Projet d'Architecture Matérielle et Assembleur

ESGI – 2A
Soutenance Février 2023

Ce projet devra être réalisé en groupe de trois.

Mail de contact : **nneveu@gmail.com**

Vous allez réaliser en assembleur NASM X86-64 sur Linux l'implémentation de l'algorithme barycentrique de remplissage de triangle.

Fichier fourni :

code_pour_dessiner.asm : contient le code permettant d'ouvrir une fenêtre et d'y dessiner. Il montre notamment comment tracer des points, comment tracer des lignes et comment changer la couleur du dessin.

I- Algorithme :

On détermine le rectangle minimum dans lequel le triangle ABC est contenu.
Pour chaque point de ce rectangle, on détermine s'il appartient ou non au triangle :
  On détermine si le triangle est direct ou indirect grâce au déterminant.
  Si le triangle est un triangle direct :
    si le point concerné est à droite de tous ses segments
      alors il est à l'intérieur du triangle et on le dessine.
  Si le triangle est un triangle indirect :
    si le point concerné est à gauche de tous ses segments
      alors il est à l'intérieur du triangle et on le dessine.

Pour déterminer de quel côté un point est d'un segment, on va aussi utiliser le déterminant (cf III-).

On calcule le déterminant de deux vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$ par :

$$(x_{BA} \times y_{BC}) - (x_{BC} \times y_{BA})$$

Rappel :

$$x_{BA} = x_A - x_B$$
$$y_{BA} = y_B - y_A$$

II- Triangle direct ou indirect :

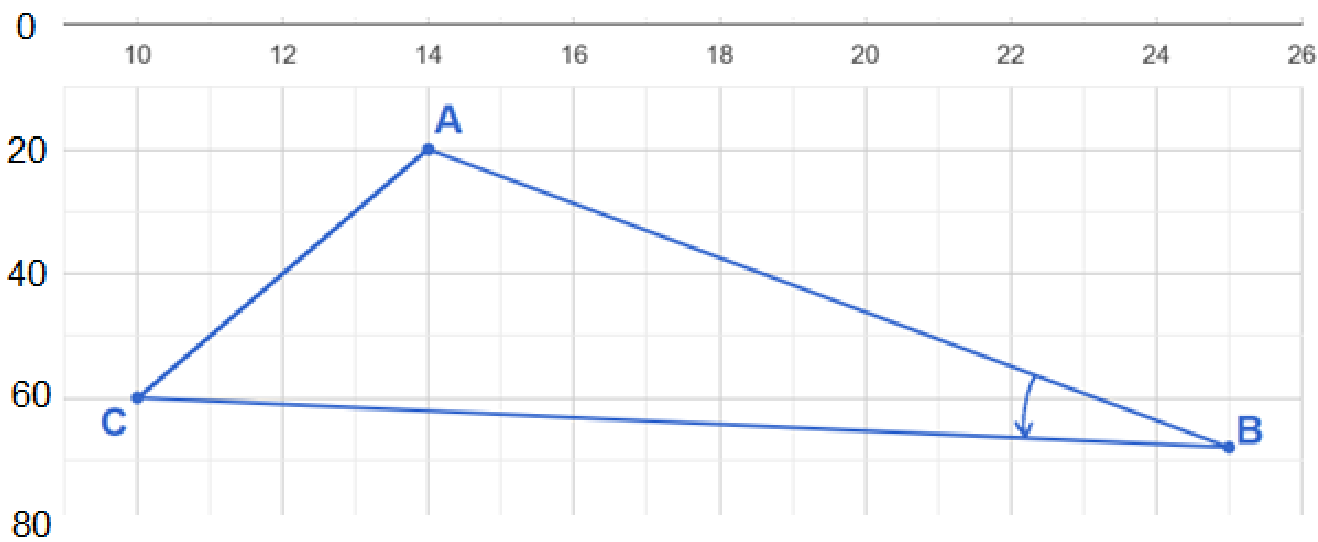
NB : Tous les raisonnements suivants sont valables dans le repère constitué par l'écran. Ils ne sont pas valables pour un repère orthonormé mathématique classique.

