Kap. 2: Grundbegriffe

Quellen

- M. Broy: "Informatik - Eine grundlegende Einführung", Teil 1, Springer-Verlag, 1992 (Kap. 1, 2)
- U. Rembold, P. Levi: "Einführung in die Informatik für Naturwissenschaftler und Ingenieure", 3. Auflage, Hanser-Verlag, 1999 (Kap. 2.2.1, 2.7)
- D. Werner u.a.: "Taschenbuch der Informatik", Fachbuchverlag Leipzig, 1995 (Kap. 2.3.1)
- U. Schöning: "Theoretische Informatik - kurz gefasst", Spektrum-Verlag, 1997

2.1 Begriffe der Mathematik

- **Bemerkung: Die in diesem Abschnitt besprochenen Begriffe sind entweder bereits aus der Schule bekannt oder werden in den Mathematik-Vorlesungen besprochen. Sie werden im weiteren als bekannt vorausgesetzt.**

Def

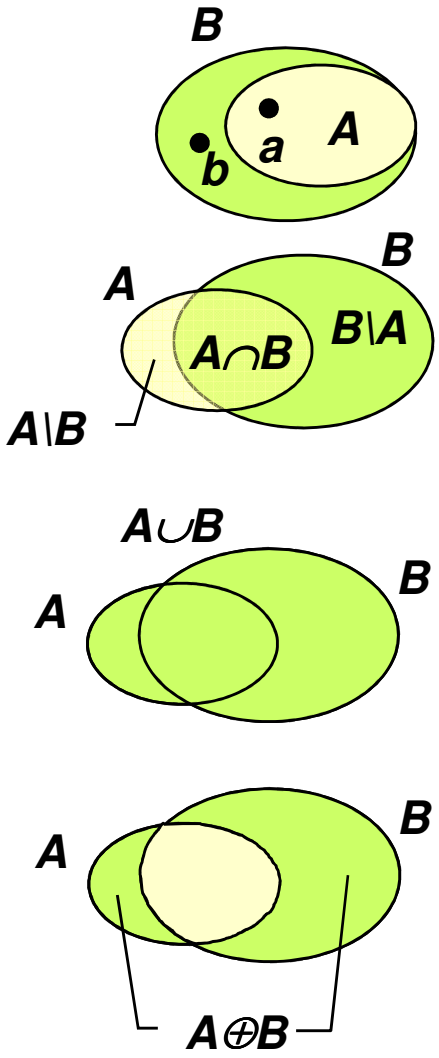
Symbole in Aussagen

$\exists x$	es existiert ein *x*, es gibt ein *x (Existenz-Quantor)*
$\exists! x, \nexists x$	*V*arianten: es existiert genau ein *x*, es gibt kein *x*
$\forall x$	für alle *x* *(All-Quantor)*
$p \wedge q$	Aussage *p* und Aussage *q*
$p \vee q$	Aussage *p* oder Aussage *q*
$\neg p$	nicht *p,* Verneinung der Aussage *p*
$p \Rightarrow q$	wenn *p,* dann *q*
$p \Leftrightarrow q$	*p* genau dann, wenn *q*
$p :\Leftrightarrow q$	definitionsgemäß genau dann, wenn *q*

Mengen

Def

$\{a, b\}$	Die Menge mit den Elementen *a* und *b*
$\{x \mid p(x)\}$	Menge aller *x*, für die die Aussage *p(x)* gilt
$\{\}, \varnothing$	die leere Menge
$a \in A$	*a* ist Element der Menge *A*
$A \subseteq B$	Teilmengenbeziehung
$A \subset B$	echte Teilmengenbeziehung
$A \cap B$	Durchschnitt
$A \cup B$	Vereinigung
$A \setminus B$	Differenz
$A \oplus B$	Disjunkte Vereinigung, $A \cup B \setminus (A \cap B)$
$\lvert A \rvert$	Kardinalität oder Mächtigkeit der Menge *A*. Bei endlichen Mengen: Anzahl der Elemente



Mengen (2)

- **Übliche Notationen für Zahlenmengen in der Mathematik**

$\mathbb{N}$	**Die Menge der natürlichen Zahlen, {0, 1, 2, 3, ...}**
$\mathbb{N}^+$	**Die natürlichen Zahlen ohne die Null, {1, 2, 3, ...},** $\mathbb{N} \setminus \{ 0 \}$ Bemerkung: Manchmal wird $\mathbb{N}$ auch ohne Null definiert: $\mathbb{N}$, $\mathbb{N}_0$
$\mathbb{Z}$	**Die Menge der ganzen Zahlen, {..., -2, -1, 0, 1, 2, ...}**
$\mathbb{Q}$	**Die Menge der rationalen Zahlen,** $\{x = p / q \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{Z}^+\}$
$\mathbb{R}$	**Die Menge der reellen Zahlen**
$\mathbb{C}$	**Die Menge der komplexen Zahlen**

$\mathbb{Z}^+, \mathbb{Q}^+, \mathbb{R}^+, \mathbb{C}^+$ **analog** $\mathbb{N}^+$ **(Die Null ist "ausgestochen")**

Potenzmenge, Produkt

Def

- Die *Potenzmenge* $\mathcal{P}(A)$ einer Menge *A* ist die Menge aller Teilmengen von *A*, d.h. $\mathcal{P}(A) = \{B \mid B \subseteq A\}$
  - Beispiel: $\mathcal{P}(\{a,b\}) = \{ \{\}, \{a\}, \{b\}, \{a,b\} \}$
  - Falls $|A| < \infty$, dann gilt $|\mathcal{P}(A)| = 2^{|A|}$
    - *Selbst-Test: Wie beweist man dies?*

Def

- Das (*kartesische) Produkt* $A \times B$ der Mengen *A* und *B* ist die Menge aller geordneten Paare (a,b) mit $a \in A$ *und* $b \in B$.
  - Beispiel: $A=\{m,n\}, B=\{r,s,t\} \Rightarrow$
    $A \times B = \{ (m,r), (m,s), (m,t), (n,r), (n,s), (n,t) \}$
  - Notation: Man schreibt statt $A \times A$ *auch* A^2.
  - Für endliche Mengen *A* und *B* gilt für die Kardinalitäten:
    $|A \times B| = |A| * |B|$.

