## ФГАОУ ВПО «УрФУ имени первого президента России Б.Н.Ельцина» Институт естественных наук и математики Кафедра математической физики

Анализ модели хищник-жертва с учетом конкуренции жертв и конкуренции хищников за отличные от жертв ресурсы

Отчет по учебной практике студента 3 курса группы КН-301 Абрамовой Екатерины Павловны

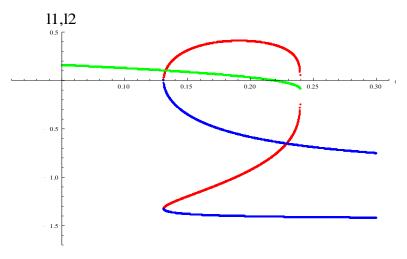
Научный руководитель Рязанова Татьяна Владимировна

## Детерминированный анализ

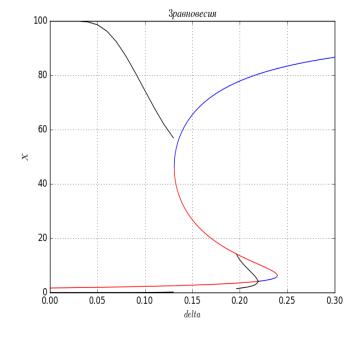
$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2 \\ \dot{y} = -\gamma y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2 \end{cases}$$

где 
$$\gamma = 1$$
,  $\epsilon = 0.01$ ,  $\alpha = 0.4$ ,  $\delta > 0$ 

Решаем систему и находим точки равновесия:  $M_0(0, 0)$ ,  $M_1(100,0)$  и еще одно или три равновесия, зависящих от параметра  $\delta$ . Появление равновесий и изменение их типа можно увидеть на следующей диаграмме:



Анализ устойчивости показывает, что равновесия  $M_0$  и  $M_1$  при любых значениях параметра  $\delta$  являются седлом. Изменение типов остальных равновесий показано на следующей бифуркационной диаграмме:



Точки бифуркации:

 $\delta_1$ =0.130881

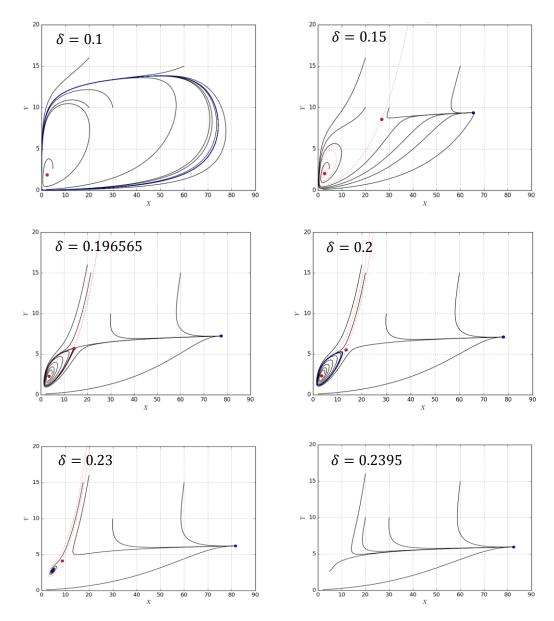
 $\delta_2$ =0.196565

 $\delta_3$ =0.22

 $\delta_4$ =0.239456

Черным цветом на диаграмме изображено появление цикла, красным – зона неустойчивости равновесий, синим – устойчивости.

Строим фазовые портреты в зонах между точками бифуркации:



 $\delta$  = 0.1: кроме  $M_0$  и  $M_1$  есть еще одно равновесие  $M_2$  – неустойчивый фокус, также есть цикл, который обозначен синим цветом.

 $\delta=0.15$ : на цикле родился седло-узел, который разорвал цикл на  $M_3-\,$  седло и  $M_4-\,$  устойчивый узел.

 $\delta = 0.196565$ : из петли сепаратрисы, обозначенной красным цветом, рождается цикл.

 $\delta = 0.2$ : появился цикл,  $M_2$  и  $M_3$  остаются неустойчивыми,  $M_4$  – устойчивым.

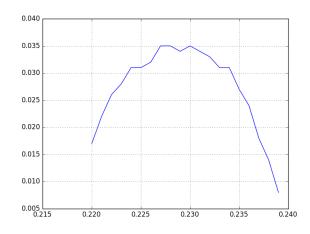
 $\delta = 0.23$ : цикл перешел в равновесие  $M_2$ , сделав его устойчивым фокусом.

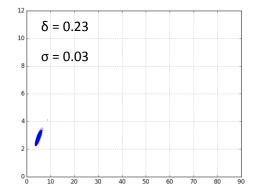
 $\delta = 0.2395$ : седло «схлопнулось» с устойчивым фокусом, и они исчезли. Остались равновесия  $M_0,\,M_1$  и  $M_4.$ 

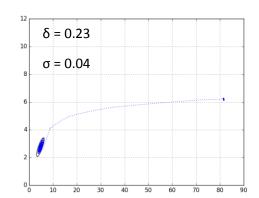
На этом заканчивается детерминированный анализ.

## Исследование системы под действием шума

Находим критическую интенсивность случайного возмущения в каждой точке δ:







σ – интенсивность случайного возмущения.

На рисунках видно, что при  $\sigma = 0.03$  траектории остаются около одного равновесия — устойчивого фокуса. При увеличении интенсивности до 0.04 траектории притягиваются к другому равновесию — устойчивому узлу.