DISTRIBUZIONI V.A. ASSOLUTAMENTE CONTINUE

UNIFORME, ESPONENZIALE, PARETO, GAMMA

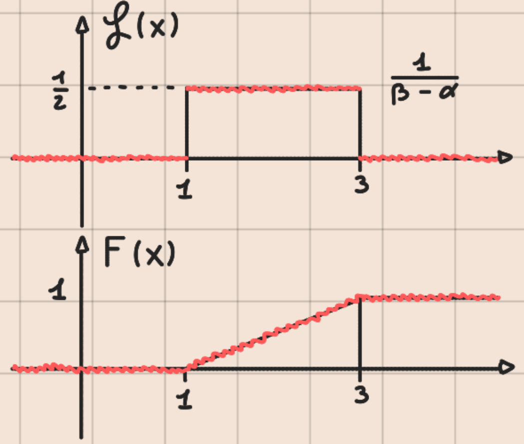
DISTRIBUZIONE UNIFORME (CONTINUA E DISCRETA)

$U(1,3)$

Una v.a. X ha Distribuzione Uniforme sull'intervallo $[\alpha,\beta]$

se la sua densità di probabilità f è data da:

$$\boxed{f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta-\alpha} & \text{per} \quad x \in [\alpha,\beta] \\ 0 & \text{per} \quad x \notin [\alpha,\beta] \end{cases}}$$



Notazione: $X \sim U(\alpha,\beta)$

Significato: "Dato un intervallo tutti i valori hanno la stessa probabilità".

Ricaviamo la funzione di distribuzione F:

$$F(x) = \boxed{\frac{x-\alpha}{\beta-\alpha}} .$$

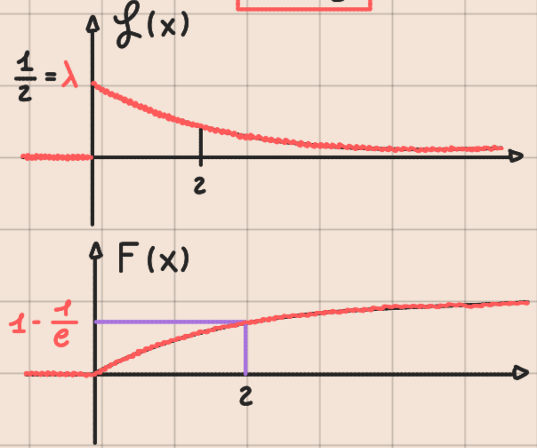
DISTRIBUZIONE ESPONENZIALE (SOLO CONTINUA)

$Exp\left(\frac{1}{2}\right)$

Una v.a.a.c. X ha Distribuzione Esponenziale di parametro λ

se la sua densità di probabilità f è data da:

$$\boxed{f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{per} \quad x \geq 0 \\ 0 & \text{per} \quad x < 0 \end{cases}}$$



Notazione: $X \sim Exp(\lambda)$

Significato: "Tempo di attesa di un certo evento (che accada il primo evento)".

Relazioni con altre distribuzioni: è l'analogo continuo della geometrica.

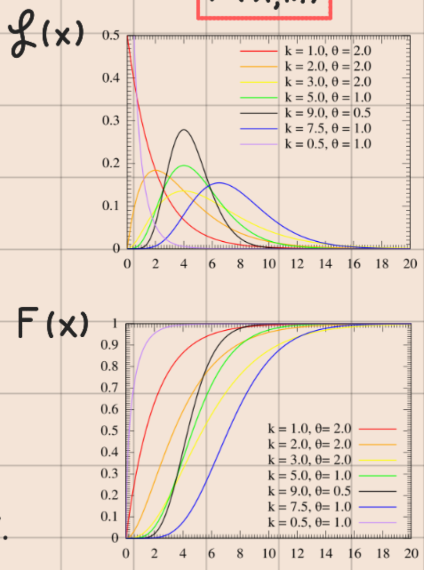
Ricaviamo la funzione di distribuzione F:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x) \cdot dx = \int_{0}^{x} f(x) \cdot dx = \int_{0}^{x} \lambda e^{-\lambda y} \cdot dy = -e^{-\lambda y} \Big|_{0}^{x} = -e^{-\lambda x} - (-1) = \boxed{1 - e^{-\lambda x}} .$$

Dim: Salto la derivazione della distrib. esponenziale a partire da un esperimento (si trova sul quaderno).

