

学院：_____ 班级：_____ 姓名：_____ 学号：_____

任课教师（请务必填上）：_____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

一、选择题（本题共 11 小题，每小题 3 分，满分 33 分）

- 1、若曲线上任意一点 (x, y) 处的切线斜率等于 $-\frac{2x}{y}$ ，则该曲线是（ ）
(A) 直线； (B) 抛物线； (C) 圆； (D) 椭圆.
- 2、微分方程 $y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \sin x$ 的特解形式为（ ）
(A) $e^{-x}(a \cos x + b \sin x)$ ； (B) $e^{-x}bx \sin x + ae^{-x} \cos x$ ；
(C) $xe^{-x}(a \cos x + b \sin x)$ ； (D) $e^{-x}b \sin x + axe^{-x} \cos x$.
- 3、向量 $\vec{b} = (1, 1, -4)$ 在向量 $\vec{a} = (2, -2, 1)$ 方向上的投影等于（ ）
(A) $\frac{4}{3}$ ； (B) $-\frac{4}{3}$ ； (C) $\frac{8}{3}$ ； (D) $-\frac{8}{3}$.
- 4、与向量 $\vec{a} = (1, -1, 0)$, $\vec{b} = (0, 2, 1)$ 均垂直，且与 z 轴正向成锐角的单位向量是（ ）
(A) $(-1, -1, 2)$ ； (B) $(1, 1, -2)$ ； (C) $\frac{1}{\sqrt{6}}(-1, -1, 2)$ ； (D) $\frac{1}{\sqrt{6}}(1, 1, -2)$.
- 5、设 $u = 2xy - z^2$ ，则 u 在点 $(2, -1, 1)$ 处的方向导数最大值为（ ）
(A) 0； (B) $\sqrt{6}$ ； (C) $2\sqrt{6}$ ； (D) $3\sqrt{6}$.
- 6、 $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy =$ （ ）
(A) 0； (B) $\frac{\pi}{4}$ ； (C) $\frac{\pi}{2}$ ； (D) π .
- 7、已知 $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 2\}$ ，则 $\iiint_{\Omega} z dv =$ （ ）
(A) 2π ； (B) π ； (C) $\frac{\pi}{2}$ ； (D) 0.
- 8、曲线积分 $\int_L (4x^3 + 2y^3)dx + 6xy^2dy$ 的值（ ）
(A) 与曲线 L 及其起点、终点都有关； (B) 仅与曲线 L 的起点、终点有关；
(C) 与曲线 L 的起点、终点无关； (D) 等于零.
- 9、设 Σ 是柱面 $x^2 + y^2 = a^2$ 在 $0 \leq z \leq h$ 之间的部分，则 $\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2)dS =$ （ ）
(A) $\pi a^3 h$ ； (B) $\pi a^2 h$ ； (C) $2\pi a^4$ ； (D) $2\pi a^3 h$.

10、幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-1)^n}{3^n \cdot \sqrt{n+1}}$ 在收敛区间的两端点处 ()

- (A) 左端点发散, 右端点收敛; (B) 左端点收敛, 右端点发散;
(C) 全是收敛的; (D) 全是发散的.

11、设 $f(x) = x^3, x \in [0,1]$, 而 $s(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\pi x, x \in (-\infty, +\infty)$, 其中 $a_n =$

$2 \int_0^1 f(x) \cos n\pi x dx, n = 0,1,2, \dots$, 则 $s(-1) = ()$

- (A) -1; (B) 0; (C) 1; (D) 2.

二、解答题 (共 67 分)

1、(6 分) 设 $\varphi(u, v, w)$ 有一阶连续偏导数, 且 $z = z(x, y)$ 是由 $\varphi(bz - cy, cx - az, ay - bx) = 0$ 确定的函数, 求 $a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y}$.

2、(6 分) 已知 $z = \arctan \frac{y}{x}$, 求 dz .

3、(6 分) 计算二次积分: $\int_0^1 y^2 dy \int_y^1 \frac{1}{\sqrt{1+x^4}} dx$.

4、(6 分) 求曲线 $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 12 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周得到的旋转曲面在点 $(0, \sqrt{3}, \sqrt{2})$ 处的切平面方程.

5、(7 分) 计算 $\int_L (x+y)dx + (y-x)dy$, 其中 L 是从点 $(1,1)$ 到点 $(4,2)$ 的直线段.

6、(7 分) 求椭圆 $x^2 + 2xy + 5y^2 - 16y = 0$ 与直线 $x + y - 8 = 0$ 之间的最短距离.

7、(8 分) 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} xzdydz + yzdzdx - (z^2 + 1)dxdy$, 其中 Σ 是上半球面 $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧.

8、(8 分) 已知曲线积分 $I = \int_L [e^x + 2f(x)]ydx - f(x)dy$ 与积分路径无关, 且 $f(0) = 0$, 求 $f(x)$.

9、(8 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 3^n} x^n$ 的和函数.

10、(5 分) 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的系数当 $n > 1$ 时满足 $a_{n-2} = n(n-1)a_n$, 且 $a_0 =$

$4, a_1 = 1$, 求幂级数的和函数 $y(x)$ 及 a_n .