Раздел 5: Первообразная функция. Неопределённый интеграл

Первообразная функция

Определение. Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$ на интервале $X=(a,b)$ (конечном или бесконечном), если в каждой точке этого интервала $f(x)$ является производной для $F(x)$, т.е. $F'(x)=f(x)$.

Из этого определения следует, что задача нахождения первообразной обратна задаче дифференцирования: по заданной функции $f(x)$ требуется найти функцию $F(x)$, производная которой равна $f(x)$.

Первообразная определена неоднозначно: для функции $\frac{1}{1+x^2}$ первообразными будут и функция $\operatorname{arctg} x$, и функция $\operatorname{arctg} x-10$: $(\operatorname{arctg} x)'=(\operatorname{arctg} x-10)'=\frac{1}{1+x^2}$. Для того, чтобы описать все множество первообразных функции $f(x)$, рассмотрим

Свойства первообразной

1. Если функция $F(x)$ - первообразная для функции $f(x)$ на интервале X, то функция $F(x)+C$, где C - произвольная постоянная, тоже будет первообразной для $f(x)$ на этом интервале. (Док-во: $F'(x)=\left(F(x)+C\right)'=f(x)$).
2. Если функция $F(x)$ - некоторая первообразная для функции $f(x)$ на интервале $X=(a,b)$, то любая другая первообразная $F_1(x)$ может быть представлена в виде $F_1(x)=F(x)+C$, где C - постоянная на X функция.
3. Для любой первообразной $F(x)$ выполняется равенство $dF(x)=f(x)dx$.

Из этих свойств следует, что если $F(x)$ - некоторая первообразная функции $f(x)$ на интервале X, то всё множество первообразных функции $f(x)$ (т.е. функций, имеющих производную $f(x)$ и дифференциал $f(x)dx$) на этом интервале описывается выражением $F(x)+C$, где C - произвольная постоянная.

Функция f	k (постоянная)	x^n $n\in Z$, $n\neq -1$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$\sin x$	$\cos x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$
Общий вид первообразных для f	$kx+C$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$	$2\sqrt{x}+C$	$-\cos x+C$	$\sin x+C$	$\operatorname{tg} x+C$	$-\operatorname{ctg} x+C$

Пример 3. Найти общий вид первообразной для функции $f(x)=x^3+\frac{1}{x^2}$.

Решение. Так как для x^3 одна из первообразных есть $\frac{x^4}{4}$, а для $\frac{1}{x^2}$ одной из первообразных является $-\frac{1}{x}$, то одной из первообразных для функции $f(x)=x^3+\frac{1}{x^2}$ будет $\frac{x^4}{4}-\frac{1}{x}$. Т.е. $F(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{1}{x}+C$.

Неопределённый интеграл и его свойства

Определение. Множество первообразных функции $f(x)$ называется неопределённым интегралом от этой функции и обозначается символом $\int f(x)dx$.

Как следует из изложенного выше, если $F(x)$ - некоторая первообразная функции $f(x)$, то $\int f(x)dx = F(x) + C$, где C - произвольная постоянная. Функцию $f(x)$ принято называть подынтегральной функцией, произведение $f(x)dx$ - подынтегральным выражением.

Свойства неопределённого интеграла, непосредственно следующие из определения:

1. $d\int f(x)dx = f(x)dx$.
2. $\int F'(x)dx = F(x) + C$ (или $\int dF(x) = F(x) + C$).

Таблица неопределённых интегралов.

