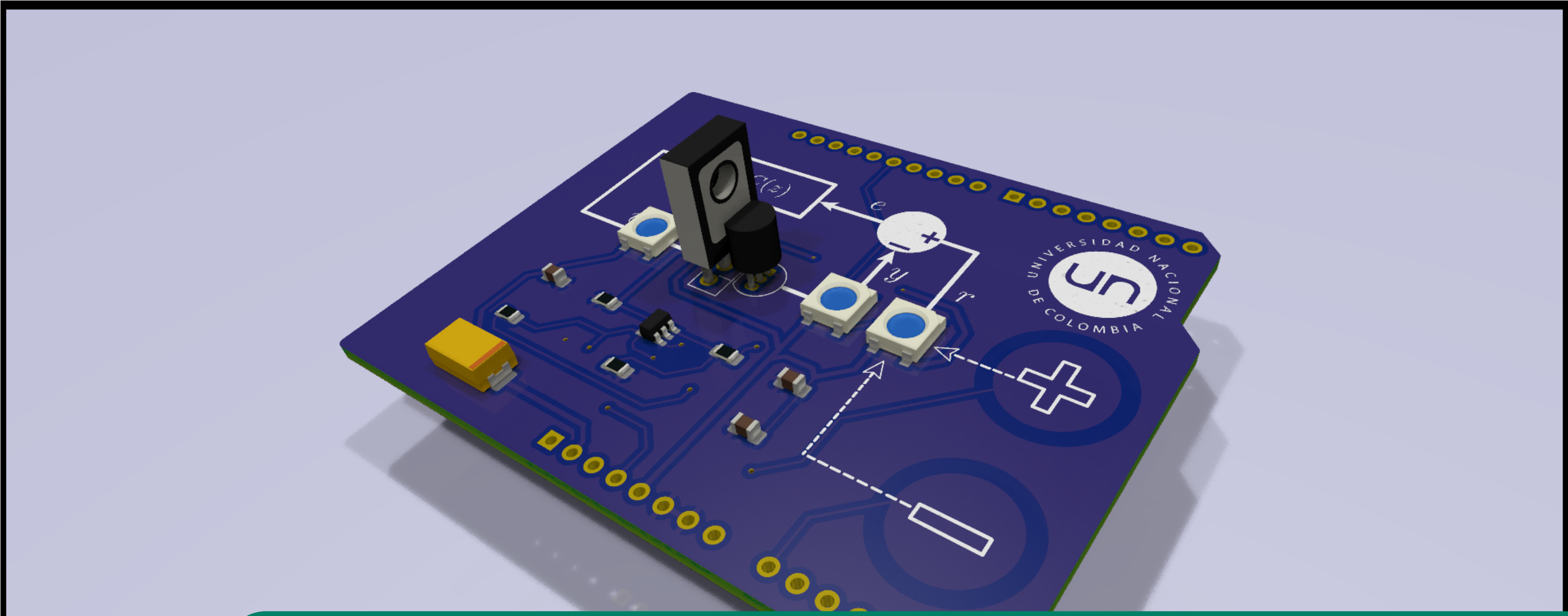

1. Método de estimación de 2 puntos

1.1 Teoría básica

Consideremos el modelo de un sistema lineal con de primer orden con retardo. Este sistema se describe por la función de transferencia

$$G(s) = \frac{\alpha}{\tau s + 1} e^{-Ls}. \tag{1.1}$$

En este sistema, α representa la *ganancia* y cuantifica cuanto cambia la salida en estado estacionario en proporción al cambio en la entrada. La constante de tiempo τ cuantifica la rapidez en la respuesta del sistema. L es el retardo del sistema, es decir, el tiempo que el sistema toma para responder después de que la entrada cambia.

La respuesta al escalón, denotada $y(t)$, se muestra en la figura 1.1. Inicialmente, al momento de aplicar el escalón, el sistema se encuentra estabilizado en el punto de operación y_a. Al transcurrir un tiempo cercano a 5τ, el sistema alcanza un nuevo valor de estado estacionario, denotado por y_b.

Definamos el cambio entre el punto de estado estacionario inicial, y_a, y el nuevo valor de estado estacionario, y_b, como

$$\Delta y = y_b - y_a.$$

Además, definamos el valor normalizado de la salida como

$$\bar{y}(t) = \frac{y(t) - y_a}{\Delta y}. \tag{1.2}$$

La figura 1.2 muestra la salida normalizada (entre 0 y 1) $\bar{y}(t)$ del sistema de primer orden. Matemáticamente, la respuesta de este sistema normalizado está dada por:

$$\bar{y}(t) = \begin{cases} 0, & \text{si } t < L, \\ 1 - e^{-\frac{t-L}{\tau}} & \text{si } t > L. \end{cases} \tag{1.3}$$

