

Параметрический анализ стохастической модели «хищник-жертва» с учетом конкуренции двух типов

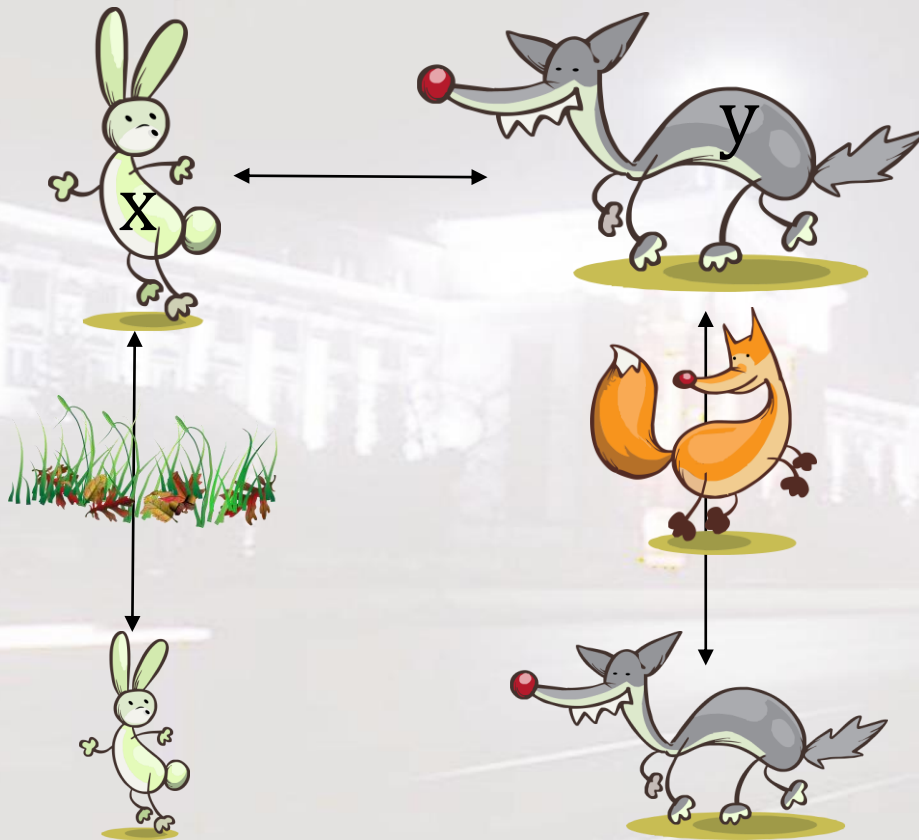
Докладчик:
Абрамова Екатерина Павловна
студентка 4 курса

Научный руководитель:
Рязанова Татьяна Владимировна
К.ф.-м.н., доцент КТиМФ ИЕНиМ

Детерминированная модель

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2, \\ \dot{y} = -\gamma y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2, \end{cases}$$

