Лабораторна робота № 1

Вступ до штучних нейронних мереж. Задача класифікації

Мета роботи: вивчення основ функціонування штучного нейрона і його застосування до лінійно роздільної найпростішої класифікації

1. Короткі теоретичні відомості

Штучні нейрони, які також називаються нейронними клітинами, вузлами, модулями, моделюють структуру й функції біологічних нейронів. Архітектура й особливості штучних нейронних мереж, утворених нейронами, залежать від конкретних завдань, які мають бути вирішені з їхньою допомогою.

Структуру штучного нейрона зображено на рис. 1

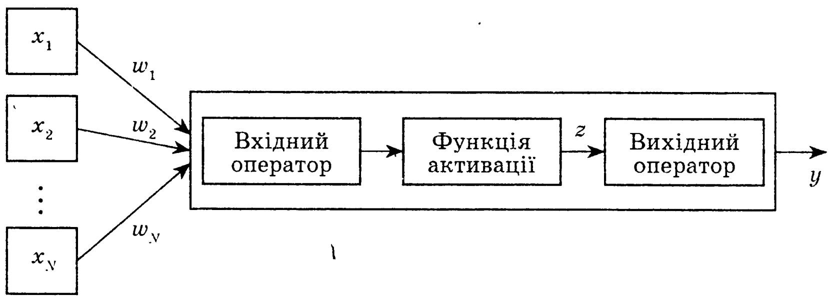

Рис. 1. Структура штучного нейрона

Вхідними сигналами штучного нейрона $x_i (i = \overline{1, N})$ є вихідні сигнали інших нейронів, кожний з яких узятий зі своєю вагою $w_i (i = \overline{1, N})$, аналогічною синаптичній силі.

Вхідний оператор $f_{вх}$ перетворює зважені входи й подає їх на оператор активації f_a. Вихідний сигнал нейрона у являє собою перетворений вихідним оператором $f_{вих}$ вихідний сигнал оператора активації. Таким чином, нелінійний оператор перетворення вектора вхідних сигналів x у вихідний сигнал y може бути записаний у такий спосіб:

$$y = f_{вих}(f_a(f_{вх}(x, w))) \tag{1}$$

Вихідний сигнал даного нейрона є вхідним для наступного.

Вхідний оператор (вхідна функція) нейрона задає вигляд використовуваного в нейроні перетворення зважених входів. Відмінність гальмуючих входів від збуджувальних відбивається у знаках відповідних ваг. Звичайно використовуються такі вхідні функції:

— сума зважених входів

$$f(x, w) = \sum_{i=1} w_i x_i; \tag{2}$$

— максимальне значення зважених входів

$$f(x, w) = \max_i \quad w_i x_i; \tag{3}$$

— добуток зважених входів

$$f(x, w) = \prod_{i=1}^{N} w_i x_i; \tag{4}$$

— мінімальне значення зважених входів

$$f(x, w) = \min_i (w_i x_i). \tag{5}$$

Функція активації (activation function) $f_a(\bullet)$ описує правило переходу нейрона, що перебуває в момент часу k у стані $z(k)$, у новий стан $z(k + 1)$ при надходженні вхідних сигналів x

$$z(k+1) = f_a(z(k), f_{вх}(x, w)). \tag{6}$$

Найбільш простими активаційними функціями є

— лінійна

$$f(z) = Kx, \; K = const; \tag{7}$$

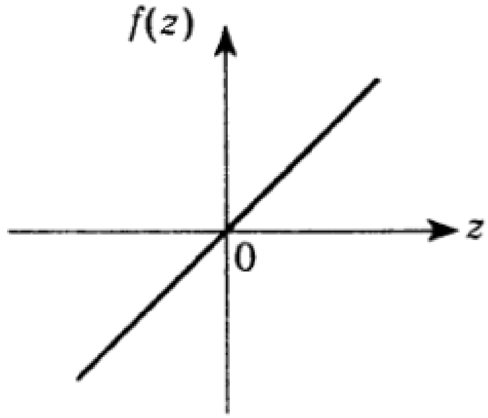

Рис. 2. Лінійна функція

— лінійна біполярна з насиченням

$$f(z) = \begin{cases} 1 \quad при \quad z > \alpha_2, \\ Kz \quad при \quad -\alpha_1 \le z \le \alpha_2, \\ -1 \quad при \quad z < \alpha_1; \end{cases} \tag{8}$$

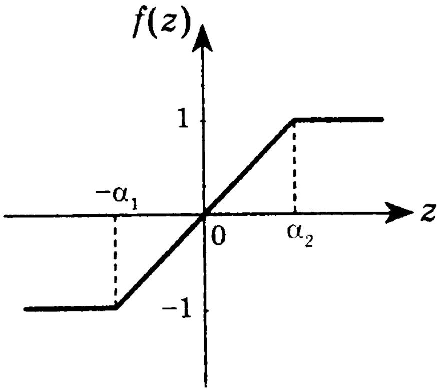

Рис. 3. Лінійна біполярна функція з насиченням

—лінійна уніполярна з насиченням

$$f(z)=\begin{cases} 1 \quad при \quad z \geq \dfrac{1}{2\alpha}, \\ \alpha z + 0{,}5 \quad при \quad |z| < \dfrac{1}{2\alpha}, \\ 0 \quad при \quad z \leq -\dfrac{1}{2\alpha}. \end{cases} \tag{9}$$

