

Раздел 6. Определённый интеграл и его приложения
Вариант 1

1. Вычислите: а) $\int_0^{\pi/6} 3 \sin x dx$, б) $\int_{-\pi/3}^{\pi/4} \frac{dx}{\cos^2 x}$

2. Вычислите, используя метод подстановки: а) $\int_{-1}^2 x \cdot (x^2 - 1)^3 dx$, б) $\int_0^{\pi/2} \sin x \cdot \cos^2 x dx$

3. Вычислите, используя метод интегрирования по частям:

а) $\int_0^{\pi/6} (2 - x) \sin 3x dx$, б) $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^2$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$, б) $y = x^2$, $y^2 = x$.

5. Найти работу производимую при сжатии пружины на 0,03 м, если для сжатия её на 0,005 м нужно приложить силу в 10 Н.

Раздел 6. Определённый интеграл и его приложения
Вариант 2

1. Вычислите: а) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1 + x^2}$, б) $\int_{\pi/2}^{\pi/3} \frac{dx}{\sin^2 x}$

2. Вычислите, используя метод подстановки: а) $\int_{-2}^1 (5 - 2x)^2 dx$, б) $\int_0^4 x \sqrt{16 - x^2} dx$

3. Вычислите, используя метод интегрирования по частям:

а) $\int_0^{\pi} x \sin x dx$, б) $\int_0^1 x e^{-x} dx$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $x + 2y - 12 = 0$, $y = 1$, $y = 4$, $x = 0$, б) $y = x^3$, $x = -2$, $x = 1$, $y = 0$.

5. Сила упругости пружины, растянутой на 0,05 м, равна 3 Н. Найти работу, которую надо произвести, чтобы растянуть эту пружину на 0,05 м

Раздел 6. Определённый интеграл и его приложения
Вариант 3

1. Вычислите: а) $\int_0^1 2e^x dx$, б) $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$
2. Вычислите, используя метод подстановки: а) $\int_2^3 (2x-1)^2 dx$, б) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$
3. Вычислите, используя метод интегрирования по частям:
а) $\int_0^1 \arcsin x dx$, б) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} x \sin^{-2} x dx$
4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
а) $y = 2x - x^2$, $y = x$, б) $xy = 4$, $x + y = 5$.
5. Найти работу, которую нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,05 м, если сила 100 Н растягивает пружину на 0,01 м

Раздел 6. Определённый интеграл и его приложения
Вариант 4

1. Вычислите: а) $\int_1^2 \frac{dx}{1-2x}$, б) $\int_{-1}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$
2. Вычислите, используя метод подстановки: а) $\int_4^5 (4-x)^3 dx$, б) $\int_0^{\pi/6} \cos x \cdot e^{\sin x} dx$
3. Вычислите, используя метод интегрирования по частям:
а) $\int_{-1}^0 (2x+3)e^{-x} dx$, б) $\int_{-1}^2 x \cdot \operatorname{arctg} 2x dx$
4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:
а) $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = 4 - x$, б) $y = x^2 - 4$, $y = 2 + x$
5. Вычислить работу, совершаемую при сжатии пружины на 15 см, если известно, что для сжатия пружины на 1 см необходима сила в 30 Н.

Раздел 6. Определённый интеграл и его приложения
Вариант 5

$$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

1. Вычислите: а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin^2 \frac{x}{2} dx$, б)

2. Вычислите, используя метод подстановки: а) $\int_{-1}^2 (x^2 - 1)^3 x dx$, б) $\int_0^{2\pi} \frac{x dx}{1+x^4}$

3. Вычислите, используя метод интегрирования по частям:

а) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-1) \cos x dx$, б) $\int_1^2 x \ln(5x-1) dx$

4. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $x - 2y + 4 = 0, x + y - 5 = 0, y = 0$, б) $y^2 = 9x, x = 1, x = 9, y = 0$

5. Вычислить работу, совершаемую при сжатии пружины а 0,08 м, если для сжатия её на 0,01 м нужна сила в 25 Н.