

## Лабораторная работа 3

Третьяк Илья Дмитриевич ПМ-31 ([Tretyak01D@gmail.com](mailto:Tretyak01D@gmail.com))

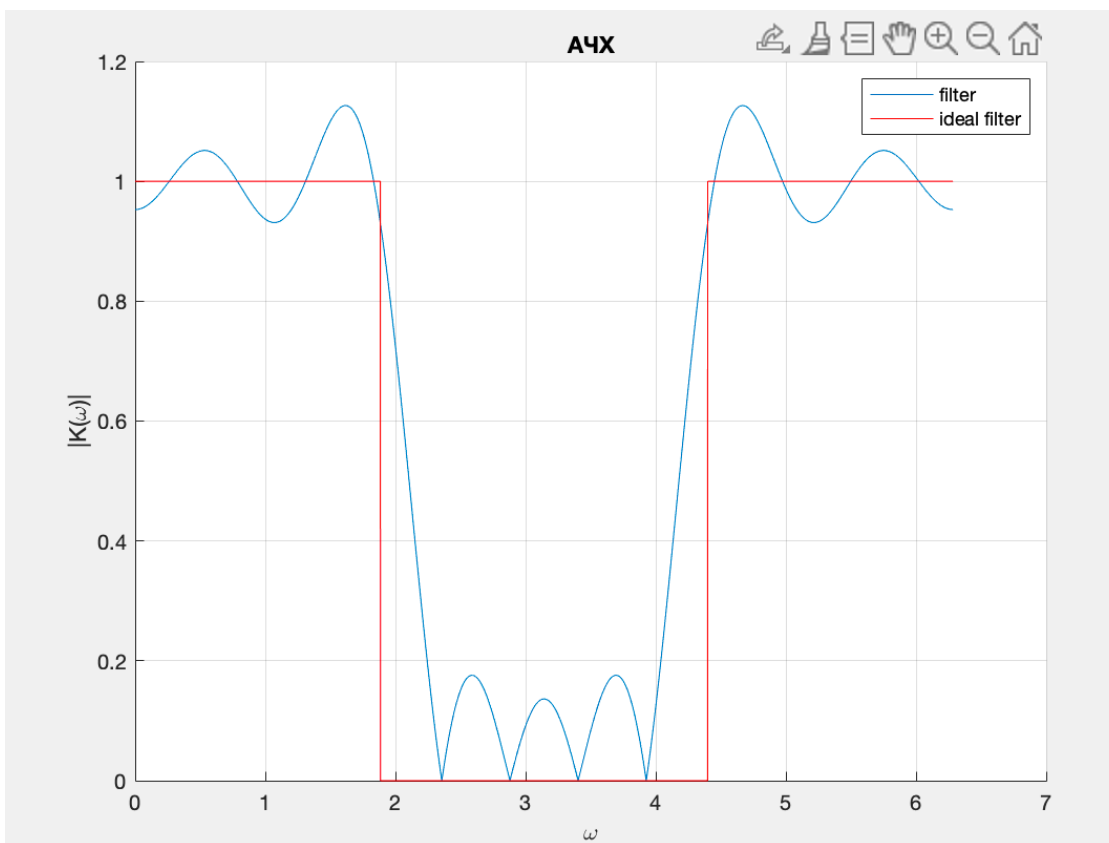
Номер в списке = 20 => Вариант  $20+1 \pmod{4} = 1$