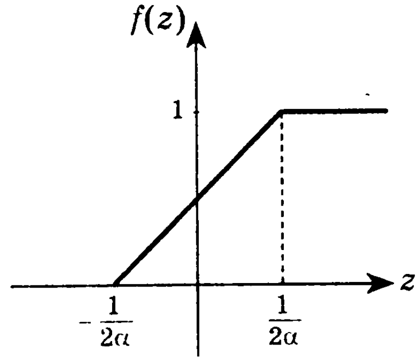

Рис. 4. Лінійна уніполярна функція з насиченням

Незважаючи на те, що лінійні функції є найбільш простими, їхнє застосування обмежене, в основному, найпростішими ШНМ, які не мають у своєму складі прихованих шарів, у яких, крім того, існує лінійна залежність між вхідними й вихідними змінними. Такі мережі мають обмежені можливості. Для багатошарової ж лінійної мережі справедливо наступне. Оскільки після вхідного оператора на оператор активації надходить сукупність зважених вхідних сигналів, записана, наприклад, у матричному вигляді W_1x, використання лінійної активаційної функції призводить до того, що на виході другого шару з'явиться сигнал $W_2(W_1x) = (W_2W_1)x$. Це означає, що двошарова лінійна мережа еквівалентна одношаровій з ваговою матрицею, що дорівнює добутку вагових матриць першого й другого шарів. Звідси випливає, що будь-яка багатошарова лінійна мережа може бути замінена еквівалентною одношаровою.

Використання лінійних активаційних функцій не є зайвим у багатошарових ШНМ, для розширення ж можливостей мережі застосовують нелінійні функції активації.

Функція Хевісайда - уніполярна гранична функція вигляду

$$f(z)=\begin{cases}1 & при \quad z\ge\alpha,\\ 0 & при \quad z<\alpha.\end{cases} \tag{10}$$

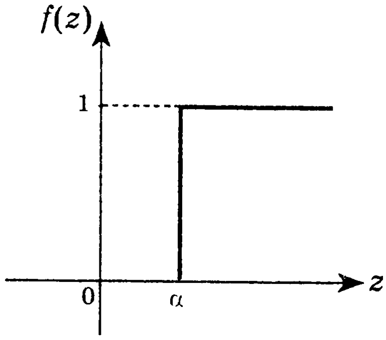

Рис. 5. Уніполярна порогова функція

Різновидом даної функції є біполярна порогова функція

$$f(z)=\begin{cases}1 & при \quad z\ge\alpha\\ -1 & при \quad z<\alpha\end{cases} \tag{11}$$

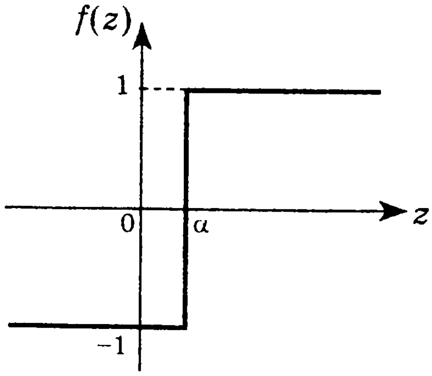

Рис. 6. Біполярна порогова функція

Ці функції активації застосовувалися в основному в класичних ШНМ. При побудові нових структур ШНМ найчастіше доводиться працювати як із самою активаційною функцією, так і з її першою похідною. У цих випадках необхідним є використання як активаційної монотонної диференційованої й обмеженої функції. Особливо важливу роль відіграють такі функції під час моделювання нелінійних залежностей між вхідними й вихідними змінними. Це так звані логістичні, або сигмоїдальні (*S*-подібні), функції.

Функція *f(•)* називається сигмоїдальною, якщо вона є монотонно зростаючою, диференційованою і задовольняє умові

$$\lim_{\lambda \to -\infty} f(\lambda) = k_1, \quad \lim_{\lambda \to \infty} f(\lambda) = k_2, \quad k_1 < k_2. \tag{12}$$

до таких функцій належать:

– логістична (уніполярна)

$$\begin{aligned} f_{\log}(z) &= \frac{1}{1+e^{-\alpha z}}; \\ \frac{d}{dz} f_{\log}(z) &= \alpha f_{\log}(z)\left(1 - f_{\log}(z)\right); \end{aligned} \tag{13}$$

