

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

**Факультет программной инженерии и компьютерной техники**

**КУРСОВАЯ РАБОТА  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МОДЕЛИРОВАНИЕ»  
НА ТЕМУ «ИССЛЕДОВАНИЕ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ»  
ВАРИАНТ 10/5**

**Выполнили:**

Закусило В. А.

Третьяков К. П.

Группа Р3301

**Преподаватель:**

Алиев Т. И.

Санкт-Петербург, 2018

## Содержание

Введение .....	3
1. Постановка задачи: .....	3
1.1 Исходные данные .....	3
2. Разработка моделей и проведение над ними экспериментов .....	4
2.1 Разработка аналитических моделей (ЗСеМО) и СеМО (РСеМО) .....	4
2.2 Разработка Марковских моделей ЗСеМО .....	8
2.2.1 Экспоненциальная ЗсеМО .....	8
2.2.2 Неэкспоненциальная ЗсеМО (гиперэкспоненциальная) .....	10
2.2.3 Сравнение полученных результатов .....	12
2.3 Разработка имитационных моделей СеМО .....	13
2.3.1 ЗСеМО .....	13
2.3.2 ЗСеМО с гиперэкспоненциальным распределением .....	13
2.3.3 Результаты .....	14
Заключение .....	15
Список использованных источников .....	16

## Введение

В данной работе проводится исследование СеМО с использованием различных методов, а именно: численного, аналитического и имитационного. В процессе исследования выявляются различия методов, а также различия, проявляющиеся при преобразовании ЗСеМО в РССеМО.

### 1. Постановка задачи:

Проведение комплексного исследования характеристик функционирования замкнутых и разомкнутых сетей массового обслуживания (СеМО) с однородным потоком заявок с использованием аналитического, численного и имитационного методов моделирования и изучение свойств и закономерностей, присущих процессам, протекающим в них.

#### 1.1 Исходные данные

Таблица 1 содержит в себе структурные параметры и количество заявок в ЗСеМО

Таблица 1

К-во узлов n	Кол-во приборов в узлах		К-во заявок М	Номер узла	Тип модели	К-во Состояний
	у1	у2				
2	4	1	5	2	М1	6

Для неэкспоненциальной модели СеМО распределение длительности обслуживания заменяется на гиперэкспоненциальное с коэффициентом вариации 2. Таблица 2 содержит вероятности передач и ср. длительности обслуживания заявок в ЗсеМО.

Таблица 2

Вероятности передач		Средние длительности обслуживания, с	
$p_{10}$	$p_{12}$	$b_1$	$b_2$
0,1	0,9	0,2	0,5

Рисунок 1 демонстрирует тип модели рассматриваемый в курсовой работе.

#### Модель М1

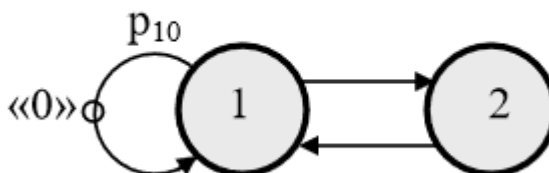


Рисунок 1

## 2. Разработка моделей и проведение над ними экспериментов

### 2.1 Разработка аналитических моделей (ЗСеМО) и СеМО (РСеМО)

Разработка аналитических моделей ЗСеМО и РСеМО заключается в подготовке следующих исходных данных (параметров) для проведения расчетов аналитическими методами:

1) количество узлов СеМО;

$N = 2$

2) количество обслуживающих приборов в узлах СеМО;

$K_1 = 4, K_2 = 1$

3) матрица вероятностей передач и рассчитанные по этой матрице коэффициенты передач;

$$\left. \begin{array}{c|ccc} & 0 & 1 & 2 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0,1 & 0 & 0,9 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lambda_0 = p_{10}\lambda_1 = 0,1\lambda_1 \\ \lambda_1 = p_{01}\lambda_0 + p_{21}\lambda_2 = \lambda_0 + \lambda_2 \\ \lambda_2 = p_{12}\lambda_1 = 0,9\lambda_1 \end{array}$$

Коэффициенты передач:  $\alpha_0 = 1, \alpha_1 = 10, \alpha_2 = 9$

4) для замкнутой СеМО - число заявок, циркулирующих в сети,  $M=5$

для разомкнутой СеМО - интенсивность входящего потока заявок, поступающих в сеть (определяется после расчета характеристик замкнутой СеМО и принимается равной производительности ЗСеМО);  $\lambda_0 = 0.22$

5) средние длительности обслуживания заявок в узлах СеМО.