1	$\int 0 \cdot dx = C$.	11	$\int \operatorname{ch} x dx = \operatorname{sh} x + C$.
2	$\int 1 \cdot dx = x + C$.	12	$\int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x} = -\operatorname{cth} x + C$.
3	$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$ $(\alpha \neq -1)$.	13	$\int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x} = \operatorname{th} x + C$.
4	$\int \frac{1}{x} dx = \int \frac{dx}{x} = \ln\lvert x\rvert + C$.	14	$\int \frac{1}{x^2+a^2} dx = \int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$.
5	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$; $\int e^x dx = e^x + C$.	15	$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left\lvert \frac{x-a}{x+a} \right\rvert + C$.
6	$\int \sin x dx = -\cos x + C$.	16	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C = -\arccos \frac{x}{a} + C$
7	$\int \cos x dx = \sin x + C$.	17	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+\alpha}} = \ln\left\lvert x + \sqrt{x^2+\alpha} \right\rvert + C$.
8	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$.	18	$\int \sqrt{x^2+\alpha} dx = \frac{x}{2}\sqrt{x^2+\alpha} + \frac{\alpha}{2} \ln\left\lvert x + \sqrt{x^2+\alpha} \right\rvert + C$.
9	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$.	19	$\int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$.
10	$\int \operatorname{sh} x dx = \operatorname{ch} x + C$.	20	$\int \frac{dx}{\sin x} = \ln\left\lvert \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right\rvert + C$; $\int \frac{dx}{\cos x} = \ln\left\lvert \operatorname{tg} \frac{x+\pi/2}{2} \right\rvert + C$.

В формулах 14, 15, 16, 19 предполагается, что $a > 0$.

Простейшие правила интегрирования.

1. $\int a \cdot f(x)dx = a\int f(x)dx$ ($a = \text{const}$);
2. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$;

Примеры применения правил 1,2:

$$\int\left(5x^2-6x+\frac{8}{x\sqrt[4]{x}}\right)dx=5\int x^2dx-6\int xdx+8\int x^{-5/4}dx=\frac{5}{3}x^3-\frac{6}{2}x^2+\frac{8}{-1/4}x^{-1/4}+C=$$

$$=\frac{5}{3}x^3-3x^2-\frac{32}{\sqrt[4]{x}}+C\,.$$

$$\int(\sin 3x+\cos 5x)dx=\int\sin 3xdx+\int\cos 5xdx=\frac{1}{3}\int\sin 3xd(3x)+\frac{1}{5}\int\cos 5xd(5x)=-\frac{\cos 3x}{3}+\frac{\sin 5x}{5}+C$$

Интегрирование по формуле линейной замены

Если $F(x)$ первообразная для $f(x)$, то $\frac{1}{a}F(ax+b)-$ первообразная для $f(ax+b)$.

$\int f(ax+b)dx=\frac{1}{a}F(ax+b)+C$, a, b – числа

Пример. Найти интеграл $\int\sin(2x+3)dx$

Рассмотрим подынтегральную функцию $\sin(2x+3)$.

Аргументом синуса является линейная функция:

$$\left.\begin{matrix}2x+3\\ ax+b\end{matrix}\right|\Rightarrow a=2\Rightarrow\frac{1}{a}=\frac{1}{2}$$

$$\int\sin(2x+3)dx=\frac{1}{2}(-\cos(2x+3))+C=-\frac{1}{2}\cos(2x+3)+C$$

Пример. Найти интеграл $\int\frac{dx}{1-3x}$.

линейная функция: $1-3x$ или $\left.\begin{matrix}-3x+1\\ ax+b\end{matrix}\right|\Rightarrow a=-3\Rightarrow\frac{1}{a}=-\frac{1}{3}$

$$\int\frac{dx}{1-3x}=-\frac{1}{3}\ln|1-3x|+C$$

Пример. Найти интеграл $\int\frac{dx}{\cos^2\frac{x}{3}}$.

линейная функция: $\frac{x}{3}$ или $\left.\begin{matrix}\frac{1}{3}x+0\\ ax+b\end{matrix}\right|\Rightarrow a=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{1}{a}=3$

$$\int\frac{dx}{\cos^2\frac{x}{3}}=3tg\frac{x}{3}+C$$

Замена переменной в неопределённом интеграле (интегрирование подстановкой).

Метод применяется, если под знаком интеграла произведение (частное) двух функций. Причём: одна функция является производной другой функции, или одна функция является производной от внутренней функции другой.