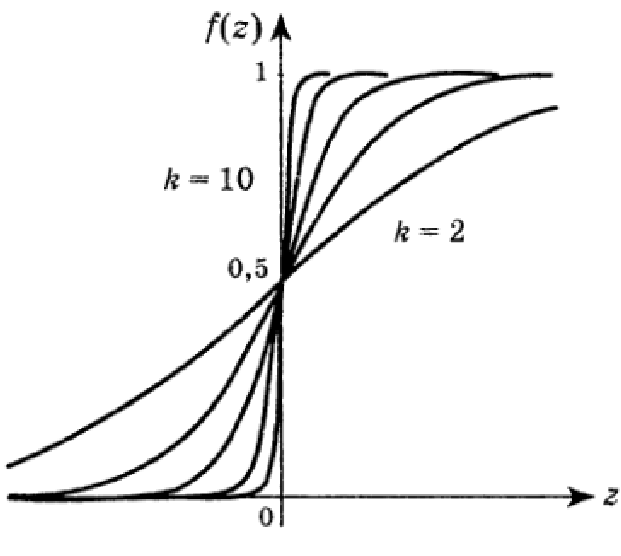

Рис. 7. Логістична функція

– гіперболічного тангенса (біполярна)

$$f_{th}(z) = \tanh(\alpha z) = \frac{e^{uz} - e^{-\alpha z}}{e^{\alpha z} + e^{-\alpha z}};$$
$$\frac{d}{dz} f_{th}(z) = 1 - \tanh^2(\alpha z). \qquad (14)$$

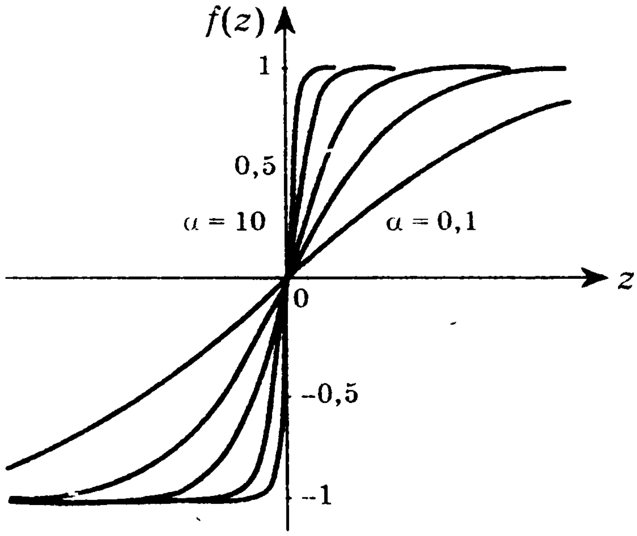

Рис. 8. Функція гіперболічного тангенса

Функції (13) і (14) можуть бути виражені одна через одну.

Наприклад, $f_{th}(\alpha z) = \tanh(\alpha z) = \dfrac{e^{\alpha z}(1 - e^{-2\alpha z})}{e^{\alpha z}(1 + e^{-2\alpha z})} = \dfrac{2 - (1 + e^{-2\alpha z})}{1 + e^{-2\alpha z}} = 2 f_{\log}(z) - 1.$

Аналогічно можна показати, що $f_{\log}(z) = \dfrac{1}{2}(\tanh(\dfrac{z}{2}) - 1).$

Слід також зазначити, що перевага функції $f_{th}(z)$ перед $f_{log}(z)$ полягає в її симетричності відносно початку координат (у деяких випадках це істотно полегшує обчислення).

– синусоїдальна з насиченням (біполярна)

$$f_{\sin}(z)=\begin{cases}1 \quad при \quad z \geq \alpha, \\ \sin z \quad при \quad |z| < \alpha, \\ -1 \quad при \quad z \leq -\alpha;\end{cases} \tag{15}$$

$$\frac{d}{dz} f_{\sin}(z) = \sqrt{1 - f_{\sin}^2(z)};$$

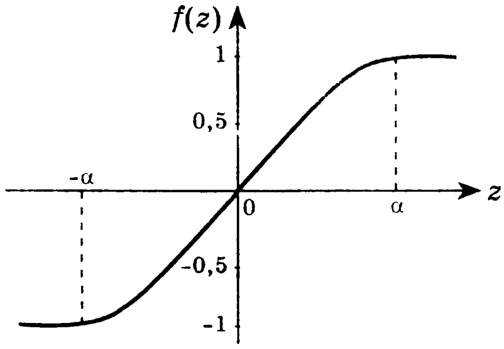

Рис. 9. Функція синусоїдальна з насиченням

– косинусоїдальна з насиченням (уніполярна)

$$f_{\cos}(z)=\begin{cases}1 \quad при \quad z \geq \frac{\pi}{2}, \\ \frac{1}{2}(1+\cos(z-\frac{\pi}{2})) \quad при \quad |z| < \frac{\pi}{2}, \\ 0 \quad при \quad z \leq -\frac{\pi}{2}.\end{cases} \tag{16}$$