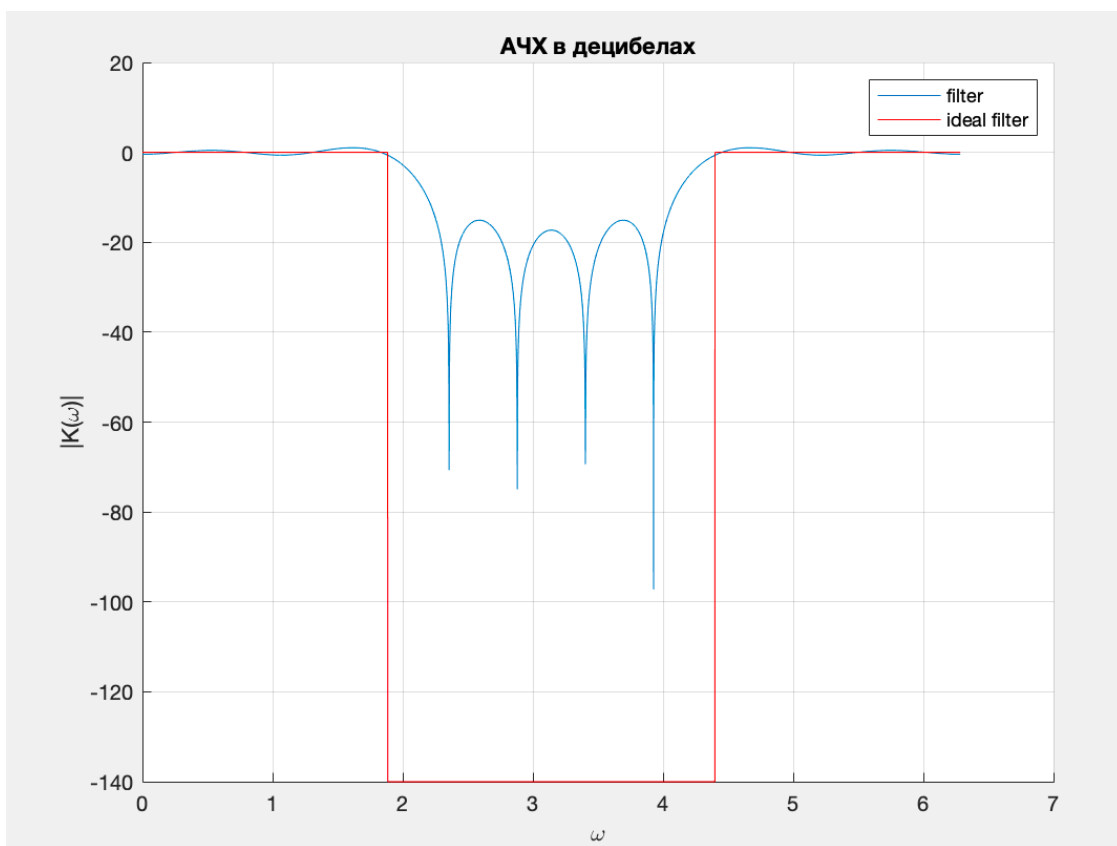
### Задание 1

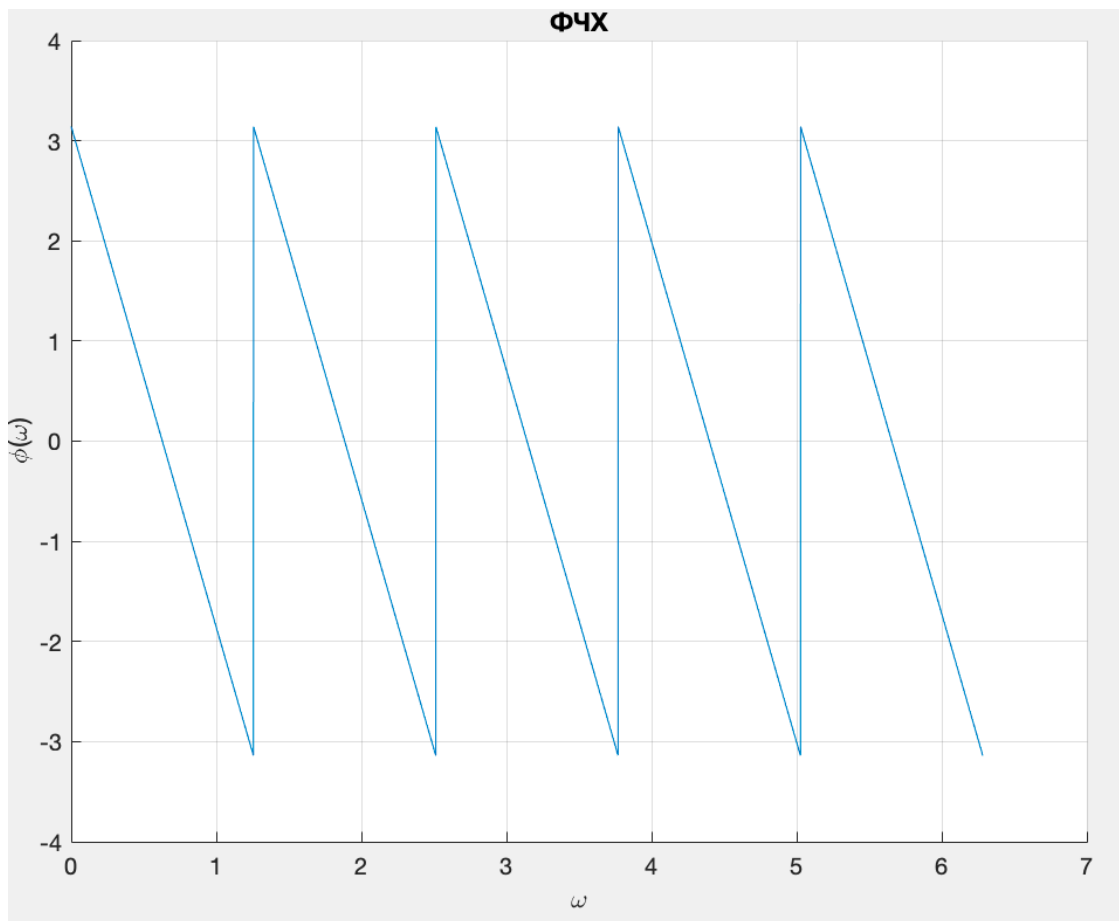
Синтезировать нерекурсивный симметричный фильтр порядка  $N=2M$  (КИХ-фильтр с линейной фазой типа I, с ЧХ (4.1) [1, стр.213] с заданной в таблице вариантов полосой пропускания, аналогично решению примера 4.2 [1, стр.218]. Построить амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики. Сравнить полученную АЧХ с идеальной.

В соответствии с теорией синтезируем КИХ фильтр.

№ варианта	M	Полоса пропускания	Полоса подавления	$\delta_p$	$\delta_s$	$\omega$
1	5	[0; 0,6π]	[0,8π; π]	0,0125	0,015	{0,3π;0,5π}







У краев полученного фильтра можно наблюдать "явление Гиббса", которое состоит в резком скачке амплитуды синтезируемого сигнала по сравнению с идеальным.