Формула интегрирования подстановкой

$$\int f(\varphi(x))\cdot\varphi'(x)dx = \left|\begin{matrix} t=\varphi(x) \\ dt=\varphi'(x)dx \end{matrix}\right| = \int f(t)dt$$

Пример. Найти интеграл $\int \frac{arctgx}{1+x^2}dx$.

Под знаком интеграла произведение двух функций $arctgx$ и $\frac{1}{1+x^2}$.

Причём $\left.\begin{matrix} arctgx - функция \\ \frac{1}{1+x^2} - её\ производная \end{matrix}\right| \Rightarrow t = arctgx$

Тогда $dt = (arctgx)'dx = \frac{1}{1+x^2}dx$.

Таким образом, получаем интеграл от новой переменной t:

$$\int \underbrace{arctgx}_{t}\cdot\underbrace{\frac{1}{1+x^2}dx}_{dt} = \int tdt = \frac{t^2}{2}+C$$

Вернемся к прежней переменной, для этого заменим t на $arctgx$, получим: $\frac{arctg^2x}{2}+C$- ответ.

Запись: $\int \frac{arctgx}{1+x^2}dx = \left|\begin{matrix} t=arctgx \\ dt=\frac{1}{1+x^2}dx \end{matrix}\right| = \int tdt = \frac{t^2}{2}+C = \frac{arctg^2x}{2}+C$

Пример. Найти интеграл $\int (2x-2)e^{x^2-2x}dx$

Под знаком интеграла произведение двух функций $(2x-2)$ и e^{x^2-2x}. Причём второй множитель e^{x^2-2x} является сложной функцией, где показательная функция – внешняя функция, а (x^2-2x)- внутренняя функция. Заметим, что производная внутренней функции

$$(x^2-2x)' = (2x-2).$$

Тогда эту внутреннюю функцию обозначим за новую переменную

$$t = x^2-2x.$$

Найдем $dt = (x^2-2x)'dx = (2x-2)dx$.

Таким образом получаем интеграл от новой переменной t:

$$\int (2x-2)e^{x^2-2x}dx = \left|\begin{matrix} t=x^2-2x \\ dt=(2x-2)dx \end{matrix}\right| = \int e^t dt = e^t + C = e^{x^2-2x}+C$$

Пример. Найти интеграл $\int \frac{\cos 3x}{\sqrt{2+\sin 3x}}dx$

Так как производная $(2+\sin 3x)' = 3\cos 3x,$ то $t = 2+\sin 3x$

$$\int \frac{\cos 3x}{\sqrt{2+\sin 3x}}dx = \left| \begin{array}{l} t = 2+\sin 3x \\ dt = 3\cos 3x dx \\ \frac{dt}{3} = \cos 3x dx \end{array} \right| = \int \frac{dt}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt{t}} = \frac{1}{3}\int\frac{dt}{\sqrt{t}} =$$

$$= \frac{1}{3}\cdot 2\sqrt{t} + C = \frac{2}{3}\sqrt{2+\sin 3x} + C$$

Интегрирование по частям.

Нахождение интеграла по формуле

$$\int UdV = U\cdot V - \int VdU,$$

называется интегрированием по частям.

Формула показывает, что вычисление интеграла $\int UdV$ сводится к вычислению интеграла $\int VdU$, который должен оказаться более простым или даже табличным.

Суть метода:

- подынтегральное выражение представляют в виде произведения двух сомножителей U и dV;
- находят dU и V;
- применяют формулу интегрирования по частям.

Укажем основные типы интегралов, интегрируемых методом по частям.

I) В интегралах типа $\int P_n(x)\cdot \sin kx dx$

$\int P_n(x)\cdot \cos kx dx$

$\int P_n(x)\cdot a^{kx} dx$,

$\int P_n(x)\cdot e^{kx} dx$

где $P_n(x)$- многочлен *n*-ой степени, *k* – const.

Обозначим $U = P_n(x)$,

dV - оставшееся выражение $\sin kxdx$ (*или* $\cos kxdx$, *или* $a^{kx}dx$, *или* $e^{kx}dx$).