Relation

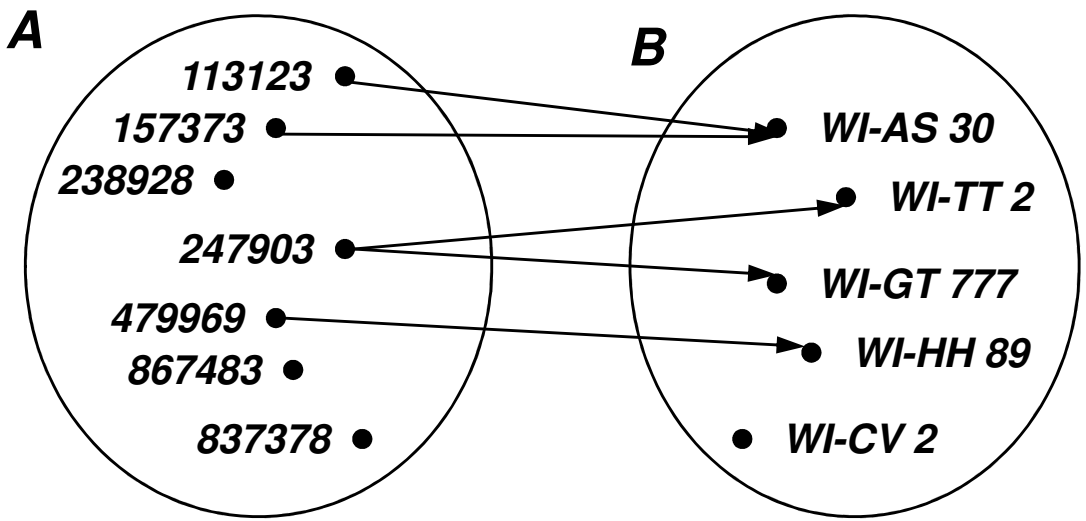
Def

- **Eine Teilmenge $R \subseteq A \times B$ des Produkts zweier Mengen *A* und *B* heißt (zweistellige oder binäre) *Relation R zwischen A und B* .**
  - **Notation: statt $(a,b) \in R$ *auch* $R(a,b)$ oder *Infix*-Notation: $a\ R\ b$**
  - **Beispiel:**

    ***A*: Menge der Personalausweisnummern aller Wiesbadener,**

    ***B:* Menge der vergebenen Autokennzeichen beginnend mit WI**

    fährt $\subseteq A \times B$ **ist eine binäre Relation zwischen *A* und *B*.**



fährt = {

(113123, WI-AS 30),

(157373, WI-AS 30),

(247903, WI-TT 2),

(247903, WI-GT 777),

(479969, WI-HH 89) }

fährt(113123, WI-AS 30)

oder *113123 fährt WI-AS 30*

Relation (2)

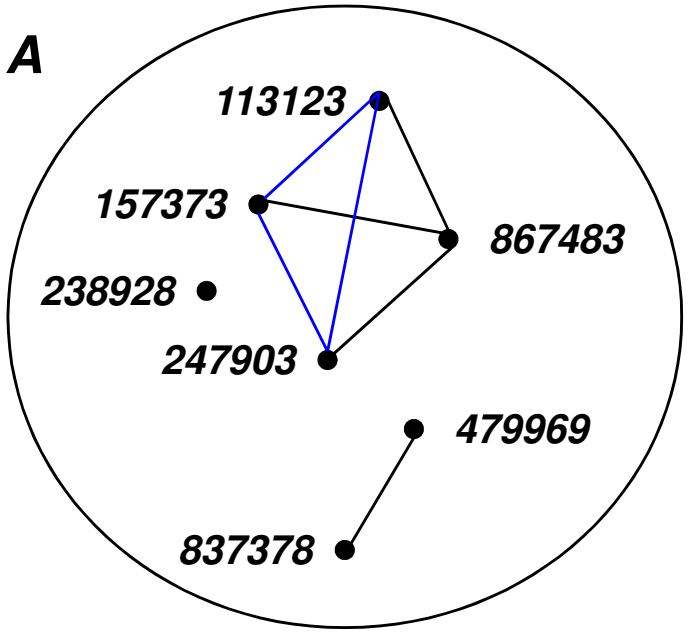
- **Eine Teilmenge $R \subseteq A \times A$ heißt *Relation R auf* der Menge *A*.**

Def

  - **Beispiel:**
    A: Menge der Personalausweisnummern (IDs) aller Wiesbadener,
    $R = \{ (x,y) \in A \times A \mid$ Person mit ID x ist verwandt mit Person mit ID $y \}$.

  - **Relationen besitzen spezielle Eigenschaften**

    hier z.B.: Transitivität



Eigenschaften von Relationen

- **Sei $R \subseteq A \times A$ eine binäre Relation auf A. Dann heißt R**
  - ***reflexiv*** $:\Leftrightarrow \forall a \in A: a\ R\ a$
    - **Beispiele: Relationen $=$ und $\leq$ auf $\mathbb{N}$, $\subseteq$ auf Mengen**
  - ***irreflexiv*** $:\Leftrightarrow \nexists a \in A: a\ R\ a$
    - **Beispiele: Relationen $\neq$ und $<$ auf $\mathbb{N}$**
    - **Hinweis: „irreflexiv“ $\neq$ „nicht reflexiv“ (warum?)**
  - ***symmetrisch*** $:\Leftrightarrow \forall a,b \in A: a\ R\ b \Rightarrow b\ R\ a$
    - Lies: "Für alle a und b aus A gilt: Aus a Relation b folgt b Relation a"
    - **Beispiele: Relationen $=$ und $\neq$ auf $\mathbb{N}$**
  - ***antisymmetrisch*** $:\Leftrightarrow \forall a,b \in A: a\ R\ b \wedge b\ R\ a \Rightarrow a = b$
    - **Beispiel: Relation $\leq$ auf $\mathbb{N}$, $\subseteq$ auf Mengen.**

Eigenschaften von Relationen (2)

- **(Fortsetzung)**

  - ***transitiv*** $:\Leftrightarrow \forall\ a,b,c \in A: a\ R\ b \wedge b\ R\ c \Rightarrow a\ R\ c$
    - **Beispiele: Relationen** $=\ <\ >\ \leq$ **auf** $\mathbb{N}$, $\subseteq$ **auf Mengen**

  - ***total*** $:\Leftrightarrow \forall\ a,b \in A: a\ R\ b \vee b\ R\ a$
    - **Bemerkung: mathematisches *"oder"***
      d.h.: es kann gleichzeitig $a\ R\ b$ **und** $b\ R\ a$ **gelten.**
    - **Beispiel: Relation** $\leq$ **auf** $\mathbb{N}$

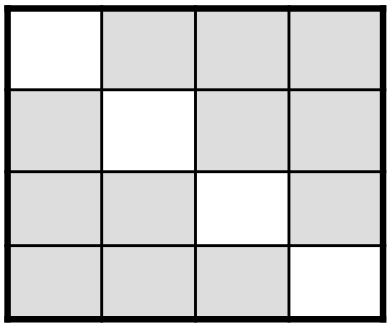
Matrixdarstellung binärer Relationen

- Sei $R \subseteq A \times A$ eine binäre Relation auf A.
- Das kartesische Produkt $A \times A$ lässt sich als Matrix veranschaulichen. Markiert man die Matrixzellen, die Elementen $(a,b) \in R$ entsprechen, erhält man eine Matrixdarstellung von R.
- Mit dieser lassen sich viele Relationseigenschaften visualisieren:

