# GRANDEZZE CAMPIONARIE

Si dice **Grandezza Campionaria** una trasformazione $T = g(X_1, \dots, X_m)$ del campione casuale.

ESEMPIO: somma campionaria $T = X_1 + \dots + X_m$ .

Una **Realizzazione di una grandezza campionaria** è il valore assoluto della funzione $g$ in corrispondenza del dataset $x_1, \dots, x_m$ , ovvero $t = g(x_1, \dots, x_m)$ .

ESEMPIO: somma campionaria $t = x_1 + \dots + x_m$ .

## Grandezze di Posizione

| | | Analogo in probabilità |
|---|---|---|
| **Media Campionaria:** | $\overline{X}_m = \langle X \rangle = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{m} X_i$ | $E[X]$ |
| **Momenti Campionari:** | $\langle X^K \rangle = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{m} X_i^K$ | $E[X^K]$ |
| **Mediana Campionaria:** | $MED_m = MED(X_1, \dots, X_m)$ | |

## Grandezze di Dispersione

| | | Analogo in probabilità |
|---|---|---|
| **Varianza Campionaria:** | $D_m^2 = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{m} (X_i - \overline{X}_m)^2 = \langle X^2 \rangle - (\langle X \rangle)^2$ | $E[(X - E[X])^2]$ |
| **Deviazione standard Campionaria:** | $D_m = \sqrt{D_m^2}$ | $\sqrt{VAR(X)}$ |
| **Deviazione Mediana Assoluta:** | $MAD(X_1, \dots, X_m) = MED(\lvert X_1 - MED_m \rvert, \dots, \lvert X_m - MED_m \rvert)$ | |

## Aspettazione e varianza della media campionaria

Sia $X_1, \dots, X_m$ un campione casuale di valore atteso $E[X_i] = \mu$ e $VAR(X_i) = \sigma^2$ allora:

$$E[\overline{X}_m] = \mu \qquad VAR(\overline{X}_m) = \frac{\sigma^2}{m} \qquad DS(\overline{X}_m) = \frac{\sigma}{\sqrt{m}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} E[\langle X^2 \rangle] &= \mu^2 + \sigma^2 \\ E[(\langle X \rangle)^2] &= \mu^2 + \frac{\sigma^2}{m} \end{aligned}}$$

## Formule alternative per la varianza campionaria

Sia $X_1, \dots, X_m$ un campione casuale di valore atteso e $VAR(X_i) = \sigma^2$ allora:

**Distanze tra ciascun elemento**: $D_m^2 = \frac{1}{m^2} \cdot \sum_{i=1}^{m} \sum_{s=i+1}^{m} (X_i - X_s)^2$ e $E[D_m^2] = \frac{m-1}{m} \cdot \sigma^2$

**Varianza Campionaria Corretta**: $S_m^2 = \frac{1}{m-1} \cdot \sum_{i=1}^{m} (X_i - \overline{X}_m)^2$ e $E[S_m^2] = \sigma^2$

# FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE EMPITICA e CAMPIONARIA

DATO UN DATASET $x_1, \dots, x_m$ LA **FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE EMPIRICA** $F_m$ :

$$F_m(a) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \mathbb{1}_{(-\infty,a]}(x_i)}{m} \quad \text{CON} \quad \mathbb{1}_{(-\infty,a]}(x_i) = \begin{cases} 1 & \text{SE } x \leq a \\ 0 & \text{SE } x > a \end{cases}$$

SOMMA DI TANTI 1 QUANTE SONO LE $x_i$ CHE VENGONO PRIMA DI $a$.

DATO UN CAMPIONE CASUALE $X_1, \dots, X_m$ LA **FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE CAMPIONARIA** $F_m$ :

$$F_m(a) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \mathbb{1}_{(-\infty,a]}(X_i)}{m} \quad \text{CON} \quad \mathbb{1}_{(-\infty,a]}(X_i) = \begin{cases} 1 & \text{SE } X \leq a \\ 0 & \text{SE } X > a \end{cases}$$

$F_m(a)$ É LA PROPORZIONE DI ELEMENTI DEL CAMPIONE CHE SONO $\leq a$.

$F_m(a)$ PUÓ ESSERE CONSIDERATA COME UNA **STIMA DELLA DISTRIBUZIONE MODELLO EFFETTIVA** $F_X(a)$ FATTA A PARTIRE DAL CAMPIONE CASUALE $X_1, \dots, X_m$. ($m$ GRANDE).

# TABELLA DEI LIVELLI EMPIRICO, CASUALE E MODELLO

| Livello Empirico | | Campione Casuale | | Modello ($m \to +\infty$) |
|---|---|---|---|---|
| $x_1, x_2, \dots, x_m$ | ← | $X_1, X_2, \dots, X_m$ | | |
| $t = g(x_1, \dots, x_m)$ | ← | $T = g(X_1, \dots, X_m)$ | | |
| $\overline{x_m} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{m} x_i$ | ← | $\overline{X}_m = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{m} X_i$ | ← | $E[X] = \mu$ |
| $\langle x^k \rangle = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{m} x_i^k$ | ← | $\langle X^k \rangle = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^{m} X_i^k$ | ← | $E[X^k]$ |
| $s_m^2 = \frac{1}{m-1} \cdot \sum_{i=1}^{m} (x_i - \overline{x_m})^2$ | ← | $S_m^2 = \frac{1}{m-1} \cdot \sum_{i=1}^{m} (X_i - \overline{X}_m)^2$ | ← | $VAR(X) = \sigma^2$ |
| $F_m(a) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \mathbb{1}_{(-\infty,a]}(x_i)}{m}$ | ← | $F_m(a) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \mathbb{1}_{(-\infty,a]}(X_i)}{m}$ | ← | $F_X(a)$ |