где $\gamma = 1$, $\varepsilon = 0.01$, $\alpha = 0.4$, $\delta > 0$



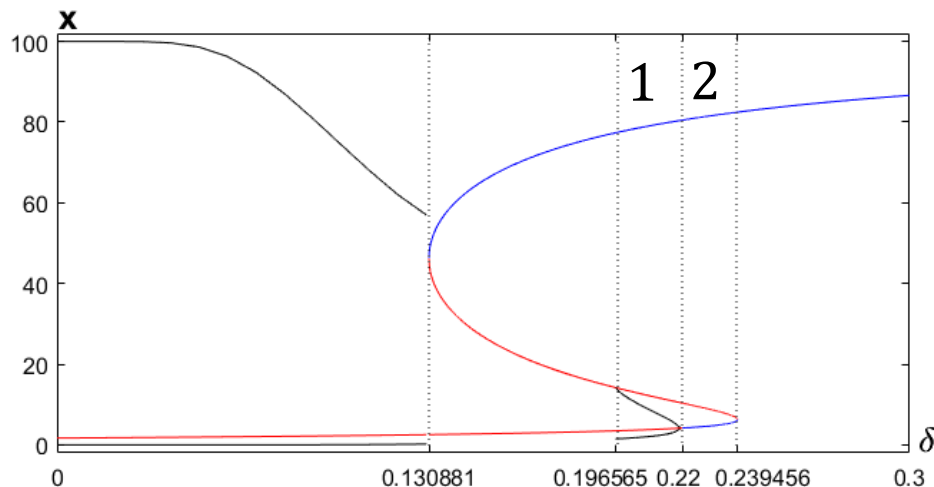
Аттракторы: устойчивость и бифуркации

- $M_0(0, 0)$
- $M_1(100, 0)$
- $M_5\left(0, -\frac{1}{\delta}\right)$

• M_2, M_3 и M_4 из формул:

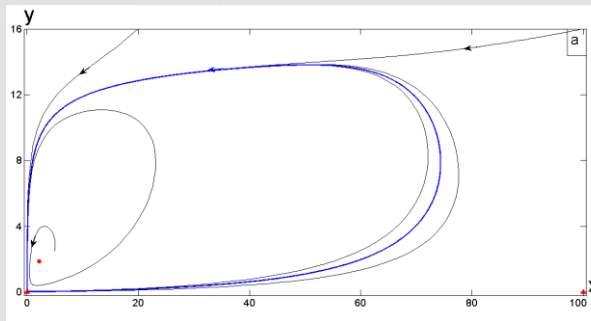
$$-\delta\alpha^2\varepsilon x^3 + x^2(-\delta\alpha^2 + 2\delta\alpha\varepsilon) + x(1 - \alpha - 2\delta\alpha + \delta\varepsilon) - \delta - 1 = 0,$$