DISTRIBUZIONE GAMMA (SOLO CONTINUA)

$\Gamma(\lambda, m)$



UNA V.A. X HA DISTRIBUZIONE GAMMA DI PARAMETRI $\lambda > 0$ ED $m \in \mathbb{N}$ SE LA SUA DENSITÀ DI PROBABILITÀ f È DATA DA:

$$\boxed{f(x) = \begin{cases} \dfrac{\lambda^m}{(m-1)!} \cdot x^{m-1} \cdot e^{-\lambda x} & \text{PER } x \geq 0 \\ 0 & \text{PER } x < 0 \end{cases}}$$

NOTAZIONE: $X \sim \Gamma(\lambda, m)$

SIGNIFICATO: "NUMERO DI TENTATIVI PER OSSERVARE L'M-ESIMO SUCCESSO".

RELAZIONI CON ALTRE DISTRIBUZIONI: È L'ANALOGO CONTINUO DELLA BINOMIALE-NEGATIVA.

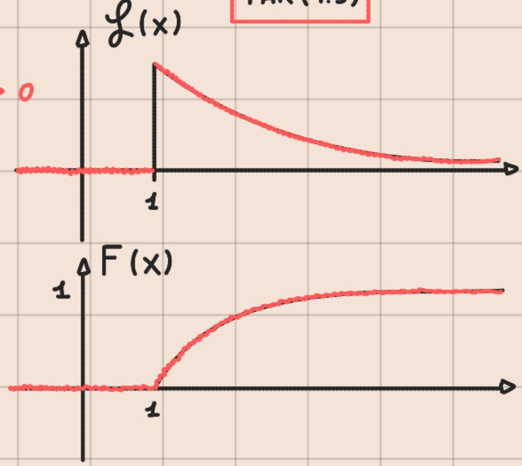
RICAVIAMO LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE F:

$$F(x) = \boxed{\frac{1}{(m-1)!} \cdot \int_0^{x/\lambda} t^{m-1} \cdot e^{-t} \quad \text{CON} \quad m \in \mathbb{N}}.$$

NOTA: OSSERVAZIONI TRA LE DISTRIBUZIONI:
1) $\Gamma(1, m) \sim Exp(\lambda)$
2) $NB(1, p) \sim Geom(p)$

DISTRIBUZIONE PARETO (SOLO CONTINUA)

PAR(1.5)



UNA V.A.A.C. X HA DISTRIBUZIONE ESPONENZIALE DI PARAMETRO $\alpha > 0$ SE LA SUA DENSITÀ DI PROBABILITÀ f È DATA DA:

$$\boxed{f(x) = \begin{cases} \dfrac{\alpha}{x^{\alpha+1}} & \text{PER } x \geq 0 \\ 0 & \text{PER } x < 0 \end{cases}}$$

NOTAZIONE: $X \sim Par(\alpha)$

SIGNIFICATO: "RAPPRESENTA SITUAZIONI SBILANCIATE, DOVE UNA PICCOLA PARTE DELLE CAUSE/PROPRIETÀ/ELEMENTI GENERA LA MAGGIOR PARTE DEGLI EFFETTI". (LEGGE DI PARETO DELL' 80/20).

RICAVIAMO LA FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE F:

$$F(x) = \boxed{1 - \left(\frac{x_m}{x}\right)^{\alpha} \quad \text{CON} \quad x \geq x_m}.$$

DIM: PARTE DA 1 PERCHÉ: $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot dx = \int_1^{+\infty} \frac{\alpha}{x^{\alpha+1}} \cdot dx = -x^{-\alpha}\Big|_1^{+\infty} = 1.$