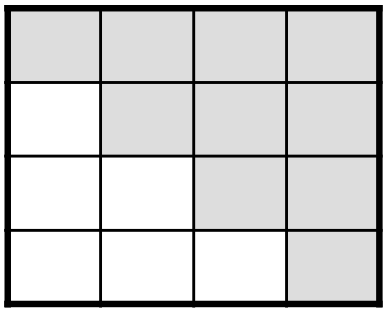
$R=(\{1,2,3,4\}^2, =)$

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
(2,1)	…		
(3,1)			
(4,1)			(4,4)

$R=(\{1,2,3,4\}^2, \neq)$



$R=(\{1,2,3,4\}^2, \leq)$



- R reflexiv — Matrix-Diagonale vollständig gefüllt
- R irreflexiv — Matrix-Diagonale völlig leer
- R symmetrisch — Matrix spiegelsymmetrisch zur Hauptdiagonalen
- R antisymm. — Matrix enthält kein spiegelsymmetrisches Zellenpaar außerhalb der Hauptdiagonalen

Äquivalenzrelation

Def

- Sei $R \subseteq A \times A$ eine Relation. Dann heißt R ***Äquivalenzrelation***, wenn R **reflexiv, transitiv und symmetrisch** ist.
  - Ist R eine Äquivalenzrelation und ist $(a,b) \in R$, so heißen a und b *äquivalent*.

- **Beispiel:**
  - Sei $A = \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$. Dann ist $R = \{ (x,y) \mid x \bmod n = y \bmod n \}$ eine Äquivalenzrelation.
    (*x* und *y* haben bei Division durch n denselben Rest)

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
...	...	...	...

n = 4

Äquivalenzklassen, d.h.
Mengen bzgl. R äquivalenter Elemente

(Restklassen)

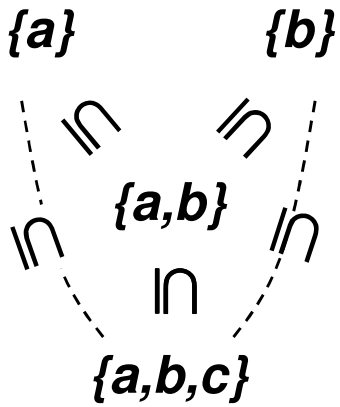
Partielle und totale Ordnung

Def

- **Eine reflexive, transitive und antisymmetrische Relation *R* auf einer Menge *A* heißt *partielle Ordnung R* auf der Menge *A*.**

  – **Beispiel:**
  Sei *A* = *{ {a}, {b}, {a,b}, {a,b,c} }*, $\subseteq$ *die* Teilmengenrelation.
  Dann definiert $\subseteq$ eine partielle Ordnung *R* auf *A*:

  ***R* = { ({a},{a,b}), ({a},{a,b,c}), ({b},{a,b}), ({b},{a,b,c}), ({a,b},{a,b,c}), ({a},{a}), ({b},{b}), ({a,b},{a,b}), ({a,b,c},{a,b,c}) }**



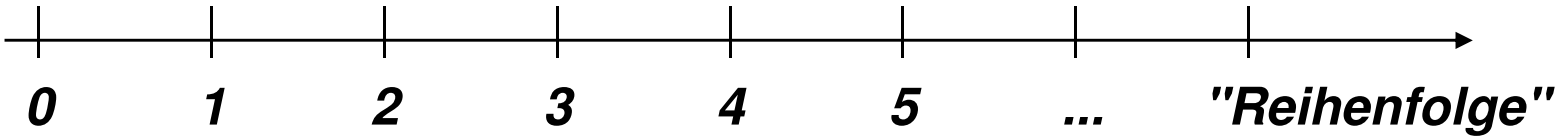
  – **Bemerkung:**
  R ist keine totale Relation, z.B. gilt weder *{a}⊆{b}* noch *{b}⊆{a}*.

Partielle und totale Ordnung (2)

Def

- **Eine reflexive, transitive, antisymmetrische und totale Relation *R* auf einer Menge *A* heißt *lineare* oder *totale Ordnung R* auf der Menge *A*.**

  - **Beispiel: $\leq$ auf natürlichen Zahlen**



  - **„Beweis“ durch Nachprüfen der Eigenschaften:**
    - ***Reflexivität*:** $\forall a \in \mathbb{N}: \quad a \leq a$ ☺
    - ***Transitivität:*** $\forall a,b,c \in \mathbb{N}: \quad a \leq b \wedge b \leq c \Rightarrow a \leq c$ ☺
    - ***Antisymmetrie:*** $\forall a,b \in \mathbb{N}: \quad a \leq b \wedge b \leq a \Rightarrow a = b$ ☺
    - ***Totalität:*** $\forall a,b \in \mathbb{N}: \quad a \leq b \vee b \leq a$ ☺

Funktion / Abbildung

Def

- Eine Relation $f \subseteq A \times B$ zwischen den Mengen A und B heißt *Funktion* oder *Abbildung aus der Menge A in die Menge B*, falls aus $(x,y) \in f$ und $(x,z) \in f$ folgt: $y = z$.

- Bemerkungen:
  - Funktionen sind also spezielle Relationen.
  - Übliche Notation: $f: A \rightarrow B$ und $f(a)=b$ statt $(a,b) \in f$
    - b heißt *das Bild von a unter der Funktion f,*
    - a ist ein(!) *Urbild* von b.

Def

- $Dom(f) := \{a \in A \mid (a,b) \in f\}$ heißt *Definitionsbereich von f*

Def

- $Rng(f) := \{b \in B \mid (a,b) \in f\}$ heißt *Bild- oder Wertebereich von f*
  - *Englische* Bezeichnungen: *Dom - „domain“, Rng - „range“*

Funktion / Abbildung (2)

Def

- Eine Funktion $f: A \to B$ heißt ***total*** $:\Leftrightarrow Dom(f) = A$.
  - „Keine Definitionslücken – der Definitionsbereich ist gleich der Ausgangsmenge“

Def

- Eine Funktion $f: A \to B$ heißt ***surjektiv*** $:\Leftrightarrow Rng(f) = B$.
  - „Jedes Element der Zielmenge besitzt (mind.) ein Urbild“