$$y = \frac{1}{\delta} \frac{x}{1 + \alpha x} - \frac{\gamma}{\delta}$$

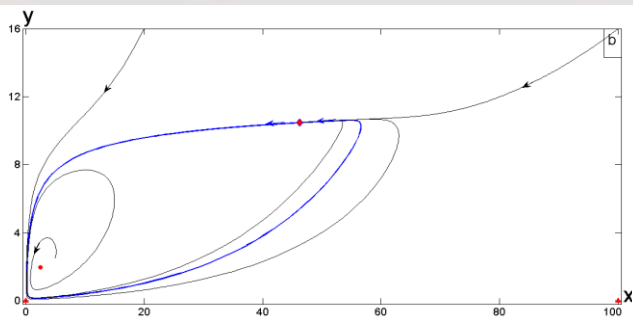


- устойчивое равновесие,
- неустойчивое равновесие,
- предельный цикл

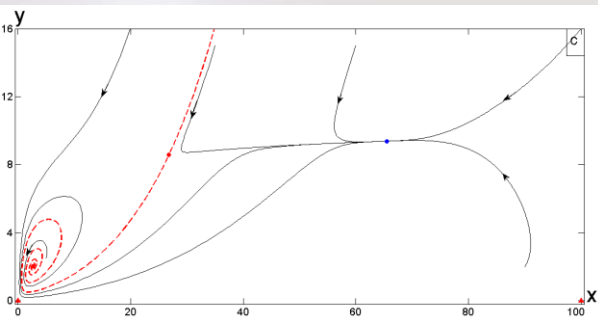
Фазовые портреты



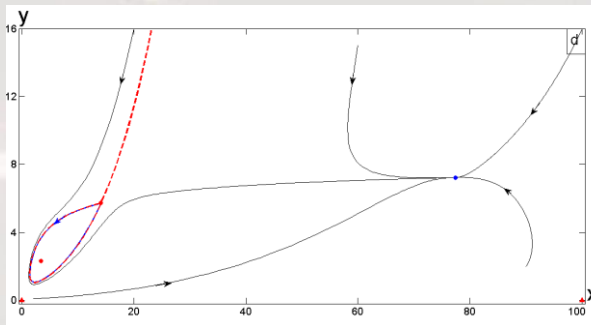
$\delta = 0.1$



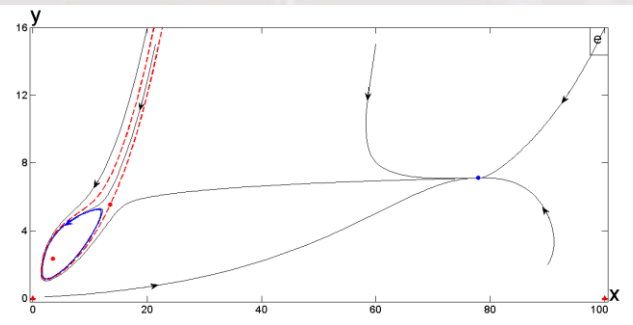
$\delta = 0.130881$



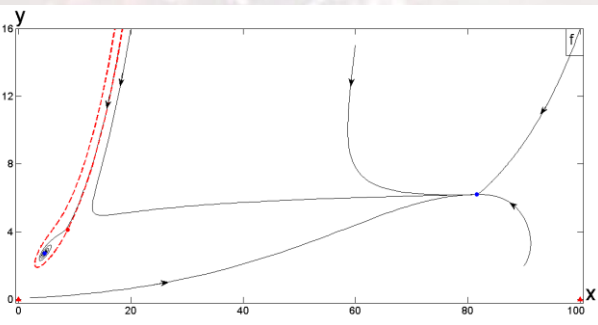
$\delta = 0.15$



$\delta = 0.196565$



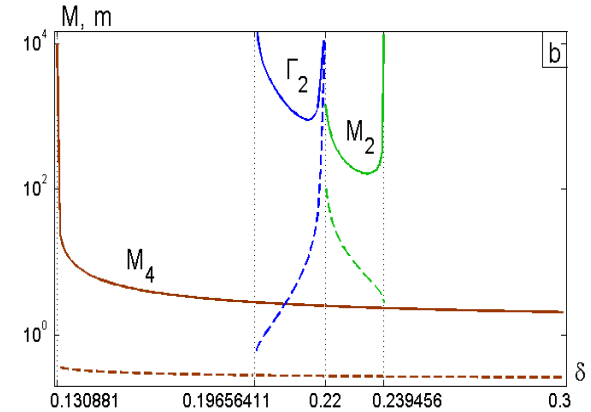
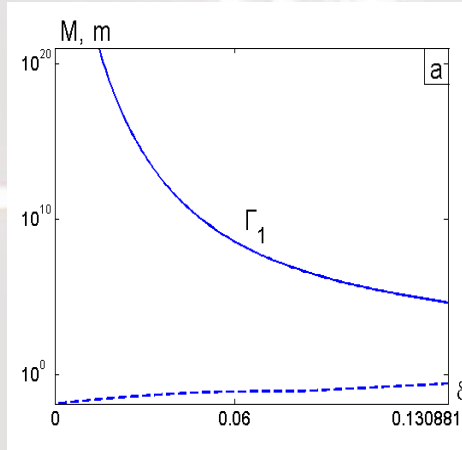
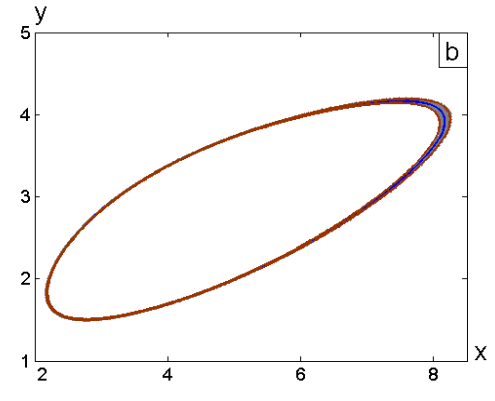
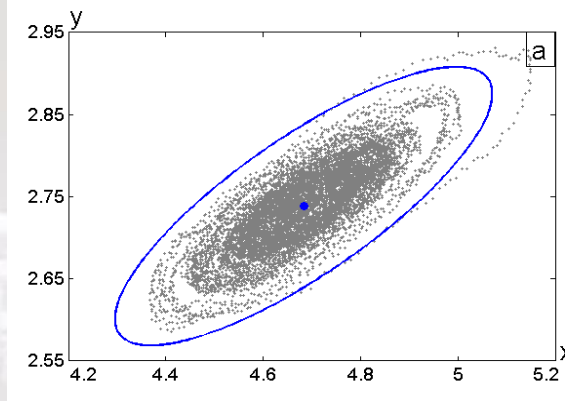
$\delta = 0.2$



