Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Marc Zschiegner

2. Übungsblatt

Präsenzaufgaben für die Woche vom 28.10. bis 01.11.2019

A Kreuzen Sie die korrekten logischen Äquivalenzen an.

- ❒ $A \wedge A \wedge B \wedge B \equiv A \wedge B$
- ❒ $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \vee \neg B$
- ❒ $A \wedge (A \vee B) \equiv B$
- ❒ $A \rightarrow B \equiv (\neg A) \vee B$.
- ❒ $(A \vee B) \wedge C \equiv (C \wedge A) \vee (C \wedge B)$

B Beweisen Sie
(a) mit einer Wahrheitswertetafel das 1. Absorptionsgesetz:

$$A \wedge (A \vee B) \equiv A,$$

(b) mit einer Wahrheitswertetafel das 2. Distributivgesetz:

$$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C),$$

(c) durch Umformungen das folgende Prinzip des Widerspruchsbeweises:

$$A \rightarrow B \equiv (\neg B) \rightarrow (\neg A).$$

C Stellen Sie jeden der Junktoren $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ und $\oplus$ nur durch die drei Grundjunktoren $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ dar.

Hausaufgaben für die Woche vom 04. bis 08.11.2019

1 Bestimmen Sie die Wahrheitswerte der verknüpften Aussagen.

(a) $(1 + 1 = 3) \rightarrow$ (7 ist eine Primzahl)

(b) $[(1 + 1 = 3) \rightarrow$ (6 hat genau 4 Teiler)$] \rightarrow \neg(1 + 1 = 1)$

(c) $\neg(1 + 1 = 1) \leftrightarrow$ (10 ist ungerade)

(d) $(1 + 1 = 2) \rightarrow$ (1 ist eine Primzahl)

(e) $\neg(1 + 1 = 1) \leftrightarrow \neg(3 \cdot 4 > 12)$

2 Untersuchen Sie mit Umformungen oder Wahrheitswertetafeln, ob die folgenden aussagenlogischen Formeln Tautologien oder Kontradiktionen darstellen.

(a) $\neg A \leftrightarrow (A \wedge (A \vee B))$

(b) $\neg A \oplus (A \vee (A \wedge B))$

(c) $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$

(d) $B \leftrightarrow ((\neg A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow B))$

3 Seien A und B Aussagen. Wir definieren

$$\text{NAND}(A, B) = \neg(A \wedge B).$$

Jeder der drei Grundjunktoren $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ (und nach Präsenzaufgabe C damit auch $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ und $\oplus$) kann als Hintereinanderausführung von ausschließlich NAND-Funktionen geschrieben werden. Man kann also jede logische Schaltung mit einer einzigen Sorte von Bauteilen realisieren (NAND-Technik).
Beweisen Sie dazu durch Umformen:

(a) $\text{NAND}(A, w) \equiv \neg A$

(b) $\text{NAND}(\text{NAND}(A, B), w) \equiv A \wedge B$

(c) $\text{NAND}(\text{NAND}(A, w), \text{NAND}(B, w)) \equiv A \vee B$

Worüber Mathematiker lachen

Ein Jurist, ein Mediziner und ein Mathematiker diskutieren die Frage, ob es besser sei, mit einer Frau verheiratet zu sein, oder eine Freundin zu haben.

Der Jurist sagt: „Natürlich ist es besser, verheiratet zu sein. Alles ist geregelt, und selbst bei einer Scheidung kann man sich emotionales Chaos ersparen, da alles durch die einschlägigen Gesetze geregelt ist.“

Der Mediziner ist anderer Meinung: „Ich finde es viel besser, eine Freundin zu haben, mit der ich nicht verheiratet bin. Es stellt sich kein Alltagstrott ein, das Zusammenleben ist spontaner, spannender und aufregender.“

Der Mathematiker ist sich ganz sicher: „Am besten ist es, sowohl eine Ehefrau als auch eine Freundin zu haben. Dann erkläre ich meiner Freundin, dass ich bei meiner Frau sein müsse, und zu meiner Frau sage ich, dass ich bei meiner Freundin sei – und so habe ich Zeit, Mathematik zu machen.“