23/24(二)浙江工业大学高等数学Ⅱ期末考试试卷

学院：________ 班级：_______ 姓名:_________ 学号:_________

任课教师（请务必填上）**:_________**

一、选择题（本题共 11 小题，每小题 3 分，共 33 分）

1. 直线$\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{5}=z$与平面$x-2y+8z-5=0$的位置关系为（　　　）.

(A) 平行；　　　　(B) 垂直；

(C) 夹角为$\pi/6$；　　　　(D) 夹角为$\pi/3$.

2. 求微分方程$y''-6y'+9y=xe^{3x}$的特解时，其特解形式应设为（　　　）.

(A) $ax+b$；　　　　(B) $(ax+b)e^{3x}$；

(C) $x(ax+b)e^{3x}$；　　　　(D) $x^2(ax+b)e^{3x}$.

3. 设$y_1(x)$是非齐次线性微分方程$y'+p(x)y=f(x)(f(x)\neq 0)$的一个解，$y_2(x)$是对应的齐次方程$y'+p(x)y=0$的一个解，C 是任意常数，则$y'+p(x)y=f(x)$的通解为（　　　）.

(A) $Cy_1(x)+y_2(x)$；　　　　(B) $Cy_1(x)-y_2(x)$；

(C) $y_1(x)-Cy_2(x)$；　　　　(D) $y_1(x)+y_2(x)+C$.

4. 考虑二元函数$f(x,y)$的下面四条性质：

①函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)连续；　　②$f'_x(x,y)$, $f'_y(x,y)$在点(x_0,y_0)连续；

③函数$f(x,y)$在点(x_0,y_0)可微分；　④偏导数$f'_x(x_0,y_0)$, $f'_y(x_0,y_0)$存在.

若用“$P\Rightarrow Q$”表示可由性质P推出性质Q，则下列四个选项中不正确的是（　　　）.

(A) ②⇒③；　　(B) ③⇒④；　　(C) ④⇒①；　　(D) ③⇒①.

5. 设R是圆$x^2+y^2=4$内, 位于直线$y=1$上方, 且在$y=\sqrt{3}x$下方的平面区域, R的面积$\iint_R d\sigma$用极坐标表示为（　　　）.

(A) $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/3}\int_{\sin\theta}^{2} drd\theta$；　　　　(B) $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/3}\int_{\sin\theta}^{2} rdrd\theta$；

(C) $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/3}\int_{\csc\theta}^{2} drd\theta$；　　　　(D) $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/3}\int_{\csc\theta}^{2} rdrd\theta$.

6. $\int_0^1 dx \int_x^1 e^{y^2} dy =$（　　　）.

(A) $\frac{e}{2}$；　(B) $\frac{e-1}{2}$；　(C) e；　(D) $e-1$.

7. 设有两空间区域，$\Omega_1 : x^2+y^2+z^2 \le R^2, z \ge 0$；$\Omega_2 : x^2+y^2+z^2 \le R^2, x \ge 0, y \ge 0,$ $z \ge 0$，则以下结论正确的是（　　　）.

(A) $\iiint\limits_{\Omega_1} xdv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} xdv$；　(B) $\iiint\limits_{\Omega_1} ydv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} ydv$；

(C) $\iiint\limits_{\Omega_1} zdv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} zdv$；　(D) $\iiint\limits_{\Omega_1} xyzdv = 4\iiint\limits_{\Omega_2} xyzdv$.

8. 设曲线$\ell : x^2+y^2=1$，则曲线积分$\int_\ell \sqrt{x^2+y^2}ds =$（　　　）.

(A) $\frac{\pi}{2}$；　(B) $\frac{2\pi}{3}$；　(C) 2π；　(D) $\frac{3\pi}{2}$.

9. 已知$\frac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$为某一函数的全微分，则$a=$（　　　）.

(A) -1；　(B) 0；　(C) 1；　(D) 2.

10. 设$\sum$是球面$x^2+y^2+z^2=4$被平面$z=1$截出的顶部,则下列积分不为零的是（　　　）.

(A) $\iint\limits_{\Sigma} xdS$；　(B) $\iint\limits_{\Sigma} ydS$；　(C) $\iint\limits_{\Sigma} zdS$；　(D) $\iint\limits_{\Sigma} xyzdS$.

11. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2, -\pi < x \le 0, \\ 4-x^2, 0 < x \le \pi \end{cases}$ 是以 2π 为周期的周期函数, $S(x)$ 是 $f(x)$ 的傅里叶级数的和函数, 则 $S(0)=$（　　　）.

(A) 2；　(B) 0；　(C) $(4-2\pi)^2$；　(D) $\frac{4-\pi^2}{2}$.

二、解答题（共 67 分）

1（6 分）. 设 $f(x)$ 为可导函数，且满足 $f(x)\cos x + 2\int_0^x f(t)\sin tdt = x+1$，求 $f(x)$.

2（6 分）. 求过点$(2,0,-3)$且与直线$\begin{cases} x-2y+4z-7=0 \\ 3x+5y-2z+1=0 \end{cases}$垂直的平面方程.

3（6 分）. 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $z^3-3xyz=1$ 确定的函数，求全微分 $dz, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

4（6 分）. 计算二重积分$\iint\limits_D (2x-y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中$D$由直线$y=1, y-x-1=0$及$x+y-3=0$所围成.

5（7 分）. 已知曲线$C:\begin{cases} x^2+y^2-2z^2=0 \\ x+y+3z=5 \end{cases}$，求$C$上距离$xOy$面最远的点和最近的点.

6（8 分）. 计算曲线积分$\int_C \frac{(x+y)dx-(x-y)dy}{x^2+y^2}$，其中$C$是沿逆时针方向的圆周$x^2+y^2=1$.

7（8 分）. 计算曲面积分$\iint\limits_\Omega dydz+dzdx+zdxdy$，其中$\Omega$为上半球面$x^2+y^2+z^2=a^2$，$z\ge 0$的上侧.

8（8 分）. 判断级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \sin\frac{1}{n^p}\,(p\in R)$的敛散性，若收敛是绝对收敛还是条件收敛.

9（8 分）. 计算幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{nx^{2n-1}}{2^n}$的收敛域及其和函数.

10（4 分）. 设数列$\{a_n\},\{b_n\}$满足$0<a_n,b_n<\frac{\pi}{2},\cos a_n-a_n=\cos b_n$，且$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}b_n=0$.

证明：若级数$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$收敛，则级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}$也收敛.