$\delta = 0.23$

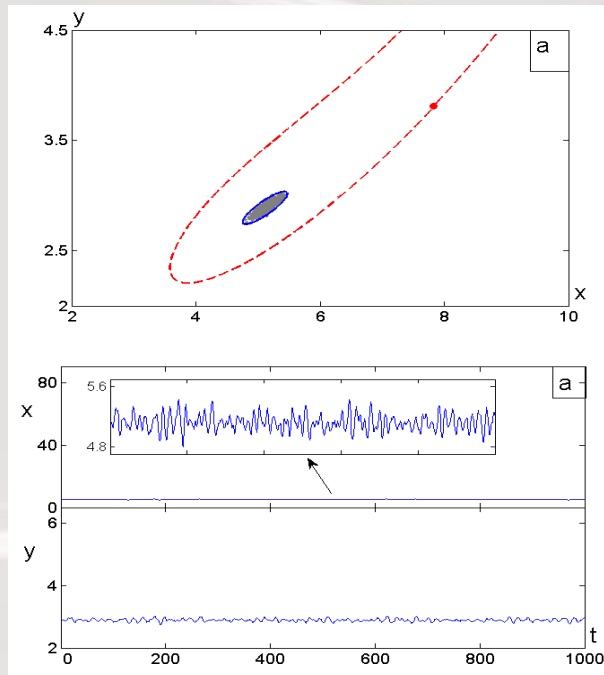
Стохастическая модель, чувствительность

$$\begin{cases} \dot{x} = x - \frac{xy}{1 + \alpha x} - \varepsilon x^2 + \sigma \dot{w}_1 \\ \dot{y} = -\gamma y + \frac{xy}{1 + \alpha x} - \delta y^2 + \sigma \dot{w}_2 \end{cases}$$

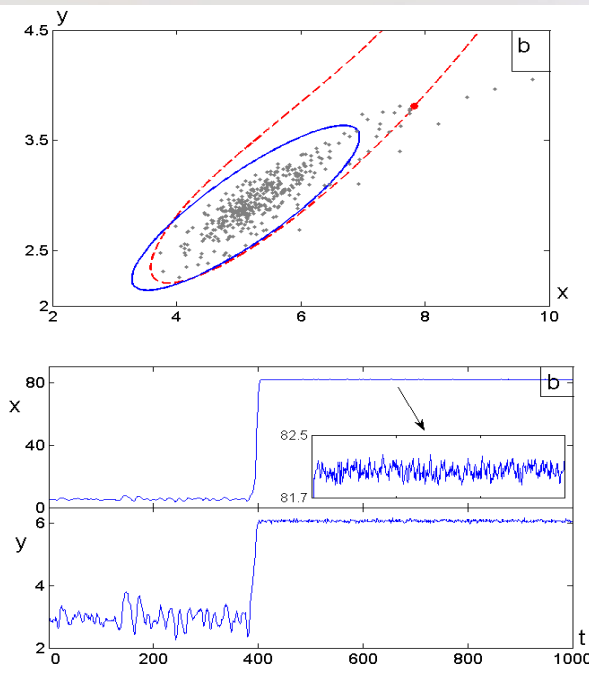


Переход «равновесие-равновесие» ($\delta = 0.235$)