Le triangle ABC peut être direct ou indirect, c'est-à-dire orienté dans le sens trigonométrique (sens inverse des aiguilles d'une montre) ou pas.
Pour connaitre sa nature, on calcule par exemple le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$. Si le résultat est négatif, le triangle est direct, s'il est positif, le triangle est indirect.

<u>Exemples :</u>

- Soient les points A(14,20), B(25,69) et C(10,60).

Ils définissent le triangle ABC suivant :



On calcule le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$:

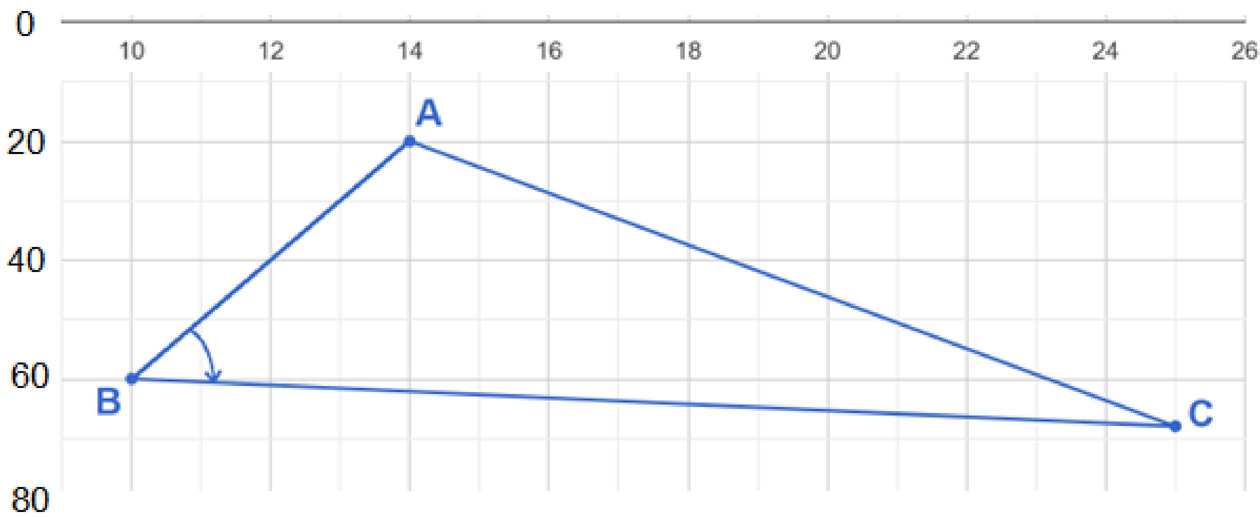
$$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}14-25\\20-69\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-11\\-49\end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}10-25\\60-69\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-15\\-9\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BA}\times\overrightarrow{BC} = (x_{BA}\times y_{BC})-(x_{BC}\times y_{BA})$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA}\times\overrightarrow{BC} = (-11\times -9)-(-15\times -49) = -636$$

Le déterminant est négatif, ce qui confirme que le triangle est direct.

- Soient les points A(14,20), B(10,60) et C(25,69).

Ils définissent le triangle ABC suivant :



On calcule le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ **et** $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$:

$$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix}14-10\\20-60\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-40\end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{\mathrm{BC}}\begin{pmatrix}25-10\\69-60\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}15\\9\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BA}\times\overrightarrow{\mathrm{BC}}=(x_{BA}\times y_{BC})-(x_{BC}\times y_{BA})$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA}\times\overrightarrow{\mathrm{BC}}=(4\times 9)-(-40\times 15)=636$$

