

# ESERCIZI ASPETTAZIONE

**Esercizio 4)** Sia  $X$  una v.a. a.c. con distribuzione:

$$F(x) = \begin{cases} x(2-x) & x \in [0,1] \\ 0 & x \notin [0,1] \end{cases}$$

Calcolare il valore  $E[X]$ .

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 2-2x & x \in [0,1] \\ 0 & x \notin [0,1] \end{cases}$$

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx = \int_0^1 x \cdot (2-2x) \cdot dx = x^2 - \frac{2}{3}x^3 \Big|_0^1 = \boxed{\frac{1}{3}}$$

**Esercizio 3)** Sia  $X$  una v.a. continua con densità:

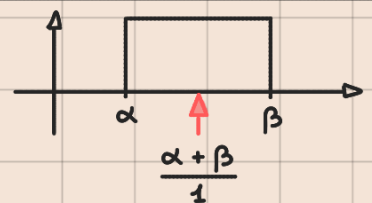
$$f(x) = \begin{cases} x/2 & x \in [0,2] \\ 0 & x \notin [0,2] \end{cases}$$

Calcolare il valore  $E[X]$ .

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx = \int_0^2 x \cdot \frac{x}{2} \cdot dx = \frac{x^3}{6} \Big|_0^2 = \boxed{\frac{4}{3}}$$

**Esercizio 2)** Sia  $X \sim U(a,b)$ , calcolare  $E[X]$ .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & x \in [a,b] \\ 0 & x \notin [a,b] \end{cases}$$



$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx = \int_a^b x \cdot \frac{1}{b-a} \cdot dx = \frac{x^2}{2(b-a)} \Big|_a^b = \frac{b^2-a^2}{2(b-a)} = \frac{(b-a)(b+a)}{2(b-a)} = \boxed{\frac{b+a}{2}}$$

**Esercizio 1)** Sia  $M$  il Massimo nel lancio di una coppia di dadi, calcolare  $E[M]$ .

$$X_1, X_2 \in \{1, 2, \dots, 6\} \quad \text{con} \quad M = \max(X_1, X_2)$$

$$P(M \leq k) = P(X_1 \leq k, X_2 \leq k) = \left(\frac{k}{6}\right) \cdot \left(\frac{k}{6}\right) = \left(\frac{k}{6}\right)^2$$

$$P(M = k) = P(M \leq k) - P(M \leq k-1) = \left(\frac{k}{6}\right)^2 - \left(\frac{k-1}{6}\right)^2 = \frac{k^2 - (k-1)^2}{36} = \frac{k^2 - (k^2 - 2k + 1)}{36} = \boxed{\frac{2k-1}{36}}$$

$$\begin{aligned} E(x) &= \sum_{k=1}^6 k \cdot \left(\frac{2k-1}{36}\right) = \frac{1}{36} \cdot \sum_{k=1}^6 k \cdot (2k-1) = \frac{1}{36} \cdot \sum_{k=1}^6 (2k^2 - k) = \frac{1}{36} \cdot \left(2 \cdot \sum_{k=1}^6 k^2 - \sum_{k=1}^6 k\right) \\ &= \frac{1}{36} \cdot (2 \cdot 91 - 21) = \boxed{\frac{161}{36}} \approx \boxed{4.47} \end{aligned}$$