$\sigma = 0.01$



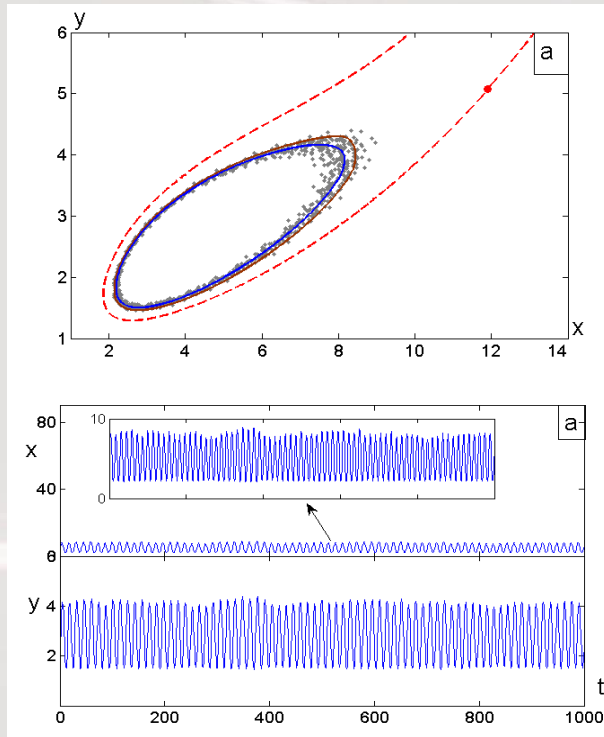
$\sigma = 0.05$



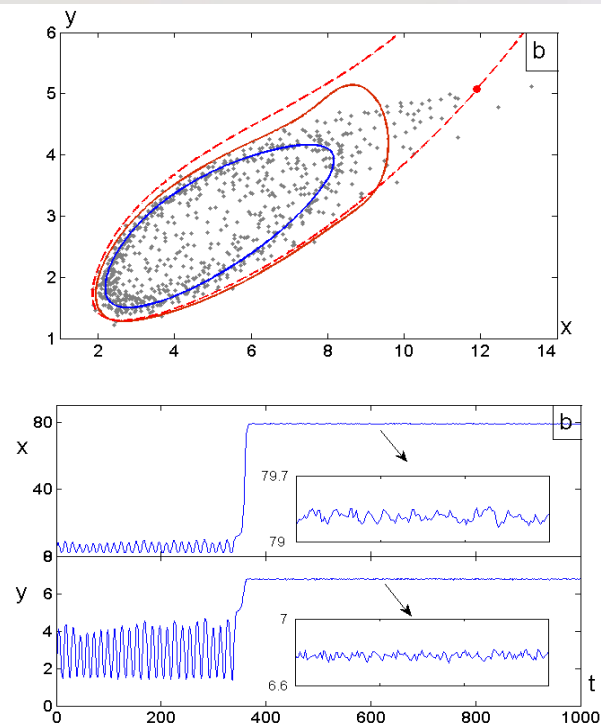
— случайные траектории,
— эллипс рассеивания,
— сепаратриса

Переход «цикл-равновесие» ($\delta = 0.21$)

$\sigma = 0.01$

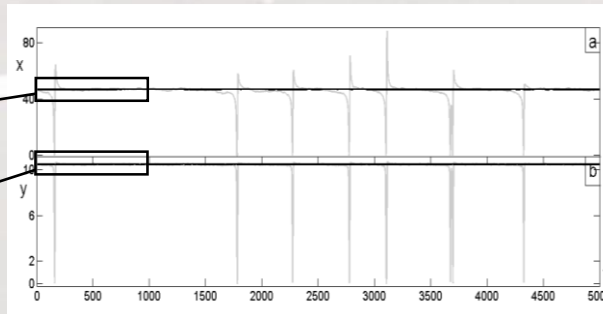
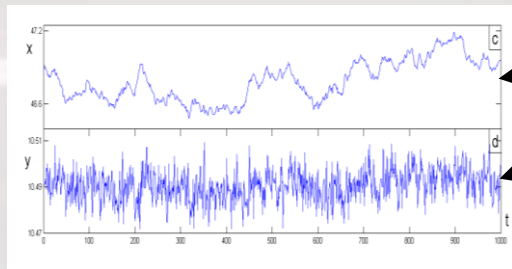
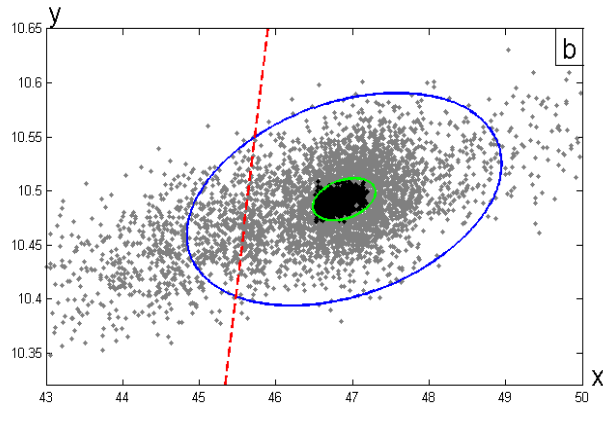
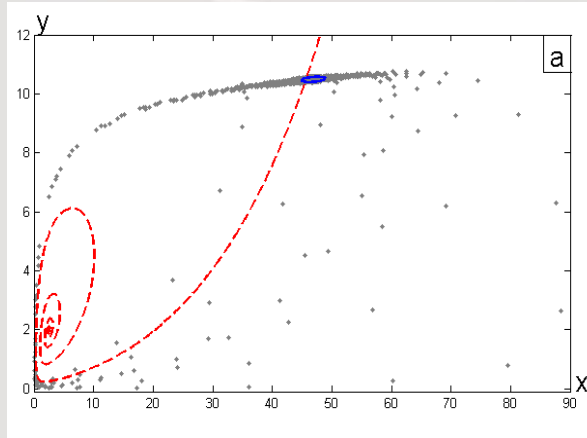