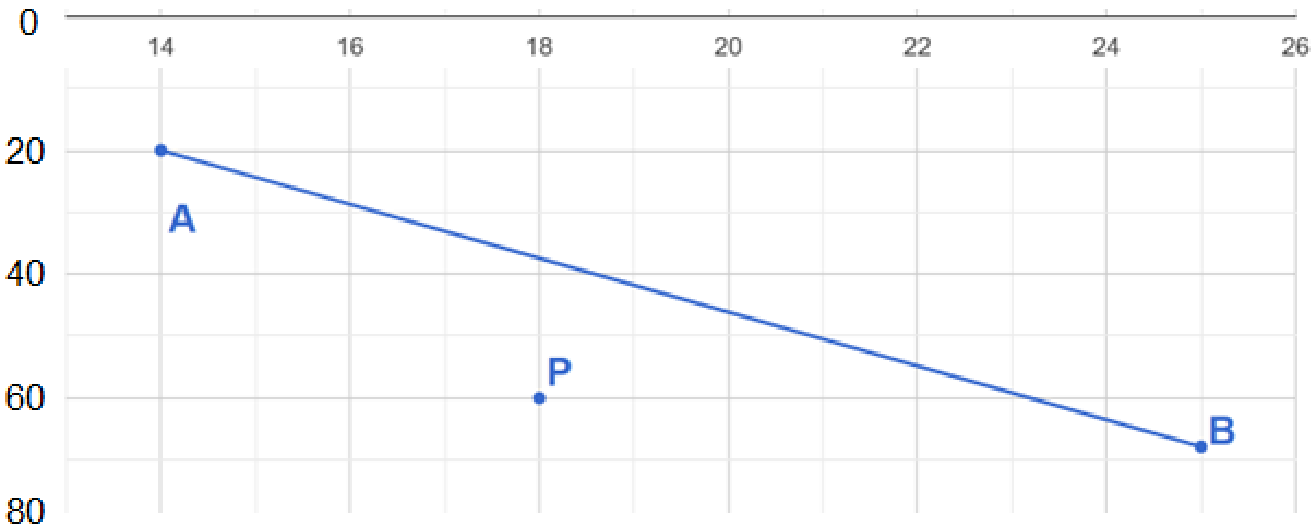
Le déterminant est positif, ce qui confirme que le triangle est indirect.

III- Point à droite ou à gauche d'un segment :

Pour déterminer de quel côté d'un segment [AB] se trouve un point P, il faut calculer le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ **et** $\overrightarrow{\mathbf{AP}}$. Si ce déterminant est négatif, alors P est à gauche de [AB], s'il est positif, P est à droite de [AB].

Exemples :

- Soient les points A(14,20), B(25,69) et P(18,60).



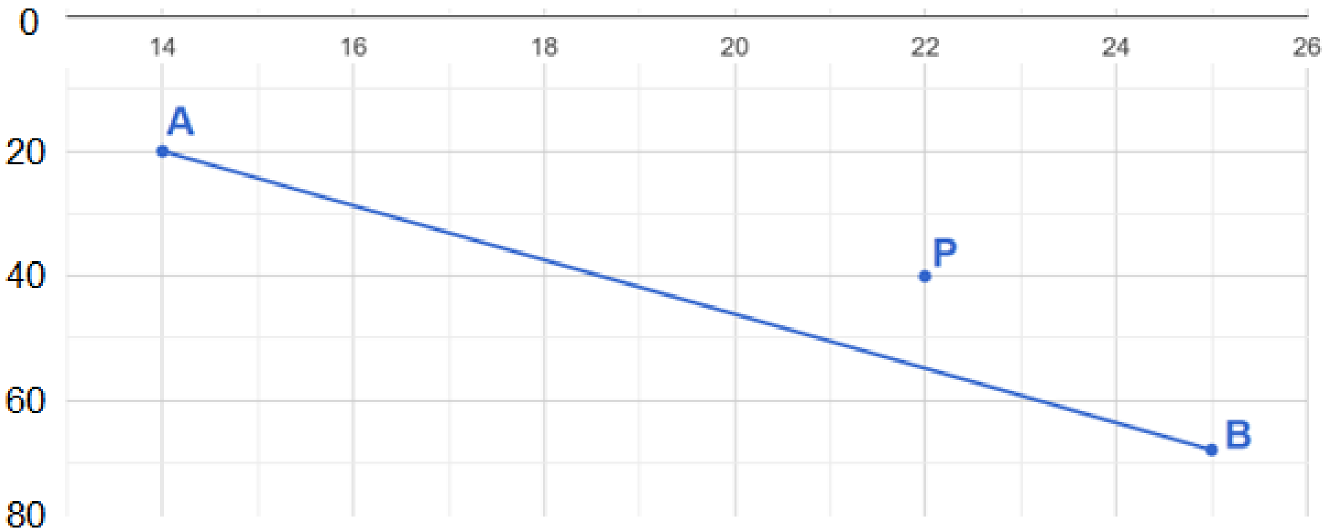
On calcule le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ **et** $\overrightarrow{\mathbf{AP}}$.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}25-14\\69-20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11\\49\end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{\mathbf{AP}}\begin{pmatrix}18-14\\60-20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\40\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{\mathbf{AP}}=(x_{AB}\times y_{AP})-(x_{AP}\times y_{AB})$$
$$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{\mathbf{AP}}=(11\times 40)-(4\times 49)=244$$

Le déterminant est positif, le point P est bien à droite du segment [AB].