Def

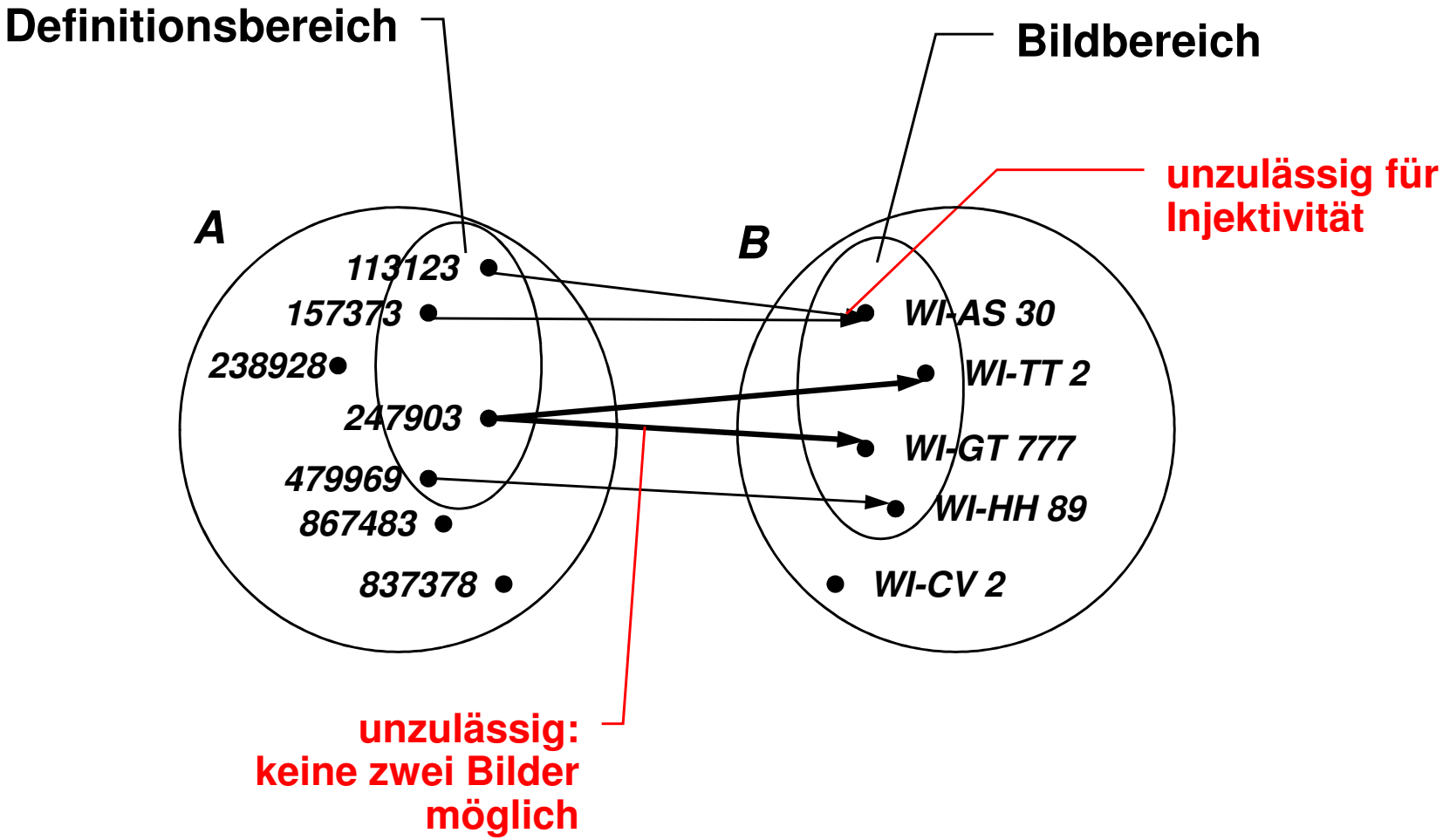
- Eine Funktion $f: A \to B$ heißt ***injektiv*** $:\Leftrightarrow f(a)=f(b) \Rightarrow a=b$
  - „Verschiedene Elemente der Definitionsmenge ergeben stets verschiedene Werte“

Def

- Eine Funktion $f: A \to B$ heißt ***bijektiv*** $:\Leftrightarrow$ *f* ist total, surjektiv und injektiv.
  - „Bijektive Funktionen sind umkehrbar. Jede Urbildmenge ist einelementig.“