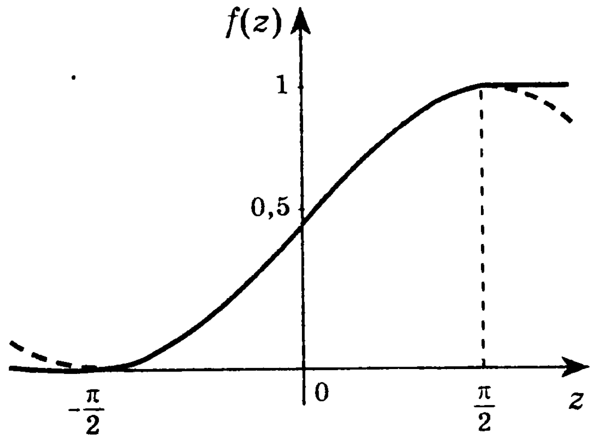

Рис. 10. Функція косинусоїдальна з насиченням

– модульована сигмоїда

$$f(x,w)=\frac{1}{1+e^{-x-y-\theta}}-\frac{1}{1+e^{x-y-\theta}} \tag{17}$$

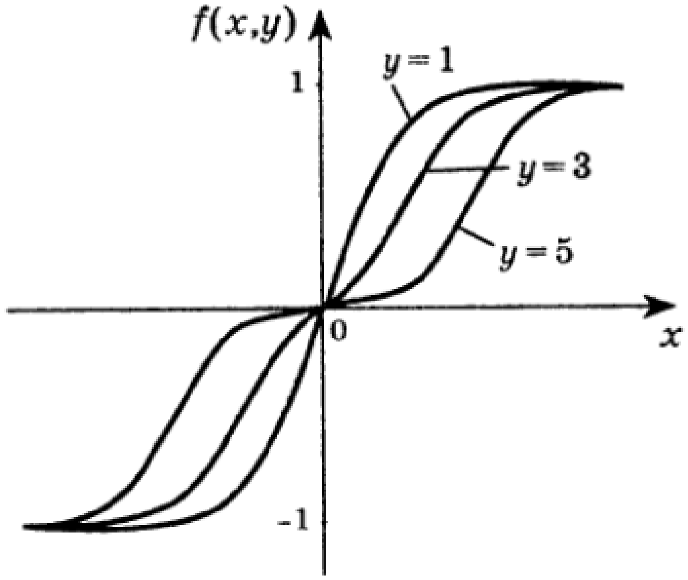

Рис. 11. Функція «модульована сигмоїда»

Сигмоїдальну функцію за аналогією з електронними системами можна вважати нелінійною підсилювальною характеристикою штучного нейрона.

Центральна область такої функції, що має великий коефіцієнт підсилення, вирішує проблему обробки слабких сигналів, а області зі спадним посиленням на позитивному й негативному кінцях слугують для обробки значних збуджень. Таким чином, нейрон функціонує з більшим підсиленням у широкому діапазоні рівнів вхідного сигналу.

Вибір конкретного виду активаційної функції специфічний для кожного виду ШНМ і залежить від завдання, яке необхідно вирішити.

Вихідний оператор служить для представлення стану нейрона в бажаній області значень. Зазвичай у більшості робіт цей оператор не виділяють, а під вихідним сигналом нейрона розуміють сигнал після оператора активації. Однак під час аналізу й синтезу ШНМ, що містять різні активаційні функції, які мають різні області значень й області визначення, виникає необхідність використання такого оператора $f_{вих}$.

2. Топологія ШНМ

З'єднані між собою нейрони утворюють ШНМ. Таким чином, ШНМ — пара *(M, V)*, де *M* — множина нейронів; *V* — множина зв'язків. Структура мережі задається у вигляді графа, у якому вершини є нейронами, а ребра являють собою зв'язки (з'єднання). Кожен нейрон мережі має вхідні ланцюги, причому їхня кількість є довільною для кожного нейрона.

У загальному випадку ШНМ складається з декількох шарів, серед яких обов'язково є вхідний, що отримує зовнішні сигнали, вихідний, що відбиває реакцію нейронів на комбінації вхідних сигналів, і в багатошарових ШНМ — приховані шари (рис. 12).

Така пошарова організація є аналогом шаруватих структур певних відділів мозку.

Зв'язки між нейронами задаються у вигляді векторів і матриць. Ваги зручно подавати елементами матриці $W = [w_{ij}]$ розмірності *N x M*, де *N* — кількість входів; *M* — кількість нейронів. Елемент w_{ij} відбиває зв'язок між і-м й *j*-м нейронами. При цьому, якщо:

- $w_{ij} = 0$ — зв'язок між *i*-м й *j*-м нейронами відсутній;
- $w_{ij} < 0$ — гальмуючий сигнал зв'язок;
- $w_{ij} > 0$ — прискорювальний сигнал (збуджувальний) зв'язок.

