Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

1 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:

   1) $\lim_{x\to -2}(5x^2+2x-1)$; 2) $\lim_{x\to 1}\frac{5x+1}{x^3-2x+3}$;

   3) $\lim_{x\to 3}\frac{2^x-8}{2^x+8}$; 4) $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2-4}}{2x+1}$.

2. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to 0}\frac{x}{x^2-x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+2x}$;

   3) $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x+3}-3}{\sqrt{x-2}-1}$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{8-x}-2}{x}$.

3. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to\infty}\frac{x+5x^2-x^3}{2x^3-x^2+7x}$; 2) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$;

   3) $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+4}-x)$; 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{x^2-3}-x\right)$.

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:

   1) $\lim_{x\to 0}\frac{sin^2 3x}{sin^2 2x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{1-cosx}{x^2}$;

   3) $\lim_{x\to 0} x\cdot ctgx$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{cos5x-cos3x}{x^2}$.

5. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{1}{2x}}$; 2) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-5}{x+4}\right)^x$;

   3) $\lim_{x\to 0}(1-sinx)^{\frac{1}{sinx}}$; 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{5-x}{6-x}\right)^{x+2}$.

6. Найдя для каждого приращения Δx функции *f*(*x*) в точке $x_0=-1$ соответствующее приращение Δy, заполнить таблицу:

Δx	$-0{,}5$	$-0{,}1$	$-0{,}01$	0,5	0,1	0,01
Δy						

   На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0=-1$.

   а) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x+1} \text{ при } x\neq -1,\\ 1 \text{ при } x=-1.\end{cases}$

   б) $f(x)=x^2$.

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0:

   а) $f(x)=\frac{x^2-16}{x+4}$ в точке $x_0=-4$; б) $f(x)=\frac{sinx}{x}$ в точке $x_0=0$.

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

2 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:
   1) $\lim_{x\to -3}(6x^2-2x+1)$; 2) $\lim_{x\to -1}\frac{4x+1}{x^3-3x+7}$;
   3) $\lim_{x\to 2}\frac{2^x-4}{2^x+4}$; 4) $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x^2-9}}{2x-1}$.

2. Найти пределы функций:
   1) $\lim_{x\to 0}\frac{3x}{x^2-2x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+16}-4}{x^2+5x}$;
   3) $\lim_{x\to -3}\frac{\sqrt{3-2x}-3}{\sqrt{4-4x}-4}$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{27-x}-3}{x}$.

3. Найти пределы функций:
   1) $\lim_{x\to\infty}\frac{2x-5x^2-x^3}{x^3-x^2+x}$; 2) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+2x}{x^3+3x^2-1}$;
   3) $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+3}-2x)$; 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^4}{x^3-2}-x\right)$.

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:
   1) $\lim_{x\to 0}\frac{sin^2 4x}{sin^2 3x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{2-2co}{3x^2}$;
   3) $\lim_{x\to 0}2x\cdot tgx$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{cos4x+cos2x}{x^2}$.

5. Найти пределы функций:
   1) $\lim_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{3x}}$; 2) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-4}{x+5}\right)^x$;
   3) $\lim_{x\to 0}(1-cosx)^{\frac{1}{sinx}}$; 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4-x}{5-x}\right)^{x+1}$.

6. Найдя для каждого приращения Δx функции $f(x)$ в точке $x_0=-2$ соответствующее приращение Δy, заполнить таблицу:

Δx	$-0{,}5$	$-0{,}1$	$-0{,}01$	$0{,}5$	$0{,}1$	$0{,}01$
Δy						

   На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0=-2$.

   а) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x+2} \text{ при } x\neq -2,\\ 1 \text{ при } x=-2.\end{cases}$

   б) $f(x)=x^2-1$.

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0:

   а) $f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$ в точке $x_0=-1$; б) $f(x)=\frac{sin2}{x}$ в точке $x_0=0$.

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

3 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:

   1) $\lim_{x\to -4}(7x^2+2x-2)$; 2) $\lim_{x\to 1}\frac{3x-8}{x^3+8x-2}$;

   3) $\lim_{x\to 3}\frac{6^x-9}{3^x+2}$; 4) $\lim_{x\to -2}\frac{\sqrt{x^2+9}}{3x+1}$.

2. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to 0}\frac{2x}{x^2-5x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+4}-2}{x^2+2x}$;

   3) $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{4x+4}-4}{\sqrt{x+6}-3}$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{64-x}-4}{x}$.

3. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to \infty}\frac{x-7x^2-x^4}{2x^3-x^2+7x}$; 2) $\lim_{x\to \infty}\frac{x^3+3x}{x^4+8x^2+2}$;

   3) $\lim_{x\to +\infty}(\sqrt{x^2+2}-3x)$; 4) $\lim_{x\to \infty}\left(\frac{x^5}{x^3-5}-x^2\right)$.

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:

   1) $\lim_{x\to 0}\frac{sin^2 3x}{sin^2 5x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{cosx-1}{x^2}$;

   3) $\lim_{x\to 0} 5x\cdot ctg2x$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{cos4x-cos3}{x^2}$.

5. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to 0}(1+3x)^{\frac{1}{3x}}$; 2) $\lim_{x\to \infty}\left(\frac{x-3}{x+2}\right)^x$;

   3) $\lim_{x\to 0}(1-sinx)^{\frac{1}{sinx}}$; 4) $\lim_{x\to \infty}\left(\frac{7-x}{8-x}\right)^{x+2}$.

6. Найдя для каждого приращения Δx функции $f(x)$ в точке $x_0=-5$ соответствующее приращение Δy, заполнить таблицу:

Δx	$-0{,}5$	$-0{,}1$	$-0{,}01$	$0{,}5$	$0{,}1$	$0{,}01$
Δy						

   На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0=-5$.

   а) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x+5} \text{ при } x\neq -5,\\ 1 \text{ при } x=-5.\end{cases}$

   б) $f(x)=-x^2$.

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0:

   а) $f(x)=\frac{x^2-9}{x+3}$ в точке $x_0=-3$; б) $f(x)=\frac{ctgx}{x}$ в точке $x_0=0$.

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

4 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:

   1) $\lim_{x\to -2}(10x^2+x-5)$; 2) $\lim_{x\to 1}\frac{10x+1}{x^3-5x+3}$;

   3) $\lim_{x\to 3}\frac{5^x-9}{20^x+2}$; 4) $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+9}}{9x+1}$.

2. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to 0}\frac{x}{x^2+x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+2x}$;

   3) $\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{4x-4}-4}{\sqrt{x-4}-1}$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{125-x}-5}{x}$.

3. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to\infty}\frac{x+15x^2-x^3}{2x^3-x^2+5x}$; 2) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+x}{x^4-3x^2+1}$;

   3) $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+25}-x)$; 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{x^2-1}-x\right)$.

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:

   1) $\lim_{x\to 0}\frac{sin^2 13x}{sin^2 2x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{3cosx}{x^2}$;

   3) $\lim_{x\to 0}(-x\cdot tgx)$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{cos2x-cos7x}{x^2}$.

5. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to 0}(1+11x)^{\frac{1}{2x}}$; 2) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-5}{x+4}\right)^x$;

   3) $\lim_{x\to 0}(1-cosx)^{\frac{1}{sinx}}$; 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{10-x}{6-x}\right)^{x-2}$.

6. Найдя для каждого приращения Δx функции $f(x)$ в точке $x_0=-1$ соответствующее приращение Δy, заполнить таблицу:

Δx	$-0,5$	$-0,1$	$-0,01$	$0,5$	$0,1$	$0,01$
Δy						

   На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0=-1$.

   а) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{2x+2} \text{ при } x\neq -1,\\ 1 \text{ при } x=-1.\end{cases}$

   б) $f(x)=x^2+2$.

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0:

   а) $f(x)=\frac{x^2-16}{x+4}$ в точке $x_0=-4$; б) $f(x)=\frac{cosx}{x}$ в точке $x_0=0$.

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

5 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:

   1) $\lim_{x\to -2}(25x^2+21x-1)$; 2) $\lim_{x\to 1}\frac{5x+1}{x^3-2x+3}$;

   3) $\lim_{x\to 3}\frac{5^x-2}{2^x+5}$; 4) $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+7}}{5x+1}$.

2. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to 0}\frac{7x}{x^2-x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+7x}$;

   3) $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x+3}-3}{\sqrt{x-2}-1}$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{729-x}-9}{x}$.

3. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to\infty}\frac{x+13x^2-x^3}{x^3-x^2+7x}$; 2) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+x}{x^4-x^2+1}$;

   3) $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+18}-x)$; 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{x^2-1}-x\right)$.

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:

   1) $\lim_{x\to 0}\frac{sin^2 6x}{sin^2 5x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{3-3co}{x^2}$;

   3) $\lim_{x\to 0} 3x\cdot ctgx$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{cos4x-cos3x}{x^2}$.

5. Найти пределы функций:

   1) $\lim_{x\to 0}(1+6x)^{\frac{1}{3x}}$; 2) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-25}{x+4}\right)^x$;

   3) $\lim_{x\to 0}(1-sinx)^{\frac{3}{\sin x}}$; 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4-x}{8-x}\right)^{x+8}$.

6. Найдя для каждого приращения Δx функции $f(x)$ в точке $x_0=-6$ соответствующее приращение Δy, заполнить таблицу:

Δx	$-0{,}5$	$-0{,}1$	$-0{,}01$	$0{,}5$	$0{,}1$	$0{,}01$
Δy						

   На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0=-6$.

   а) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x+6} \text{ при } x\neq -6,\\ 1 \text{ при } x=-6.\end{cases}$

   б) $f(x)=-4x^2$.

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0:

   а) $f(x)=\frac{x^2-28}{x+4}$ в точке $x_0=-4$; б) $f(x)=\frac{tgx}{x}$ в точке $x_0=0$.

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность

6 вариант

1. Используя свойства пределов функций, найти следующие пределы:

1) $\lim_{x\to -2}(7x^2+3x-1)$; 2) $\lim_{x\to 1}\frac{5x+1}{x^3-x+6}$;

3) $\lim_{x\to 3}\frac{25^x-5}{2^x+5}$; 4) $\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x^2+3}}{2x+1}$.

2. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x\to 0}\frac{x}{x^2-x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+25}-5}{x^2+9x}$;

3) $\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x+58}-8}{\sqrt{x-2}-1}$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{8-x}-2}{2x}$.

3. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x\to\infty}\frac{x+17x^2-x^3}{x^3-x^2+7x}$; 2) $\lim_{x\to\infty}\frac{x^3+x}{x^4-5x^2+1}$;

3) $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+25}-x)$; 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3}{x^2-9}-x\right)$.

4. Найти пределы, используя эквивалентность бесконечно малых, либо соответствующие замечательные пределы:

1) $\lim_{x\to 0}\frac{sin^2 7x}{sin^2 12x}$; 2) $\lim_{x\to 0}\frac{5cosx-5}{x^2}$;

3) $\lim_{x\to 0} 9x\cdot tgx$; 4) $\lim_{x\to 0}\frac{cos2x-cosx}{x^2}$.

5. Найти пределы функций:

1) $\lim_{x\to 0}(1+6x)^{\frac{1}{2x}}$; 2) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-7}{x+2}\right)^x$;

3) $\lim_{x\to 0}(1-sinx)^{\frac{5}{sinx}}$; 4) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{7-x}{49-x}\right)^{x+7}$.

6. Найдя для каждого приращения Δx функции $f(x)$ в точке $x_0=-1$ соответствующее приращение Δy, заполнить таблицу:

Δx	$-0{,}5$	$-0{,}1$	$-0{,}01$	$0{,}5$	$0{,}1$	$0{,}01$
Δy						

На основании заполненной таблицы сделать предположение о поведении функции в окрестности точки $x_0=-1$.

а) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-1}{x+1} \text{ при } x\neq -1,\\ 1 \text{ при } x=-1.\end{cases}$

б) $f(x)=x^2$.

7. Установить характер разрыва функции в точке x_0:

а) $f(x)=\frac{x^2-50}{x+5}$ в точке $x_0=-5$; б) $f(x)=\frac{ctgx}{x}$ в точке $x_0=0$.