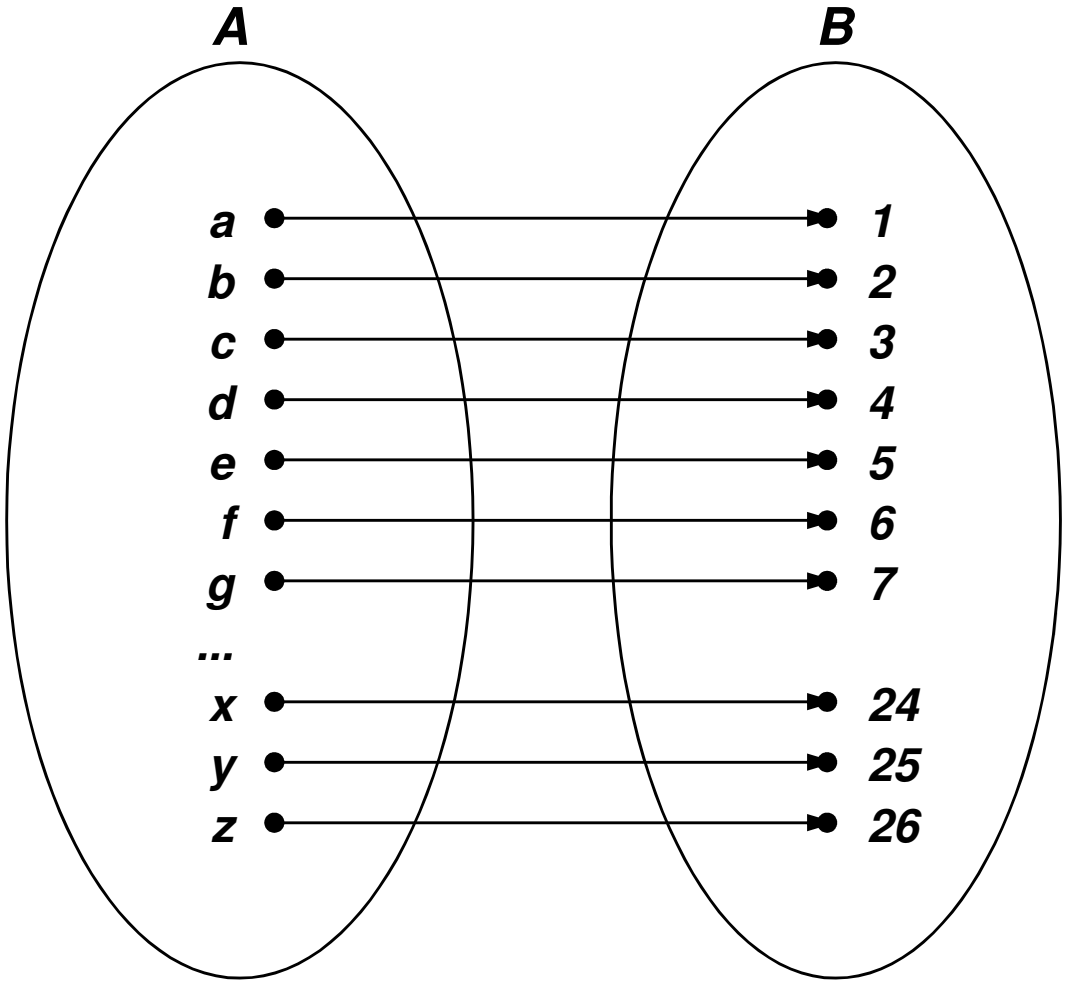
Beispiel

- **Funktion**



Beispiel

- **Bijektion**



2.2 System, Abstraktion und Modelle

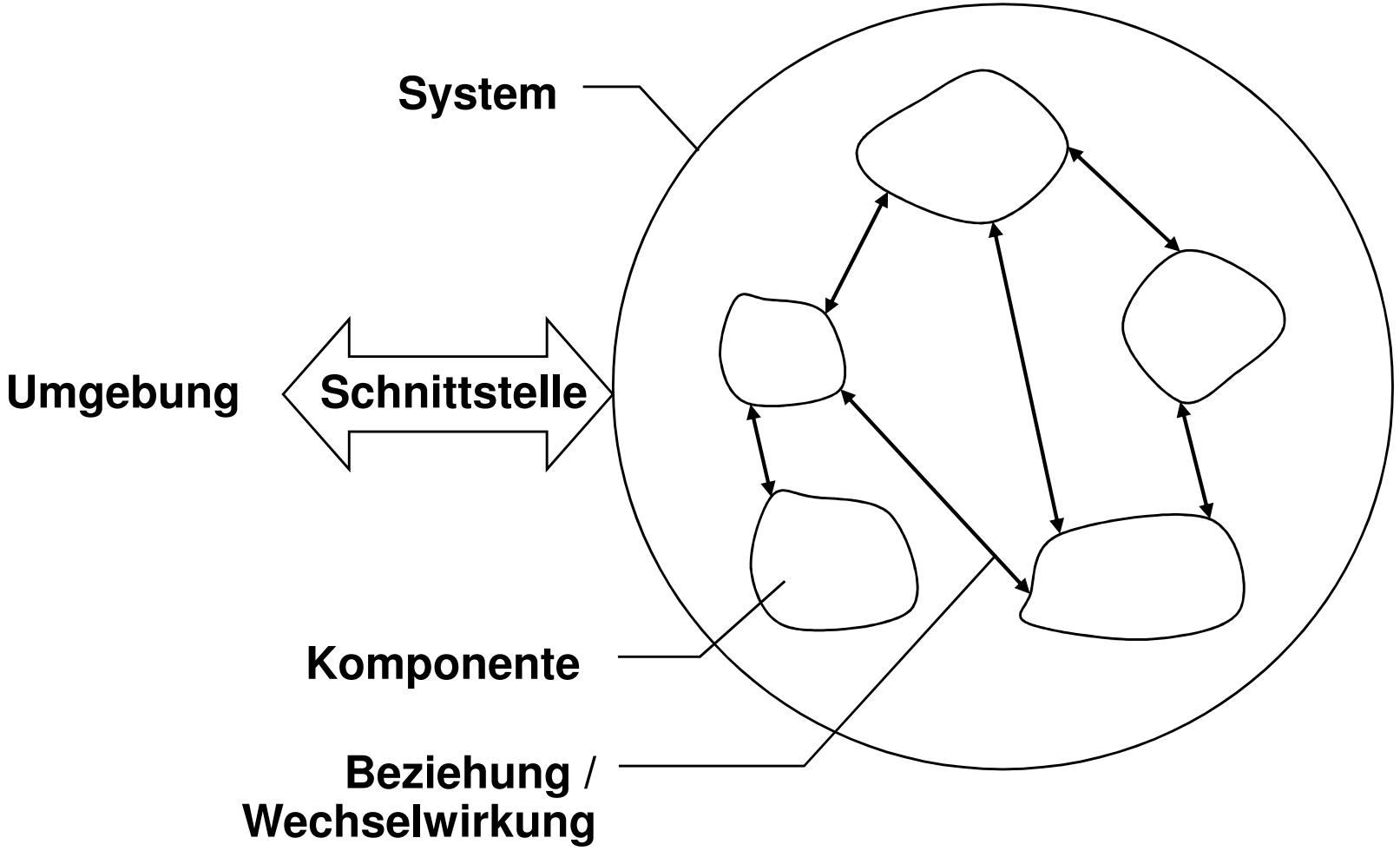
- **Der Systembegriff wird im täglichen Leben verwendet wie auch in allen wissenschaftlichen Disziplinen.**
  - **Beispiele:**
    - **Das politische System der Bundesrepublik Deutschland**
    - **Der menschliche Körper als biologisches System**
    - **Das Milchstraßensystem**
- **Charakterisierende Merkmale eines *informationstechnischen Systems*:**

Def

  - ***Schnittstelle des Systems:***
    Grenze zwischen "außerhalb" und "innerhalb"
  - ***Umgebung des Systems:***
    der äußere, für die Betrachtung weniger wichtige Teil
  - ***System:***
    innere Teil ist der eigentliche Betrachtungsgegenstand mit:
    - ***Komponenten* (des Systems)**
    - **deren *Beziehungen* zueinander (Wechselwirkungen)**

Graphische Veranschaulichung

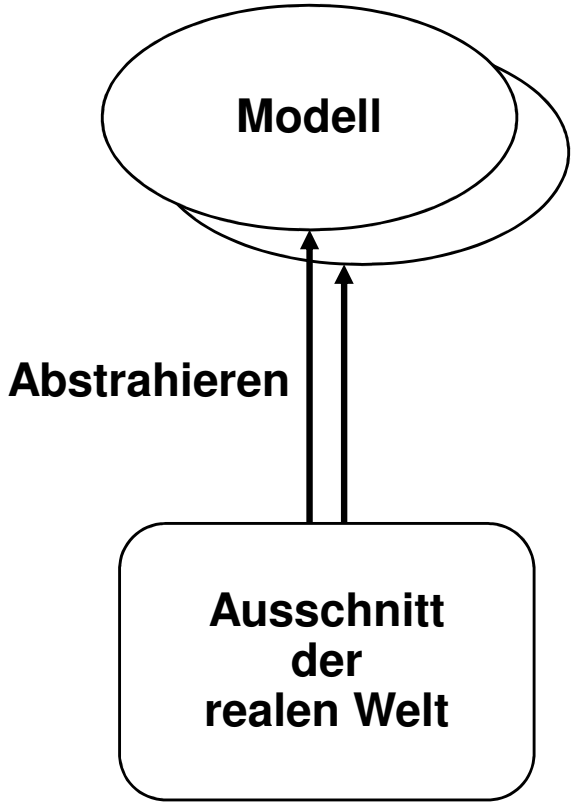
- **zum Systembegriff**



Abstraktion und Modelle

Def

- *Abstraktion* entsteht durch Erkennen von unter einer bestimmten Betrachtungsweise relevanten Gegenständen, Eigenschaften und Beziehungen eines Ausschnitts der realen Welt.
- Modell als Ersatz der Realität
- zusätzliche wünschenswerte Eigenschaften wie z.B.
  - einfacher zu verstehen (z.B. Straßenatlas)
  - billiger oder sicherer (z.B. Fahrsimulator)
  - mathematische Theorie nutzbar machen (z.B. Physik, Baustatik)
- Für denselben Ausschnitt der Realität können verschiedene Modelle existieren.