$b_1 = 0,2, b_2 = 0,5$

Таблица 3 содержит результаты аналитического моделирования

Таблица 3

Характеристики СеМО	Замкнутая СеМО			Разомкнутая СеМО		
	Узел 1	Узел 2	Сеть	Узел 1	Узел 2	Сеть
Загрузка	0,11	0,99	-	0.11	0.99	0.6
Длина очереди, з	0.00012	3.6	3.56	0.0001	98	98
Число заявок, з	0.44	4.6	5	0.44	99	99.44
Время ожидания, с	0.00005	1.8	3.64	0.0001	49.5	445.5
Время пребывания, с	0.2	2.27	22.5	0.2	50	452
Производительность, $c^{-1}$			0.22			0.22

При размыкании ЗСеМО мы видим, что, если брать интенсивность входящего потока равную производительности ЗСеМО, которую мы размыкаем, длина очереди увеличивается в 28 раз, число заявок – в 20 раз, а время ожидания в 122 раза. Это делает невыгодным размыкание данной СеМО для сохранения производительности если за критерий эффективности брать любой из вышеперечисленных параметров.

Начнем изменять число заявок в ЗСеМО и посмотрим, как будут изменяться характеристики. Занесем результаты в Таблица 4.

Таблица 4

Характеристики ЗСеМО					
Длина очереди, з	0	0,77	1,7	2,7	3,7
Число заявок, з	1	2	3	4	5
Время ожидания, с	0	3	7	11.5	16
Время пребывания, с	6.5	9.6	13.6	18	22.5
Производительность, с <sup>-1</sup>	0.1538	0.208	0.2201	0.222	0.222

Из Таблица 4 видно что при числе заявок равным 3 производительность системы перестает изменяться (прирост производительности не превосходит 1-5%). Отсюда можно сделать вывод что критическое число заявок в системе равно 3.

Рисунок 2 демонстрирует зависимости сетевых характеристик ЗСеМО при изменении числа заявок, то есть дает визуальное представление Таблица 4.

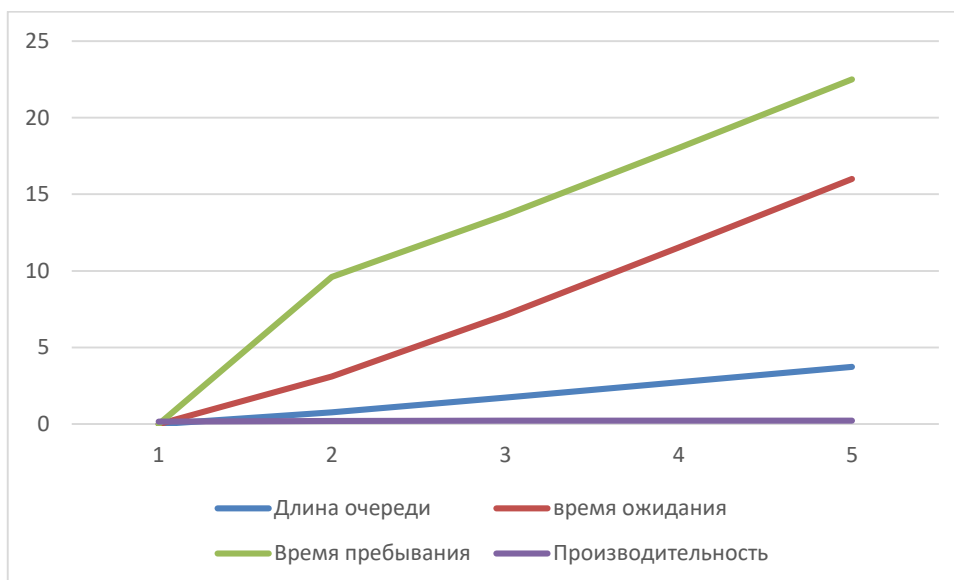


Рисунок 2

Далее, посмотрим, как изменяются характеристики РСеМО при изменении интенсивности входного потока. Полученные результаты занесем в Таблица 5

