

Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (WS 2020/21)

Aufgabenblatt 11

zu bearbeiten bis: 31.01.2021 (23:59 Uhr). Abgabe in StudIP-Ordner "Abgabe Blatt 11".

Aufgabe 11.1 (Normalverteilung)

Lösen Sie die folgenden Fragen zur Normalverteilung. Sie finden hierzu im Stud.IP Tabellen zum Ablesen von Verteilungen und Quantilen (Dateien > quantiltabellen.pdf).

- a) Ein Getränkehersteller befüllt Liter-Flaschen mit Cola. Die Menge Cola pro Flasche ist normalverteilt mit Erwartungswert $\mu = 1000$ (ml) und Varianz $\sigma^2 = 400$ (ml²). Flaschen, deren Befüllung den Sollwert um mehr als 50 ml unterschreiten, werden aussortiert. Wieviele Prozent aller Flaschen sind Ausschuss?
- b) Der IQ ist normalverteilt mit $\mu = 100$ und $\sigma = 15$. Wo liegt das 99%-Quantil?

Aufgabe 11.2 (Normalverteilung II)

Lösen Sie auch diese Fragen zur Normalverteilung.

- a) Die Körpergröße männlicher Studierender beträgt im Mittel 180 cm. 95% aller männlichen Studis sind größer als 166 cm. Bestimmen Sie die Varianz.
- b) Die Körpergröße weiblicher Studierender ist $\varphi(\cdot; 170, 70)$ -verteilt. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Körpergröße einer zufälligen weiblichen Studierenden X größer ist als die eines zufälligen männlichen Studierenden Y ?

Hinweise: (1) Betrachten Sie $X - Y$. Diese Größe ist – als Summe zweier normalverteilter Zufallsvariablen – ebenfalls normalverteilt. (2) Die Lösung von Aufgabe (a) beträgt 72.43.

Aufgabe 11.3 (ML-Schätzer: Exponentialverteilung)

Gegeben eine Stichprobe x_1, \dots, x_n , leiten Sie die Formel des Maximum-Likelihood-Schätzers für den Parameter λ der Exponentialverteilung her:

- a) Stellen Sie die Log-Likelihood-Funktion auf und vereinfachen Sie soweit möglich.
- b) Leiten Sie die Log-Likelihood-Funktion nach λ ab, setzen Sie die Ableitung gleich null, und bestimmen Sie eine Lösung für λ .

Aufgabe 11.4 (ML-Schätzer: Binomialverteilung)

Eine gelieferte Kiste enthalte 100 Glühbirnen, von denen Bob je 70 kontrollieren soll. Bekanntlich sind 5% aller Glühbirnen defekt. Bob prüft 5 Kisten und findet jeweils 1, 0, 4, 2 und 1 defekte Glühbirnen. Wir wollen herausfinden, wieviele Glühbirnen n pro Kiste er wirklich kontrolliert hat.

- a) Stellen Sie die Log Likelihood $\log L(n)$ auf.
- b) Schätzen Sie die Anzahl der von Bob wirklich geprüften Glühbirnen per ML, indem Sie mittels einer Python-Funktion $\log L(n)$ für sämtliche möglichen n berechnen und die Stelle des Maximums ausgeben. Wieviele Glühbirnen kontrolliert Bob somit wirklich?