Abstraktion und Modelle (2)

- **Das Studium der Informatik beinhaltet das Kennenlernen einer Vielzahl von Modellen**
  - **aus der Mathematik**
  - **aus Ingenieur-Disziplinen**
  - **durch die Informatik selbst entwickelt (z.B. Graphen, Automaten, ...)**

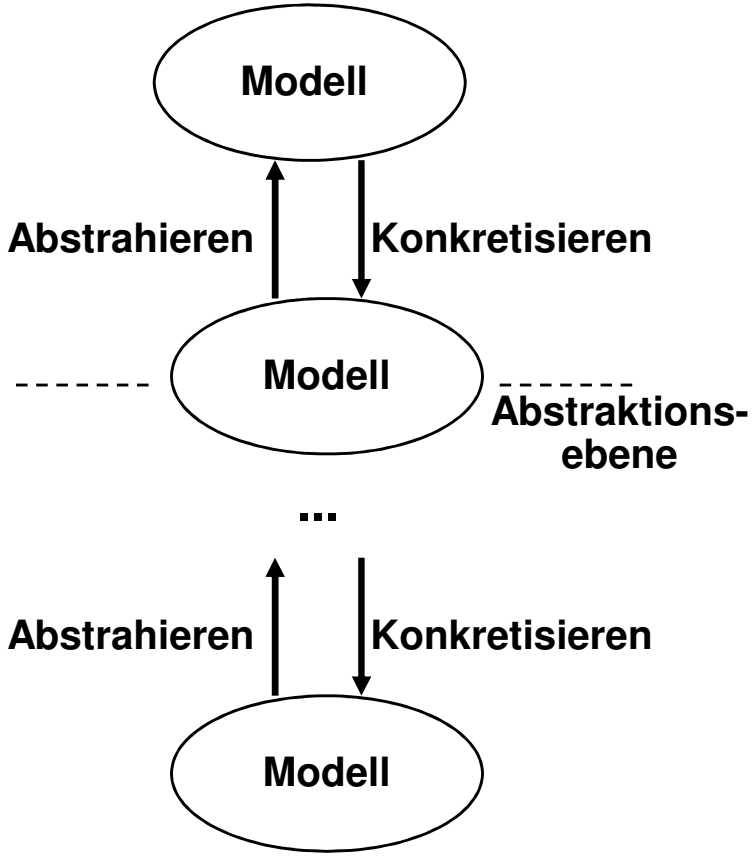
- **In der Informatik sind *systemorientierte* Betrachtungsweisen verbreitet. Ziel oft: Struktur- und Verhaltensmodelle entwickeln.**

- **Wahl der *Abstraktionsebene* spielt oft entscheidende Rolle:**
  - **⇒ Art und Umfang der Komponenten und ihrer Wechselwirkungen**
  - **⇒ Komplexität des Systems.**

Hierarchische Abstraktionsebenen

- **Vorgehensweise häufig *"von oben nach unten"* (engl.: *top-down*)**

  d.h. Informatiker beginnen oft mit einem Modell der Realität auf einer sehr hohen Abstraktionsebene und *konkretisieren* dieses Modell schrittweise zu immer detaillierteren Modellen, um sich einer Realisierung zu nähern.



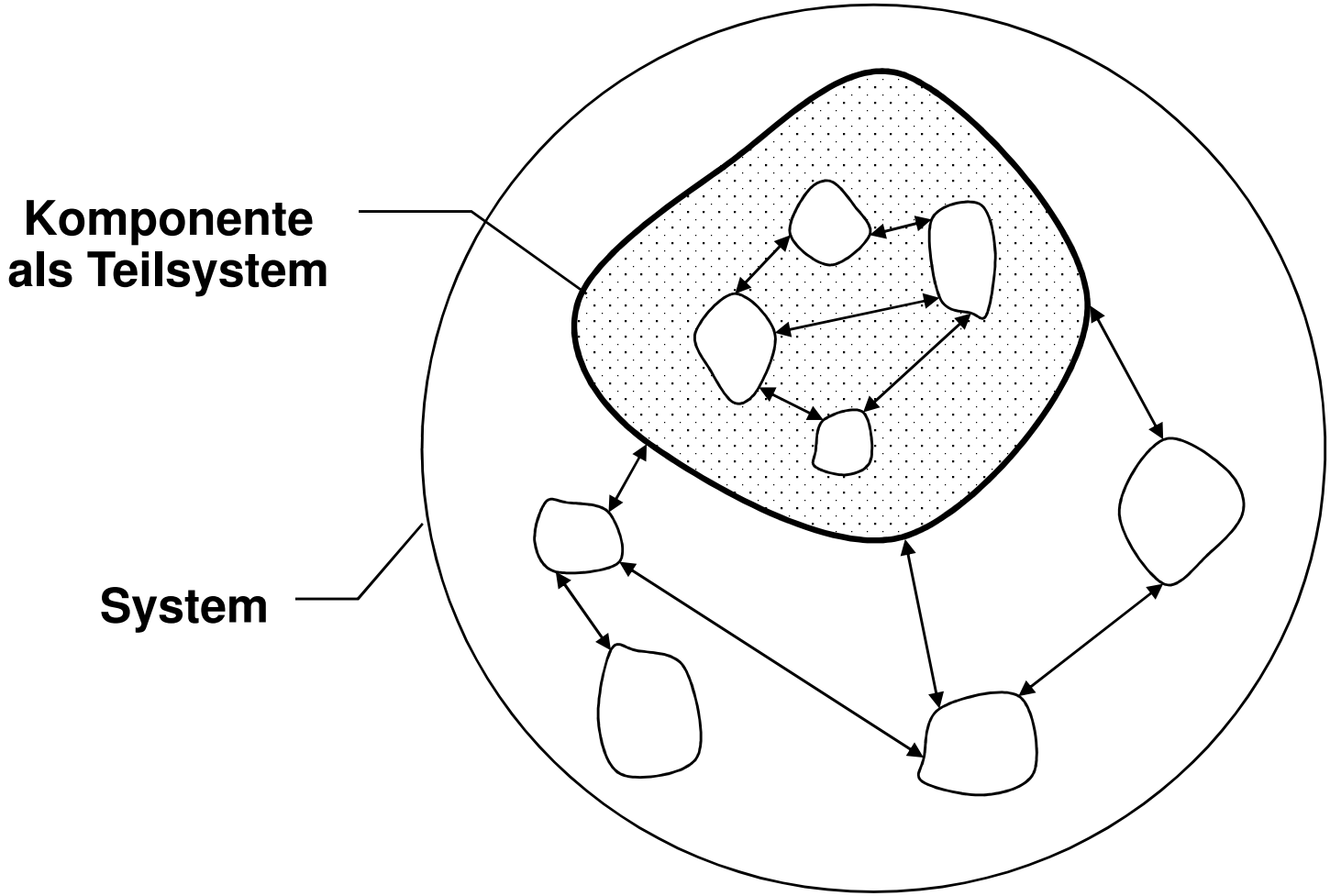
Beispiel

- **Ausschnitt aus den üblicherweise betrachteten Abstraktionsebenen eines Rechensystems**
- **wird im Verlaufe des Studiums konkretisiert**