Таблица 5

Характеристики РСеМО					
Интенсивность потока, с <sup>-1</sup>	0.02	0.07	0.12	0.17	0.22
Длинна очереди, з	0.011	0.16	0.67	2.67	9996
Число заявок, з	0.16	0.63	1.47	3.8	9999
Время ожидания, с	0.5	2.17	5.5	15.5	44988
Время пребывания с	7	8.7	12	22	44994
Производительность, с <sup>-1</sup>	0.02	0.07	0.12	0.17	0.22

Из **Ошибка! Источник ссылки не найден.** мы видим, что предельная интенсивность равна 0.22. В системе появляется режим перегрузки, он характеризуется тем, что система не справляется с

возлагаемой на неё нагрузкой. Характеристики функционирования СМО с течением времени растут неограниченно (что мы и видим в таблице)

«Узким местом» является узел 2, для его устранения уменьшаем время обслуживания заявок с 0.5 до 0.2 секунд.

Таблица 6

Характеристики ЗСеМО						
Число заявок, з	1	2	3	4	5	6
Длина очереди, з	0	0.36	1	1.9	2.9	3.9
Время ожидания, с	0	0.85	2	3.6	5.3	7
Время пребывания, с	3.8	4.65	5.85	7.36	9	10.8
Производительность, с <sup>-1</sup>	0.26	0.4	0.5	0.5	0.56	0.56

Мы видим резкое увеличение производительности (в 2.5 раза) и сдвиг критического числа заявок, при котором ЗСеМО не увеличивает производительность при увеличении их (заявок) числа до 5. На практике это может означать, что если мы строим систему кластеров из вычислительных машин, то при обработке на втором кластере при обработке информации длительностью 0.5 секунд невыгодно повышать количество машин в кластере после 3, если же мы уменьшим длительность обработки в 2.5 раза (поставив более мощные машины), то их количество мы уже можем повышать до пяти.

На Рисунк 3 представлено сравнение характеристик СеМО с «узким местом» и СеМО с устраненным наиболее нагруженным узлом.