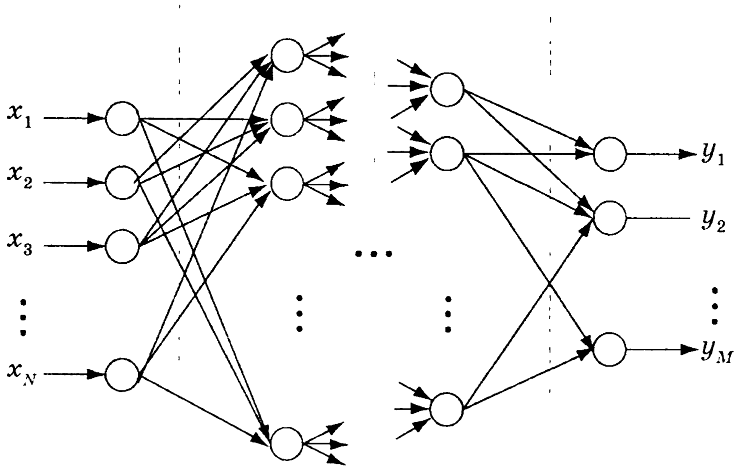

Рис. 12. Структура ШНМ

Приклад 2.1. На рис. 13 зображено ШНМ і відповідну їй матрицю зв'язків.

$$W = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0{,}1 & 0 & 0{,}8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}3 & 0{,}4 & -0{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0{,}4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Рис. 13. Приклад представлення ШНМ

Залежно від того, чи містять ШНМ зворотні зв'язки, чи ні, розрізнюють їхні топології.

ШНМ без зворотних зв'язків (прямого поширення, Feed forward):

– першого порядку;
– другого порядку (з «shortcut connections»);

ШНМ зі зворотними зв'язками (зворотного поширення, рекурентні, Feedback):

– з прямими зворотними зв'язками (direct feedback);
– з непрямими зворотними зв'язками (indirect feedback);
– з латеральними зв'язками (lateral feedback);
– повнозв'язні.

ШНМ прямого поширення.

Дана топологія припускає наявність декількох шарів зі зв'язками між нейронами різних шарів. У мережах першого порядку існують тільки зв'язки між двома сусідніми шарами, тобто між i-м й $(i + 1)$-м шарами. Цьому випадку говорять, що зв'язки ШНМ пошарові. Якщо в мережі цього типу кожен нейрон шару і пов'язаний з кожним нейроном (і + 1)-го шару, мережа називається повнозв'язною прямого поширення.

У мережах другого порядку поряд зі зв'язками між нейронами сусідніх i-го й $(i + 1)$-го шарів присутні зв'язки між нейронами шарів i-го й $(i + l)$-го, де i> 1. Такий зв'язок називається «shortcut».

Приклад такої ШНМ наведено на рис. 14.

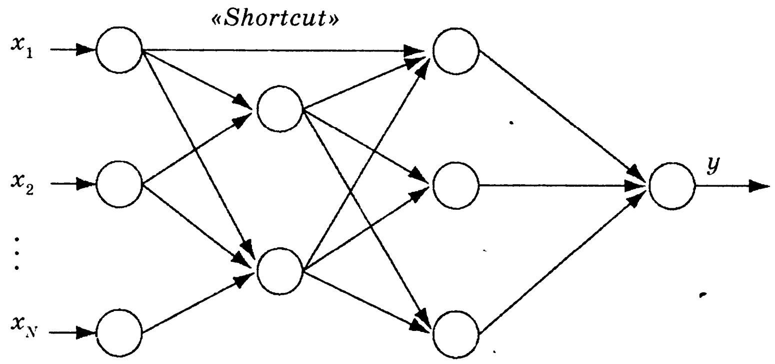

Рис. 14. ШНМ прямого поширення другого порядку

Для мереж прямого поширення матриця зв'язків W є верхньою трикутною матрицею.

ШНМ зворотного поширення.

Мережі цього типу припускають наявність зворотних зв'язків як між нейронами різних шарів, так і між нейронами одного шару. Використання мереж зі зворотними зв'язками необхідне у процесі вивчення складних динамічних об'єктів, наприклад об'єктів, що змінюють свій стан при надходженні нових вхідних сигналів. Такі ШНМ можуть мати властивості, подібні до короткочасної людської пам'яті.

У ШНМ із прямими зворотними зв'язками (рис. 15) на вхід нейрона деякого i-го шару подається його вихідний сигнал, тобто даний нейрон підсилює або послаблює сигнал, перетворений його активаційною функцією, завдяки чому досягається його граничний активаційний стан.

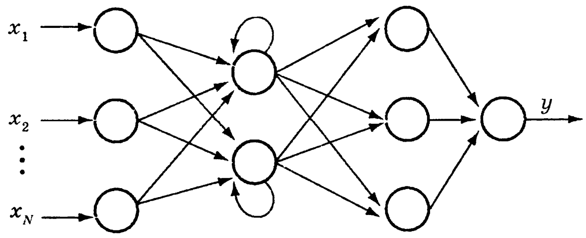

Рис. 15. ШНМ із прямими зворотними зв'язками

У ШНМ із непрямими зворотними зв'язками існують зв'язки нейрона *i*-го шару з нейронами *(i - k)*-го шару $k > 0$. При цьому одночасно можуть бути прямі зв'язки цього ж нейрона з нейроном *(i + l)*-го шару ($l > 0$). Введення таких зворотних зв'язків необхідно, щоб виділити певну особливо важливу для даної ШНМ область вхідних сигналів (рис. 16).