		typische Modelle	*in Vorlesung*
6	Geschäftsprozess	Prozessketten	„E-Biz.“, evtl. BWL
5	Anwendungsprogramm	Datenflussdiagramm	Softwaretechnik
4	Betriebssystem	Prozesssysteme	Betriebssysteme
3	Prozessor	Maschinensprache	Rechnerorganisation
2	Funktionsblöcke	Register-Transfer-Sprache	Rechnerorganisation
1	digitale Signale	Gatter	Digitaltechnik
0	elektrische Signale	physikal. Modell	(Elektrotechnik)

Beispiel: Verfeinerung eines Systems

- **Eine Komponente eines Systems kann auf der nächsttieferen Abstraktionsebene selbst wieder als System betrachtet werden.**



2.3 Information und ihre Repräsentation

- **Information ist einer der zentralen Begriffe der Informatik:**
  - **"*Informatik* ist die Wissenschaft von der systematischen Verarbeitung von Information.**
  - **Sie befasst sich mit Struktur, Eigenschaften und Beschreibungsmitteln von Informationen und informationsverarbeitenden Systemen und deren Betrieb und Anwendung" (vgl. Kap.1).**

- **Bedeutung des Begriffs "Information" im täglichen Leben:**
  - **zutreffende Aussagen über bestimmte Gegenstände, Zustände, Ereignisse oder Zusammenhänge in der realen Welt.**

2.3 Information und ihre Repräsentation

- **Zur Bedeutung des Begriffs "Information" in der Informatik:**
  - **Unterschied: abstrakt, ohne Bezug zur realen Welt**
  - **d.h. abstrakter Bedeutungsgehalt von textuellen Ausdrücken, Grafiken, usw.**

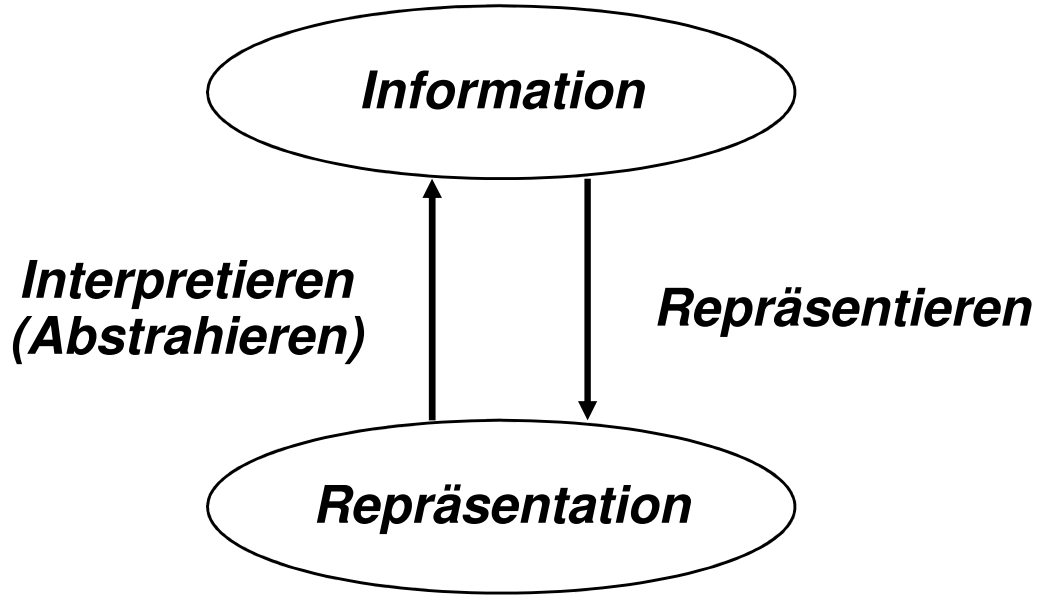
- **Information wird aber erst durch äußere Darstellungen verarbeitbar / kommunizierbar.**

⇒ **Die Informatik trennt strikt zwischen der abstrakten Information und ihren äußeren Darstellungen.**

Information und Repräsentation - Definition

Def

- ***Information*** **nennt man den abstrakten Bedeutungsgehalt (Semantik) einer Beschreibung, Aussage, Nachricht, usw.**
- **Äußere Form der Darstellung heißt *Repräsentation*.**
- **Übergang von der Repräsentation zur abstrakten Information heißt *Interpretation*, in umgekehrter Richtung spricht man von *Repräsentierung*.**



