

# **Анализ влияния воздействия окружающей среды на модель сосуществования двух популяций**

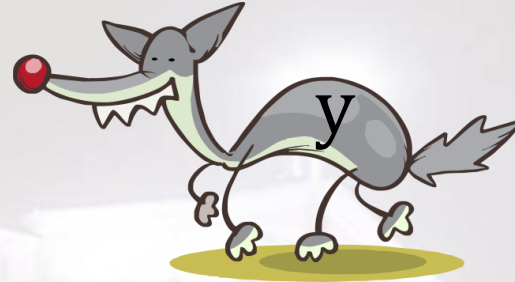
Докладчик:  
Абрамова Екатерина Павловна  
студентка 1 курса магистратуры

Научный руководитель:  
Рязанова Татьяна Владимировна  
К.ф.-м.н., доцент КТиМФ ИЕНиМ

# Детерминированная модель

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2, \\ \dot{y} = -\gamma y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2, \end{cases}$$

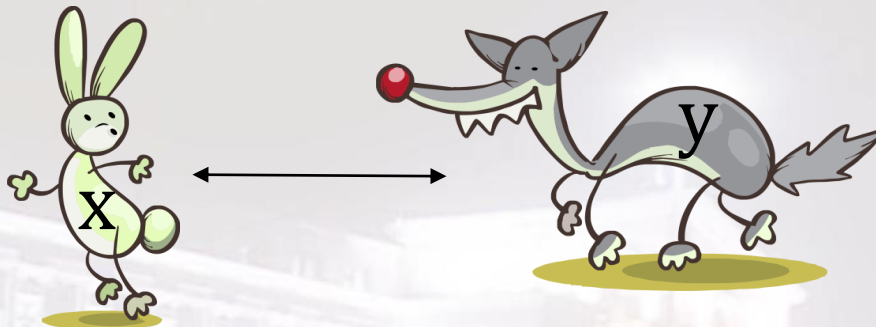
где  $\gamma = 1$ ,  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\alpha = 0.4$ ,  $\delta > 0$



# Детерминированная модель

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2, \\ \dot{y} = -\gamma y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2, \end{cases}$$

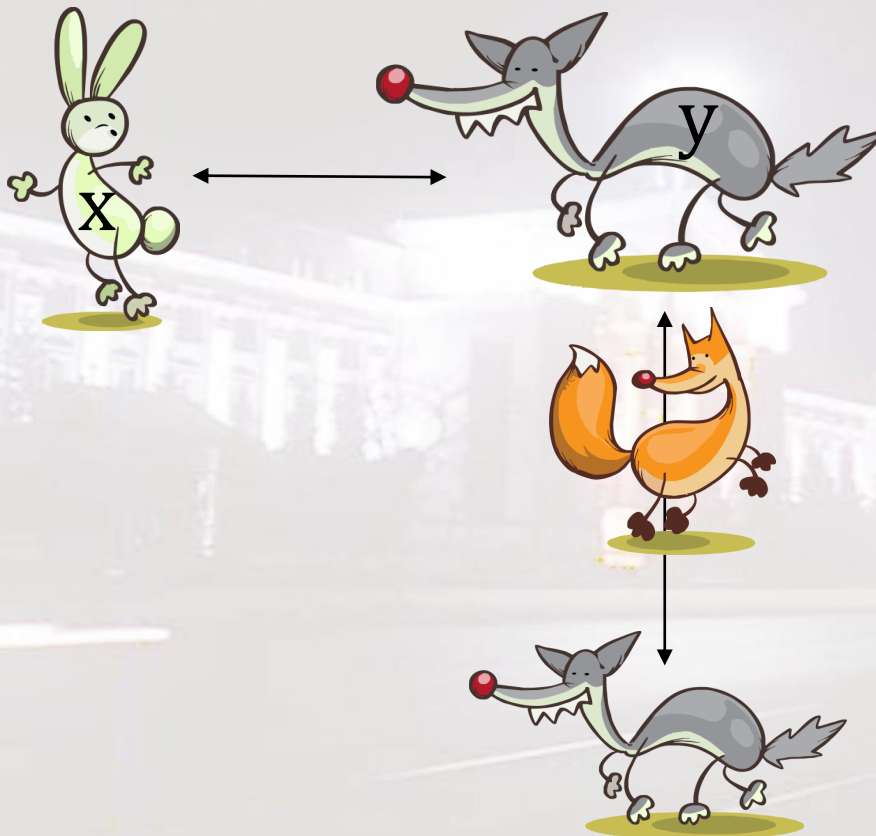
где  $\gamma = 1$ ,  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\alpha = 0.4$ ,  $\delta > 0$



# Детерминированная модель

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2, \\ \dot{y} = -\gamma y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2, \end{cases}$$