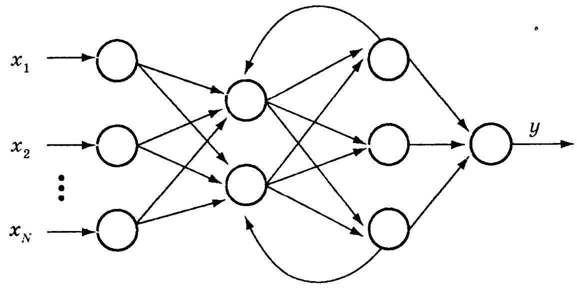

Рис. 16. ШНМ із непрямими зворотними зв'язками

ШНМ із латеральними зв'язками має зв'язки між нейронами одного шару (рис. 17). Такий тип зворотних зв'язків використовується у тому випадку, якщо тільки один нейрон з даної групи нейронів має бути активним. У цьому випадку на вхід кожного нейрона надходять гальмуючий (ослабляючий, інгібіторний) сигнал від інших нейронів і звичайно збуджувальний (посилюючий, ексгібіторний) сигнал власного зворотного зв'язку. Нейрон із найбільшою активністю (переможець) придушує інші нейрони. Тому цю топологію називають також топологією мережі «переможець отримує все» (WTA — Net).

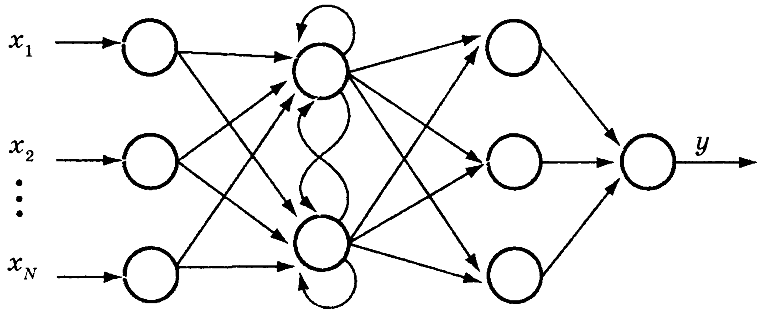

Рис. 17. ШНМ із латеральними зв'язками

Повнозв'язні ШНМ.

Повнозв'язні ШНМ характеризуються наявністю зв'язків між усіма нейронами мережі (рис. 18). Цей вид топології відомий також як мережа Гопфілда.

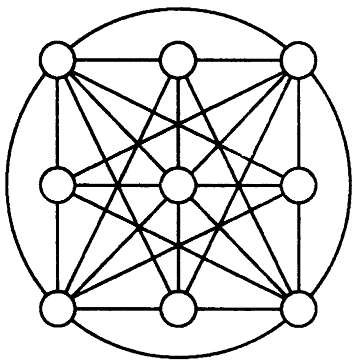

Рис. 18. Повнозв'язна ШНМ

Особливістю даної топології є те, що матриця зв'язків W має бути симетричною з нульовими діагональними елементами.

3. Навчання ШНМ

Характерною властивістю ШНМ є її здатність до навчання, що полягає у виробленні правильної реакції на подані їй різні вхідні сигнали. Існують такі можливості навчання ШНМ:

— зміна конфігурації мережі шляхом утворення нових або виключення деяких наявних зв'язків між нейронами;

— зміна елементів матриці зв'язку (ваг);

— зміна характеристик нейронів (виду й параметрів активаційної функції й т. д.).

Найбільшого поширення сьогодні отримав підхід, при якому структура мережі задається апріорно, а мережа навчається шляхом настроювання матриці зв'язків (вагових коефіцієнтів) W. Від того, наскільки вдало побудована ця матриця, залежить ефективність даної мережі. У цьому випадку навчання полягає у зміні за певною процедурою елементів матриці W при послідовному поданні мережі деяких векторів, що навчають.

У зв'язку з цим штучний нейрон може бути представлений у такий спосіб (рис. 19).

