

## Раздел 6. Определённый интеграл и его приложения

### Вариант 1

1. Вычислить:

a)  $\int_0^3 \frac{4x \, dx}{\sqrt[3]{(3x-8)^2} - 2\sqrt[3]{3x-8} + 4}.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

a)  $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases}, \quad \frac{\pi}{6} \leq t \leq 0$

3. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $ox$  фигуры, ограниченной линиями:

a)  $y = e^{2x}, x = 0, y = 0, x = 2.$

4. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $oy$  фигуры, ограниченной линиями:

a)  $x = \sqrt{y-1}, y = 2, y = 5, x = 0.$

5. Тело движется прямолинейно со скоростью  $v(t) = 2t^2 - t + 1$  (м/с). Найти путь, пройденный за первые 3 с.

## Раздел 6. Определённый интеграл и его приложения

### Вариант 2

1. Вычислить:

a)  $\int_0^1 \frac{4x dx}{\sqrt[3]{(9x-1)^2} - \sqrt[3]{9x-1} + 1}.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

a)  $\begin{cases} x = 6 \cos t \\ y = 6 \sin t \end{cases}, \quad \frac{5\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{6}$

3. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $ox$  фигуры, ограниченной линиями:

a)  $y = \frac{1}{x}, x = 1, x = 3, y = 0.$

4. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $oy$  фигуры, ограниченной линиями:

a)  $y = x^2, y = 4.$

5. Тело движется прямолинейно со скоростью  $v(t) = 2t + a$  (м/с). найти значение параметра  $a$ , если известно, что за промежуток времени от  $t_1 = 0$  до  $t_2 = 2$  (с) тело прошло путь длиной 40 м.

## Раздел 6. Определённый интеграл и его приложения

### Вариант 3

1. Вычислить:

a)  $\int_0^7 \frac{4x \, dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2} + \sqrt[3]{x+1} + 1}.$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

a)  $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 3 \sin^3 t \end{cases}, \quad \frac{\pi}{4} \leq t \leq 0$

3. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $ox$  фигуры, ограниченной линиями:

a)  $y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi.$

4. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $oy$  фигуры, ограниченной линиями:

a)  $xy = 6, y = 1, y = 6, x = 0.$

5. Тело движется прямолинейно со скоростью  $v(t) = 12t - t^2$  (м/с). Найти длину пути, пройденного телом от начала пути, до его остановки.

Указание: в моменты начала и остановки скорость тела равна нулю.

## Раздел 6. Определённый интеграл и его приложения

### Вариант 4

1. Вычислить:

a)  $\int_0^5 \frac{27x}{\sqrt[4]{(3x+1)^3} + \sqrt[4]{3x+1}} dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

a)  $\begin{cases} x = 8 \cos^3 t \\ y = 4 \sin^3 t \end{cases}, \quad \frac{\pi}{3} \leq t \leq 0$

3. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $ox$  фигуры, ограниченной линиями:

a)  $y^2 = 4x, y = 0, x = 3$ .

4. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $oy$  фигуры, ограниченной линиями:

a)  $y = \frac{x^2}{2}, x = 0, y = 2\sqrt{2}$ .

5. Найти путь, пройденный точкой за третью секунду, зная скорость её прямолинейного движения  $v(t) = 3t^2 - 2t - 3$  (м/с).

## Раздел 6. Определённый интеграл и его приложения

### Вариант 5

1. Вычислить:

a)  $\int_0^3 \frac{15x}{\sqrt[4]{(5x+1)^3} + \sqrt[4]{5x+1}} dx$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

a)  $\begin{cases} x = 4 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}, \quad \frac{2\pi}{3} \leq t \leq \frac{\pi}{3}$

3. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $ox$  фигуры, ограниченной линиями:

a)  $y = 3 - x, x = 0, y = 0$ .

4. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $oy$  фигуры, ограниченной линиями:

a)  $y = x^3, y = 8, x = 0$ .

5. Два тела начали двигаться по прямой в один и тот же момент из одной точки в одном направлении. одно тело двигалось со скоростью  $v_1(t) = 3t^2 + 2t$  (м/с), другое со скоростью  $v_2(t) = 2t$  (м/с). определить расстояние между телами через 2 секунды.