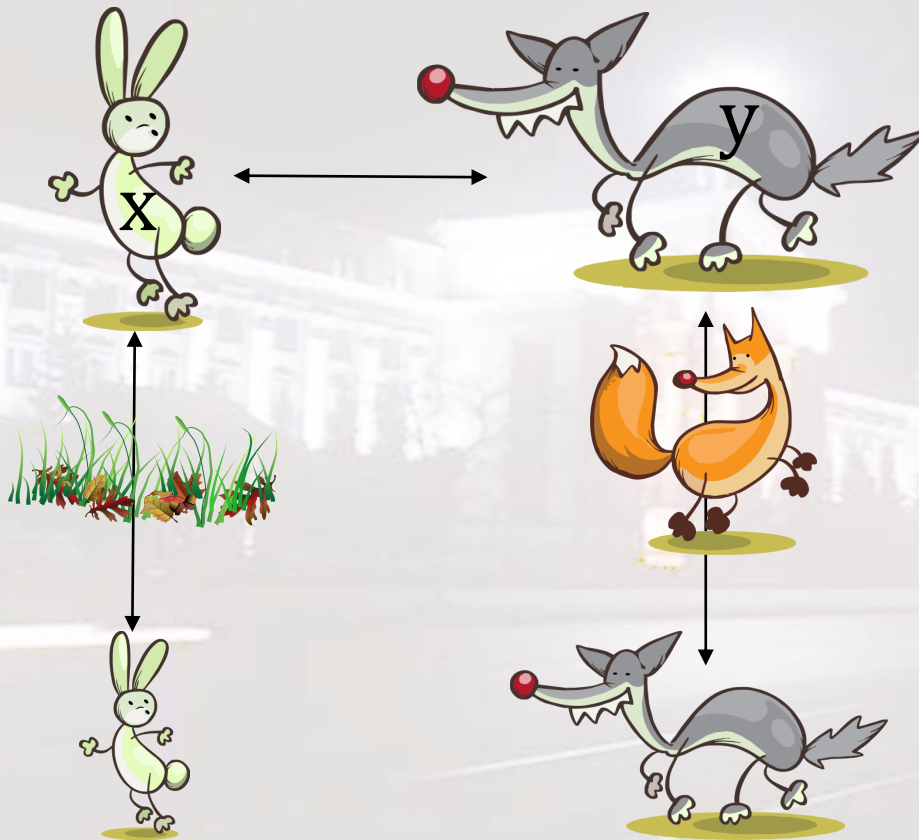
где  $\gamma = 1$ ,  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\alpha = 0.4$ ,  $\delta > 0$



# Детерминированная модель

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2, \\ \dot{y} = -\gamma y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2, \end{cases}$$

где  $\gamma = 1$ ,  $\varepsilon = 0.01$ ,  $\alpha = 0.4$ ,  $\delta > 0$

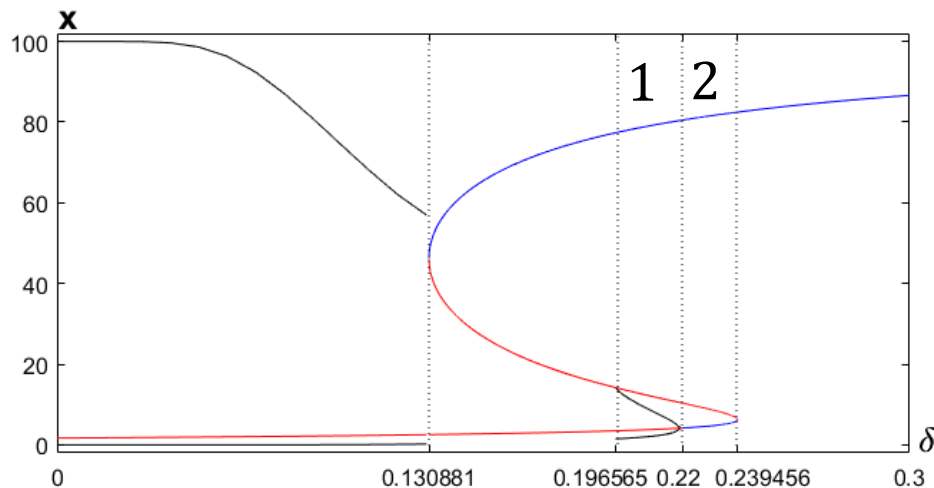


# Аттракторы: устойчивость и бифуркации

- $M_0(0, 0)$ ,
- $M_1(100, 0)$ ,
- $M_2, M_3$  и  $M_4$  из кубического уравнения,
- $M_5\left(0, -\frac{1}{\delta}\right)$

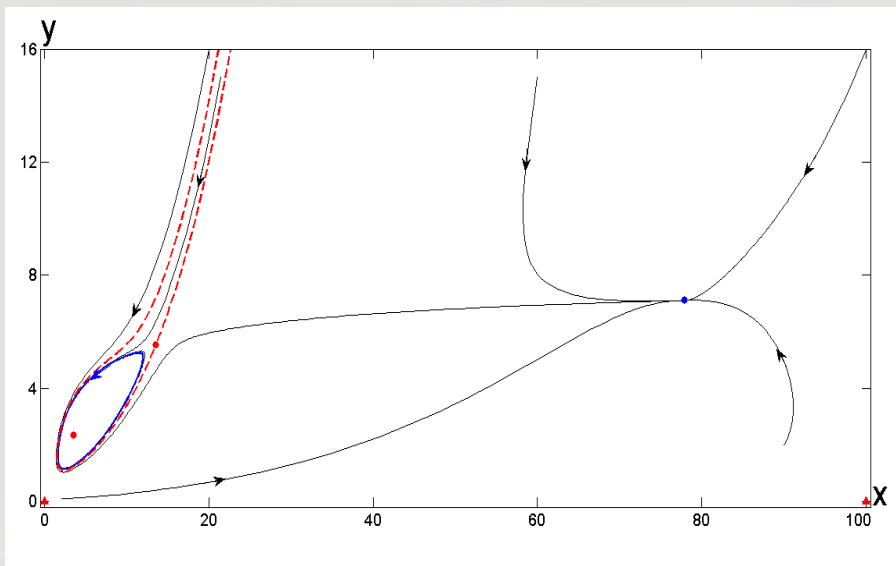
# Аттракторы: устойчивость и бифуркации

- $M_0(0, 0)$ ,
- $M_1(100, 0)$ ,
- $M_2, M_3$  и  $M_4$  из кубического уравнения,
- $M_5\left(0, -\frac{1}{\delta}\right)$  +