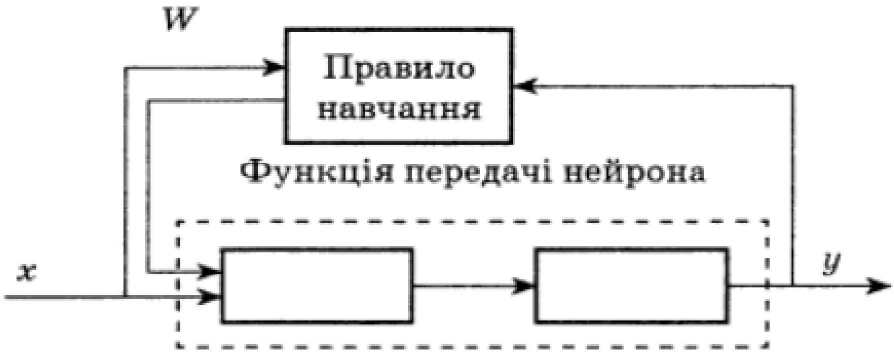

Рис. 19. Модель штучного нейрона

У процесі навчання ваги стають такими, що під час надходження вхідних сигналів мережа виробляє відповідні необхідні вихідні сигнали. Розрізняють навчання **з учителем і без учителя**. Перший тип навчання припускає, що є «учитель», що задає пари, які навчають — для кожного вхідного вектора, що навчає, необхідний вихід мережі. Для кожного вхідного вектора, що навчає, обчислюється вихід мережі, порівнюється з відповідно необхідним, визначається похибка виходу, на основі якої й коректуються ваги. Пари, що навчають, подаються мережі послідовно й ваги уточнюються доти, поки похибка за такими парами не досягне необхідного рівня.

Цей вид навчання неправдоподібний з біологічної точки зору. Дійсно, важко уявити зовнішнього «учителя» мозку, що порівнює реальні й необхідні реакції того, кого навчають, і коригує його поведінку за допомогою негативного зворотного зв’язку. Більш природним є навчання без учителя, коли мережі подаються тільки вектори вхідних сигналів, і мережа сама, використовуючи деякий алгоритм навчання, підстроювала б ваги так, щоб при поданні їй досить близьких вхідних векторів вихідні сигнали були б однаковими. У цьому випадку в процесі навчання виділяються статистичні властивості множини вхідних векторів, що навчають, і відбувається об’єднання близьких (подібних) векторів у класи. Подання мережі вектора з даного класу викликає її певну реакцію, яка до навчання є непередбаченою. Тому в процесі навчання виходи мережі мають трансформуватися в деяку зрозумілу форму. Це не є серйозним обмеженням, оскільки зазвичай нескладно ідентифікувати зв’язок між вхідними векторами й відповідною реакцією мережі.

Існує ще один вид навчання — з підкріплюванням (reinforcement learning), при якому також передбачається наявність учителя, що не підказує, однак, мережі правильної відповіді. Учитель тільки повідомляє, правильно чи неправильно відпрацювала мережа поданий образ. На основі цього мережа корегує свої параметри, збільшуючи значення ваг зв'язків, що правильно реагують на вхідний сигнал, і зменшуючи значення інших ваг. Сьогодні існує велика кількість алгоритмів навчання.

4. Класифікація за допомогою нейронних мереж.

Розв'язання задачі класифікації є одним з найважливіших застосувань нейронних мереж. Задача класифікації представляє собою задачу віднесення зразка до одного з декількох попарно неперетинних множин.

Можливі декілька способів представлення даних. Найпоширенішим є спосіб, при якому зразок представляється вектором. Компоненти цього вектора представляють собою різні характеристики зразка, які впливають на ухвалення рішення про те, до якого класу можна віднести даний зразок.

Таким чином, на підставі деякої інформації про зразок, необхідно визначити, до якого класу його можна віднести.

Класифікатор відносить об'єкт до одного з класів у відповідності з визначеним розбиттям N – вимірного простору, який називається простором входів, а розмір цього простору визначає кількість компонент вектора.

Перш за все, потрібно визначити рівень складності системи. В реальних задачах часто виникає ситуація, коли кількість зразків обмежена, що ускладнює визначення складності задачі.

Можливо виділити три основні рівні складності. Перший (найпростіший) - коли класи можна розділити прямими лініями (або гіперплощинами, якщо простір входів має розмірність більше двох) - так звана лінійна роздільність. В другому випадку класи неможливо розділити лініями (площинами), але їх, можливо, відділити за допомогою більш складного розподілу - нелінійна роздільність. В третьому випадку класи перетинаються, і можна говорити тільки про роздільність ймовірності.

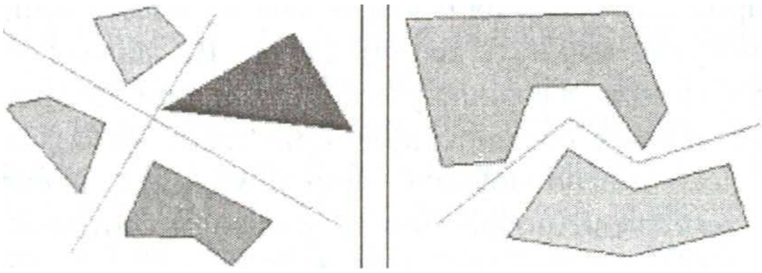

Рис. 20. Лінійно і нелінійно роздільні класи

В ідеальному варіанті, після попереднього оброблення, можна отримати лінійно роздільну задачу, оскільки після цього значно спрощується побудова класифікатора.

На жаль, при розв’язанні реальних задач є обмеження кількості зразків, на підставі яких і проводиться побудова класифікатора. При цьому не можна провести таке попереднє оброблення даних, при якому буде досягнута лінійна роздільність зразків.

