Metody komputerowe w modelowaniu geometrycznym

Zadanie 1

Temat: Wizualizacja elipsoidy zapisanej w postaci implicite

Termin: 23.02.2021 - 09.03.2021 (2 tygodnie)

Celem zadania jest wizualizacja bryły zapisanej w postaci implicite. Wizualizowaną bryłą jest elipsoida o ustalonych trzech promieniach ułożona w ten sposób, że jej środek znajduje się w środku układu współrzędnych. Aplikacja powinna zapewniać wygodny interfejs do interakcji w przestrzeni trójwymiarowej,

Wymagane cechy aplikacji:

- możliwość przesuwania, obracania i skalowanie całej sceny (preferowana interakcja przy pomocy myszki)
- rysowanie elipsoidy metodą **ray-casting**
- elipsoida w kolorze żółtym
- uproszczone oświetlenie składające się tylko ze składowej natężenia koloru
- rysowanie adaptacyjne - od wybranego minimum do dokładności ekranu lub okienko w którym odbywa się wizualizacja
- parametry aplikacji (promienie elipsoidy, parametry oświetlenia) ustawiane w graficznym interfejsie użytkownika

Realizacja

Równanie afiniczne elipsoidy ma postać:

$$f(u) = u^T D u = 0, \quad u \in \mathbb{R}^4 \tag{1}$$

gdzie $D \in \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^4$ jest macierzą diagonalną $D = diag(a, b, c, -1)$. Jeśli przekształcenie sceny opisane jest nieosobliwą macierzą $M \in \mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^4$ to w nowych współrzędnych $w = Mu$ elipsoida będzie miała równanie:

$$
\begin{aligned}
f(w) &= \left(M^{-1}w\right)^T D \left(M^{-1}w\right) \\
f(w) &= w^T \left(M^{-1}\right)^T D M^{-1} w \\
f(w) &= w^T D'_M w
\end{aligned} \tag{2}
$$

gdzie $D'_M = \left(M^{-1}\right)^T D M^{-1}$. Ze wzoru implicite punkty $w = [x, y, z, 1]^T$ należące do powierzchni elipsoidy znajduje się metodą ray-castingu. Wykonując rzutowanie równoległe w kierunku osi Z należy:

1. dla każdego piksela ekranu (x, y) obliczyć z równania (2) współrzędną z; mogą istnieć maksymalnie dwa rzeczywiste rozwiązania
2. brak rzeczywistych rozwiązań (2) oznacza, że wybrany promień nie przecina elipsoidy
3. w przypadku wielu rozwiązań wybrać rozwiązanie bliższe pozycji obserwatora.
4. obliczyć natężenie koloru danego punktu na powierzchni elipsoidy jako składnik **specular** z modelu oświetlenia Phonga przy założeniu, że źródło światła znajduje się zawsze w pozycji obserwatora:

   $$I =< v, n >^m \tag{3}$$

   gdzie:
   v jest wersorem w kierunku pozycji obserwatora
   n jest wersorem na powierzchni bryły $n = \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}$
   m jest konfigurowalnym parametrem natężenia oświetlenia

Uwaga: aby wykonać przekształcenie sceny opisanej w postaci uwikłanej należy użyć przekształcenia odwrotnego niż w przypadku sceny zapisanej w postaci jawnej.

Przekształcenia afiniczne

- Identyczność:

$$M_I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- obrót o kąt α wokół osi:

$$M_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\alpha) & -sin(\alpha) & 0 \\ 0 & sin(\alpha) & cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_y = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & 0 & sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sin(\alpha) & 0 & cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_z = \begin{bmatrix} cos(\alpha) & -sin(\alpha) & 0 & 0 \\ sin(\alpha) & cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Przesunięcie o wektor $[t_x, t_y, t_z]^T$:

$$M_T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Skalowanie ze współczynnikami s_x, s_y, s_z wzdłuż odpowiednio osi x, y, z:

$$M_S = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$