- Soient les points A(14,20), B(25,69) et P(22,40).



c

On calcule le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ **et** $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}25-14\\69-20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11\\49\end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{\mathrm{AP}}\begin{pmatrix}22-14\\40-20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8\\20\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{\mathrm{AP}}=(x_{AB}\times y_{AP})-(x_{AP}\times y_{AB})$$
$$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{\mathrm{AP}}=(11\times 20)-(8\times 49)=-172$$

Le déterminant est négatif, le point P est bien à gauche du segment [AB].

IV- Point dans un triangle :

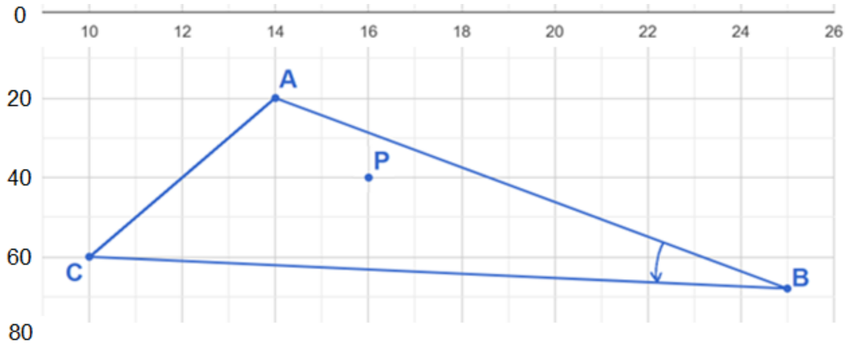
Pour déterminer si un point est dans un triangle, on doit vérifier s'il est du bon côté de chacun des côtés (à droite pour un triangle direct, à gauche pour un triangle indirect).
Pour cela, on va calculer son déterminant avec chacun des segments. Un déterminant positif indique que le point est à droite du segment, un déterminant négatif que le point est à gauche.

Pour un triangle direct, si le point est à droite de tous les côtés, alors c'est qu'il se trouve à l'intérieur du triangle, il faut alors le dessiner.

Pour un triangle indirect, si le point est à gauche de tous les côtés, alors c'est qu'il se trouve à l'intérieur du triangle, il faut alors le dessiner.

Exemples :

- Soient les points A(14,20), B(25,69) et C(10,60). Ils définissent le triangle ABC direct suivant :



Soit le point P(16,40) dont on veut vérifier l'appartenance à ABC.

On calcule le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}25-14\\69-20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}11\\49\end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{\mathrm{AP}}\begin{pmatrix}16-14\\40-20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\20\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{\mathrm{AP}}=(x_{AB}\times y_{AP})-(x_{AP}\times y_{AB})$$
$$\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{\mathrm{AP}}=(11\times20)-(2\times49)=122$$

Ce déterminant est positif donc P est à droite de [AB].

On calcule le déterminant de $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BP}}$.

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}10-25\\60-69\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-15\\-9\end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{\mathrm{BP}}\begin{pmatrix}16-25\\40-69\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-9\\-9\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{\mathrm{BP}}=(x_{BC}\times y_{BP})-(x_{BP}\times y_{BC})$$
$$\Leftrightarrow\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{\mathrm{BP}}=(-15\times-9)-(-9\times-9)=216$$

Ce déterminant est positif donc P est à droite de [BC].

On calcule le déterminant de $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{\mathrm{CP}}$.