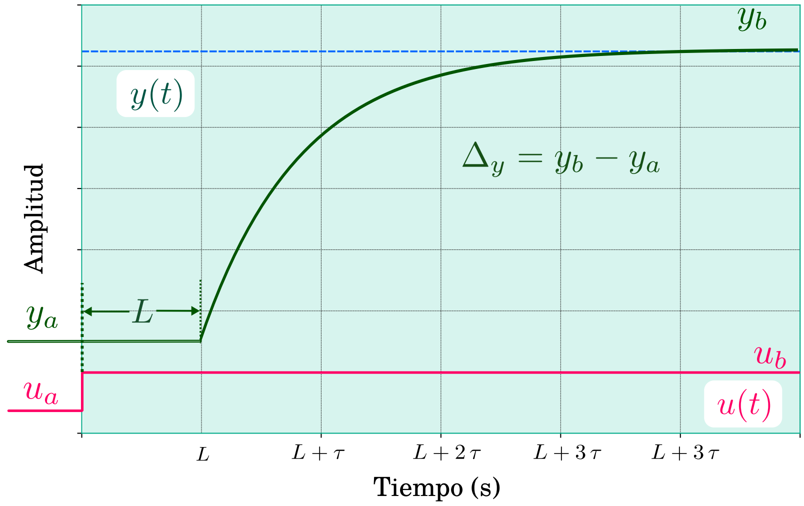

Figura 1.1: Respuesta de un sistema de primer orden con condición inicial y_a

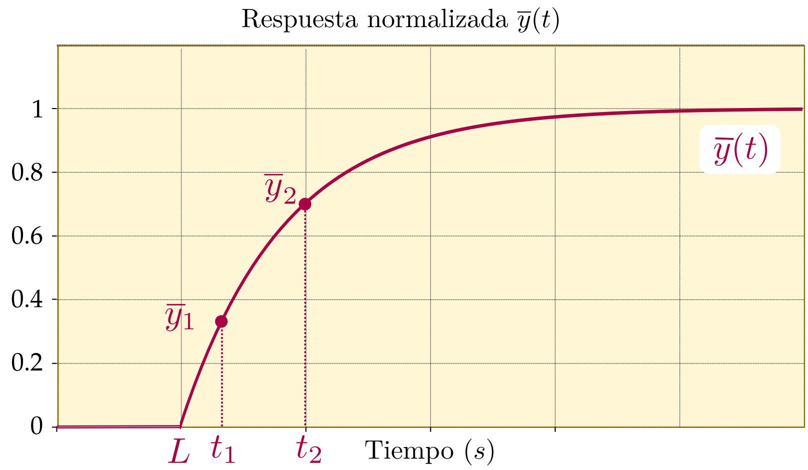

Figura 1.2: Respuesta normalizada $\overline{y}(t)$

Consideremos un tiempo t_i al cual corresponde un punto de $\overline{y}_i$ de la curva de respuesta normalizada. De acuerdo con la ecuación (1.3), tenemos que

$$\overline{y}_i = 1 - e^{-\frac{t_i - L}{\tau}}. \tag{1.4}$$

Con leve manipulación algebraica, la ecuación (1.4) se puede presentar como:

$$L - \tau \ln(1 - y_i) = t_i \tag{1.5}$$

Considerando ahora los dos puntos $\overline{y}_1$ y $\overline{y}_2$ mostrados en la figura 1.2, la ecuación 1.5 permite obtener el par de ecuaciones simultáneas:

$$L - \tau \ln(1 - y_1) = t_1 \tag{1.6a}$$
$$L - \tau \ln(1 - y_2) = t_2 \tag{1.6b}$$

Resolviendo las ecuaciones 1.6a y 1.6b obtenemos los siguientes valores para la constante de tiempo τ y el retardo L:

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\ln(\frac{1-\bar{y}_1}{1-\bar{y}_2})} \tag{1.7a}$$

$$L = t_1 + \tau \ln(1 - \bar{y}_1) \tag{1.7b}$$

$$\alpha = \frac{\Delta y_e}{\Delta_u} \tag{1.7c}$$

1.2 Algoritmo de estimación de parámetros

Supongamos que hemos registrado la respuesta experimental al escalón de un sistema. Mediante el siguiente algoritmo, podemos estimar los parámetros del modelo de primer orden con retardo dado por la ecuación (1.1).

Paso 1: Encuentre y_a gráficamente o como el promedio de N puntos antes del cambio del escalón y y_b como el promedio de los últimos N puntos registrados en la respuesta al escalón. Establezca el valor de u_a y u_b.

Paso 2: Con los datos experimentales, encuentre y grafique la respuesta experimental normalizada $\bar{y}(t)$ del sistema por medio de la ecuación (1.2).

Paso 3: Encuentre por medio de interpolación numérica de la curva experimental (o por inspección de la gráfica), los valores de tiempo t_1, t_2 en los cuales la respuesta experimental normalizada $\bar{y}(t)$ alcanza dos valores en la zona inicial de máxima pendiente de la curva, en que $\bar{y}(t) \leq 0.5$. Por ejemplo, $y_1 = 0.1$ y $y_2 = 0.3$.

Paso 4: Calcule L, τ y α usando las ecuaciones (1.7b),(1.7a) y (1.7c), respectivamente.

■