- устойчивое равновесие,
- неустойчивое равновесие,
- предельный цикл

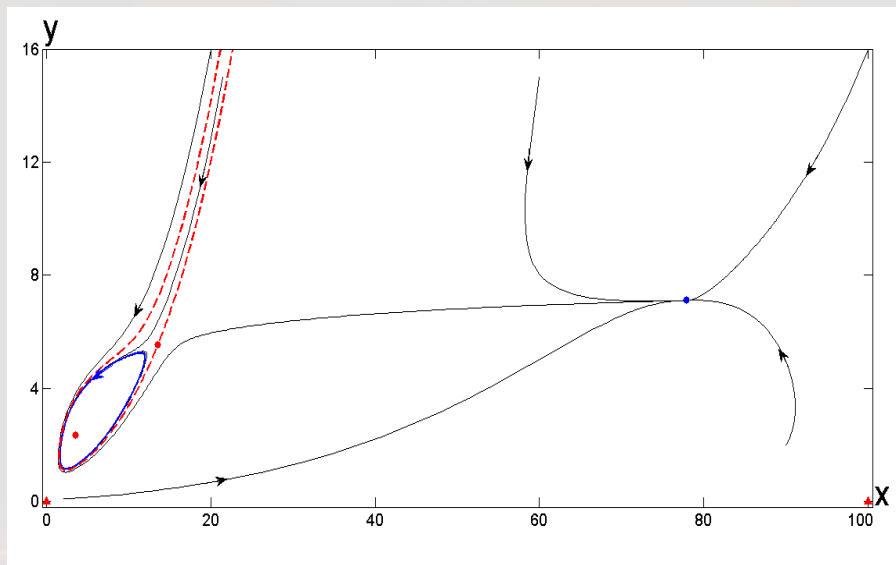
# Сосуществование устойчивых аттракторов



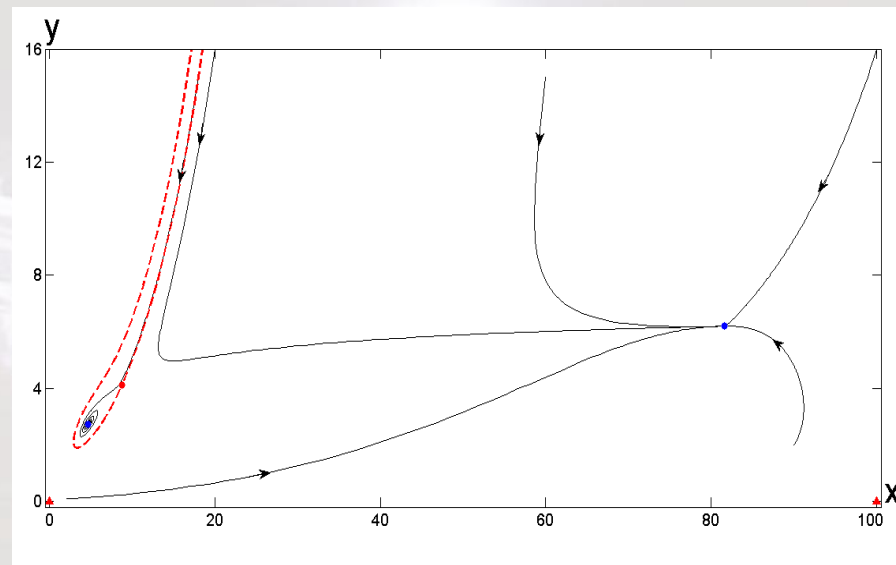
$$\delta = 0.2$$



# Существование устойчивых аттракторов



$\delta = 0.2$



$\delta = 0.23$

# Моделирование случайного внешнего воздействия

1 подход:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2 + \sigma \dot{w}_1 \\ \dot{y} = -\gamma y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2 + \sigma \dot{w}_2 \end{cases}$$

# Моделирование случайного внешнего воздействия

1 подход:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2 + \sigma \dot{w}_1 \\ \dot{y} = -\gamma y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2 + \sigma \dot{w}_2 \end{cases}$$

2 подход:

$$\begin{cases} \dot{x} = (1 + \sigma \dot{w}_1)x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2 \\ \dot{y} = -(\gamma + \sigma \dot{w}_2)y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2 \end{cases}$$

# Моделирование случайного внешнего воздействия

1 подход:

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2 + \sigma \dot{w}_1 \\ \dot{y} = -\gamma y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2 + \sigma \dot{w}_2 \end{cases}$$

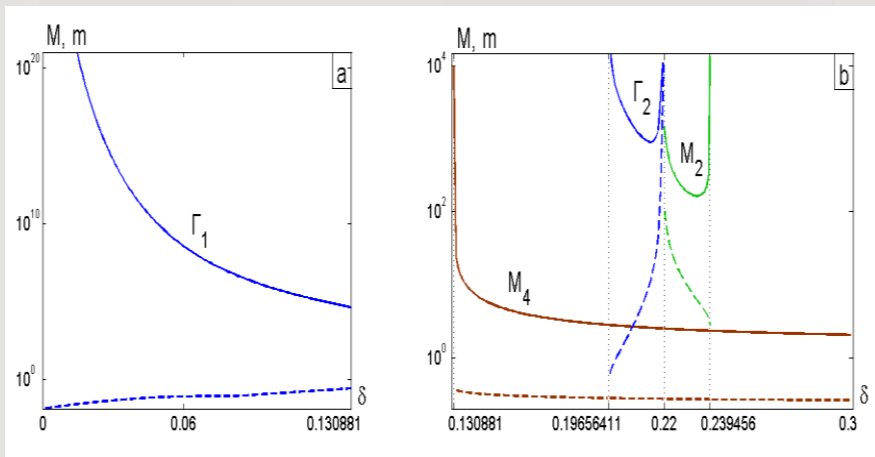
2 подход:

$$\begin{cases} \dot{x} = (1 + \sigma \dot{w}_1)x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2 \\ \dot{y} = -(\gamma + \sigma \dot{w}_2)y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2 \end{cases}$$