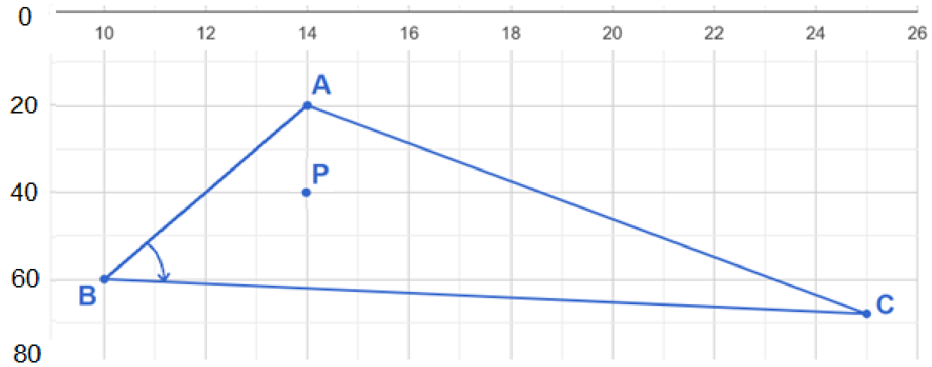
$$\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}14-10\\20-60\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-40\end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{\mathrm{CP}}\begin{pmatrix}16-10\\40-60\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\-20\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CA}\times\overrightarrow{\mathrm{CP}}=(x_{CA}\times y_{CP})-(x_{CP}\times y_{CA})$$
$$\Leftrightarrow\overrightarrow{CA}\times\overrightarrow{\mathrm{CP}}=(4\times-20)-(6\times-40)=160$$

Ce déterminant est positif donc P est à droite de [CA].

Le point P est à droite de tous les segments de ABC, qui est direct, il est donc à l'intérieur de ABC et on doit le dessiner.

- Soient les points A(14,20), B(10,60) et C(25,69). Ils définissent le triangle ABC indirect suivant :



Soit le point P(14,40) dont on veut vérifier l'appartenance à ABC.

On calcule le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AP}$.

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}10-14\\60-20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\40\end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{AP}\begin{pmatrix}14-14\\40-20\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\20\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AP}=(x_{AB}\times y_{AP})-(x_{AP}\times y_{AB})$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AP}=(-4\times 20)-(0\times 40)=-80$$

Ce déterminant est négatif donc P est à gauche de [AB].

On calcule le déterminant de $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BP}$.

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}25-10\\69-60\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}15\\9\end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{BP}\begin{pmatrix}14-10\\40-60\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4\\-20\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{BP}=(x_{BC}\times y_{BP})-(x_{BP}\times y_{BC})$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{BP}=(15\times -20)-(4\times 9)=-336$$

Ce déterminant est négatif donc P est à gauche de [BC].

On calcule le déterminant de $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CP}$.

$$\overrightarrow{CA}\begin{pmatrix}14-25\\20-69\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-11\\-49\end{pmatrix}\ et\ \overrightarrow{CP}\begin{pmatrix}14-25\\40-69\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-11\\-29\end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CA}\times\overrightarrow{CP}=(x_{CA}\times y_{CP})-(x_{CP}\times y_{CA})$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CA}\times\overrightarrow{CP}=(-11\times -29)-(-49\times -11)=-220$$

Ce déterminant est négatif donc P est à gauche de [CA].

Le point P est à gauche de tous les segments de ABC, qui est indirect, il est donc à l'intérieur de ABC et on doit donc le dessiner.

V- Déroulement du projet :

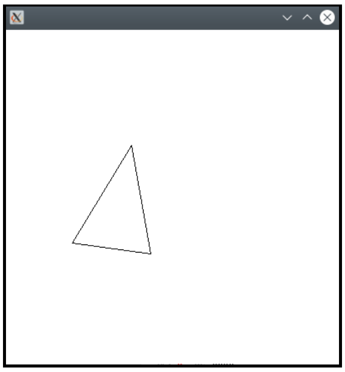
Ce projet se compose de trois étapes.

