Вариант 2
Задача 1 "Проверка статистических гипотез"

Дано:

$n1 := 50$ Объём первой выборки

$xsr1 := 3.8$ Выборочное среднее первой выборки

$n2 := 40$ Объём второй выборки

$xsr2 := 4.0$ Выборочное среднее второй выборки

$\sigma := 0.5$ СКО

$\alpha := 0.05$ Уровень значимости

Гипотезы

H_0: a1 = a2. Термообработка не увеличила растяжимость пружины

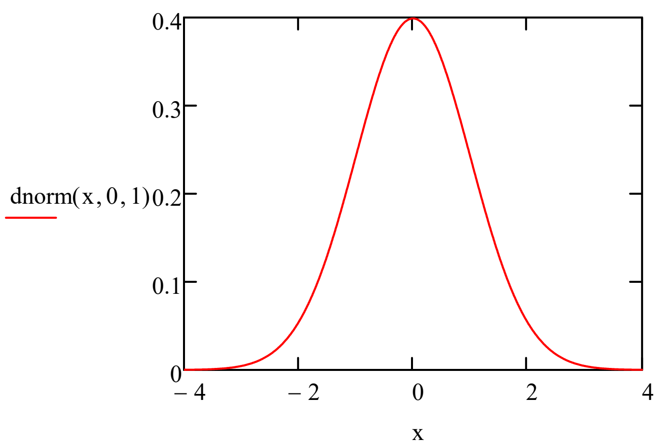
H_1: a1<a2. Термообработка увеличила растяжимость пружины

$$Knabl := \frac{xsr1 - xsr2}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n1} + \frac{\sigma^2}{n2}}} = -1.886$$

Наблюдаемое значение параметра

$x := -4, -3.99 .. 4$

Плотность нормального распределения



Альтернативная гипотеза левосторонняя. Ищем Kkrit с помощью значений функции Лапласа.

$$Kkrit := qnorm\left(\frac{1}{2} - \alpha + 0.5, 0, 1\right) = 1.645$$

Так как критическая область левосторонняя (-\infty; -1,645). Наблюдаемое значение попадает в критическую область, следовательно, основную гипотезу отклоняем в пользу альтернативной. Т. е. термообработка увеличила растяжимость пружины.

Задача 2. "Критерий согласия Пирсона"

Дано:

$ORIGIN := 1$

$k := 6$ Число интервалов группировки

$n := 33$ Объём выборки

$\alpha := 0.05$ Уровень значимости

$r := 2$ Число зависимых степеней для нормального распределения

$$a := \begin{pmatrix} 2.3 \\ 2.5 \\ 2.7 \\ 2.9 \\ 3.1 \\ 3.3 \\ 3.5 \end{pmatrix} \qquad nj := \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 9 \\ 8 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Число попаданий СВ x в заданные интервалы(по условию задачи)

$$zj := \begin{pmatrix} \frac{a_1 + a_2}{2} \\ \frac{a_2 + a_3}{2} \\ \frac{a_3 + a_4}{2} \\ \frac{a_4 + a_5}{2} \\ \frac{a_5 + a_6}{2} \\ \frac{a_6 + a_7}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 2.6 \\ 2.8 \\ 3 \\ 3.2 \\ 3.4 \end{pmatrix}$$

Расчёт середин интервалов для вычисления среднего арифметического по сгруппированному статистическому ряду

Вычисляем среднее арифметическое по формуле по сгруппированному статистическому ряду

$$xsr := \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^{k} \left(nj_j \cdot zj_j \right) = 2.873$$

Вычисляем исправленную дисперсию по сгрупп. статичтисескому ряду. Получим оценку дисперсии.

$$s2 := \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{k} \left[nj_i \cdot \left(zj_i - xsr \right)^2 \right] = 0.075$$

Вычислим выборочное СКО

$$sko := \sqrt{s2} = 0.273$$

С помощью критерия Пирсона проверим основную гипотезу
H0: X~N(a, σ), то есть X~N(2.873, 0.273) с параметрами, рассчитанными по выборке
Альтернативная гипотеза
H1: X != N(a, σ), то есть X != N(2.873, 0.273)

Вычислим вероятности pj попадания в интервалы. Так как мы предполагаем, что X~N(a, σ), то используем формулу "Вероятность попадания нормально распределённой СВ в заданный интервал"

$$i := 1 .. 6$$

$$p_i := \mathrm{pnorm}\left(a_{i+1}, xsr, sko\right) - \mathrm{pnorm}\left(a_i, xsr, sko\right) = \ldots$$

$$p = \begin{pmatrix} 0.068 \\ 0.177 \\ 0.276 \\ 0.258 \\ 0.144 \\ 0.048 \end{pmatrix} \qquad \sum p = 0.971$$