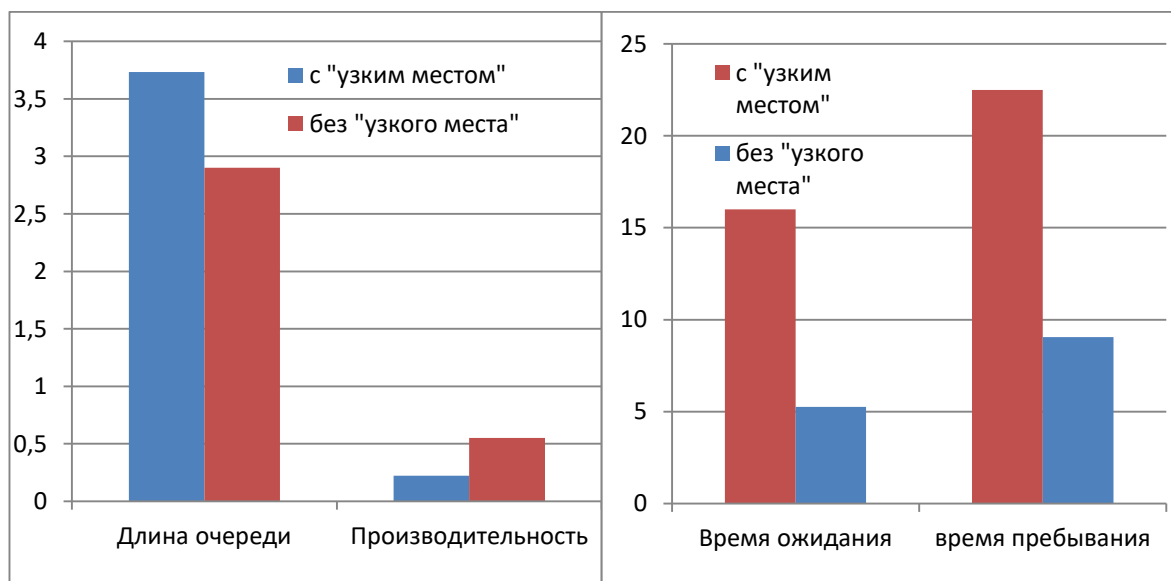


Рисунок 3

При устранении узкого места с помощью уменьшения времени обслуживания на 60% мы добились увеличения производительности при количестве заявок, равном 5, в 2,5 раз. При этом время ожидания уменьшилось в 3 раза, время пребывания – в 2,4 раза. Если за критерий эффективности брать время пребывания в системе – например при моделировании угроз безопасности, время пребывания будет равняться количеству вредоносных программ, которые необходимо нейтрализовать антивирусом. При времени устранения уязвимости в 0,5 прибор (которым является в данном случае команда разработки), не будет успевать заносить вирусы в базу и противодействовать им, что делает систему пользователя уязвимой к атакам.

Попробуем изменить количество приборов во 2-ом узле, который является узким местом, в 2 раза (с 1-го до 2-х). Занесем результаты в Таблица 7.

Таблица 7

Характеристики 3СеМО						
Число заявок, з	1	2	3	4	5	6
Длина очереди, з	0	0	0.43	1.2	2.1	3.1
Время ожидания, с	0	0	1.08	2.77	4.8	7
Время пребывания, с	6.5	6.5	7.6	9.3	11	13.5
Производительность, с <sup>-1</sup>	0.15	0.3	0.4	0.43	0.44	0.44

Мы видим увеличение производительности в 2 раза, что объясняется увеличением в 2 раза количества приборов. Также мы можем увидеть сдвиг критического числа заявок до 5. Если продолжать аналогию с серверами, мы просто увеличили количество машин во 2-ом кластере (то есть поставили вторую машину с такими же характеристиками). В этом примере мы не учитываем издержки на сообщение распределенных машин, т.к. мы приняли то, что машины не сообщаются друг с другом.

Сравним характеристики 2-х СеМО - с устранением «узкого места» с помощью уменьшения времени обслуживания и с помощью увеличения количества приборов, занесем результаты в Таблица 8.

Таблица 8

	Уменьшение времени обслуживания						Увеличение кол-ва приборов					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Число заявок, з	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Длина очереди, з	0	0.36	1	1.9	2.9	3.9	0	0	0.427	1.2	2.1	3.1
Время ожидания, с	0	0.85	2	3.6	5.3	7	0	0	1.08	2.77	4.8	7
Время пребывания, с	3.8	4.65	5.85	7.36	9	10.8	6.5	6.5	7.6	9.3	11	13.5
Производительность, с <sup>-1</sup>	0.26	0.4	0.5	0.5	0.56	0.56	0.15	0.3	0.4	0.43	0.44	0.44

Мы видим, что эффективнее заменить прибор во 2-м узле таким же, какой стоит в 1-м (если это возможно), чем добавлять во 2-й узел такой же прибор, как тот, который там стоит. Однако если брать за критерий эффективности длину очереди (например нам важно, чтобы ожидало как можно меньше заявок – тут подходит пример с устранением уязвимостей), то тогда нам выгоднее поставить 2-ой прибор во 2-й узел.

## 2.2 Разработка Марковских моделей ЗСеМО

### 2.2.1 Экспоненциальная ЗсеМО

Обозначим состояния системы с помощью  $E_0 - E_n$  и представим их в Таблица 9

Таблица 9

Состояние	$E_0$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$
$(K_1, K_2)$	(5,0)	(4,1)	(3,2)	(2,3)	(1,4)	(0,5)

На Рисунок 4 изображен граф переходов состояний

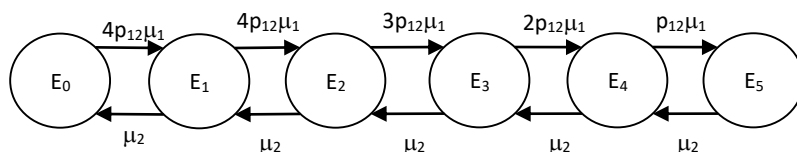


Рисунок 4

По графу переходов составим матрицу интенсивности и представим в Таблица 10.