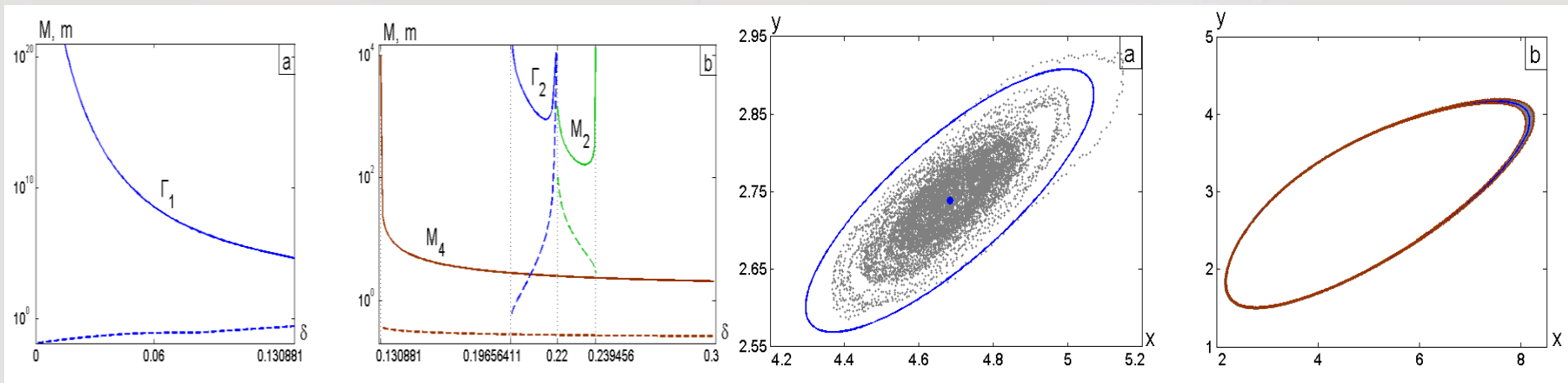
Или

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2 \\ \dot{y} = -\gamma y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - (\delta + \sigma \dot{w})y^2 \end{cases}$$

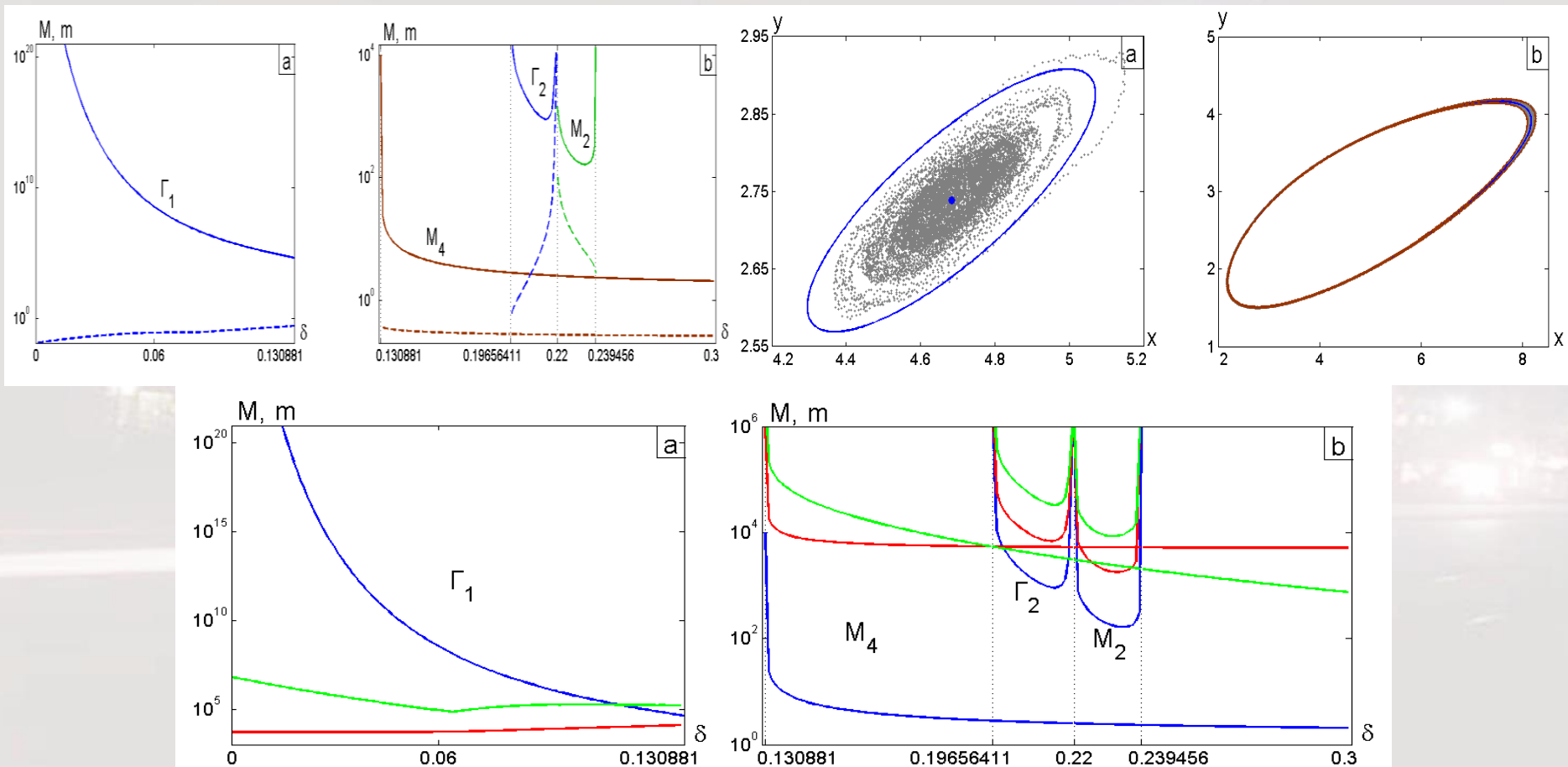
# Стохастическая модель, чувствительность



