Раздел 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве

Вариант 1*

1. Векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ взаимно перпендикулярны, вектор $\bar{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$; зная, что $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 5$, $|\bar{c}| = 8$, вычислить: $\left(3\cdot\bar{a}-2\cdot\bar{b}\right)\cdot\left(\bar{b}+3\cdot\bar{c}\right)$.
2. Точки A, B, C, D – вершины параллелограмма, O – точка пересечения диагоналей. Упростить выражение $\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DO}\right)+\overrightarrow{OA}$.
3. В параллелограмме $ABCD$: K и M – середины сторон BC и CD, $\overrightarrow{AK}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AM}=\vec{b}$. Разложить $\overrightarrow{AD}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
4. На стороне ON параллелограмма $AMNO$ и его диагонали взяты такие точки B и C, что $\overline{OB} = \frac{1}{n}\cdot\overline{ON}$, $\overline{OC}=\frac{1}{n+1}\cdot\overline{OM}$. Доказать, что точки A, B, C лежат на одной прямой.
5. Дан треугольник ABC. Постройте такую точку X, что $\overline{XA} + \overline{XB} - 3\overline{XC} = \bar{0}$.

Раздел 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве

Вариант 2*

1. Векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ взаимно перпендикулярны, вектор $\bar{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$; зная, что $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 5$, $|\bar{c}| = 8$, вычислить: $\left(2\cdot\bar{a}+\bar{b}-\bar{c}\right)^2$.
2. Точки A, B, C, D – вершины параллелограмма, O – точка пересечения диагоналей. Упростить выражение $\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{OA}\right)+\overrightarrow{OD}$.
3. В параллелограмме $ABCD$: K и M – середины сторон BC и CD, $\overrightarrow{AK}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AM}=\vec{b}$. Разложить $\overrightarrow{AB}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
4. Пусть ABC и $A_1B_1C_1$ – произвольные треугольники в пространстве. Доказать, что $\overline{AA_1}+\overline{BB_1}+\overline{CC_1}=3\overline{MM_1}$, где M и M_1 – точки пересечения медиан данных треугольников.
5. Дан треугольник ABC. Постройте такую точку X, что $\overline{XA} + \overline{XB} + \overline{XC} = \bar{0}$.

Раздел 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве

Вариант 3*

1. Векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ взаимно перпендикулярны, вектор $\bar{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$; зная, что $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 5$, $|\bar{c}| = 8$, вычислить: $\left(\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}\right)^2$.
2. Точки A, B, C, D – вершины параллелограмма, O – точка пересечения диагоналей. Упростить выражение $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DO}+\overrightarrow{CD}$.
3. В параллелограмме $ABCD$: K и M – середины сторон BC и CD, $\overrightarrow{AK}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AM}=\vec{b}$. Разложить $\overrightarrow{BD}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
4. Даны треугольник ABC и произвольная точка пространства O; точки E, F, G – середины сторон треугольника ABC. Доказать, что $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OE} + \overline{OF} + \overline{OG}$.
5. Дан треугольник ABC. Постройте такую точку X, что $\overline{XA} - 2\overline{XB} - \overline{XC} = \bar{0}$.

Раздел 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве

Вариант 4*

1. Векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ взаимно перпендикулярны, вектор $\bar{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$; зная, что $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 5$, $|\bar{c}| = 8$, вычислить: $(3\cdot\bar{a}+2\cdot\bar{c})\cdot(-\bar{a}+\bar{b}+\bar{c})$.
2. Точки A, B, C, D – вершины параллелограмма, O – точка пересечения диагоналей. Упростить выражение $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})+\overrightarrow{OB}$.
3. В параллелограмме $ABCD$: K и M – середины сторон BC и CD, $\overrightarrow{AK}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AM}=\vec{b}$. Разложить $\overrightarrow{CB}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
4. Пусть $SABC$ – треугольная пирамида, O – точка пересечения медиан основания пирамиды. Доказать, что вектор $\overline{SA}+\overline{SB}+\overline{SC}$ параллелен прямой SO.
5. Дан треугольник ABC. Постройте такую точку X, что $\overline{XA}-\overline{XB}+3\overline{XC}=\bar{0}$.

Раздел 2. Векторная алгебра на плоскости и в пространстве

Вариант 5*

1. Векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ взаимно перпендикулярны, вектор $\bar{c}$ образует с ними углы, равные $\frac{\pi}{3}$; зная, что $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 5$, $|\bar{c}| = 8$, вычислить: $(\bar{a}+2\cdot\bar{b}-3\cdot\bar{c})^2$.
2. Точки A, B, C, D – вершины параллелограмма, O – точка пересечения диагоналей. Упростить выражение $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO})+\overrightarrow{OC}$.
3. В параллелограмме $ABCD$: K и M – середины сторон BC и CD, $\overrightarrow{AK}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AM}=\vec{b}$. Разложить $\overrightarrow{DA}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
4. Пусть $A_1A_2A_3A_4A_5$ – правильный пятиугольник и точка O – его центр. Доказать, что $\overline{OA_1}+\overline{OA_2}+\overline{OA_3}+\overline{OA_4}+\overline{OA_5}=\bar{0}$.
5. Дан треугольник ABC. Постройте такую точку X, что $2\overline{XA}-\overline{XB}-3\overline{XC}=\bar{0}$.