Таблица 10

	0	1	2	3	4	5
0	$-p_{12}\mu_1$	$4p_{12}\mu_1$				
1	$\mu_2$	$-p_{12}\mu_1 - \mu_2$	$4p_{12}\mu_1$			
2		$\mu_2$	$-p_{12}\mu_1 - 2\mu_2$	$3p_{12}\mu_1$		
3			$\mu_2$	$-p_{12}\mu_1 - \mu_2$	$2p_{12}\mu_1$	
4				$\mu_2$	$-p_{12}\mu_1 - \mu_2$	$p_{12}\mu_1$
5					$\mu_2$	$-p_{12}\mu_1 - \mu_2$

Отобразим стационарные вероятности состояний полученные с помощью матрицы интенсивности в Таблица 11.

Таблица 11

Состояние	$E_0$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$
Вероятности	$p_0$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$
	0.0001	0.0010	0.0094	0.0633	0.2850	0.6412



Выполним расчет характеристик и заполним Таблица 12.

Таблица 12

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Результат
Загрузка	Уз.1	$P_1 = p_0 + p_1 + (3/4) * p_2 + (1/2) * p_3 + (1/4) * p_4$	0.111098
	Уз. 2	$\rho_2 = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5$	0.999884
	Сеть	$R = (p_1 + p_2) / 2$	0.555491
Длина очереди, з	Уз.1	$l_1 = p_0$	0.000116
	Уз. 2	$l_2 = p_2 + 2 * p_3 + 3 * p_4 + 4 * p_5$	3.555607
	Сеть	$L = l_1 + l_2$	3.555723
Число заявок, з	Уз.1	$m_1 = p_1 + 2 * p_2 + 3 * p_3 + 4 * p_4 + 5 * p_5$	0.444509
	Уз. 2	$m_2 = 5 * p_0 + 4 * p_1 + 3 * p_2 + 2 * p_3 + p_4$	4.555491
	Сеть	$M = m_1 + m_2$	5.000000
Производительность, с <sup>-1</sup>	Уз.1	$\lambda_1 = \alpha_1 \lambda_0$	2.221965
	Уз. 2	$\lambda_2 = \alpha_2 \lambda_0$	1.999764
	Сеть	$\lambda_0 = \rho_2 / (\alpha_2 b_2)$	0.222197
Время ожидания, с	Уз.1	$\omega_1 = l_1 / \lambda_1$	0.000052
	Уз. 2	$\omega_2 = l_2 / \lambda_2$	1.778009
	Сеть	$W = \alpha_1 \omega_1 + \alpha_2 \omega_2$	16.002605
Время пребывания, с	Уз.1	$u_1 = m_1 / \lambda_1$	0.200052
	Уз. 2	$u_2 = m_2 / \lambda_2$	2.278009
	Сеть	$U = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2$	22.502604

## 2.2.2 Неэкспоненциальная ЗсеМО (гиперэкспоненциальная)

Обозначим состояния системы с помощью  $E_0 - E_n$  и представим их в Таблица 13.

Таблица 13

Состояние	$E_0$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$	$E_6$	$E_7$	$E_8$
$(K_1, K_2)$	(5,0)	(4,1 <sub>1</sub> )	(4,1 <sub>2</sub> )	(3,2 <sub>1</sub> )	(3,2 <sub>2</sub> )	(2,3 <sub>1</sub> )	(2,3 <sub>2</sub> )	(1,4 <sub>1</sub> )	(1,4 <sub>2</sub> )
Состояние	$E_9$	$E_{10}$							
$(K_1, K_2)$	(0,5 <sub>1</sub> )	(0,5 <sub>2</sub> )							

На Рисунок 5 и Рисунок 6 можно видеть граф переходов с обозначениями состояний и расшифровкой состояний соответственно.