## Задние 2

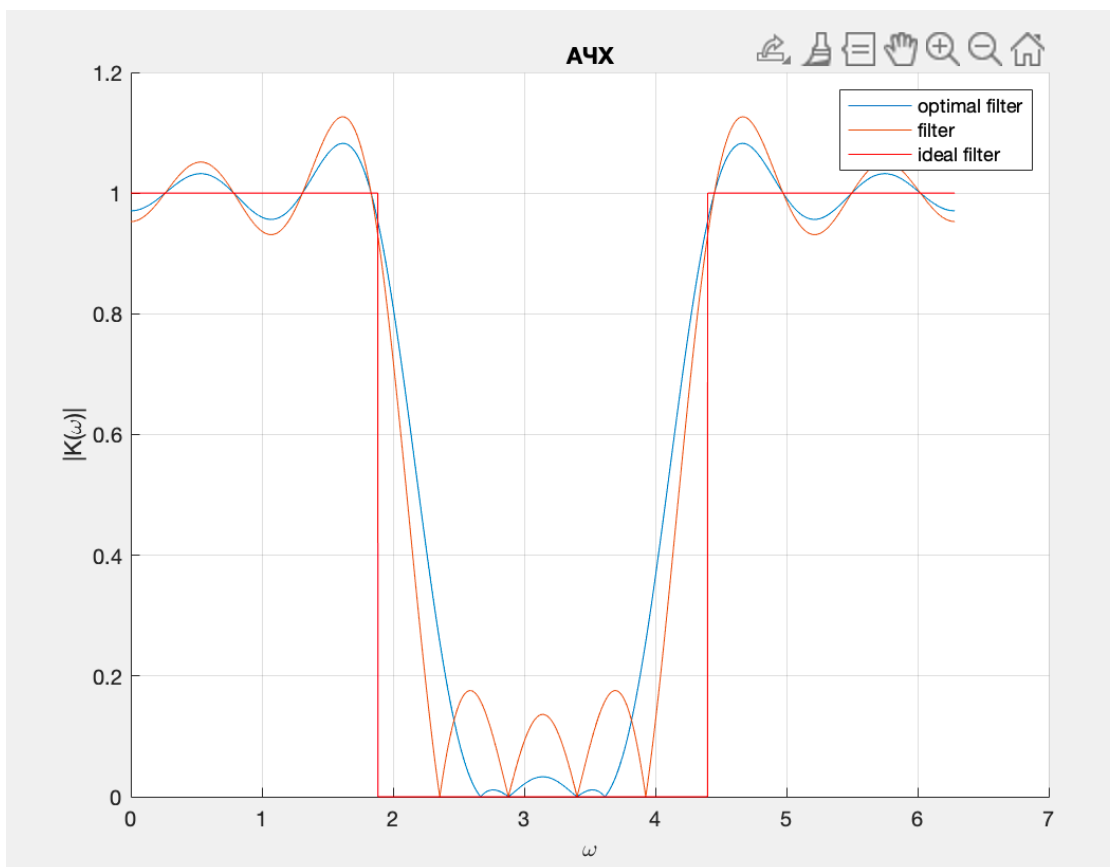
Реализовать в MATLAB функцию синтеза фильтра (т.е. нахождения коэффициентов  $\{b_k\}$  ( $k=0, \dots, 2M$ )), которая обеспечивает наилучшее равномерное приближение заданной АЧХ по методу на основе частотной выборки [1, стр.217] и принимает в качестве аргументов:

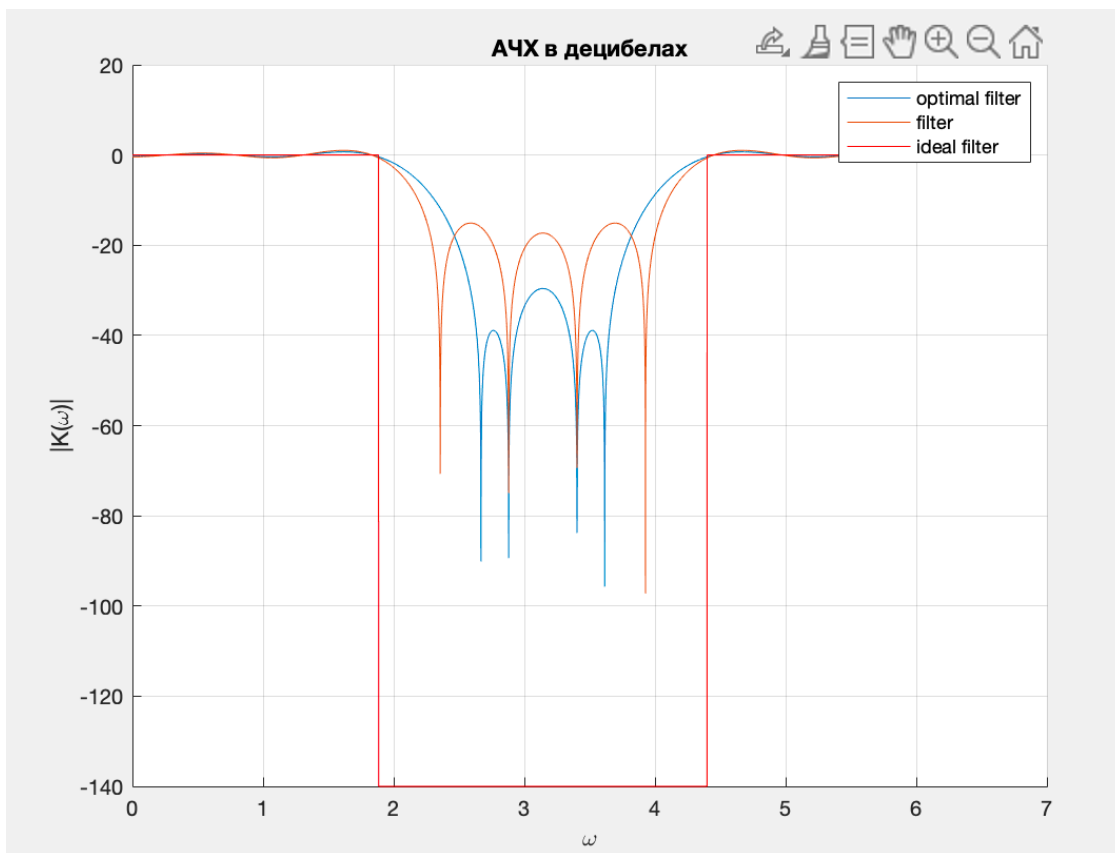
1. Положение полосы пропускания проектируемого фильтра на оси  $\omega$
2. Положение полосы подавления проектируемого фильтра на оси  $\omega$
3. Параметр  $M$

