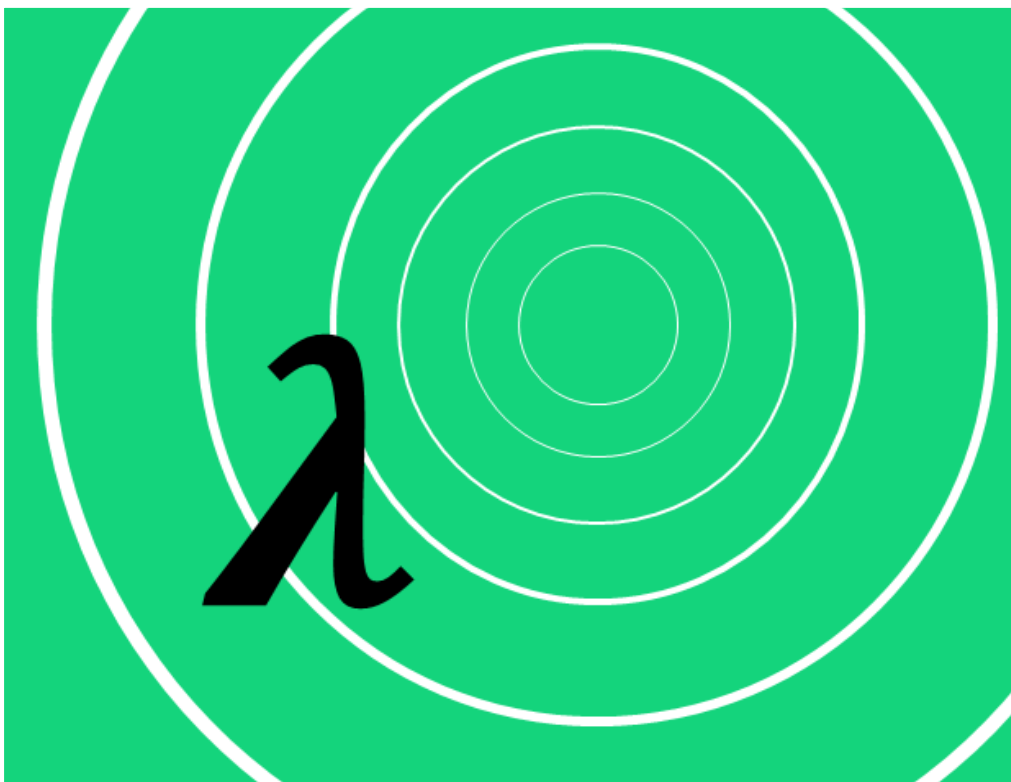


# - RESUMÃO - ONDAS E OSCILAÇÕES

(Física)

Formulário, Dicas e Macetes para a Prova



Responde *Aí*

[www.respondeai.com.br](http://www.respondeai.com.br)

# MHS (Movimento Harmônico Simples)

No estudo sobre MHS queremos achar a função que dá a posição do MHS em relação ao tempo,  $x(t)$ .

$x(t)$  normalmente terá a forma:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

```
graph TD; A["A"] --> Amplitude["Amplitude"]; omega["omega"] --> Frequencia["Frequência angular"]; phi["phi"] --> Fase["Fase"];
```

Pra achar os valores das constantes, use os valores iniciais que o enunciado te dá:

$$(x(0), x'(0), etc)$$

Podemos achar, de vez em quando  $x(t)$  escrito em função do seno invés do cosseno, ou seja, na forma:

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi + \frac{\pi}{2})$$

Mas isso não altera em nada a discussão já que:

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\theta)$$

Essa função será sempre solução da EDO abaixo:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Onde:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Às vezes vão te pedir pra montar a equação diferencial acima. Como você vai chegar nela? Bem, você vai usar a segunda lei de Newton.

Aí você me pergunta: Como fará isso?