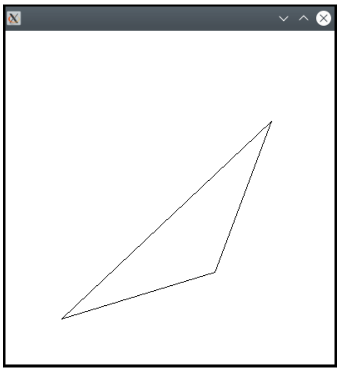
1-
Vous allez écrire une fonction qui tire aléatoirement les coordonnées des points d'un triangle. Pour cela, vous utiliserez l'instruction RDRAND de l'assembleur NASM 64 bits.
Cette instruction prend en argument un registre d'au moins 2 octets et retourne, dans ce registre, une valeur comprise entre 0 et la valeur maximale correspondant à la taille du registre passé en argument (0 à 65535 pour un registre de 16 bits par exemple). Vous utiliserez ensuite un modulo pour avoir une valeur correcte.
La valeur générée par RDRAND n'est valide que si le flag CF du registre d'état est égal à 1 après l'appel à l'instruction. Il est donc nécessaire de la relancer si CF=0.

Vous devrez écrire une fonction qui prend en argument la valeur maximale de la plage de valeurs aléatoires et qui retourne la valeur aléatoire générée.

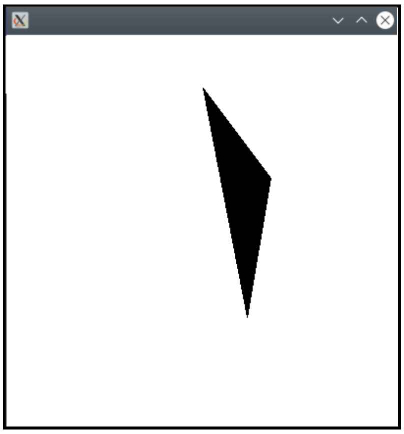
Vous dessinerez le triangle obtenu.

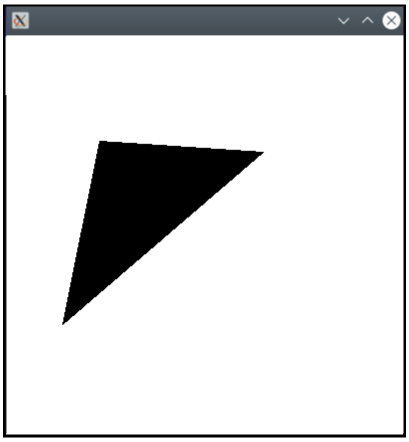
Exemples :





2-
Vous allez écrire le programme permettant de remplir le triangle obtenu à l'étape précédente grâce à l'algorithme donné précédemment.
Vous devrez écrire une fonction qui permet de calculer le déterminant de trois points.





3-

Vous allez modifier votre programme pour qu'il puisse faire la même chose mais pour plusieurs triangles. Vous définirez le nombre de triangles avec un %define dans votre code. Les triangles devront être remplis de couleurs différentes.

Exemples :

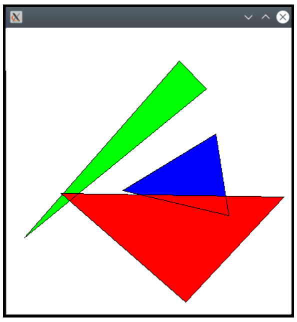


Figure 1 : Trois triangles

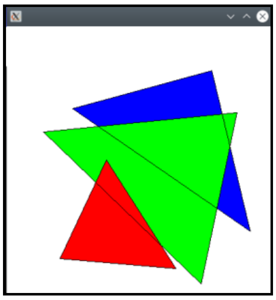


Figure 2 : Trois triangles

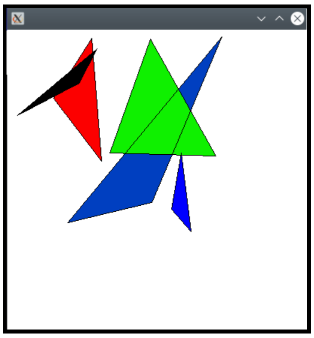


Figure 3 : Cinq triangles

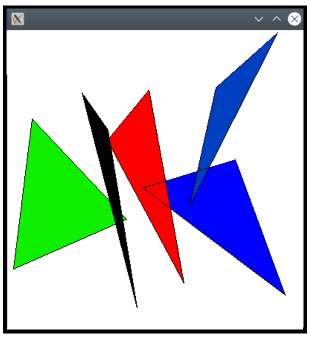


Figure 4 : Cinq triangles