Тогда $dU = P_n'(x)dx$

$$V = \int dV$$

Если степень многочлена $n > 1$, то интегрирование по частям применяют последовательно несколько раз.

Пример. Найти интеграл $\int (x-5)\cos x dx$.

$$\int (x-5)\cos x dx = \left| \begin{matrix} U = x-5 \\ dV = \cos x \cdot dx \end{matrix} \right| \begin{matrix} dU = (x-5)' dx = dx \\ V = \int \cos x dx = \sin x \end{matrix} \right| =$$

$$(x-5)(\sin x) - \int \sin x dx = (x-5)\cdot \sin x - (-\cos x) + C =$$

$$= (x-5)\sin x + \cos x + C$$

Пример. Найти интеграл $\int x \cdot 3^x dx$.

$$\int x \cdot 3^x dx = \left| \begin{matrix} U = x \\ dV = 3^x dx \end{matrix} \right| \begin{matrix} dU = x' dx = dx \\ V = \int 3^x dx = \dfrac{3^x}{\ln 3} \end{matrix} \right| = x \cdot \frac{3^x}{\ln 3} - \int \frac{3^x}{\ln 3} dx =$$

$$= \frac{x \cdot 3^x}{\ln 3} - \frac{1}{\ln 3} \cdot \frac{3^x}{\ln 3} + C = \frac{3^x}{\ln 3}\left(x - \frac{1}{\ln 3} \right) + C$$

Пример. Найти интеграл $\int (x+3)\sin 2x \cdot dx$.

$$\int (x+3)\sin 2x \cdot dx = \left| \begin{matrix} U = x+3 \\ dV = \sin 2x dx \end{matrix} \right| \begin{matrix} dU = d(x+3) = dx \\ V = \int \sin 2x dx = \dfrac{1}{2}(-\cos 2x) \end{matrix} \right| =$$

$$= (x+3)\left(-\frac{\cos 2x}{2} \right) - \int -\frac{\cos 2x}{2} dx = -\frac{1}{2}(x+3)\cdot \cos 2x + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\sin 2x \right) + C =$$

$$= \frac{1}{4}\sin 2x - \frac{1}{2}(x+3)\cos 2x + C.$$

II) В интегралах типа

$$\int P_n(x)\cdot \ln kx dx$$

$$\int P_n(x)\cdot \arcsin kx dx$$

$$\int P_n(x)\cdot \arccos kx dx$$

$$\int P_n(x)\cdot arctgkx dx$$

$$\int P_n(x)\cdot arcctgkx dx$$

где $P_n(x)$- многочлен n-ой степени, k – const.

Обозначим $dV = P_n(x)dx$,

U - оставшаяся функция $\ln kx$ (или $\arcsin kx$, или $\arccos kx$, или $arctgkx$, или $arcctgkx$).

Тогда $V = \int dV = \int P_n(x)dx$,

$dU = U'(x)dx$.

Пример. Найти интеграл $\int arctgx dx$.

$$\int arctgx dx = \left| \begin{matrix} U = arctgx \\ dV = dx \end{matrix} \right| \begin{matrix} dU = (arctgx)' dx = \dfrac{1}{1+x^2} dx \\ V = \int dx = x \end{matrix} \left| = x \cdot arctgx - \int \frac{x}{1+x^2} dx = \right.$$

$$= xarctgx - \left| \begin{matrix} t = 1+x^2 \\ dt = 2xdx \\ \dfrac{dt}{2} = xdx \end{matrix} \right| = x \cdot arctgx - \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t} = xarctgx - \frac{1}{2} \ln|t| + C =$$

$$= xarctgx - \frac{1}{2} \ln\left(1+x^2\right) + C$$

Пример. Найти интеграл $\int x \ln x dx$.

$$\int x \ln x dx = \left| \begin{matrix} U = \ln x \\ dV = xdx \end{matrix} \right| \begin{matrix} dU = \dfrac{1}{x} dx \\ V = \int xdx = \dfrac{x^2}{2} \end{matrix} \left| = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \int xdx = \right.$$

$$= \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + C = \frac{x^2}{2} \left(\ln x - \frac{1}{2} \right) + C$$