# Стохастическая модель, чувствительность

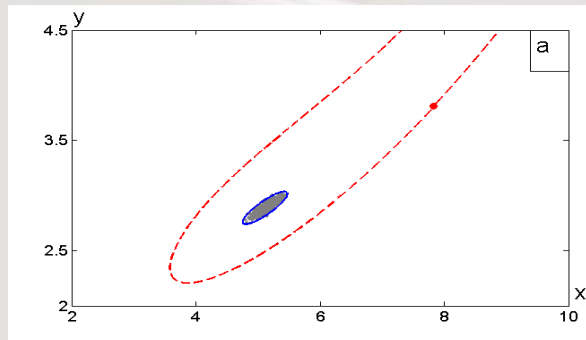


# Стохастическая модель, чувствительность

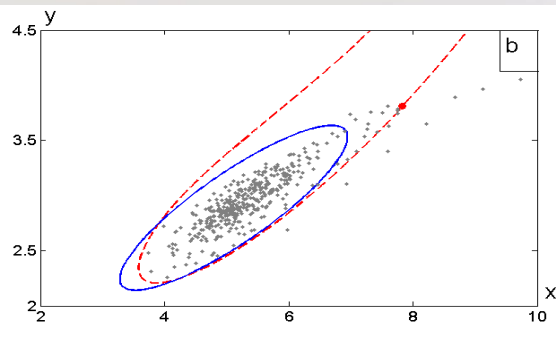


# Переход «равновесие-равновесие» ( $\delta = 0.235$ )

$\sigma = 0.01$



$\sigma = 0.05$



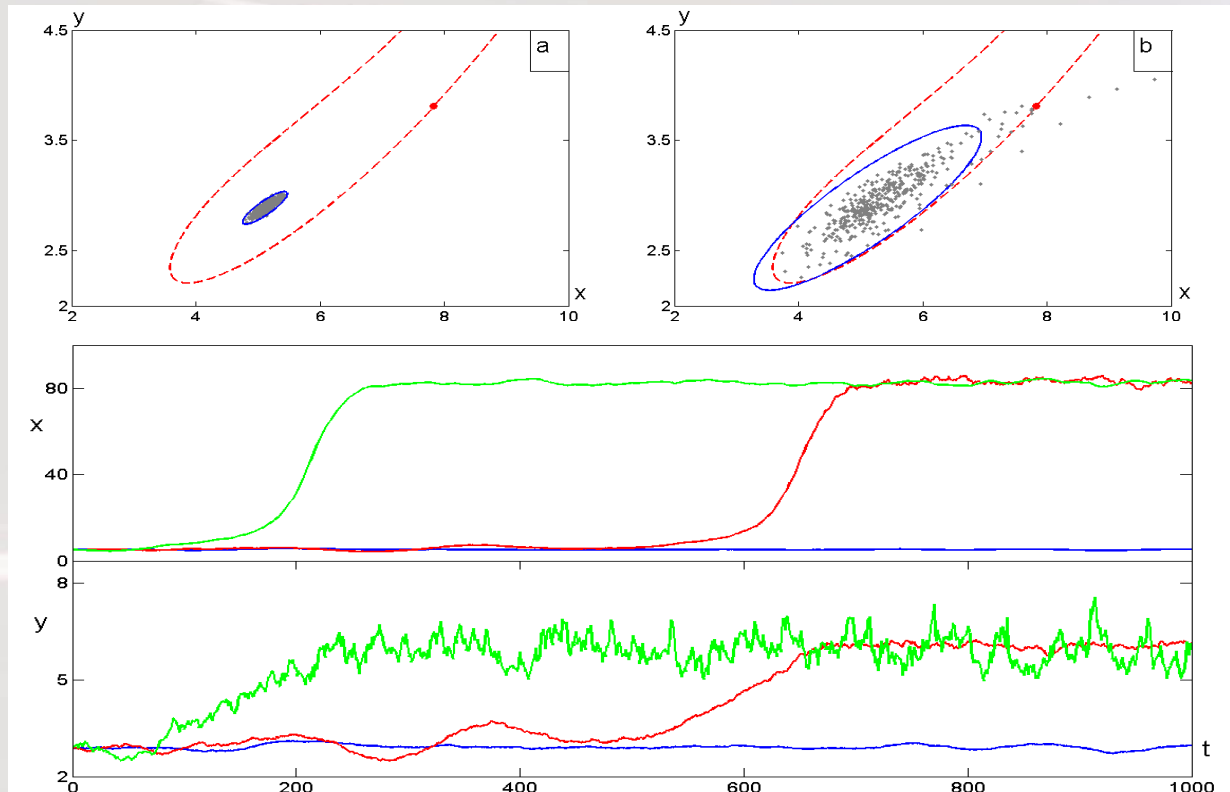
- случайные траектории,
- эллипс рассеивания,
- сепаратриса



