

Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (WS 2020/21)

Aufgabenblatt 6

zu bearbeiten bis: 13.12.2020 (23:59 Uhr). Abgabe in StudIP-Ordner "Abgabe Blatt 06".

Aufgabe 6.1 (Kochrezepte (Theorie))

	Mehl	Kartoffel	Milch	Hauptspeise?
Burger+ Pommes	0	1	0	1
Apfelstrudel+ Vanilleeis	1	0	1	0
Gnocchi Gorgonzola	1	1	1	1
Schoko-Pudding	0	0	1	0
Pizza	1	0	1	1
Frankfurter Grüne Sauce	0	1	1	1

X y

In der $N \times M$ -Datenmatrix X enthält jede Zeile ein Kochrezept, jede Spalte eine Zutat. Der Eintrag X_{ij} ist genau dann 1 wenn Zutat j in Rezept i enthalten ist. Ein Vektor y teilt die Gerichte in zwei Klassen, Hauptspeise oder Nachspeise. Wir definieren die Ereignisse C_1/C_0 (Gericht ist Hauptspeise/Nachspeise) sowie Z_1, Z_2, Z_3 (Gericht enthält Zutat 1, 2, 3).

- Bestimmen Sie eine $2 \times M$ -Matrix A , die die Wahrscheinlichkeiten $P(Z_i|C_j)$ enthält.
- Welche Zutat ist unabhängig von C_1 ? Begründen Sie formal und beschreiben Sie was dies praktisch bedeutet.
- Bestimmen Sie mit Hilfe der Bayes'schen Regel $P(C_1|Z_1), P(C_1|Z_2)$ und $P(C_1|Z_3)$. In welchen Fällen wird sich $P(C|Z)$ sehr stark von $P(Z|C)$ unterscheiden?

Aufgabe 6.2 (Bayes, Bayes, Bayes)

- a) Inspektor B. soll einen Einbruch aufklären und findet am Tatort einen Schuhabdruck der Größe 40 vor. Die folgende Tabellen zeigen die Verteilung der Schuhgröße von Männern und Frauen:

Frauen							
Schuhgröße	≤ 36	37	38	39	40	41	≥ 42
Prozent	13	15	22	22	15	8	5

Männer							
Schuhgröße	≤ 39	40	41	42	43	44	≥ 45
Prozent	4	10	22	24	23	13	4

Es gilt generell: Zwei von drei Einbrechern sind männlich. Wir definieren das Ereignis M (Einbrecher ist männlich) und S (Einbrecher hat Schuhgröße 40).

Bestimmen Sie $P(M|S)$. Handelt es sich bei dem Einbrecher eher um einen Mann oder um eine Frau?

- b) Bob hat in seiner Tasche drei gleich aussehende Würfel, zwei faire und einen gezinkten. Die Verteilung des gezinkten Würfels lautet:

Wert k	1	2	3	4	5	6
Wahrscheinlichkeit p_k	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Bob nimmt einen zufälligen Würfel aus der Tasche und würfelt: 6, 1, 4, 5, 4, 3, 5, 5. Hat er eher den gezinkten oder eher einen fairen Würfel gezogen?

Aufgabe 6.3 (Kochrezepte (Praxis))



Bearbeiten Sie das Notebook `06_chefkoch`. Das Notebook baut auf Aufgabe 01 des Übungsblatts auf – es wird eine echte Datenmatrix basierend auf Kochrezepten von `chefkoch.de` analysiert.