



1. Übungsblatt

Präsenzaufgaben für die Woche vom 21. bis zum 25.10.2019

A Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an.

- ☐ Jede Funktion ist eine Folge.
- ☐ Jede Folge ist eine Funktion.
- ☐ Es gibt Folgen, die weder arithmetisch noch geometrisch sind.
- ☐ Die Summe zweier arithmetischer Folgen ist wieder eine arithmetische Folge.
- ☐ Die Summe zweier geometrischer Folgen ist wieder eine geometrische Folge.
- ☐ Das Produkt zweier geometrischer Folgen ist wieder eine geometrische Folge.

B Berechnen Sie die ersten fünf Folgenglieder und stellen Sie die Folge (a_n) im Koordinatensystem dar.

- (a) $a_n = 2n - 1$ (b) $a_n = 1 + 1/n$ (c) $a_n = (-1)^n \cdot 2n$

C Prüfen Sie, ob es sich um eine arithmetische oder um eine geometrische Folge handelt. Geben Sie jeweils ein explizites Bildungsgesetz an.

- (a) 3, 7, 11, 15, 19, ... (b) $4, 1, \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \dots$ (c) $\frac{1}{8}, -\frac{1}{2}, 2, -8, 32, \dots$

Eine weitere Möglichkeit, eine Folge zu beschreiben, ist durch ein *rekursives* Bildungsgesetz: Man gibt a_0 an (Startwert) und außerdem eine Vorschrift, wie man ein Folgenglied a_n aus seinem Vorgänger a_{n-1} berechnet (Rekursionsvorschrift). Finden Sie für obige Folgen jeweils ein rekursives Bildungsgesetz.

D Wie oft müsste man ein Zeitungsblatt falten, um bis zum Mond zu gelangen? Wie oft schaffen Sie es tatsächlich? Was hat das Ganze mit Folgen zu tun?

Hausaufgaben für die Woche vom 28.10. bis zum 01.11.2019

1 Ein Startguthaben von 500 € wird zu 3% Zinsen angelegt. Die Zinsen werden

- (a) nicht mitverzinst,
- (b) mitverzinst.

Nach wie vielen Jahren hat sich das Guthaben vervierfacht?

2 Bestimmen Sie ein explizites Bildungsgesetz

- (a) der arithmetischen Folge (a_n) mit $a_3 = 25$ und $a_6 = 46$.
- (b) der geometrischen Folge (a_n) mit $a_0 = 16$ und $q = 2,5$.
- (c) der geometrischen Folge (a_n) mit $a_2 = 2000$ und $a_4 = 1280$.
- (d) der rekursiv definierten Folge (a_n) mit $a_0 = 3$ und $a_{n+1} = 2a_n + 1$.



- 3 **Pseudozufallszahlen** sind systematisch erzeugte Zahlen, die zufällig gewählt erscheinen. Sie werden in der Informatik oft benötigt, etwa in der Kryptografie. Eine Möglichkeit, sie zu erzeugen, ist die **lineare Kongruenzmethode**:

Man wählt drei ganze Zahlen: a , c und m . Der Startwert x_0 wird zum Beispiel abhängig von der Uhrzeit initialisiert. Die Pseudozufallszahlen berechnet man dann mit

$$x_n = (a \cdot x_{n-1} + c) \bmod m.$$

Das bedeutet: x_n ist der Rest, der entsteht, wenn man $a \cdot x_{n-1} + c$ ganzzahlig durch m teilt. (Zum Beispiel ist $13 \bmod 5 = 3$, weil sich der Rest 3 ergibt, wenn man 13 durch 5 teilt.)

Berechnen Sie die Folge der Pseudozufallszahlen für $a = 7$, $c = 4$, $m = 9$ und $x_0 = 3$, bis sie sich wiederholen. [*Tipp*: Es geht wie folgt los: $x_0 = 3$, $x_1 = (7 \cdot 3 + 4) \bmod 9 = 25 \bmod 9 = 7$ (denn 25 geteilt durch 9 hat den Rest 7), ...]

Worüber Mathematiker lachen

Ein Mathematiker möchte ein Bild aufhängen. Er holt einen Hammer und einen Nagel und will den Nagel einschlagen. Da stutzt er. Irgend etwas stimmt doch nicht. Jetzt erkennt er: Der Kopf des Nagels zeigt zur Wand, die Spitze auf ihn. Was tun?

Nach fünf Minuten konzentrierter Analyse hat er die Erkenntnis: „Das ist ein Nagel für die gegenüberliegende Wand!“