# Переход «равновесие-равновесие» ( $\delta = 0.235$ )

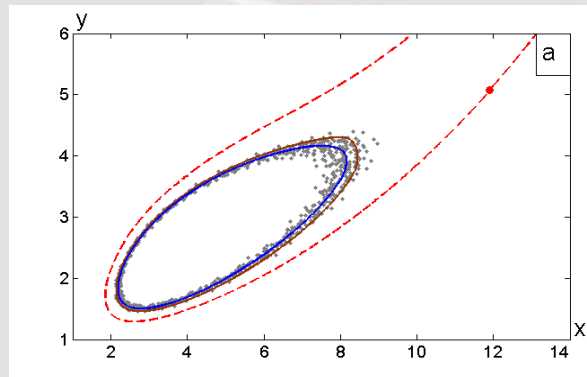
$\sigma = 0.01$

$\sigma = 0.05$

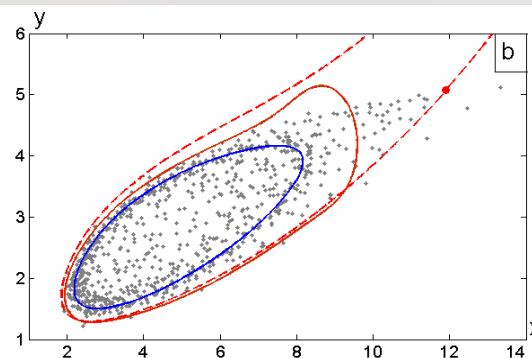


# Переход «цикл-равновесие» ( $\delta = 0.21$ )

$\sigma = 0.01$



$\sigma = 0.05$

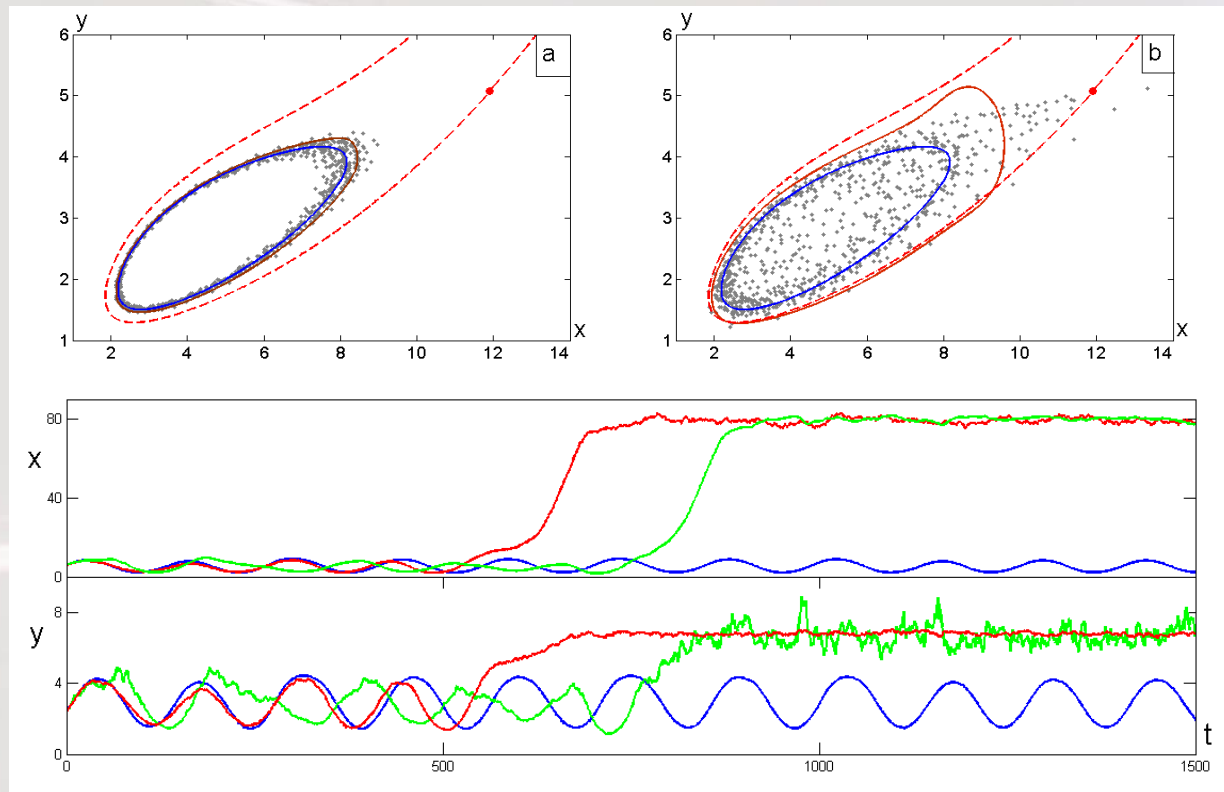


- случайные траектории,
- предельный цикл,
- сепаратриса,
- внешняя полоса рассеивания