С помощью реализованной функции синтезировать фильтр того же порядка  $N = 2M$ , что и в п. 1.

Сравнить полученную АЧХ с идеальной и с АЧХ, найденной в п. 1. Для решения задачи оптимизации, возникающей при синтезе КИХ-фильтра на основе частотной выборки, можно использовать встроенные функции MATLAB, например, `fmincon`, `fminsearch`.

Будем варировать значения точек, по которым строится фильтр между полосой пропускания и подавления, минимизируя функцию ошибки `fminsearch`, построим графики фильтров по полученным параметрам.



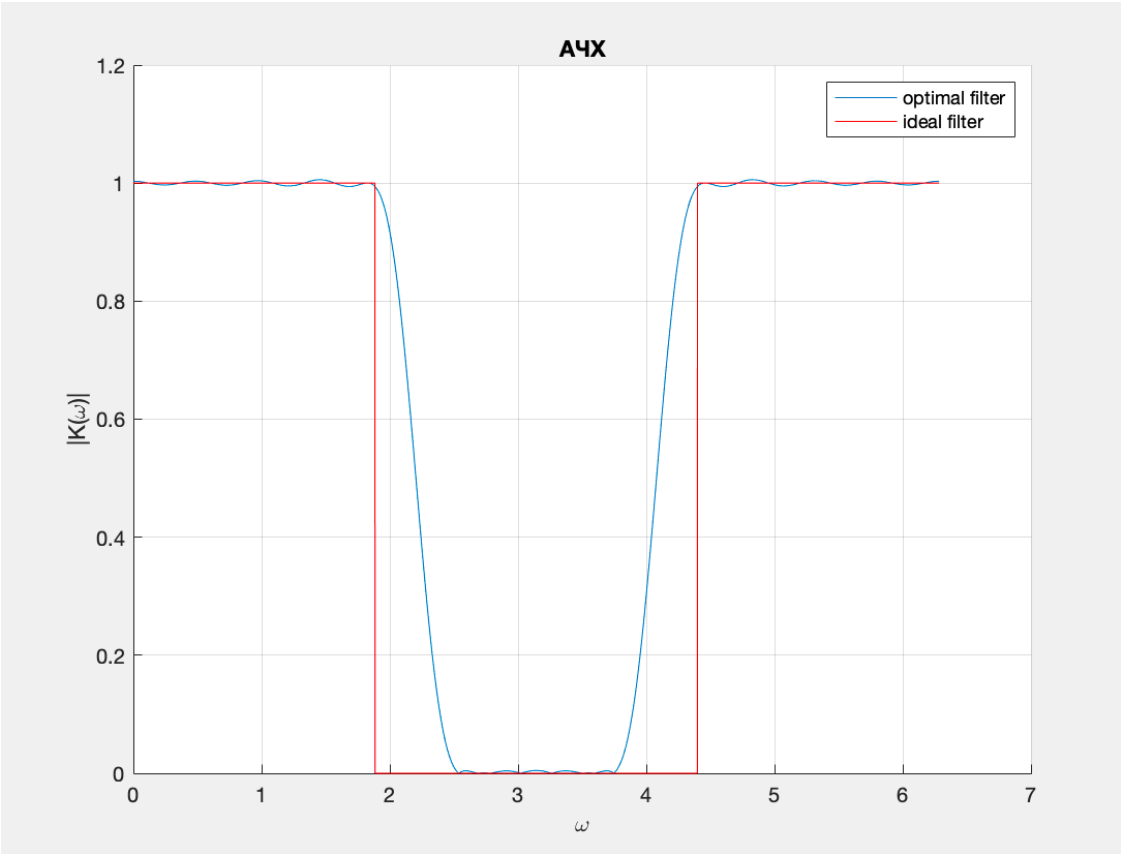


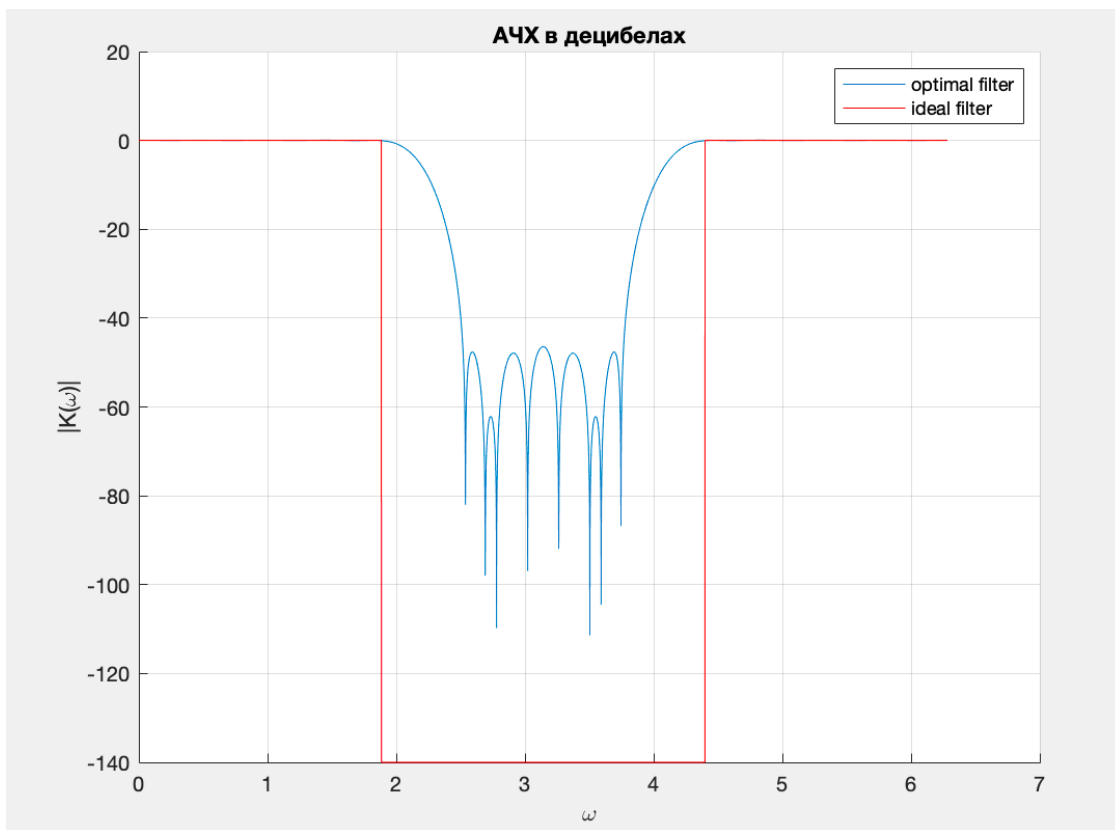
Видим, что оптимальный фильтр, полученный в задании 2 лучше справляется с эффектом Гиббса, по сравнению с фильтром, полученном в задании 1.