Bom, você sabe da Segunda Lei de Newton que:

$$F = ma$$

e

$$a = \ddot{x}$$

Além disso, como estamos tratando do MHS, temos que:

$$F = -kx$$



**Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!**

Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 10 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS

Igualando as forças, ficamos com:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -kx \\ \therefore \\ \ddot{x} + \frac{k}{m}x &= 0 \end{aligned}$$

Daí, fazendo:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Temos a equação de movimento do MHS:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Ou, se você já souber o valor de  $\omega_0$ , basta você lembrar da primeira equação e reescrever com esse valor (:

## MHA (Movimento Harmônico Amortecido)

O estilo da maioria das questões segue o do MHS, tentar achar  $x(t)$ . Só que agora  $x(t)$  vai depender da EDO. E  $x(t)$  é solução da EDO abaixo:

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Onde:

$$\gamma = \frac{b}{m} > 0$$

Descobrimos  $x(t)$

Monte a equação característica da EDO e calcule o  $\Delta$  da equação.

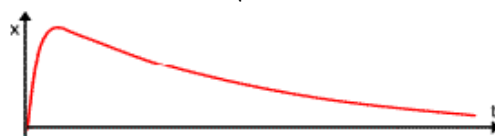
Serão três possibilidades:

Supercrítico:  $\Delta > 0$ :

$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}(ae^{\beta t} + be^{-\beta t})$$

Onde:

$$\beta = \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}$$



**Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!**

Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 10 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS

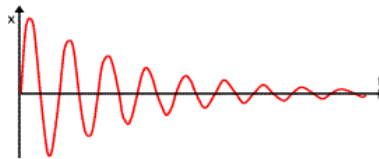
Crítico:  $\Delta = 0$ :

$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}(a + bt)$$



Subcrítico:  $\Delta < 0$ :

$$x(t) = Ae^{-\frac{\gamma t}{2}} \cos(\omega t + \phi)$$



Note, pelo gráfico, que o amortecimento crítico cai mais rápido que o supercrítico enquanto que o subcrítico vai decaindo de maneira oscilatória.

## Oscilações Forçadas e Ressonância

Oscilações forçadas são aquelas que recebem “impulsos” de uma força externa dada por:

$$F_{ext}(t) = F_0 \cos(\omega t + \phi)$$

As EDO's nesse caso vão ser de 2º ordem não homogêneas. Ex:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos(\omega t + \phi)$$

Porém, o conceito mais importante nesse assunto é o de ressonância. A ressonância ocorre quando  $\omega = \omega_0$ .

Ou seja, a força externa passa a ser:

$$F_{ext}(t) = F_0 \cos(\omega_0 t + \phi)$$

Além disso, algumas vezes vão te pedir qual é a amplitude na ressonância. Pra isso você vai ter que usar a fórmula:

$$A^2(\omega) = \frac{F_0^2}{m^2(4\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega_0^2)}$$

No caso da ressonância, basta fazer  $\omega = \omega_0$ .



**Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!**

Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 10 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS

# Ondas Harmônicas

A equação geral de uma onda é:

$$y(x, t) = A \cos(kx \mp \omega t + \varphi)$$

Onde:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

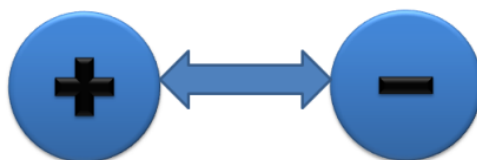
Com

$k$  = número de onda

$\lambda$  = comprimento de onda

Obs: Se a onda estiver indo pra direita usaremos – na frente do  $\omega$ , se for pra esquerda, +.

Pra lembrar:



Outras duas relações importantes são:

$$kv = \omega$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Com  $v$  sendo a velocidade de propagação da onda.

Para achar a velocidade transversal de um ponto da corda, fazemos:

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t}$$

E a aceleração transversal, fazemos:

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$



**Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!**

Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 10 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS

# Interferência

As interferências ocorrem quando duas ondas se somam em algum meio. Temos dois casos de interferência:

- **Ondas no mesmo sentido:** Se tivermos duas ondas se propagando no mesmo sentido (para direita, por exemplo).

$$y_1(x, t) = A_1 \cos(kx - \omega t + \delta_1)$$

$$y_2(x, t) = A_2 \cos(kx - \omega t + \delta_2)$$

A onda resultante de duas ondas é:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \delta)$$

Onde:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \delta_{12}}$$

Com

$$\delta_{12} = \delta_2 - \delta_1$$

- **Ondas em sentidos opostos (ondas estacionárias):** Se tivermos duas ondas estacionárias se propagando em sentidos opostos.

$$y_1(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$

$$y_2(x, t) = A \cos(kx + \omega t)$$

Teremos então:

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = 2A \cos(kx) \cos(\omega t)$$

Para calcular a frequência de cada harmônico use a fórmula abaixo:

$$f_n = \frac{nv}{2L}, n = 1, 2, 3, 4 \dots$$

Onde:

$v$  = velocidade de propagação da onda.

