Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Marc Zschiegner

8. Übungsblatt

Präsenzaufgaben den 11. bzw. 12.12.2019

A Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an.

- ❐ Wenn f in x_0 ein Maximum hat, dann gilt $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) < 0$.
- ❐ Wenn $f'(x_0) = 0$, dann hat f in x_0 ein Maximum oder ein Minimum.
- ❐ Wenn $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) < 0$, dann hat f in x_0 ein Maximum.
- ❐ Wenn $f'(x_0) = f''(x_0) = f'''(x_0) = 0$ ist, dann ist in x_0 ein Sattelpunkt.
- ❐ Es gibt Funktionen, die nur ein lokales aber kein globales Maximum haben.

B Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion

$$f(x) = x^3 - x - 2$$

mit dem Newton-Verfahren auf Taschenrechnergenauigkeit. Verwenden Sie als Startwert $x_0 = 1$. Geben Sie alle Zwischenergebnisse an.

Hausaufgaben für den 18. bzw. 19.12.2019

1 Einem Unternehmen entstehen bei der Produktion von x Wareneinheiten Produktionskosten (in €) in Höhe von

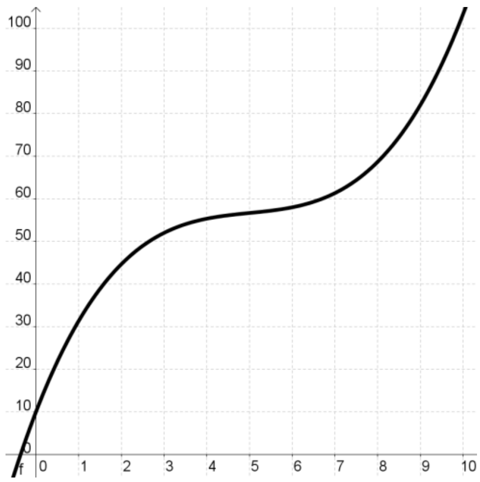
$$K(x) = \tfrac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 26x + 10.$$

(a) Den Übergang von einem langsameren (degressiven) Wachstum der Kosten zu einem schnelleren (progressiven) nennt man *Kostenkehre*. Berechnen Sie die Kostenkehre von K(x).

(b) Der Erlös (in €) in Abhängigkeit von der Anzahl x der Wareneinheiten ist

$$E(x) = 10x.$$

Skizzieren Sie die Erlösfunktion E(x) und die Gewinnfunktion G(x) in der Abbildung.



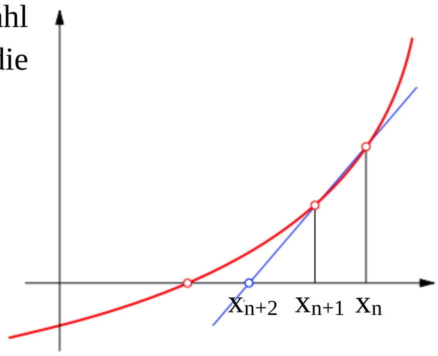
(c) Berechnen Sie, bei wie viel Produktionseinheiten der Gewinn maximal wird. Wie hoch ist dieser maximale Gewinn?

2 Berechnen Sie die Nullstelle der folgenden Funktionen mit dem Newton-Verfahren auf Taschenrechnergenauigkeit. Verwenden Sie als Startwert $x_0 = 1$. Geben Sie alle Zwischenergebnisse an.

(a) $f(x) = x^2 - 1 + \sqrt{x}$ (b) $f(x) = 2^x - \frac{1}{x}$

3 Ein weiteres Verfahren zur schrittweisen Berechnung von Nullstellen ist die **Regula Falsi** (auch: **Sekantenverfahren**), die nach Wahl zweier Startwerte x_0 und x_1 Näherungswerte für die Nullstelle mit folgender Formel ermittelt:

$$x_{n+2} = x_n - f(x_n) \cdot \frac{x_{n+1} - x_n}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}.$$



(a) Machen Sie sich mit Hilfe nebenstehender Abbildung klar, wie man auf die obige Näherungsformel kommt.

(b) Bestimmen Sie die Nullstelle der Funktion

$$f(x) = x^3 + x - 1$$

mit der Regula Falsi. Verwenden Sie $|f(x)| < 0{,}005$ als Abbruchbedingung.

Informationen zum

python™

Programmierprojekt

Ein Drittel der Studienleistung können Sie durch ein Python-Programmierprojekt erbringen. Sie dürfen dabei in Gruppen bis zu 5 Personen arbeiten.

Ihre Aufgabe ist es, ein numerisches Verfahren Ihrer Wahl in der Programmiersprache Python zu implementieren. Zur Auswahl stehen: Heron-Verfahren, Bisektionsverfahren, Newton-Verfahren, Regula Falsi, Interpolationpolynome, Gradientenabstiegsverfahren, numerische Integration. Nach Rücksprache sind gerne auch andere Themen möglich.

Hinweise zur Einarbeitung in Python erhalten Sie im Dokument „Python Schnelleinstieg.pdf“, das Sie bei StudIP herunterladen können.

Die Dokumentation des Projekts sollte maximal 3 Seiten umfassen und beinhalten: Thema, alle Verfasser, Beschreibung der Bedienung und der Features, Screenshot, Programmcode.

Bitte senden Sie den Quellcode (als .py-Datei) und die Dokumentation (als pdf) bis zum 26.01.2020 per E-Mail an marc.zschiegner@hs-rm.de.