### Задание 3

Проверить, удовлетворяет ли фильтр, синтезированный в п. 2, требованиям к неравномерности АЧХ в полосах пропускания и подавления при заданных параметрах  $\delta p$  и  $\delta s$ . Определить минимальный порядок фильтра ( $N=2M$ ), удовлетворяющего данным требованиям.

Будем в цикле варировать параметр  $M$ , строя оптимальные фильтры  $S$  и вычисляя ошибки  $\delta p$ ,  $\delta s$ , прекратив варирование при условии  $\delta p < \sigma_p$  и  $\delta s < \sigma_s$ .





$M = 12$

$\sigma_s = 0.0150$

$\delta_s = \begin{bmatrix} 0.0817 & 0.0552 & 0.0637 & 0.0285 & 0.0197 & 0.0161 & 0.0361 \\ 0.0056 & 0 & & & & & \end{bmatrix}$

$\sigma_p = 0.0125$

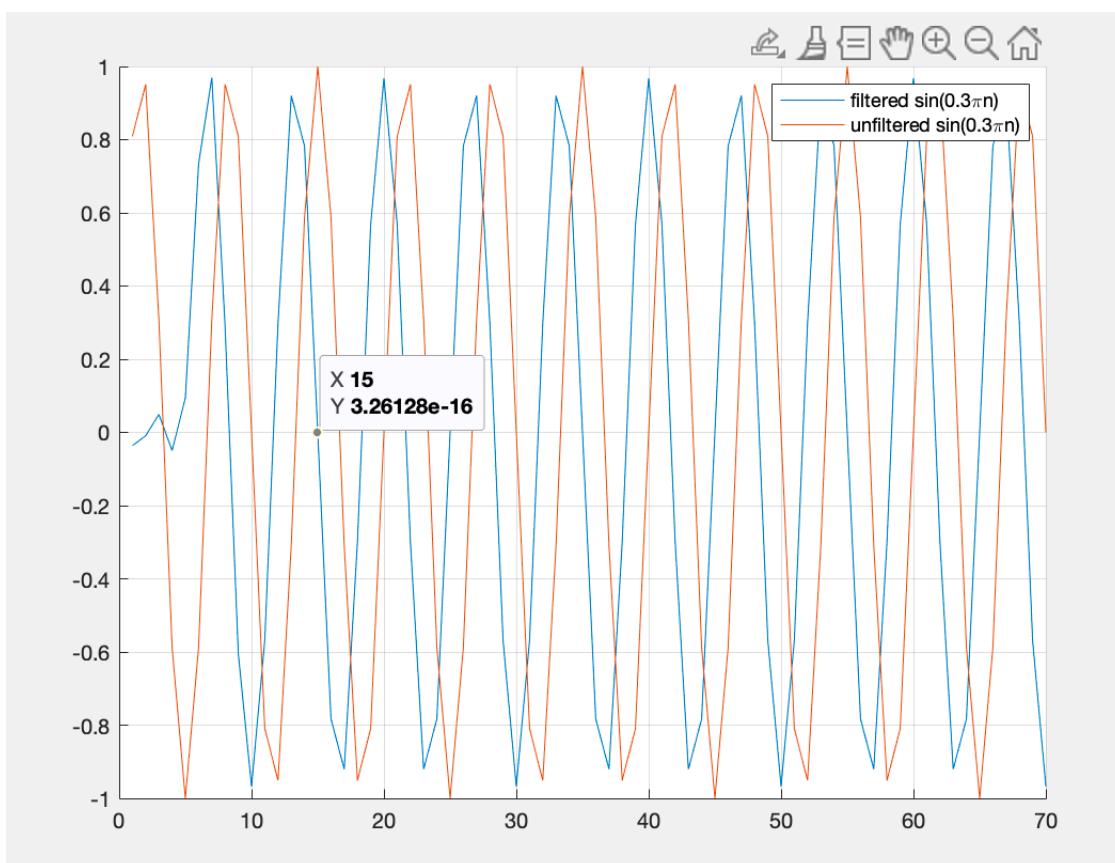
$\delta_p = \begin{bmatrix} 0.0824 & 0.0552 & 0.0637 & 0.0288 & 0.0196 & 0.0161 & 0.0361 \\ 0.0058 & 0 & & & & & \end{bmatrix}$