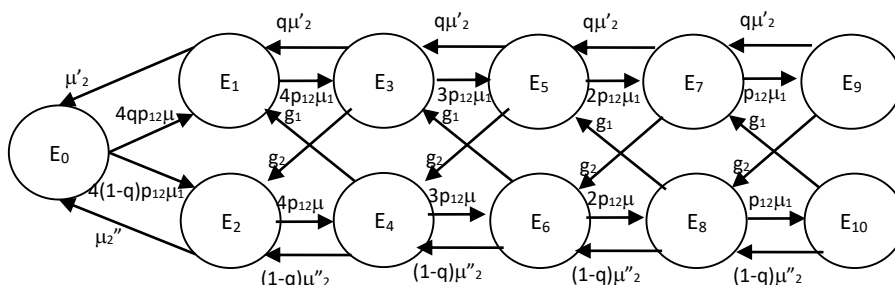


Рисунок 5

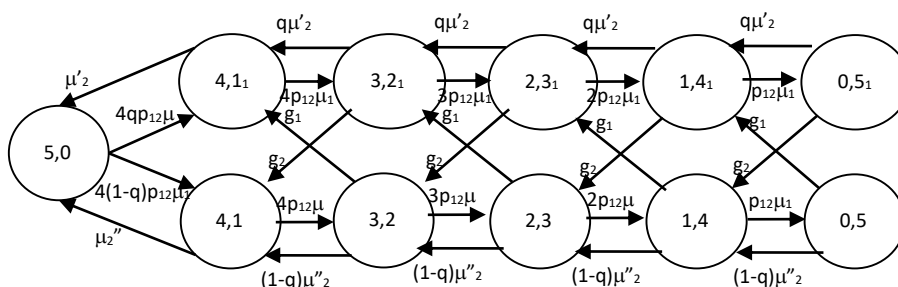


Рисунок 6

Где  $g_1 = q\mu''_2 = 3.027$ ,  $g_2 = (1-q)\mu'_2 = 0.4879$ .

Примем  $q=0,3$ .  $b'=1.435414$ ,  $b''=0.099108$ .

$\mu'_2 = 0.697$   $\mu''_2 = 10.09$

Проверка:  $(0,3*1,4+0,7*0,1=0,5)$

По графу переходов составим матрицу интенсивности и представим в Таблица 14.

Таблица 14

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0		$4 \cdot q p_{12} \mu_1$	$4 \cdot (1-q) p_{12} \mu_1$								
1	$\mu'_2$			$4 \cdot p_{12} \mu_1$							
2	$\mu''_2$				$4 \cdot p_{12} \mu_1$						
3		$q \mu'_2$	$g_2$			$3 \cdot p_{12} \mu_1$					
4		$g_1$	$(1-q) \mu''_2$				$3 \cdot p_{12} \mu_1$				
5				$q \mu'_2$	$g_2$			$2 \cdot p_{12} \mu_1$			
6				$g_1$	$(1-q) \mu''_2$				$2 \cdot p_{12} \mu_1$		
7						$q \mu'_2$	$g_2$			$p_{12} \mu_1$	
8						$g_1$	$(1-q) \mu''_2$				$p_{12} \mu_1$
9								$q \mu'_2$	$g_2$		
10								$g_1$	$(1-q) \mu''_2$		

Отобразим стационарные вероятности состояний полученные с помощью матрицы интенсивности в Таблица 15

Таблица 15

Вероятности	$p_0$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$p_5$	$p_6$	$p_7$	$p_8$
	0.034	0,041	0,058	0,014	0,016	0,046	0,036	0,157	0,055
Вероятности	$p_9$	$p_{10}$							
	0,64	0,025							

Выполним расчет характеристик и заполним Таблица 16.

Таблица 16

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Результат
Загрузка	Уз.1	$\rho_1 = p_0 + p_1 + p_2 + (3/4) \cdot p_3 + (3/4) \cdot p_4 + (1/2) \cdot p_5 + (1/2) \cdot p_6 + (1/4) \cdot p_7 + (1/4) \cdot p_8$	0,13
	Уз. 2	$\rho_2 = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 + p_9 + p_{10}$	0,997
	Сеть	$R = (p_1 + p_2) / 2$	0,56
Длина очереди, з	Уз.1	$l_1 = p_0$	0
	Уз. 2	$l_2 = (p_3 + p_4) + 2 \cdot (p_5 + p_6) + 3 \cdot (p_7 + p_8) + 4 \cdot (p_9 + p_{10})$	3,5
	Сеть	$L = l_1 + l_2$	3,5
Число заявок, з	Уз.1	$m_1 = 5 \cdot p_0 + 4 \cdot (p_1 + p_2) + 3 \cdot (p_3 + p_4) + 4 \cdot (p_5 + p_6) + (p_7 + p_8)$	0,53
	Уз. 2	$m_2 = p_1 + p_2 + 2 \cdot (p_3 + p_4) + 3 \cdot (p_5 + p_6) + 4 \cdot (p_7 + p_8) + 5 \cdot (p_9 + p_{10})$	4,47
	Сеть	$M = m_1 + m_2$	5
Производительность, $C^{-1}$	Уз.1	$\lambda_1 = \alpha_1 \lambda_0$	0,653
	Уз. 2	$\lambda_2 = \alpha_2 \lambda_0$	0,588
	Сеть	$\lambda_0 = \rho_1 / (\alpha_1 b_1)$	0,065
Время ожидания, с	Уз.1	$\omega_1 = l_1 / \lambda_1$	0
	Уз. 2	$\omega_2 = l_2 / \lambda_2$	5,9