# Переход «цикл-равновесие» ( $\delta = 0.21$ )

$\sigma = 0.01$

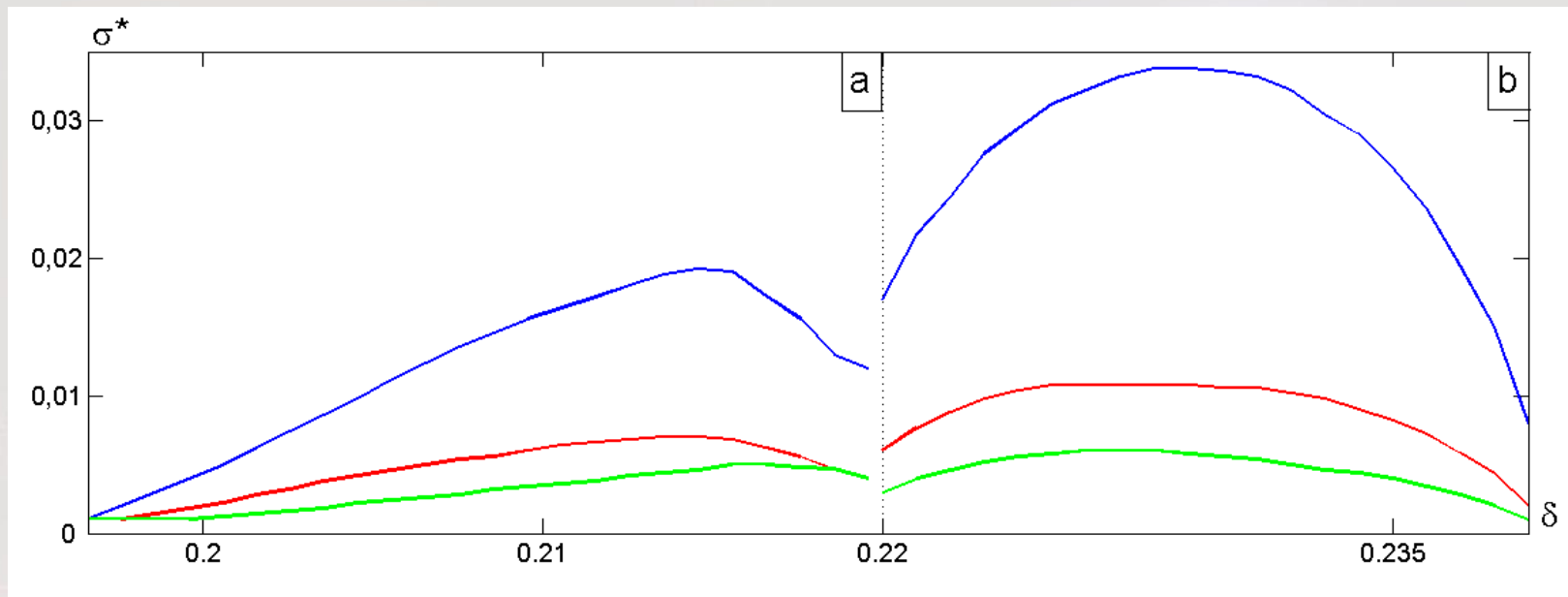
$\sigma = 0.05$



— случайные траектории,  
— предельный цикл,  
— сепаратриса,  
— внешняя полоса  
  рассеивания

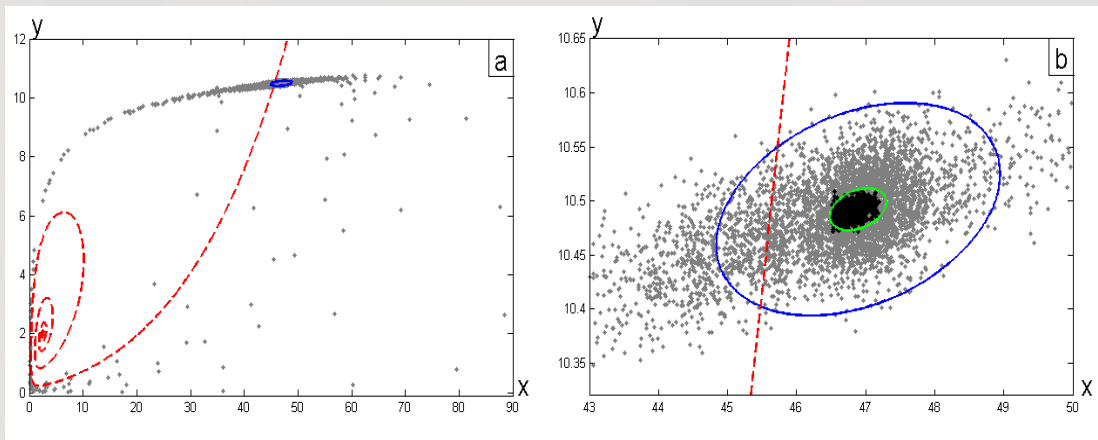
— аддитивный шум,  
— параметрический шум  
  в рождаемости жертв и  
  смертности хищников,  
— параметрический шум  
  в конкуренции  
  хищников

# Критическая интенсивность



- аддитивный шум,
- параметрический шум в рождаемости жертв и смертности хищников,
- параметрический шум в конкуренции хищников

# Генерация большеамплитудных колебаний ( $\delta = 0.1309$ , $\sigma = 0.01$ и $\sigma = 0.05$ )



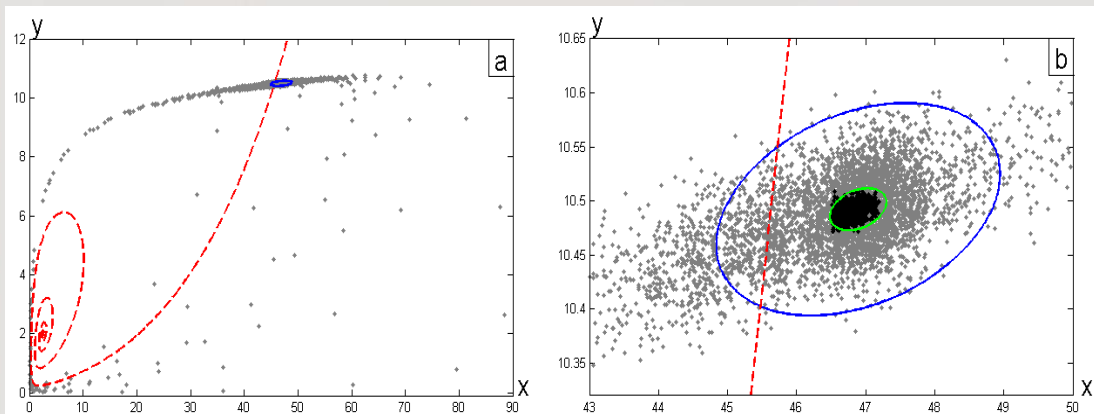
$\sigma = 0.01$ :

- случайные траектории,
- эллипс рассеивания,

$\sigma = 0.05$ :

