

ESERCIZI DISTRIBUZIONI PT.2

Esercizio Lampadine Difettose (risolto con Poisson).

Un negozio di materiale elettrico riceve un lotto di 1000 lampadine. Per ognuna delle lampadine, la probabilità di presentare un difetto è 0.1%. Calcolare le probabilità che il lotto contenga:

- 0 lampadine difettose,
- 1 lampadina difettosa,
- almeno 2 lampadine difettose.

CON D. BINOMIALE:

$$X = \{ \text{NUMERO DI LAMPADINE DIFETTOSE IN UN LOTTO DA 1000} \}.$$

$$X \sim \text{BIN}(m, p) = \text{BIN}(1000, 0.001) \approx \text{Pois}(1).$$

CON D. POISSON:

$$\text{PER: } \left. \begin{array}{l} 1) m \text{ GRANDE} \\ 2) p = \frac{\mu}{m} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{BIN}(m, \frac{\mu}{m}) \xrightarrow{m \rightarrow +\infty} \text{Pois}(\mu)$$

QUINDI:

$$\text{• POISSON: } p_X(0) = e^{-1} \approx \boxed{0.3679} \quad \text{SI AVVICINA A:}$$

$$\text{• BINOMIALE: } p_X(0) = \boxed{0.3679}$$

Esercizio Produzione Fili

Una ditta produce fili di rame che presentano, all'incirca, un difetto ogni 40 cm. Qual è la probabilità di osservare 2 o più difetti in un metro di filo?

$$0 \text{ --- } \overset{D_1}{\times} \text{ --- } \overset{D_2}{\times} \text{ --- } \overset{D_3}{\times} \text{ --- } 1 \text{ m} \quad \text{• DIFETTI OGNI: } 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}.$$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) \quad \text{• } \mu = \frac{1 \text{ m}}{0.4 \text{ m}} = \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{2} = \text{TASSO DIFETTI OGNI METRO.}$$

$$= 1 - p_X(0) - p_X(1)$$

$$= \boxed{1 - e^{-2.5} - 2.5 \cdot e^{-2.5}}$$

Individuazione Distribuzione pt.1

Disponiamo le carte di un mazzo da 52 sul tavolo, estraendole una alla volta finché non esce il primo asso. Chiamiamo X il numero di carte estratte fino all'estrazione del primo asso. La distribuzione di X è:
A) Bernoulli, B) Binomiale, C) Geometrica, D) Binomiale-Negativa, E) Ipergeometrica, F) Altro

SOLUZIONE: VERREBBE DA DIRE CHE SI TRATTI DI UNA GEOMETRICA, MA NON LO È. L'INSIEME SUPPORTO DI UNA GEOMETRICA È $S = \{1, 2, \dots\}$ MENTRE IL VERO SUPPORTO DI X V.A. DEL PROBLEMA È:

$S_X = \{1, 2, \dots, 49\}$.  (CASO PEGGIORE)

- $P_X(1) = P(X=1) = \frac{4}{52}$ $A_i = i$ -ESIMA È UN ASSO.
- $P_X(2) = P(X=2) = P(A_2 \cap A_1^c) = P(A_2 | A_1^c) \cdot P(A_1^c) = \frac{4}{51} \cdot \frac{48}{52}$
- $P_X(3) = P(X=3) = P(A_3 \cap A_2^c \cap A_1^c) = P(A_3 | A_2^c \cap A_1^c) \cdot P(A_2^c | A_1^c) \cdot P(A_1^c) = \frac{4}{50} \cdot \frac{47}{51} \cdot \frac{48}{52}$
- $P_X(k) = P(X=k) = P(A_k \cap A_{k-1}^c \cap \dots \cap A_1^c) = \frac{48}{52} \cdot \dots \cdot \frac{48-(k-2)}{52-(k-2)} \cdot \frac{4}{52-(k-1)}$

RISPOSTA CORRETTA: F) ALTRO.

Individuazione Distribuzione pt.2

Estraiamo 10 carte da un mazzo da 52 e le disponiamo sul tavolo. Sia Y il numero di cuori estratti. La distribuzione di Y è:

A) Bernoulli, B) Binomiale, C) Geometrica, D) Binomiale-Negativa, E) Ipergeometrica, F) Altro

$$Y \sim \text{HYPER}(13, 39, 10)$$

$$P_Y(k) = P(Y=k) = \frac{\binom{13}{k} \cdot \binom{39}{10-k}}{\binom{13+39}{10}}$$

- $n = 10$
- $n+b = 52$
- $n = 13$ CUORI.
- $b = 39$ ALTRO.