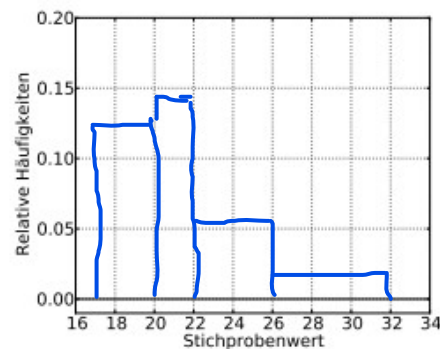
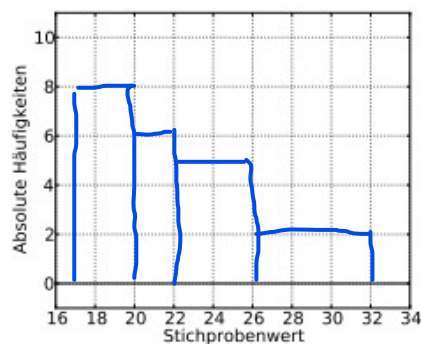


Aufgabe 1.1 (Häufigkeiten, Histogramme, Kennwerte)

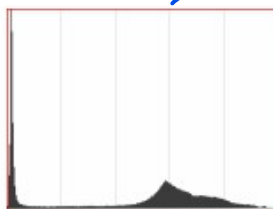
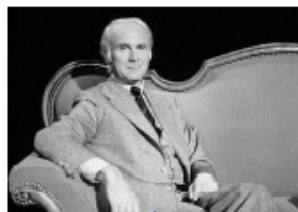
Gegeben ist die folgende Stichprobe:

24, 28, 18, 21, 21, 20, 19, 31, 20, 22, 20, 23, 24, 20, 18, 22, 20, 24, 25, 21, 21.

- a) Skizzieren Sie das Histogramm mit Zerlegung (17, 20, 22, 26, 32) **nicht-normiert**, mit **absoluten Häufigkeiten** (links).
- b) Skizzieren Sie das Histogramm mit Zerlegung (17, 20, 22, 26, 32) **normiert**, mit **relativen Häufigkeiten** (rechts).



- c) Gegeben sind die folgenden drei Bilder, sowie zugehörige Histogramme. Jedes Pixel besitzt eine Intensität zwischen 0 (schwarz) und 255 (weiß). Ordnen Sie jedem der Bilder das korrekte Histogramm zu und begründen Sie informell.



Begründung:

Beim Simpsons Bild sind viele verschiedene Graustufen verwendet worden, um zu schattieren – daher Graph 2. Das Mittlere Bild hat einen hohen Anteil sehr schwarzer Pixel – daher Graph 1. Die Schrift hat hauptsächlich 2 Farbwerte, ein sehr helles weiß (Papier) und ein mittleres schwarz (Schrift) daher Graph 3.

Aufgabe 1.2 (Mittelwert und Median)

Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Ist eine Aussage wahr, führen Sie einen Beweis. Ist eine Aussage falsch, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

- a) Der Mittelwert einer Stichprobe ist immer größer oder gleich dem Median der Stichprobe.
- b) Der Mittelwert ist immer kleiner oder gleich dem Maximum der Stichprobe.

Gegenbeispiel a)

$[0,0,5,5,5]$ \rightarrow Median 5, Mittelwert $15/4 = 3.75$ (definitiv < 5)

Beweis b)

Der Mittelwert wird aus der Summe aller Werte, inklusive dem Maximum berechnet, d.h. Im allgemeinen Fall werden andere Werte *kleiner* als das Maximum sein, was den Mittelwert kleiner als das Maximum macht. Ein Sonderfall wäre wenn alle Werte gleich dem Maximum sind, was dazu führen würde dass der Mittelwert gleich dem Maximum wäre.

Aufgabe 1.3 (Verteilte Berechnungen)

Es sei eine univariate Stichprobe der Größe $3n$ (mit $n \in \mathbb{N}^+$) gegeben. Falls n sehr groß ist, ist es von Interesse die Berechnung des Mittelwertes \bar{x} auf verschiedene Rechner zu verteilen. Wir gehen von 3 Rechnern aus.

a) Alice schlägt folgende Strategie zur Berechnung des Mittelwerts \bar{x} vor:

- Teile die Stichprobe in 3 Teile:

$$\underbrace{x_1, \dots, x_n}_{\text{Teil 1}}, \quad \underbrace{x_{n+1}, \dots, x_{2n}}_{\text{Teil 2}}, \quad \underbrace{x_{2n+1}, \dots, x_{3n}}_{\text{Teil 3}}$$

- Berechne auf den 3 Rechnern parallel die Mittelwerte $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ der einzelnen Teile.
- Berechne den Gesamt-Mittelwert als das Mittel dieser Werte: $\bar{x} = \frac{1}{3}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)$.

Ist Alice' Rechnung korrekt? Falls ja: Zeigen Sie die Korrektheit. Falls nein: Geben Sie ein Gegenbeispiel.

b) Bob schlägt vor, für den Median dieselbe Rechnung durchzuführen, d.h. den Median der Gesamt-Stichprobe als den Median der Teil-Mediane zu berechnen. Ist Bobs Rechnung korrekt? Falls ja: zeigen Sie die Korrektheit. Falls nein: Geben Sie ein Gegenbeispiel.