Пример. Найти интеграл $\int \arcsin 2x dx$.

$$\int \arcsin 2x dx = \left| \begin{matrix} U = \arcsin 2x \\ dV = dx \end{matrix} \right| \begin{matrix} dU = \dfrac{2}{\sqrt{1-4x^2}} dx \\ V = x \end{matrix} \left| = \right.$$

$$= x \cdot \arcsin 2x - \int x \cdot \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} dx = = x \cdot \arcsin 2x - 2 \cdot \left| \begin{matrix} t = 1-4x^2 \\ dt = -8xdx \\ -\dfrac{dt}{8} = xdx \end{matrix} \right| =$$

$$= x \cdot \arcsin 2x - 2 \int -\frac{dt}{8\sqrt{t}} = x \cdot \arcsin 2x + \frac{1}{4} \int \frac{dt}{\sqrt{t}} =$$

$$= x \cdot \arcsin 2x + \frac{1}{4} \cdot 2\sqrt{t} + C = x \cdot \arcsin 2x + \frac{1}{2} \sqrt{1-4x^2} + C.$$

Интегралы, содержащие квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$

Интегралы вида $\int \frac{Mx+N}{ax^2+bx+c}dx$ $(a \neq 0)$ приводятся к табличным выделением полного квадрата в трёхчлене:

$$\frac{Mx+N}{ax^2+bx+c}=\frac{Mx+N}{a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right)}=\frac{Mx+N}{a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2}\right)}=\frac{M\left(x+\frac{b}{2a}\right)+\left(N-\frac{Mb}{2a}\right)}{a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{c}{a}-\frac{b^2}{4a^2}\right)}=$$

$$=\frac{M\left(x+\frac{b}{2a}\right)+\left(N-\frac{Mb}{2a}\right)}{a\left(\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}\right)}=\frac{M}{2a}\cdot\frac{2\left(x+\frac{b}{2a}\right)+\left(\frac{2N}{M}-\frac{b}{a}\right)}{\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a^2}}.$$ Смысл этих преобразований:

слагаемое Mx в числителе превращаем в производную получившегося знаменателя; второе слагаемое в числителе от x не зависит. Теперь относительно переменной $t=x+\frac{b}{2a}$ интеграл свёлся к $\frac{M}{2a}\left(\int\frac{2t}{t^2\pm c_1^2}dt+L\int\frac{dt}{t^2\pm c_1^2}\right)$, где $L=\frac{2N}{M}-\frac{b}{a}$, $c_1^2=\frac{\left|4ac-b^2\right|}{4a^2}$.

Первый интеграл $\int\frac{2t}{t^2\pm c_1^2}dt=\int\frac{d\left(t^2\pm c_1^2\right)}{t^2\pm c_1^2}=\ln|t^2\pm c_1^2|+C$, второй - один из табличных интегралов 14, 15.

Пример:

$$\int\frac{7x+3}{-5x^2+9x-6}dx=\frac{7}{-5\cdot 2}\int\frac{2x+\frac{6}{7}}{x^2-\frac{9}{5}x+\frac{6}{5}}dx=-\frac{7}{10}\int\frac{2x+\frac{6}{7}}{\left(x-\frac{9}{10}\right)^2+\frac{6}{5}-\frac{81}{100}}dx=-\frac{7}{10}\int\frac{2\left(x-\frac{9}{10}\right)+\left(\frac{18}{10}+\frac{6}{7}\right)}{\left(x-\frac{9}{10}\right)^2+\frac{39}{100}}dx=$$