- случайные траектории,
- эллипс рассеивания,
- сепаратриса

# Генерация большеамплитудных колебаний ( $\delta = 0.1309$ , $\sigma = 0.01$ и $\sigma = 0.05$ )

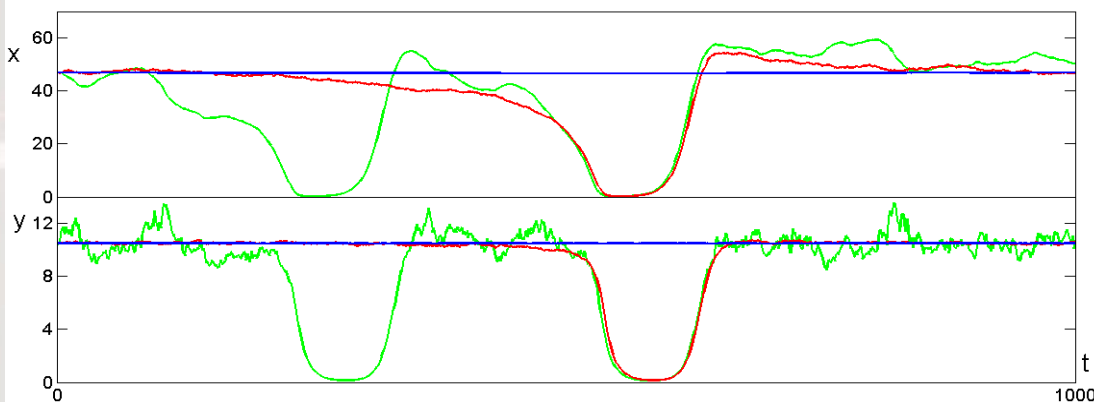


$\sigma = 0.01$ :

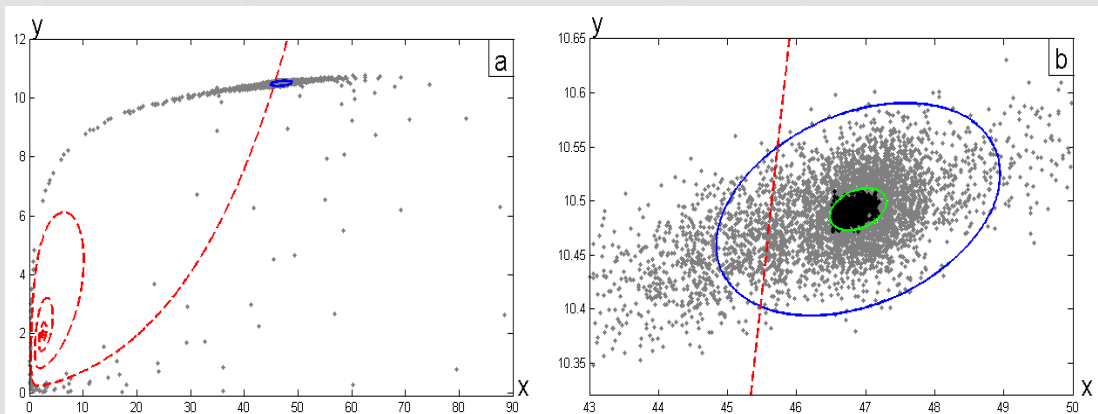
- случайные траектории,
- эллипс рассеивания,

$\sigma = 0.05$ :

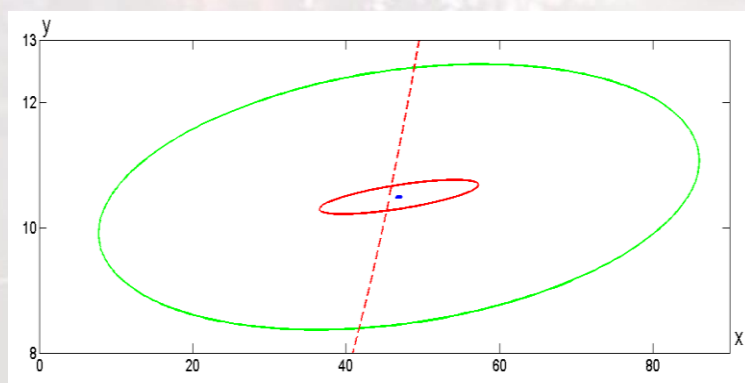
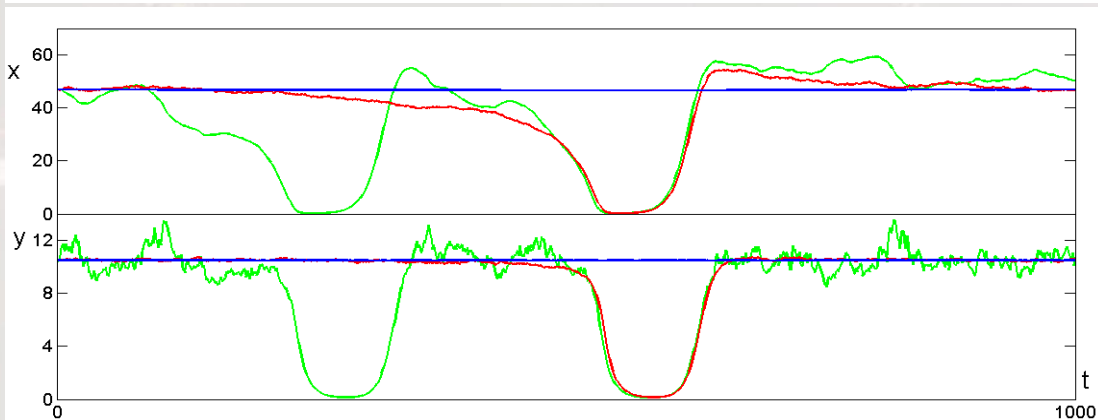
- случайные траектории,
- эллипс рассеивания,
- сепаратриса



# Генерация большеамплитудных колебаний ( $\delta = 0.1309$ , $\sigma = 0.01$ и $\sigma = 0.05$ )



- $\sigma = 0.01$ :
- случайные траектории,
  - эллипс рассеивания,
- $\sigma = 0.05$ :
- случайные траектории,
  - эллипс рассеивания,
- сепаратриса





**Спасибо за внимание**