$L$  = comprimento da onda.



Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!

Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 10 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS

# Ondas Sonoras

O Som é uma onda mecânica e longitudinal (a direção da propagação é a mesma que a da oscilação). Além disso:

- Intensidade sonora:

$$I = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$$
$$I = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v \cdot \omega^2 \cdot A^2$$

Onde:

$P$  = potência

$r$  = distância

$\rho$  = densidade do meio

$v$  = velocidade de propagação da onda

$\omega$  = frequência angular

$A$  = amplitude

- Nível sonoro:

$$\beta = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right)$$

Onde:

$I$  = intensidade medida

$I_0$  = intensidade mínima =  $10^{-12} \frac{W}{m^2}$

# Tubos Sonoros

Existem dois tipos de tubos: tubos abertos e tubos fechados:

- **Tubos abertos:**

São tubos em que existem dois lados abertos. Neles, a onda sempre entra e sai com amplitude máxima.

A frequência é dada por:

$$f_n = \frac{2n}{4} \left( \frac{v}{l} \right)$$

Dica: Só lembrar como se calcula a frequência de ondas estacionárias genéricas.

E os harmônicos têm a forma:



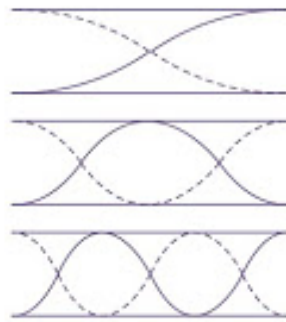
**Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!**

Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 10 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS



- **Tubos fechados:**

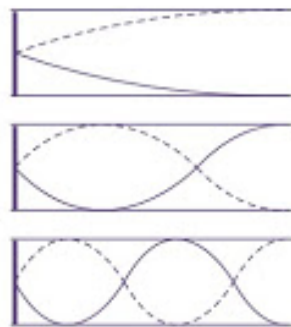
Só tem um lado aberto. Neles, as ondas entram com amplitude máxima e saem com amplitude mínima.

A frequência nesse caso é:

$$f_n = \frac{2n - 1}{4} \left( \frac{v}{l} \right)$$

Só lembrar-se de diminuir **um** no numerador, pois você fechou **uma** extremidade

E os harmônicos têm a forma:



## Efeito Doppler

As questões de efeito Doppler são simples, você só precisa saber usar corretamente os sinais na fórmula:

$$f_o = f_f \left( \frac{v \pm v_o}{v \mp v_f} \right)$$

Onde:

$f_o$  = frequência ouvida pelo observador

$f_f$  = frequência da fonte sonora

$v$  = velocidade do som no meio

$v_o$  = velocidade do observador

$v_f$  = velocidade da fonte



**Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!**

Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 10 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS



Para saber quais sinais usar, você vai ter que observar o movimento do observador e da fonte.

Se eles estiverem se **aproximando** use os sinais de cima, ou seja:

$$f_0 = f_f \left( \frac{v + v_0}{v - v_f} \right)$$

Se eles estiverem se **afastando** use os sinais de baixo, ou seja:

$$f_0 = f_f \left( \frac{v - v_0}{v + v_f} \right)$$

**Muita coisa para estudar em pouco tempo?**

No **Responde Ai**, você pode se aprofundar na matéria com explicações simples e muito didáticas. Além disso, contamos com milhares de exercícios resolvidos passo a passo para você praticar bastante e tirar todas as suas dúvidas.

Acesse já: [www.respondeai.com.br](http://www.respondeai.com.br) e junte-se a outros milhares de alunos!

**Excelentes notas nas provas, galera :)**



***Chegou o site que todo aluno de Engenharia sonhava!***

**Clique aqui : [WWW.RESPONDEAI.COM.BR](http://WWW.RESPONDEAI.COM.BR)**

EXPLICAÇÕES  
SEM LERO LERO

+ DE 10 MIL EXERCÍCIOS  
RESOLVIDOS PASSO A PASSO

PROVAS ANTIGAS  
RESOLVIDAS