



3. Übungsblatt

Präsenzaufgaben für die Woche vom 04. bis 08.11.2019

A Gegeben seien die beiden Aussageformen über dem Universum aller Lebewesen

$$A(x) = \text{„}x \text{ ist ein Mann“},$$
$$B(x) = \text{„}x \text{ ist ein Schwein“}.$$

Formulieren Sie die folgenden Aussagen in Worten.

- (a) $\forall x (A(x) \rightarrow B(x))$
- (b) $\forall x (A(x) \wedge B(x))$
- (c) $\exists x (A(x) \wedge B(x))$

B Bilden Sie für die folgenden Aussagen jeweils die Negation und geben Sie die Wahrheitswerte der Aussage und ihrer Negation an.

- (a) $\forall x \in \mathbb{N} \forall y \in \mathbb{N} \exists z \in \mathbb{N} x + y = z$
- (b) $\exists z \in \mathbb{N} \forall x \in \mathbb{N} \forall y \in \mathbb{N} x + y = z$
- (c) $\forall x \in \mathbb{N} 3 \text{ teilt } x \rightarrow 6 \text{ teilt } x$

C Eine aussagenlogische Formel sei durch folgende Wahrheitswertetafel gegeben. Geben Sie die zugehörige Formel $f(x, y, z)$ in disjunktiver Normalform an.

Zeile	x	y	z	$f(x, y, z)$
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	1
4	0	1	1	1
5	1	0	0	0
6	1	0	1	0
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

Hausaufgaben für die Woche vom 11. bis 15.11.2019

- 1 (a) In der Analysis kann man den Grenzwert einer Folge wie folgt definieren:
Eine Folge (a_n) hat genau dann den Grenzwert g , wenn es zu jeder Zahl $\varepsilon > 0$ eine natürliche Zahl N gibt, so dass gilt: Wenn $n > N$ ist, dann gilt $|a_n - g| < \varepsilon$.
Formulieren Sie diese Definition als aussagenlogische Formel. Beginnen Sie wie folgt und verwenden Sie dann geeignete Quatoren und Junktoren:

Eine Folge (a_n) hat genau dann den Grenzwert g , wenn gilt: ...

(b) Im Englischen gibt es folgenden Spruch: *You can fool all people some of the time and you can fool some people all of the time, but nobody can fool all people all of the time.*

Formulieren Sie diesen Ausspruch als aussagenlogische Formel mit Quantoren. Verwenden Sie dazu die Aussageform $A(x, y, t) = \text{„}x \text{ can fool } y \text{ at the time } t\text{“}$ und fassen Sie „you“ verallgemeinernd im Sinne von „jeder“ auf.

- 2 Drei Schalter x, y, z kontrollieren eine Lampe. Die Lampe brennt ($f(x, y, z) = 1$) genau dann, wenn eine gerade Anzahl von Schaltern geschlossen ($= 1$) ist. [Hinweis: Auch 0 ist eine gerade Zahl.]

(a) Stellen Sie die Wahrheitstafel für die zugehörige aussagenlogische Formel $f(x, y, z)$ auf.

(b) Geben Sie die zugehörige Formel $f(x, y, z)$ in disjunktiver Normalform an.

(c) Versuchen Sie die Formel mit WolframAlpha zu vereinfachen.

- 3 Beweisen Sie

$$\neg(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B) \vee B \equiv A \rightarrow B$$

(a) mit einer Wahrheitstafel,

(b) mit Umformungen.

Worüber Mathematiker lachen

Ein Astronom, ein Physiker und ein Mathematiker reisen nach Schottland. Da sehen sie ein schwarzes Schaf. „Hochinteressant“, ruft der Astronom aus, „in Schottland sind die Schafe schwarz.“ „Nein, Herr Kollege“, widerspricht sofort der Physiker, „man kann nur sagen: In Schottland gibt es mindestens ein schwarzes Schaf“.

Da meldet sich der Mathematiker zu Wort. „Auch das können wir nicht behaupten; wir können nur sagen, dass es in Schottland mindestens ein Schaf gibt, das auf mindestens einer Seite schwarz ist.“