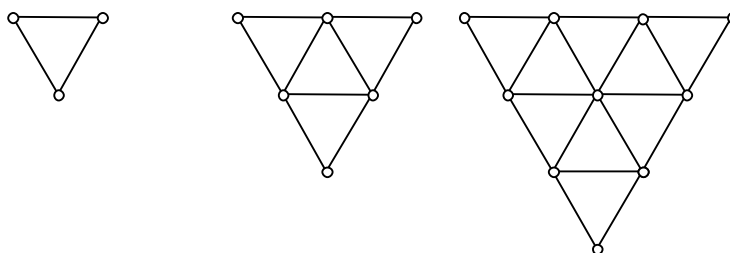




## 11. Übungsblatt

### Präsenzaufgaben für die Woche vom 20. bis 24.01.2020

- A** Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen  $n$  die Zahl  $7^n - 1$  ein Vielfaches von 6 ist.
- B** (a) Überlegen Sie sich das Bildungsgesetz der folgenden Graphen, und zeichnen Sie den nächsten Graphen dieser Folge.



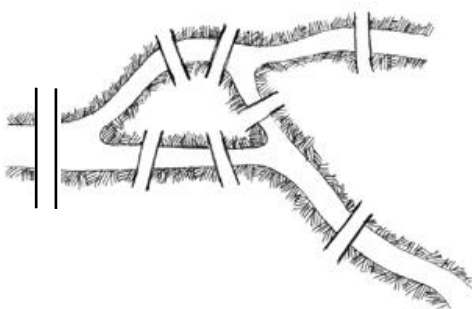
- (b) Sind diese Graphen eulersch?  
(c) Beschreiben Sie ein Verfahren, wie man diese Figuren in einem Zug zeichnen kann.

### Hausaufgaben für die Woche vom 27. bis 30.01.2020

- 1** Zeigen Sie durch Induktion nach  $n$ , dass für die Fibonacci-Zahlen gilt

$$f_{n+2} = f_n + f_{n-1} + \dots + f_1 + 1.$$

- 2** Inzwischen gibt es in Königsberg eine Eisenbahnbrücke, die die beiden Ufer der Pregel so verbindet, wie in der folgenden Abbildung dargestellt ist.



Untersuchen Sie, ob das Königsberger Brückenproblem mit dieser zusätzlichen Brücke lösbar ist.

- (a) Zeichnen Sie den zugehörigen planaren Graphen.  
(b) Ist dieser Graph eulersch?  
(c) Besitzt dieser Graph eine offene eulersche Linie?

3 Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen  $n \geq 1$  gilt:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} \stackrel{!}{=} \frac{n}{n+1}.$$

### Worüber Mathematiker lachen

Ein Ingenieur, ein Physiker und ein Mathematiker beweisen den Satz: *Jede ungerade Zahl ist eine Primzahl.*

Der Ingenieur verifiziert die ersten Fälle: „3 ist eine Primzahl, 5 ist eine Primzahl, 7 ist eine Primzahl. Also stimmt der Satz.“

Der Physiker gibt sich damit nicht zufrieden: „3: Primzahl, 5: Primzahl, 7: Primzahl, 9: Prim-, hmhm – Messfehler, 11: Primzahl, 13: Primzahl usw. Also ist der Satz richtig.“

Der angewandte Mathematiker überlegt: „3, 5 und 7 sind Primzahlen, 9 – ist auch annähernd eine Primzahl, 11, und 13 sind Primzahlen usw. Also ist der Satz richtig.“

Ein Mathematikstudent versucht als einziger zu argumentieren. Aber auch das geht schief: „Sei  $p$  eine Primzahl mit  $p > 2$ . Dann ist  $p$  nicht durch 2 teilbar, also ist  $p$  ungerade.“