	Сеть	$W = \alpha_1 w_1 + \alpha_2 w_2$	53,1
Время пребывания, с	Уз.1	$u_1 = m_1 / \lambda_1$	0,8
	Уз. 2	$u_2 = m_2 / \lambda_2$	7,6
	Сеть	$U = \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2$	76

### 2.2.3 Сравнение полученных результатов

Таблица 17

Хар-ки СеМО	Экспоненциальная ЗСеМО			Неэкспоненциальная ЗСеМО		
	1	2	Сеть	1	2	Сеть
Загрузка	0.111	1	0,55	0,13	0,997	0,564
Длина очереди, з	0	3.5	3.5	0	3,5	3,5
Число заявок, з	0.44	4.55	5	0,53	4,47	5
Время ожидания, с	0	1.78	16	0	5,9	53,1
Время пребывания, с	0.22	2.3	22.5	0,8	7,61	76,6
Производительность, с <sup>-1</sup>	2.2	2	0.22	0,65	0,59	0,065

Изменение закона распределения во втором узле спровоцировало увеличение времени пребывания и времени ожидания во втором узле. Поскольку система замкнута то эти изменения спровоцировали уменьшение интенсивности поступления заявок в первый узел, что в свою очередь снизило производительность.

Таблица 18

Хар-ки СеМО	Численное моделирование			Аналитическое моделирование		
	Уз. 1	Уз. 2	Сеть	Уз. 1	Уз. 2	Сеть
Загрузка	0.111	1	0,55	0,11	0,99	-
Длина очереди, з	0	3.5	3.5	0	3.6	3.56
Число заявок, з	0.44	4.6	5	0.44	4.6	5
Время ожидания, с	0	1.8	16	0	1.8	3.64
Время пребывания, с	0.22	2.3	22.5	0.2	2.27	22.5
Производительность, с <sup>-1</sup>	2.2	2	0.22			0.22

При расчёте СеМО численным методом происходит замена сложных математических формул и отношений более простыми, а значит, появляется некоторая погрешность.

## 2.3 Разработка имитационных моделей СеМО

В данном разделе для проверки и сравнения результатов, полученных в предыдущих разделах с помощью GPSS, будут смоделированы 2 системы.

В качестве первой возьмем ЗСеМО из первого раздела данной работы. В качестве второй возьмем неэкспоненциальную ЗСеМО из раздела 2.2.2

### 2.3.1 ЗСеМО

```
USEL1    STORAGE 4
USEL2    STORAGE 1
LL1      VARIABLE 0.9
QQ_1     QTABLE  1,10,10,20
QQ_2     QTABLE  2,10,10,20
TU       TABLE  M1,10,10,20

          GENERATE (Exponential(404,0, 4.775))
          TEST L Q3,5,LOSE ; в ЗСеМО попадает только 5 заявок
          QUEUE 3
PP1       QUEUE USEL_Q1 ; Заявка пришла в первый узел
          QUEUE 1
          ENTER USEL1
          DEPART 1
          ADVANCE (Exponential(404,0,0.2))
          LEAVE USEL1
          DEPART USEL_Q1 ; Заявка покидает узел
          TRANSFER V$LL1,PP1,PP2

PP2       QUEUE USEL_Q2
          QUEUE 2
          ENTER USEL2
          DEPART 2
          ADVANCE (Exponential(404,0,0.5))
          LEAVE USEL2
          DEPART USEL_Q2
          TRANSFER ,PP1

START 100000
LOSE     TERMINATE 1
```

### 2.3.2 ЗСеМО с гиперэкспоненциальным распределением

Для построения ЗСеМО с гиперэкспоненциальным распределением изменим код во втором узле следующим образом

```
PP2       QUEUE USEL_Q2
          QUEUE 2
          ENTER USEL2
          DEPART 2
          ADVANCE (hyperexp(0.3))
          LEAVE USEL2
          DEPART USEL_Q2
          TRANSFER ,PP1

PROCEDURE hyperexp(qq) begin
          if (RN404/1000 < qq) then return (exponential(404,0,1.435414));
          else return (exponential(404,0,0.099108));
end;
```

### 2.3.3 Результаты

С помощью Таблица 19 сравним результаты аналитического и имитационного моделирования ЗСеМО.

