

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

1 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:

$$\begin{array}{ll} 1) \lim_{x \rightarrow -2} (5x^2 + 2x - 1); & 2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x+1}{x^3-2x+3}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^x-8}{2^x+8}; & 4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-4}}{2x+1}. \end{array}$$

2. Найти пределы функций:

$$\begin{array}{ll} 1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2-x}; & 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+2x}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{\sqrt{x-2}-1}; & 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8-x}-2}{x}. \end{array}$$

3. Найти пределы функций:

$$\begin{array}{ll} 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+5x^2-x^3}{2x^3-x^2+7x}; & 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+4} - x); & 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2-3} - x \right). \end{array}$$

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:

$$\begin{array}{ll} 1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sin^2 2x}; & 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} x; & 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{x^2}. \end{array}$$

5. Найти пределы функций:

$$\begin{array}{ll} 1) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{2x}}; & 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x+4} \right)^x; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{\sin x}}; & 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5-x}{6-x} \right)^{x+2}. \end{array}$$

6. Найдя для каждого приращения Δx функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$ соответствующее приращение Δy , заполнить таблицу:

Δx	-0,5	-0,1	-0,01	0,5	0,1	0,01
Δy						

На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0 = -1$.

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & \text{при } x \neq -1, \\ 1 & \text{при } x = -1. \end{cases}$$

$$б) f(x) = x^2.$$

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0 :

$$a) f(x) = \frac{x^2-16}{x+4} \text{ в точке } x_0 = -4;$$

$$б) f(x) = \frac{\sin x}{x} \text{ в точке } x_0 = 0.$$

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

2 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:

$$\begin{array}{ll} 1) \lim_{x \rightarrow -3} (6x^2 - 2x + 1); & 2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{4x+1}{x^3-3x+7}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x-4}{2^x+4}; & 4) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-9}}{2x-1}. \end{array}$$

2. Найти пределы функций:

$$\begin{array}{ll} 1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x^2-2x}; & 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+5x}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{3-2x}-3}{\sqrt{4-4x}-4}; & 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27-x}-3}{x}. \end{array}$$

3. Найти пределы функций:

$$\begin{array}{ll} 1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-5x^2-x^3}{x^3-x^2+x}; & 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x}{x^3+3x^2-1}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3} - 2x); & 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^4}{x^3-2} - x \right). \end{array}$$

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:

$$\begin{array}{ll} 1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{\sin^2 3x}; & 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2-2\cos x}{3x^2}; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 0} 2x \cdot \operatorname{tg} x; & 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x + \cos 2x}{x^2}. \end{array}$$

5. Найти пределы функций:

$$\begin{array}{ll} 1) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{1}{3x}}; & 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-4}{x+5} \right)^x; \\ 3) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{2}{\sin x}}; & 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4-x}{5-x} \right)^{x+1}. \end{array}$$

6. Найдя для каждого приращения Δx функции $f(x)$ в точке $x_0 = -2$ соответствующее приращение Δy , заполнить таблицу:

Δx	-0,5	-0,1	-0,01	0,5	0,1	0,01
Δy						

На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0 = -2$.

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2} & \text{при } x \neq -2, \\ 1 & \text{при } x = -2. \end{cases}$$

$$б) f(x) = x^2 - 1.$$

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0 :

$$a) f(x) = \frac{x^2-1}{x+1} \text{ в точке } x_0 = -1;$$

$$б) f(x) = \frac{\sin 2x}{x} \text{ в точке } x_0 = 0.$$

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

3 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow -4} (7x^2 + 2x - 2);$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x-8}{x^3+8x-2};$

3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{6^x-9}{3x+2};$

4) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2+9}}{3x+1}.$

2. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{x^2-5x};$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+2x};$

3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x+4}-4}{\sqrt{x+6}-3};$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{64-x}-4}{x}.$

3. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-7x^2-x^4}{2x^3-x^2+7x};$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+3x}{x^4+8x^2+2};$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+2} - 3x);$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^5}{x^3-5} - x^2 \right).$

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{\sin^2 5x};$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2};$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} 5x \cdot \operatorname{ctg} 2x;$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 3x}{x^2}.$

5. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1}{3x}};$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+2} \right)^x;$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{4}{\sin x}};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7-x}{8-x} \right)^{x+2}.$

6. Найдя для каждого приращения Δx функции $f(x)$ в точке $x_0 = -5$ соответствующее приращение Δy , заполнить таблицу:

Δx	-0,5	-0,1	-0,01	0,5	0,1	0,01
Δy						

На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0 = -5$.

а) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+5} & \text{при } x \neq -5, \\ 1 & \text{при } x = -5. \end{cases}$

б) $f(x) = -x^2.$

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0 :

а) $f(x) = \frac{x^2-9}{x+3}$ в точке $x_0 = -3$;

б) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg} x}{x}$ в точке $x_0 = 0$.

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

4 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow -2} (10x^2 + x - 5)$;

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{10x+1}{x^3-5x+3}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5^x-9}{20^x+2}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+9}}{9x+1}$.

2. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2+x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+2x}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4x-4}-4}{\sqrt{x-4}-1}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{125-x}-5}{x}$.

3. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+15x^2-x^3}{2x^3-x^2+5x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$;

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+25} - x)$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2-15} - x \right)$.

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 13x}{\sin^2 2x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\cos x - 3}{x^2}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 0} (-x \cdot \operatorname{tg} x)$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 7x}{x^2}$.

5. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 11x)^{\frac{1}{2x}}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-5}{x+4} \right)^x$;

3) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{7}{\sin x}}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10-x}{6-x} \right)^{x-2}$.

6. Найдя для каждого приращения Δx функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$ соответствующее приращение Δy , заполнить таблицу:

Δx	-0,5	-0,1	-0,01	0,5	0,1	0,01
Δy						

На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0 = -1$.

а) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{2x+2} & \text{при } x \neq -1, \\ 1 & \text{при } x = -1. \end{cases}$

б) $f(x) = x^2 + 2$.

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0 :

а) $f(x) = \frac{x^2-25}{x+5}$ в точке $x_0 = -5$;

б) $f(x) = \frac{\cos x}{x}$ в точке $x_0 = 0$.

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

5 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow -2} (25x^2 + 21x - 1); \quad 2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x+1}{x^3-2x+3};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{5^x-2}{2^x+5}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+7}}{5x+1}.$$

2. Найти пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{x^2-x}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+7x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{\sqrt{x-2}-1}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{729-x}-9}{x}.$$

3. Найти пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+13x^2-x^3}{x^3-x^2+7x}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x}{x^4-x^2+1};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+18} - x); \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2-12} - x \right).$$

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 6x}{\sin^2 5x}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3-3\cos x}{x^2};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} 3x \cdot \operatorname{ctg} x; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 3x}{x^2}.$$

5. Найти пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 6x)^{\frac{1}{3x}}; \quad 2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-25}{x+4} \right)^x;$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{3}{\sin x}}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4-x}{8-x} \right)^{x+8}.$$

6. Найдя для каждого приращения Δx функции $f(x)$ в точке $x_0 = -6$ соответствующее приращение Δy , заполнить таблицу:

Δx	-0,5	-0,1	-0,01	0,5	0,1	0,01
Δy						

На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0 = -6$.

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+6} & \text{при } x \neq -6, \\ 1 & \text{при } x = -6. \end{cases}$$

$$б) f(x) = -4x^2.$$

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0 :

$$a) f(x) = \frac{x^2-36}{x+6} \text{ в точке } x_0 = -6;$$

$$б) f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x} \text{ в точке } x_0 = 0.$$

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

6 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow -2} (7x^2 + 3x - 1)$;

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x+1}{x^3-x+6}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{25^x-5}{2x+5}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+35}}{2x+1}$.

2. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2-x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+9x}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+58}-8}{\sqrt{x-2}-1}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8-x}-2}{2x}$.

3. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+17x^2-x^3}{x^3-x^2+7x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+x}{x^4-5x^2+1}$;

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+25} - x)$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2-9} - x \right)$.

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 7x}{\sin^2 12x}$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5\cos x - 5}{x^2}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 0} 9x \cdot \operatorname{tg} x$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{x^2}$.

5. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 6x)^{\frac{1}{2x}}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{x+2} \right)^x$;

3) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{5}{\sin x}}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7-x}{49-x} \right)^{x+7}$.

6. Найдя для каждого приращения Δx функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$ соответствующее приращение Δy , заполнить таблицу:

Δx	-0,5	-0,1	-0,01	0,5	0,1	0,01
Δy						

На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0 = -1$.

а) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x+1} & \text{при } x \neq -1, \\ 1 & \text{при } x = -1. \end{cases}$

б) $f(x) = x^2$.

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0 :

а) $f(x) = \frac{x^2-49}{x+7}$ в точке $x_0 = -7$;

б) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg} x}{x}$ в точке $x_0 = 0$.