Видим, что минимальный порядок фильтра, при котором выполняется требование к неравномерности АЧХ в полосах пропускания и подавления равно  $N=2M=2*12=24$ , при этом наш фильтр из предыдущих пунктов этому требованию не удовлетворяет.

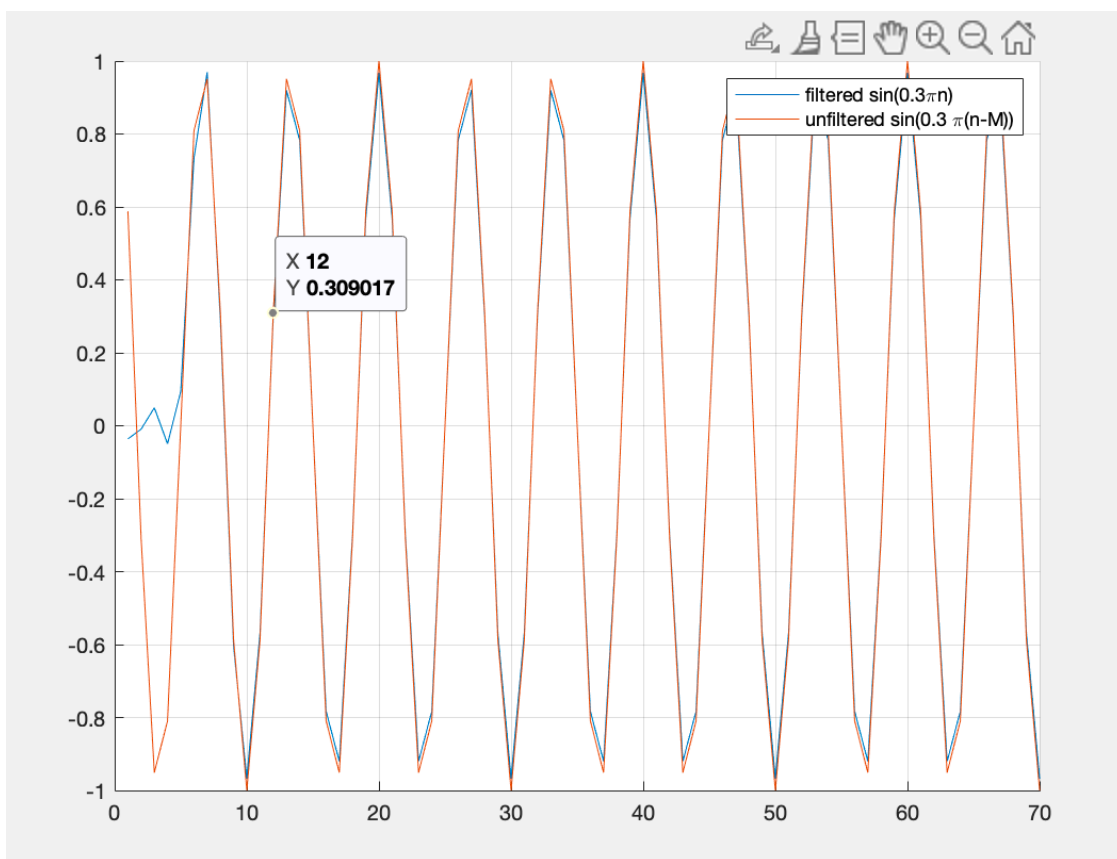
#### Задание 4

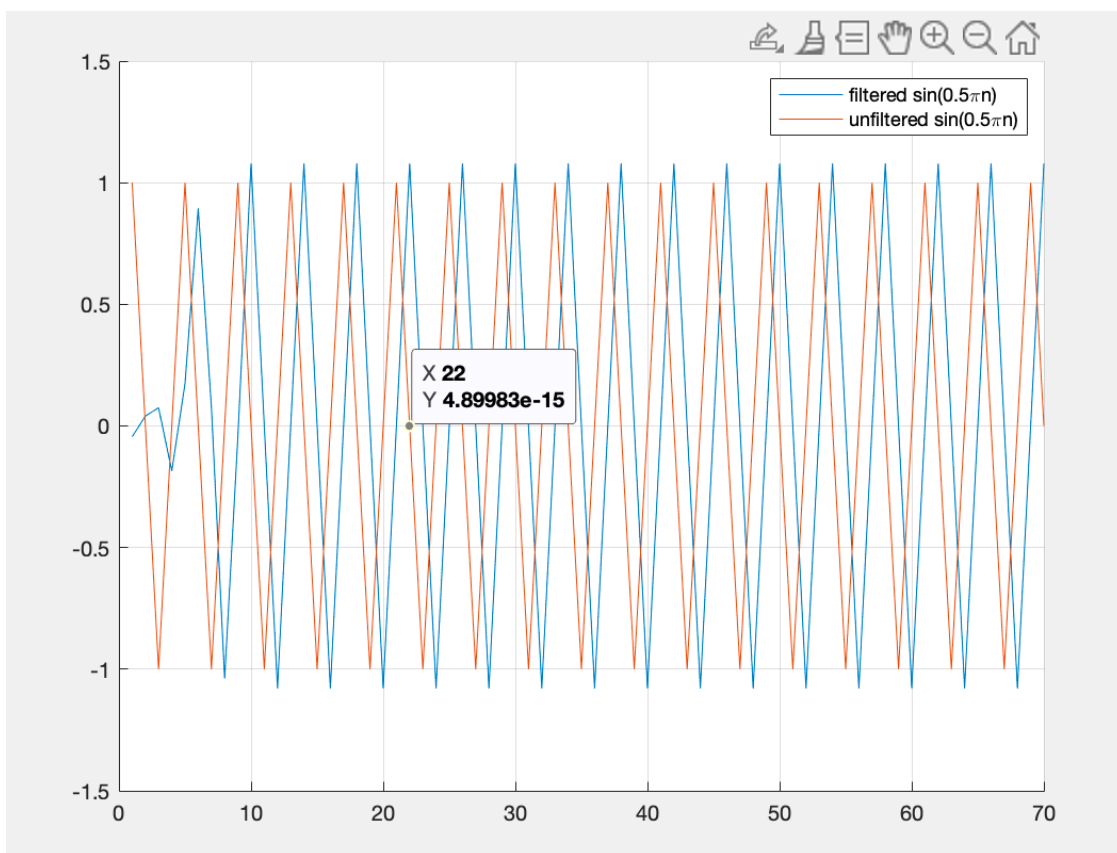