$\sigma = 0.05$



- случайные траектории,
- предельный цикл,
- сепаратриса,
- внешняя полоса рассеивания

Генерация большеамплитудных колебаний ($\delta = 0.1309$, $\sigma = 0.01$ и $\sigma = 0.05$)



$\sigma = 0.01$:

- случайные траектории,
- эллипс рассеивания,

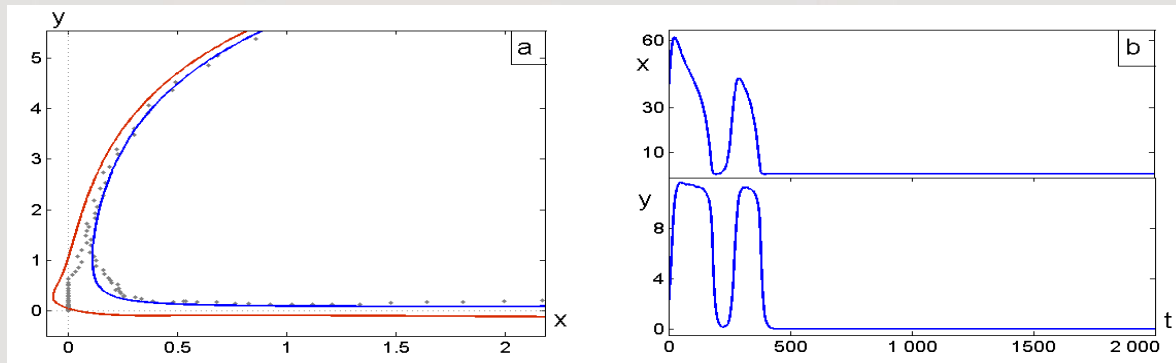
$\sigma = 0.05$:

- случайные траектории,
- эллипс рассеивания,

— сепаратриса

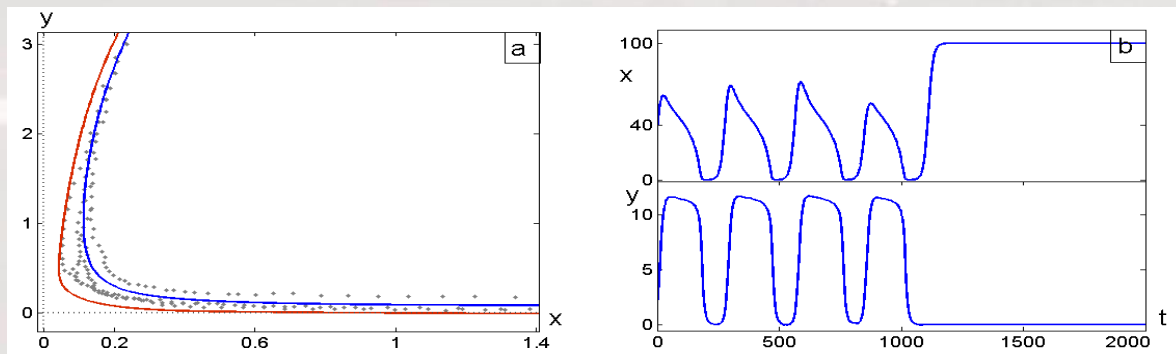
Вымирание в (0,0)