$$=-\frac{7}{10}\left(\int\frac{2\left(x-\frac{9}{10}\right)dx}{\left(x-\frac{9}{10}\right)^2+\frac{39}{100}}+\left(\frac{9}{5}+\frac{6}{7}\right)\int\frac{dx}{\left(x-\frac{9}{10}\right)^2+\frac{39}{100}}\right)=-\frac{7}{10}\int\frac{d\left(\left(x-\frac{9}{10}\right)^2+\frac{39}{100}\right)}{\left(x-\frac{9}{10}\right)^2+\frac{39}{100}}-$$

$$-\frac{7}{10}\cdot\left(\frac{63+30}{35}\right)\int\frac{dx}{\left(x-\frac{9}{10}\right)^2+\frac{39}{100}}=-\frac{7}{10}\ln\left|\left(x-\frac{9}{10}\right)^2+\frac{39}{100}\right|-\frac{93}{50}\int\frac{dx}{\left(x-\frac{9}{10}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{39}}{10}\right)^2}=$$

$$=-\frac{7}{10}\ln\left|x^2-\frac{9}{5}x+\frac{81}{100}+\frac{39}{100}\right|-\frac{93}{50}:\frac{\sqrt{39}}{10}\operatorname{arctg}\left(\frac{x-\frac{9}{10}}{\frac{\sqrt{39}}{10}}\right)+C=-\frac{7}{10}\ln\left|5x^2-9x+6\right|-\frac{93}{5\sqrt{39}}\operatorname{arctg}\left(\frac{10x-9}{\sqrt{39}}\right)+C.$$

Тот же результат можно получить формальной заменой переменной $t=2ax+b$ (производная знаменателя), или $t=ax+\frac{b}{2}$, или $t=x+\frac{b}{2a}$:

$$\int \frac{7x+3}{-5x^2+9x-6}dx = \left| \begin{array}{l} t=-10x+9; \\ x=-\dfrac{t-9}{10}; dx=-\dfrac{dt}{10} \end{array} \right| = \int \frac{7\left(-\dfrac{t-9}{10}\right)+3}{-5\left(-\dfrac{t-9}{10}\right)^2+9\left(-\dfrac{t-9}{10}\right)-6}\left(-\frac{dt}{10}\right) =$$ (после всех преобразований)

$$= -\frac{1}{5}\int \frac{7t-93}{t^2+39}dt = -\frac{7}{5}\int \frac{t\cdot dt}{t^2+39} + \frac{93}{5}\int \frac{dt}{t^2+39} = -\frac{7}{10}\int \frac{d(t^2+39)}{t^2+39} + \frac{93}{5\sqrt{39}}\operatorname{arctg}\left(\frac{t}{\sqrt{39}}\right) =$$

$$= -\frac{7}{10}\ln(t^2+39) + \frac{93}{5\sqrt{39}}\operatorname{arctg}\left(\frac{t}{\sqrt{39}}\right) + C = -\frac{7}{10}\ln((-10x+9)^2+39) + \frac{93}{5\sqrt{39}}\operatorname{arctg}\left(\frac{-10x+9}{\sqrt{39}}\right) + C =$$

$$= -\frac{7}{10}\ln((-10x+9)^2+39) + \frac{93}{5\sqrt{39}}\operatorname{arctg}\left(\frac{-10x+9}{\sqrt{39}}\right) + C = -\frac{7}{10}\ln\left[20(5x^2-9x+6)\right] - \frac{93}{5\sqrt{39}}\operatorname{arctg}\left(\frac{10x-9}{\sqrt{39}}\right) + C =$$

$$= -\frac{7}{10}\ln(5x^2-9x+6) - \frac{93}{5\sqrt{39}}\operatorname{arctg}\left(\frac{10x-9}{\sqrt{39}}\right) + C.$$

Вопросы

1. Какая функция называется первообразной для функции $f(x)$.
2. Определение неопределенного интеграла.
3. Перечислите основные свойства неопределенного интеграла.
4. Запишите простейшие правила интегрирования.
5. Запишите формулу линейной замены. Для каких интегралов она применяется.
6. Формула метода подстановки.
7. Запишите формулу интегрирования по частям для неопределенного интеграла.
8. Укажите основные типы интегралов, вычисляемых методом интегрирования по частям.