С помощью синтезированного в п. 2 фильтра обработать сигналы  $x(n)=\sin(\omega n)$  для указанных в таблице вариантов значений  $\omega$ . Определить задержку  $\alpha$  гармонического колебания на выходе фильтра.

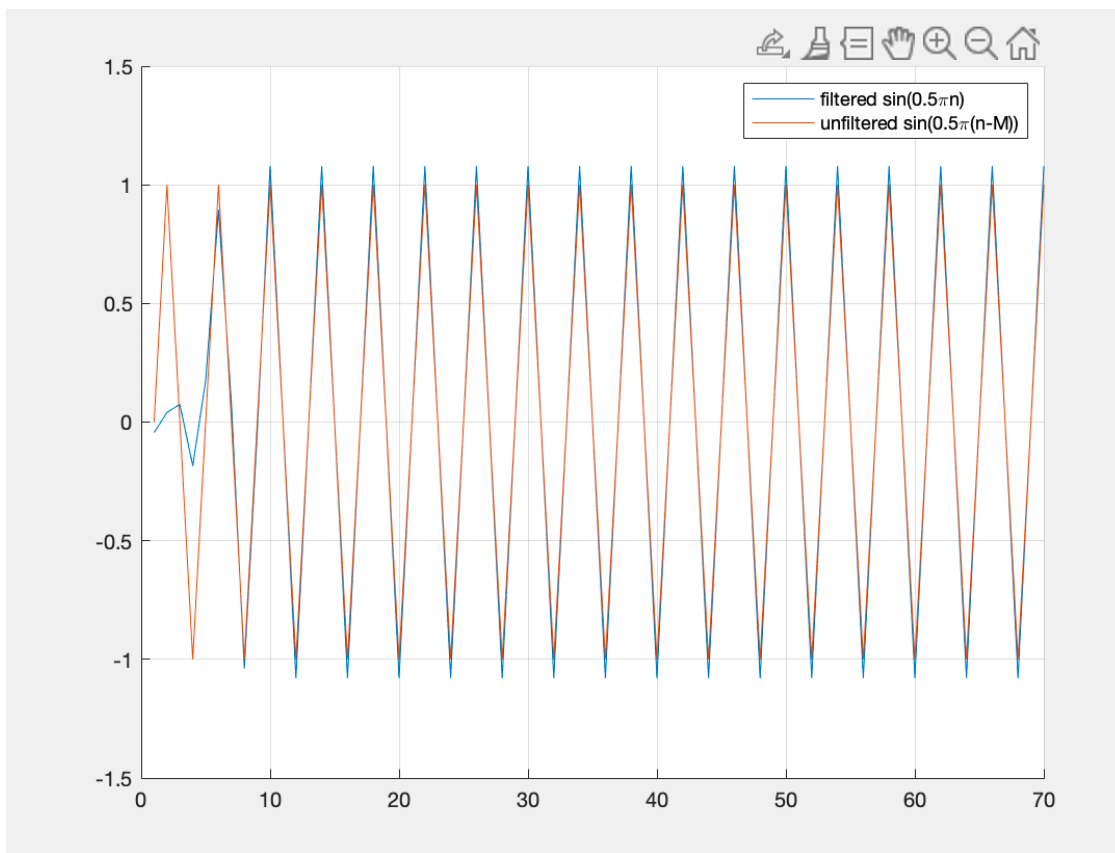
Отфильтруем синус при помощи встроенной MATLAB функции `filter`. Построим графики полученного представления и сдвинутого на  $M$ .











