agua del tanque el cual es suministrado por el flujo de entrada (bomba).

6. **Caso no tuviese licencia de MATLAB, usted podría implementar el código usando software libre? Comente que software(s) usaría y cual sería el procedimiento para la generación de código?**

   Sí, se usaría el software libre Gnu-Octave o Scilab, los cuales corresponden a una alternativa del software libre ofreciendo funciones avanzadas para simular los sistemas.

   El procedimiento de generación de código no sería muy lejano a la manera de Matlab para Gnu-Octave, mientras que Scilab ofrece un simulador de bloques parecido a simulink siendo muy útil.

7. **Respecto a estrategias de control clásica basadas en PID, ¿Qué beneficios acarrean las estrategias de controla avanzado? Demuestre mediante simulación numérica.**
   Estas estrategias clásicas pueden ser mejoradas u optimizadas al complementarlas con estrategias de control avanzado, por ejemplo, un modelo de control adaptativo basado en controlador PID.

8. Implemente una acción de control en el módulo Quanser (Este punto será obviado en educación a distancia y por el COVID-19).

9. **Anexe link google drive de códigos desarrollados.**

   Los códigos realizados se anexan en el siguiente enlace: `https://drive.google.com/drive/folders/1M2yyf0f4lJ8tHXykBtEKo9-KUlel1_5p?usp=sharing`

6. Conclusiones y observaciones

- La linealización realizada a través de métodos numéricos como la matrix jacobiana evaluada en los puntos de equilibrio no logran manipulables si no se realiza una aproximación, de igual manera la linealización por Scilab, usa una aproximación de los puntos de equilibrio.

- Para diseñar el Controlador LQR se uso Octave, debido a que el limite máximo de estabilidad que el subespacio estable de la función lqr de Scilab es muy pequeño para valores menos de 1; y de acuerdo a lo explicado en clase, estos parámetros deben ser diminutos, para el cheap control.
- Los diagramas de bloques en Scilab resultan ser útiles para observar las respuestas de nuestros sistemas.

Referencias

[1] J. J. E. Slotine and W. Li. *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall, New Jersey, 1991.

Rúbrica

e1: Identifica y diagnostica problemas y los prioriza de acuerdo a su impacto o relevancia.

e2: Formula soluciones coherentes y realizables usando normas y estándares apropiados.

e3: Utiliza las técnicas y metodologías de la ingeniería electrónica para plantear, analizar y resolver problemas de ingeniería.

e4: Maneja equipos e instrumentos y utiliza software especializado propio del ejercicio profesional.

La tabla 2 refleja la evaluación del estudiante respecto este informe y mediante entrevistas.

Tabla 2: Rúbrica según Resultados del Estudiante

Alumno	e1	e2	e3	e4
Tudela Taco, Verner Leonidas				
Quispe Acostupa, Wilson				
Nuñez Ccallo, María Laura				
Cabana Huaman, Isaías				