Вычислим наблюдаемое значение K~χ^2(k-r-1)

$$Knabl := \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(nj_i - n \cdot p_i\right)^2}{n \cdot p_i} = 0.409$$

Вычислим критическое значение статистики K~χ^2(k-r-1)

$$Kkrit := \mathrm{qchisq}(1 - \alpha, k - r - 1) = 7.815$$

Критическая область критерия Пирсона правосторонняя, то есть (Kkrit; +\infty)
Статистичкеское решение: Knabl < Kkrit => наблюдаемое значение не попадает в критическую область =>(следовательно) гипотеза H0 принимается: СВ имеет нормальное распределение X~N(2.873, 0.273) с параметрами ,рассчитанными по выборке

Задача 3. "Проверка однородности выборок с помощью критерия знаков"

Дано:

$$x := \begin{pmatrix} 0.81 \\ 3.3 \\ 5.52 \\ 1.64 \\ 4.18 \\ 2.81 \\ 1.32 \\ 4.09 \\ 3.44 \\ 1.68 \\ 0.1 \\ 1.56 \\ 1.01 \\ 2.41 \\ 1.49 \\ 2.11 \\ 4.42 \\ 4.21 \\ 2.5 \\ 0.3 \end{pmatrix} \qquad y := \begin{pmatrix} 4.17 \\ 0.79 \\ 3.26 \\ 2.14 \\ 2.7 \\ 2.89 \\ 3.26 \\ 3.83 \\ 4.63 \\ 2.89 \\ 2.89 \\ 2.41 \\ 2.97 \\ 3.19 \\ 3.35 \\ 2.52 \\ 3.22 \\ 3.14 \\ 2.36 \\ 3.4 \end{pmatrix}$$

$\alpha := 0.05$ Уровень значимости

Гипотезы:
H0: F1(x)=F2(x)
H1: F1(x)!=F2(x)

$z := x - y =$

	1
1	-3.36
2	2.51
3	2.26
4	-0.5
5	1.48
6	-0.08
7	-1.94
8	0.26
9	-1.19
10	-1.21
11	-2.79
12	-0.85
13	-1.96
14	-0.78
15	-1.86
16	-0.41
17	1.2
18	1.07
19	0.14
20	-3.1

Вычитаем соответствующие значения второй выборки из значений первой для поиска нетипичных сдвигов

$Knabl := 7$

$Kkit := 5$

Так как притерий знаков левосторонний, критическая область имеет вид (-\infty; 5) Следовательно наблюдаемое значение не попадает в критическую область => мы отвергаем гипотезу H1. То есть, выборки однородны.

Задача 4. "Проверка однородности выборки с помощью критерия Вилкоксона"

Дано:

$$x := \begin{pmatrix} 0.81 \\ 3.3 \\ 5.52 \\ 1.64 \\ 4.18 \\ 2.81 \\ 1.32 \\ 4.09 \\ 3.44 \\ 1.68 \\ 0.1 \\ 1.56 \\ 1.01 \\ 2.41 \\ 1.49 \\ 2.11 \\ 4.42 \\ 4.21 \\ 2.5 \\ 0.3 \end{pmatrix} \qquad y := \begin{pmatrix} 4.17 \\ 0.79 \\ 3.26 \\ 2.14 \\ 2.7 \\ 2.89 \\ 3.26 \\ 3.83 \\ 4.63 \\ 2.89 \\ 2.89 \\ 2.41 \\ 2.97 \\ 3.19 \\ 3.35 \\ 2.52 \\ 3.22 \\ 3.14 \\ 2.36 \\ 3.4 \end{pmatrix}$$

$\alpha := 0.02$ Уровень значимости

Гипотезы:
H0: F1(x)=F2(x)
H1: F1(x)!=F2(x)

$Q := \frac{\alpha}{2} = 0.01$

Объединяем и
сортируем выборки

$z := \mathrm{stack}(x, y)$

$\mathrm{sort}(z)$

Ранжируем
объединённые выборки

$z1 := \mathrm{Rank}(z) =$

	1
1	4
2	29
3	40
4	9
5	36
6	19
7	6
8	34
9	32
10	10
11	1
12	8
13	5
14	14.5
15	7
16	11
17	38
18	37
19	16
20	2
21	35
22	3
23	27.5
24	12
25	18
26	21
27	27.5
28	33
29	39
30	21
31	21
32	14.5
33	23
34	25
35	30
36	17
37	26
38	24
39	13
40	31

Находим наблюдаемое значение
критерия Вилкоксона, суммируя ранги
первой выборки

$$Knabl := \sum_{i=1}^{20} z1_i = 358.5$$

$WL := 324$

$WR := 496$

Так как критерий Вилкоксона имеет двусторонюю крит. область, в данной ситуации она имеет вид (-\infty; 324) (496; +\infty). Наблюдаемое значение не попадает в крит. область => мы отвергаем альтернативную гипотезу. То есть, выборки однородны.