Мережі з прямим зв'язком є універсальним засобом апроксимації функцій, що дозволяє їх використовувати при розв’язанні задачі класифікації. Як правило, нейронні мережі виявляються найефективнішим способом класифікації, тому що фактично генерують більшість регресійних моделей (які використовуються при розв’язанні задачі класифікації статистичними методами).

На жаль, при застосуванні нейронних мереж в практичних задачах виникає ряд проблем. По-перше, наперед не відомо, якої складності (розміру) може знадобитися мережа для достатньо точної реалізації відображення. Ця складність може виявитися надмірно високою, що зажадає складну архітектуру мережі.

Так, Мінський в своїй роботі «Персептрони» довів, що найпростіші одношарові нейронні мережі здатні розв’язувати тільки лінійно роздільні задачі. Це обмеження переборне при використанні багатошарових нейронних мереж. У загальному вигляді можна сказати, що у мережі з одним прихованим шаром вектор, відповідний вхідному зразку, перетвориться прихованим шаром в деякий новий простір, який може мати іншу розмірність. Потім гіперплощини, відповідні нейронам вихідного шару, розділяють його на класи. Таким чином, мережа розпізнає не тільки характеристики початкових даних, але і «характеристики характеристик», сформовані прихованим шаром.

5. Контрольні питання.

1. Що таке штучний нейрон?
2. Дайте означення штучної нейронної мережі.
3. Як функціонує нейрон? Структура штучного нейрона.
4. Наведіть приклади основних функцій активації.
5. Наведіть приклади топологій штучних нейронних мереж.
6. Що таке задача класифікації?
7. Рівні складності класифікації.
8. Яку топологію ШНМ частіше застосовують при вирішенні задачі класифікації?
9. Особливості застосування одношарових ШНМ.
10. Особливості навчання з учителем та без оного.

6. **Завдання**

На координатній площині x_1Ox_2 задані 2 класи значень пар, представлених координатами $(x_1;x_2)$. **Відповідно до свого номера варіанта визначити:**

- до якого класу належить поставлена задача класифікації (зобразити приклади координат цих двох класів на графіку);
- чи потрібне навчання;
- побудуйте математичну модель штучного нейрона для розв’язання поставленої задачі;
- розглянути всі можливі випадки, коли нейрон з обраним «суматором» і функцією активації не класифікує, записати обмеження.

7. Варіанти

1. Значення $(x_1; x_2)$ у 1 чверті (наприклад, (3; 6) (4; 6) (1; 2)) та у 3 чверті координатної площини (наприклад, (-2; -2) (-3; -2) (-5; -4)).
2. Значення $(x_1; x_2)$ у 1 і 2 чверті (наприклад, (2; 1) (-3; 2)) та у 3 і 4 чверті координатної площини (наприклад, (-3; -5) (4; -2)).
3. Значення $(x_1; x_2)$ у 1 і 4 чверті (наприклад, (2; 1) (3; -2)) та у 2 і 3 чверті координатної площини (наприклад, (-4; 5), (-4; -1)).
4. Значення $(x_1; x_2)$ у 1 і 3 чверті (наприклад, (2; 1) (-3; -2)) та у 2 і 4 чверті координатної площини (наприклад, (-4; 5), (4; -3)).
5. Значення $(x_1; x_2)$ у 2 чверті (наприклад, (-2; 3) (-3; 2)) та у 4 чверті координатної площини (наприклад, (3; -5) (4; -2)).
6. Значення $(x_1; x_2)$ у 2 чверті (наприклад, (-2; 3) (-3; 2)) та у 4 чверті координатної площини (наприклад, (3; -5) (4; -2)).
7. Значення $(x_1; x_2)$ у 1 чверті (наприклад, (8; 1) (8; 5) (1; 2)) та у 3 чверті координатної площини (наприклад, (-4; -6) (-3; -4) (-1;-2)).
8. Значення $(x_1; x_2)$ у 1 і 2 чверті (наприклад, (12; 6) (4; 7) (2; 1), (-3; 2) (-1; 3) (-6; 5)) та у 3 і 4 чверті координатної площини (наприклад, (-2; -2) (-5; -2) (-8; -4), (4; -2) (3; -2) (5; -5)).
9. Значення $(x_1; x_2)$ у 1 і 4 чверті (наприклад, (1; 1) (1;5) (2; 1), (3; -2) (3; -2) (5; -6)) та у 2 і 3 чверті координатної площини (наприклад, (-4; 5) (-3; 2) (-5; 4), (-4; -1) (-2; -5) (-3; -1) (-3; -4)).

8. Звіт

Представити звіт з лабораторної роботи, оформлений **власноручно** (лише титульний аркуш дозволяється друкувати), який повинен містити:

- титульний аркуш;
- короткі теоретичні відомості;
- виконання індивідуального завдання;
- відповіді на контрольні питання (**обов'язково** написані власноручно);
- захист проводиться у формі співбесіди (**обов'язково** студент повинен знати основні вхідні функції, а також функції активації штучного нейрона і їх графіки; знати відповіді на контрольні запитання, самостійно виконати індивідуальне завдання і написати звіт).