
实验 2

提交截止时间 2025.3.27。本次习题主要涉及分治算法。请用 \LaTeX 编辑所有解答。所有问题请给出简洁的回答，任何冗余的回答可能会得低分。

姓名: xxx

学号: xxxxxxxxx

题目 2-1. 高效求解幂函数

给定两个整数 x 和 n ，其中 n 是非负整数，按照要求计算 x 的 n 次方，也就是 $\text{pow}(x, n)$ 。

- (a) 给出一个简单遍历的算法求解该问题，要求时间复杂度为 $O(n)$ 。
- (b) 给出分治算法求解该问题的步骤，要求时间复杂度为 $O(\log n)$ 。
- (c) 给出分治算法求解的代码。

题目 2-2. 字符串最长公共前缀

给定 n 个字符串，返回这些字符串最长的公共前缀。比如输入字符串序列是 technique, technician, technology, technical, 那么应该返回 techni。

- (a) 如果输入字符串序列中，最长的一个字符串长度为 m ，描述一个时间复杂度为 $O(mn)$ 的算法求解该问题。
- (b) 描述一个时间复杂度为 $O(m \log n)$ 的算法求解该问题。
- (c) 给出以上时间复杂度为 $O(mn)$ 算法的实现。

题目 2-3. 有序序列中缺失的最小元素

给定一个序列，其中的元素都是有序的非负整数，要求找出其中缺失的最小的那个元素。

输入:

0, 1, 2, 6, 9, 11, 15

输出:

3

输入:

1, 2, 3, 4, 6, 9, 11, 15

输出:

0

输入:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6

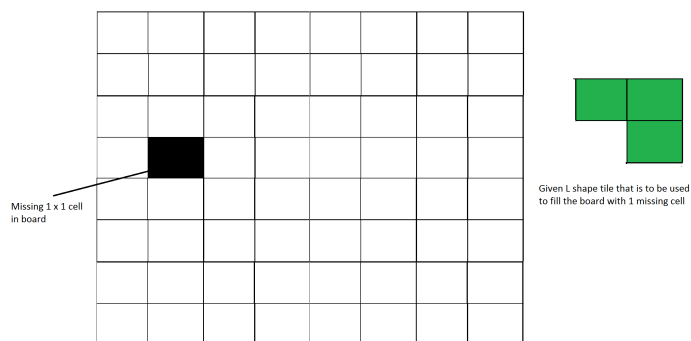
输出:

7

-
- (a) 给出一个时间复杂度为 $O(n)$ 的算法求解该问题。
 - (b) 给出一个时间复杂度为 $O(\log n)$ 的算法求解该问题。
 - (c) 给出时间复杂度为 $O(\log n)$ 的算法实现代码。

题目 2-4. 铺砖问题

地板长度 n 都是 2 的正整数幂，铺的都是唯一的同一种砖 (如图所示的 L 字形砖)，但地板上会有一水泥点已经被覆盖，无需再用铺砖 (图中黑的砖块，这个砖块的位置是随机的)。如果 $n = 2$ ，则存在 4 个方格，其中，除一个方格外，其余 3 个方格可被一 L 型条块覆盖；当 $n = 4$ 时，则存在 16 个方格，其中，除一个方格外，其余 15 个方格被 5 个 L 型条块覆盖。输入一个正整数 n ，表示棋盘的大小是 $n \times n$ 的。输出一个被 L 型条块覆盖的 $n \times n$ 棋盘。该棋盘除一个方格外，其余各方格都被 L 型条块覆盖住。给出问题的分治求解过程、时间复杂度分析和实现代码。



题目 2-5. 序列逆序对数

给定一个序列 A ，找出序列中逆序对的个数。逆序是当 $i < j$ 和 $A[i] > A[j]$ 同时成立，那么 $A[i]$ 与 $A[j]$ 构成逆序对。比如 $A = [1, 9, 6, 4, 5]$ ，该序列逆序对数为 5，分别为 $[9, 6]$, $[9, 4]$, $[9, 5]$, $[6, 4]$, $[6, 5]$ 。

- (a) 给出一个时间复杂度为 $O(n^2)$ 的算法求解该问题。
- (b) 给出一个时间复杂度为 $O(n \log n)$ 的算法求解该问题。
- (c) 给出一个时间复杂度为 $O(n \log n)$ 算法的实现代码。