Раздел 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\phi = \frac{\pi}{6}$. Зная, что $|\vec{a}| = 4|$ и $|\vec{b}| = 5$, вычислить $(\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$.
2. Даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, для которых $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\phi = \angle(\vec{a};\ \vec{b}) = \frac{\pi}{2}$. Найти: $\left|(4\vec{a} + 2\vec{b}) \times (4\vec{a} - \vec{b})\right|$.
3. В параллелограмме *ABCD*: *K* и *M* – середины сторон *BC* и *CD*, $\overrightarrow{AK} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AM} = \vec{b}$. Разложить $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
4. Точки *A*, *B*, *C*, *D* – вершины параллелограмма, *O* – точка пересечения диагоналей. Упростить выражение $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{OC}$.
5. *ABCD* – произвольный четырёхугольник. Точки *M* и *N* – середины сторон *BC* и *AD* соответственно. Доказать, что $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD})$.

Раздел 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве

Контрольная работа №2

Вариант 2

1. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\phi = \frac{\pi}{4}$. Зная, что $|\vec{a}| = 8$ и $|\vec{b}| = 3$, вычислить $(7\vec{a} + 2\vec{b})(5\vec{a} - \vec{b})$.
2. Даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, для которых $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 7$, $\phi = \angle(\vec{a};\ \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$. Найти: $\left|(3\vec{a} + 5\vec{b}) \times (4\vec{a} - \vec{b})\right|$.
3. В параллелограмме *ABCD*: *K* и *M* – середины сторон *BC* и *CD*, $\overrightarrow{AK} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AM} = \vec{b}$. Разложить $\overrightarrow{DB}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
4. Точки *A*, *B*, *C*, *D* – вершины параллелограмма, *O* – точка пересечения диагоналей. Упростить выражение $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AO}) + \overrightarrow{OC}$.
5. Доказать, что если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ удовлетворяют условию $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (|\vec{b}| \cdot \vec{a} - |\vec{a}| \cdot \vec{b}) = 0$, то эти векторы либо коллинеарные, либо $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

Раздел 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве

Контрольная работа №2

Вариант 3

1. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\phi = \frac{\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 7$ и $|\vec{b}| = 6$, вычислить $(3\vec{a} + 2\vec{b})(5\vec{a} - 2\vec{b})$.
2. Даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, для которых $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, $\phi = \angle(\vec{a};\ \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$. Найти: $\left|(4\vec{a} + 3\vec{b}) \times (2\vec{a} - \vec{b})\right|$.
3. В параллелограмме *ABCD*: *K* и *M* – середины сторон *BC* и *CD*, $\overrightarrow{AK} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AM} = \vec{b}$. Разложить $\overrightarrow{AC}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
4. Точки *A*, *B*, *C*, *D* – вершины параллелограмма, *O* – точка пересечения диагоналей. Упростить выражение $(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AO}) + \overrightarrow{OC}$.
5. *ABCD* – параллелограмм. Доказать, что $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{AD}^2 = \overrightarrow{AB}^2$.

Раздел 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве

Контрольная работа №2

Вариант 4

1. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\phi = \frac{2\pi}{3}$. Зная, что $|\vec{a}| = 2$ и $|\vec{b}| = 3$, вычислить $(4\vec{a} + 2\vec{b})(5\vec{a} - 3\vec{b})$.
2. Даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, для которых $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $\phi = \angle(\vec{a};\ \vec{b}) = \frac{3\pi}{4}$. Найти: $\left|(3\vec{a} + 6\vec{b}) \times (4\vec{a} - \vec{b})\right|$.
3. В параллелограмме *ABCD*: *K* и *M* – середины сторон *BC* и *CD*, $\overrightarrow{AK} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AM} = \vec{b}$. Разложить $\overrightarrow{CA}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
4. Точки *A*, *B*, *C*, *D* – вершины параллелограмма, *O* – точка пересечения диагоналей. Упростить выражение $(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{OC}$.
5. Доказать, что для любых точек пространства *A*, *B*, *C*, *D* верно равенство $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$.

Раздел 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве

Контрольная работа №2

Вариант 5

1. Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ образуют угол $\phi = \frac{3\pi}{4}$. Зная, что $|\vec{a}| = 6$ и $|\vec{b}| = 3$, вычислить $(5\vec{a} + 3\vec{b})(5\vec{a} - \vec{b})$.
2. Даны два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$, для которых $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $\phi = \angle(\vec{a};\ \vec{b}) = \frac{3\pi}{2}$. Найти: $\left|(7\vec{a} + 2\vec{b}) \times (3\vec{a} - \vec{b})\right|$.
3. В параллелограмме *ABCD*: *K* и *M* – середины сторон *BC* и *CD*, $\overrightarrow{AK} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AM} = \vec{b}$. Разложить $\overrightarrow{DC}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
4. Точки *A*, *B*, *C*, *D* – вершины параллелограмма, *O* – точка пересечения диагоналей. Упростить выражение $(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AO}) - \overrightarrow{AB}$.
5. Дан прямоугольник *ABCD* и произвольная точка *M* пространства. Доказать, что $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD}$.