$$\delta = 0.12 \quad \sigma = 0.05$$



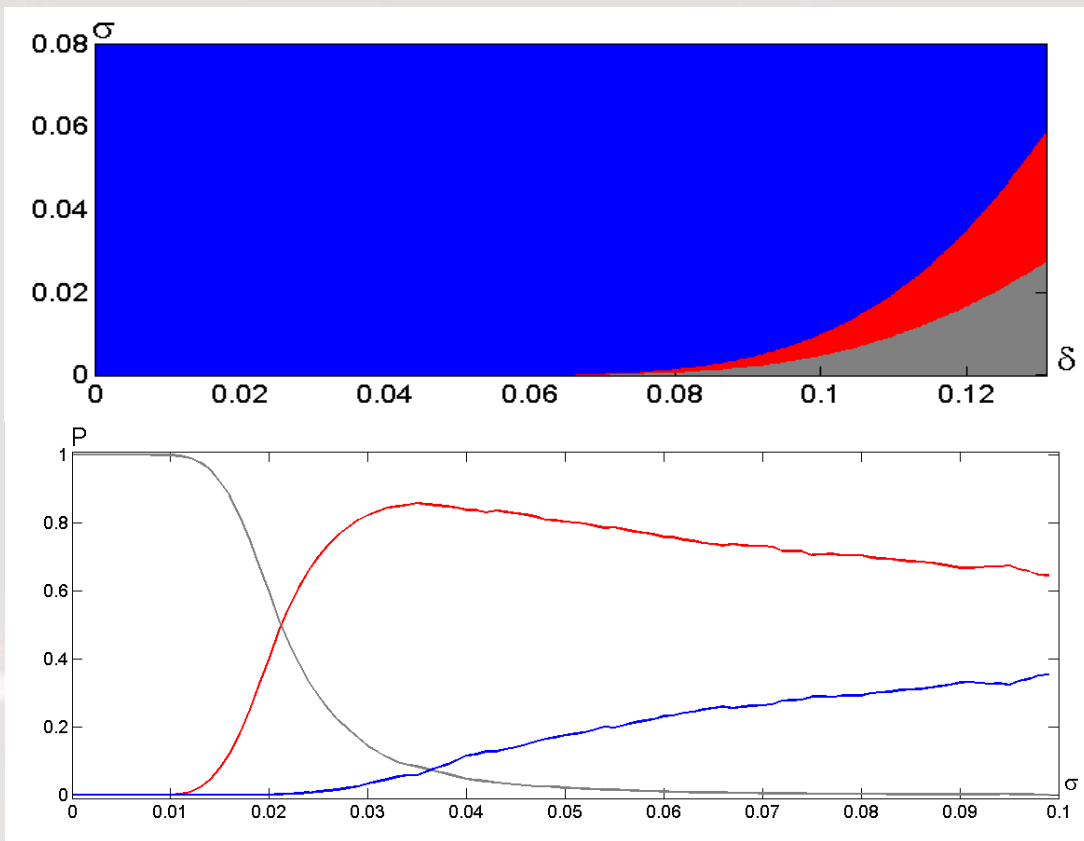
Вымирание в (100,0)

$$\delta = 0.12, \quad \sigma = 0.025$$



- случайные траектории,
- предельный цикл,
- внешняя полоса
- рассеивания

Вероятность вымирания



- вымирание хищников,
- вымирание жертв, затем хищников,
- выживание обеих популяций

Заключение

I. Детерминированный анализ:

1. нахождение равновесий и циклов, анализ их устойчивости,
2. исследование параметрических зон сосуществования устойчивых аттракторов,
3. построение бифуркационной диаграммы,
4. построение бассейнов притяжения сосуществующих аттракторов.

II. Стохастический анализ:

1. анализ чувствительности равновесий и циклов,
2. построение доверительных областей,
3. изучение индуцированных шумом явлений:
 - a. переход «равновесие -> равновесие»,
 - b. переход «цикл -> равновесие»,
 - c. генерация большеамплитудных колебаний,
 - d. вымирание популяций.



Спасибо за внимание