Видим, что фильтр действительно работает в соответствии с теорией, в частности, после фильтрации мы получаем сдвинутый на  $M$  синус, который при учетывании этого сдвига очень хорошо совпадает с исходным. Задержка на выходе гармонического колебания будет равна  $M$ , взяв производную от  $-M\omega + 2\pi t$  по  $\omega$  как раз получим константу смещения  $M$ .

### Задание 5

С помощью синтезированного в п. 3 фильтра провести фильтрацию тестового изображения - матрицы  $I$  из лабораторной работы 1 (согласно варианту). Для этого профильтровать последовательно каждую строку, затем каждый столбец изображения. Воспроизвести полученное изображение  $J$  и объяснить полученный результат.

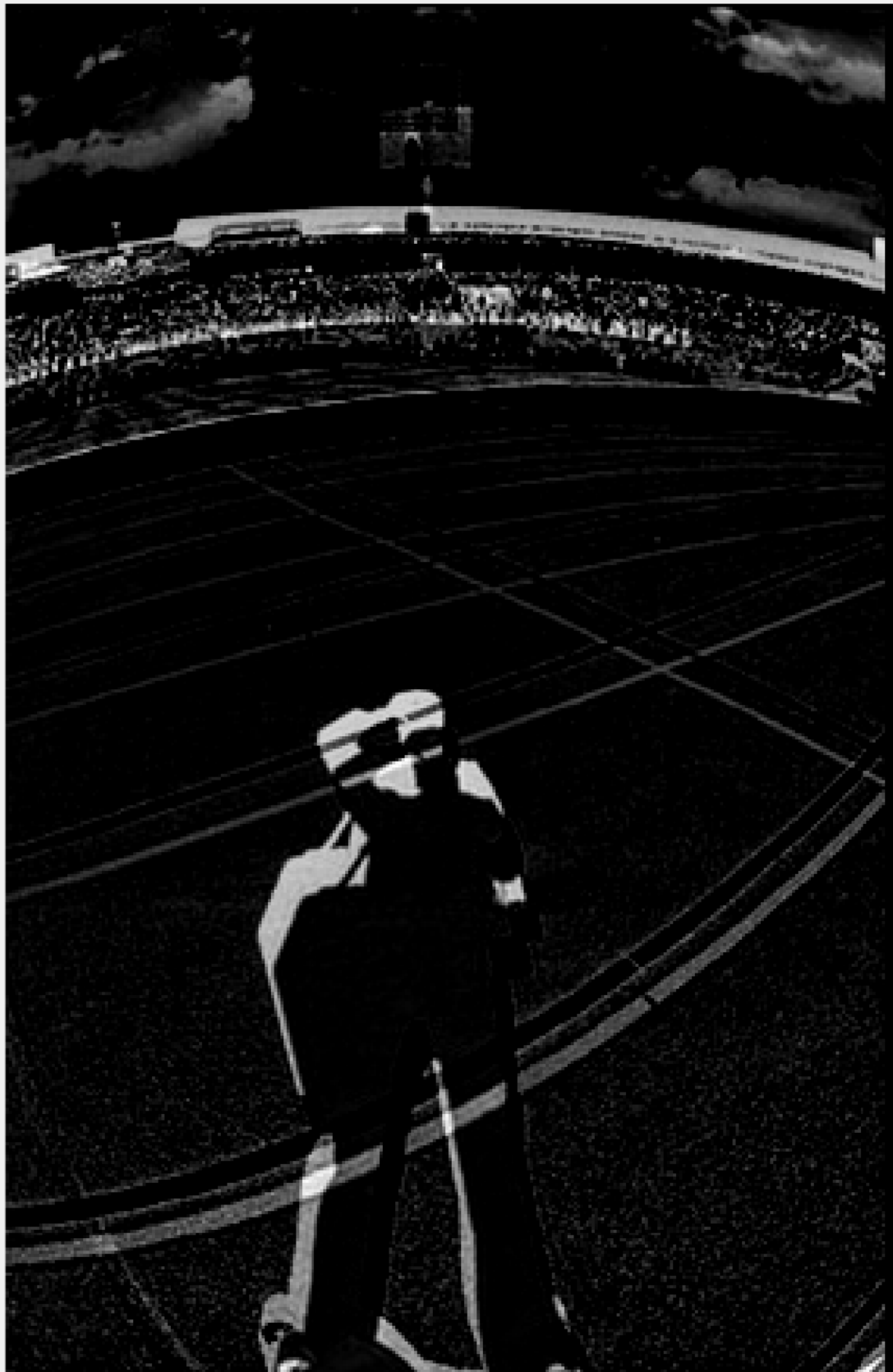
Исходное изображение



Фильтрованное изображение



Разница между изображениями





Поскольку резкое изменение в цвете соответствует высоким частотам, которые наш фильтр и не пропускает, то видим, что вторая картинка стала иметь меньше деталей, а все очень светлые участки видны на погрешности.