Таблица 19

Характеристики СеМО	ЗСеМО			ЗСеМО (им)		
	Узловые		Сетевые	Узловые		Сетевые
	У1	У2		У1	У2	
Загрузка	0,11	0,99	0,55	0,11	1	0,55
Длина очереди, з	0.00012	3.6	3.56	0	3,55	3,56
Число заявок, з	0.44	4.6	5	0,44	4,56	5
Время ожидания, с	0.00005	1.8	3.64	0	1,78	-
Время пребывания, с	0.2	2.27	22.5	0,2	2,28	-

Результаты совпали в пределах допустимой погрешности, что подтверждает правильность выполненных исследований.

В Таблица 20 представлено сравнение численного и имитационного моделирования ЗСеМО с гиперэкспоненциальным распределением во втором узле.

Таблица 20

Характеристики СеМО	ЗСеМО(гипер.)			ЗСеМО (гипер.)(им)		
	Узловые		Сетевые	Узловые		Сетевые
	У1	У2		У1	У2	
Загрузка	0,13	0,997	0,564	0,111	0,997	0,55
Длина очереди, з	0	3,5	3,5	0	3,55	3,55
Число заявок, з	0,53	4,47	5	0,45	4,55	5
Время ожидания, с	0	5,9	53,1	0	1,78	-
Время пребывания, с	0,8	7,61	76,6	0,2	2,28	-

В данной модели время ожидания и время пребывания в узлах не совпали, что можно объяснить тем, что при высокой загрузке имитационное моделирование может давать неверные результаты времени ожидания и пребывания.

## Заключение

В курсовой работе мы исследовали разомкнутые и замкнутые сети массового обслуживания. Мы моделировали их тремя способами – аналитически, численно и используя имитационное моделирование. Самые точные результаты дал метод аналитического моделирования. Имитационное моделирование дает менее точные результаты, чем аналитическое, из-за того, что этот метод основан на статистической оценке вероятностей, а поэтому результаты общего исследования (всей сети) ближе к теоретическим. В сравнении с аналитическим методом, численный отличается тем, что здесь происходит замена сложных математических формул и отношений более простыми, а значит при расчётах возникает определенная погрешность.

Характеристики РСМО и ЗСМО получились похожими если взять интенсивность входного потока разомкнутой СМО равной производительности замкнутой системы. Из этого можно сделать вывод, что в нашем случае эти системы будут равнозначны. Но при этом если увеличивать интенсивность входных заявок в РСМО, то загрузка и время ожидания заявок увеличиваются экспоненциально. Это значит, что если в реальной системе нам важно, чтобы время ожидания было не очень большим (например, на автомойке), то нам необходимо создавать замкнутую систему (где это возможно). При этом нам нужно заранее продумать количество заявок в сети, оно должно быть меньше 3.

Когда мы заменили во втором узле узел, работающий по экспоненциальному закону, на гиперэкспоненциальный, у нас резко уменьшилась производительность (в 4 раза), т.к. уменьшилась интенсивность входного потока в 1 узел ЗСМО. Это значит, что если мы делаем узел автомойки (касса), то вместо того, сделать там два прибора (кассира), обслуживание в которых будет производиться по гиперэкспоненциальному закону, можно оставить одного, распределение времени обслуживания которого будет представлять из себя экспоненциальный закон. В итоге курсовая исследовательская работа находит применения во многих областях, позволяя промоделировать системы реальной жизни (автомойка, кластер с серверами, система безопасности и т.д.)

## Список использованных источников

1. Алиев Т.И., Муравьева-Витковская Л.А., Соснин В.В. Моделирование: задачи, задания, тесты. // СПб: НИУ ИТМО, 2011
2. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. // СПб: СПбГУ ИТМО, 200