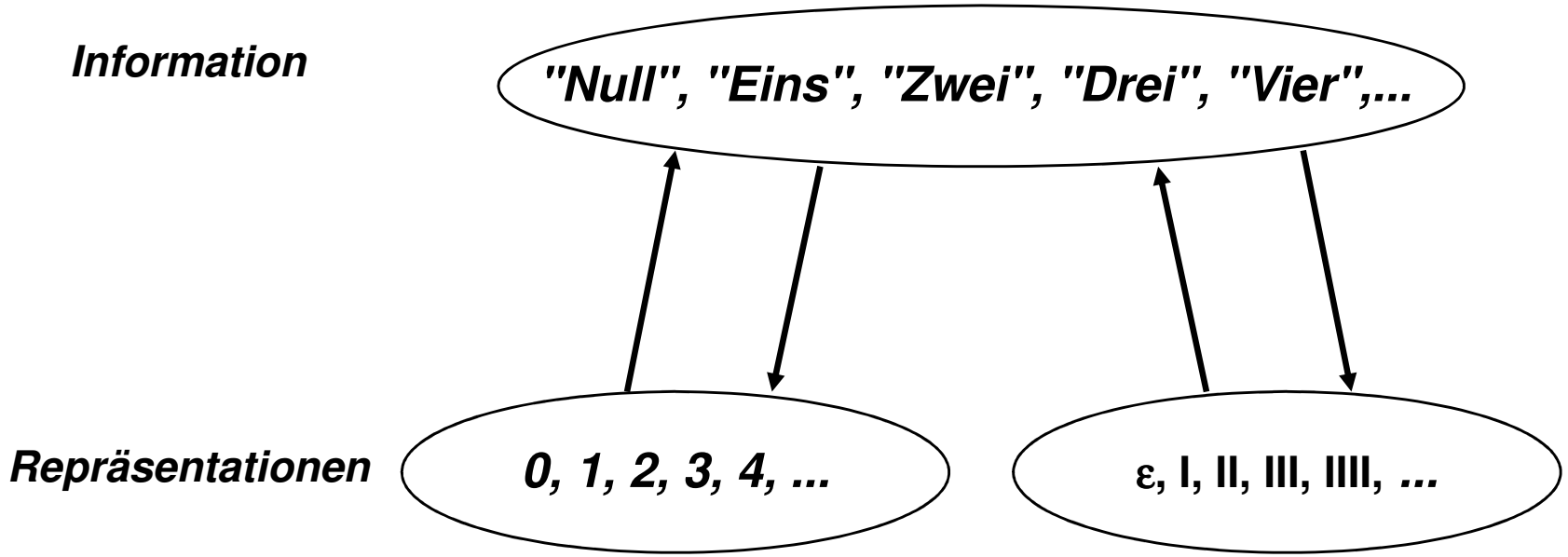
Anmerkungen

- **Typische Repräsentationen:**
  - **Körperbewegungen (Handzeichen)**
  - **das gesprochene Wort (akustische Repräsentation)**
  - **Zeichenfolgen (das geschriebene Wort)**
  - **grafische Darstellungen (Zeichnungen, Ikonen, ...)**
- **Festlegung für die Deutung von Repräsentationen notwendig. Durch Bedeutung wird die Repräsentation zu Information.**
- **Repräsentationen können mehrere Bedeutungen besitzen.**

  Beispiel: Zeichenfolge "G", "R" "Ü" "N":
- **Repräsentationssysteme sind i.d.R.**
  - **unterschiedlich leistungsfähig (mächtig) und**
  - **abhängig von der darzustellenden Information unterschiedlich zweckmäßig in Hinblick auf die beabsichtigte Verarbeitung.**

Anmerkungen (2)

- **Dieselbe Information kann mehrere unterschiedliche (aber semantisch gleichwertige) Repräsentierungen besitzen.**
- **Beispiel: Die natürlichen Zahlen**
  - **Repräsentationssystem 1:**
    Notation üblicher Dezimalzahlen: 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...
  - **Repräsentationssystem 2:**
    Strichfolgen: leere Folge ε, I, II, III, IIII, IIIII, ...



Verstehen

Def

- **Herstellen von Beziehungen zwischen der in Repräsentationen enthaltenen abstrakten Information und der realen Welt wird *Verstehen* genannt.**

- **Verstehen einer Nachricht beinhaltet damit**
  - **Erkennen der Bedeutung der Nachricht (abstrakte Information)**

    und
  - **Herstellen des Bezugs zur realen Welt.**

- **Verstehen ist ein subjektiver Prozess und nicht formalisierbar.**

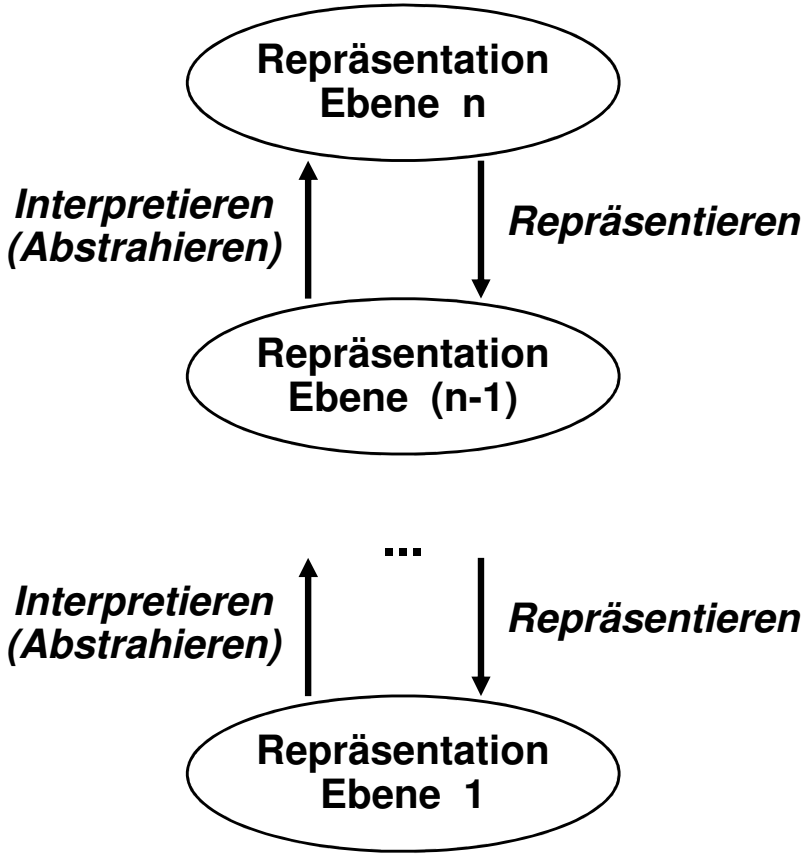
Hierarchische Repräsentierungsebenen

- **Vorgang der Repräsentierung / Interpretation kann wiederholt über mehrere Abstraktionsebenen erfolgen.**

  ⇒

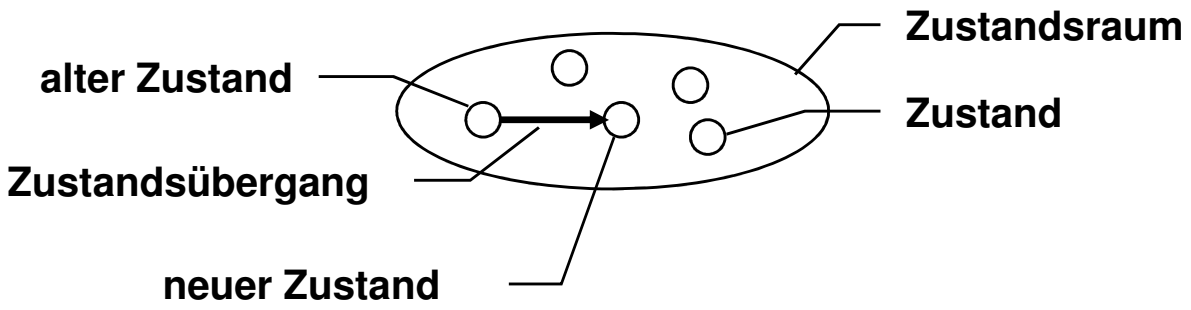
  hierarchisch angelegte Repräsentierungssysteme für Information auf verschiedenen Abstraktionsstufen.

- **Dieser Ansatz wird z.B. im Rahmen der Betrachtung von Datenstrukturen und der Programmierung eine große Rolle spielen.**

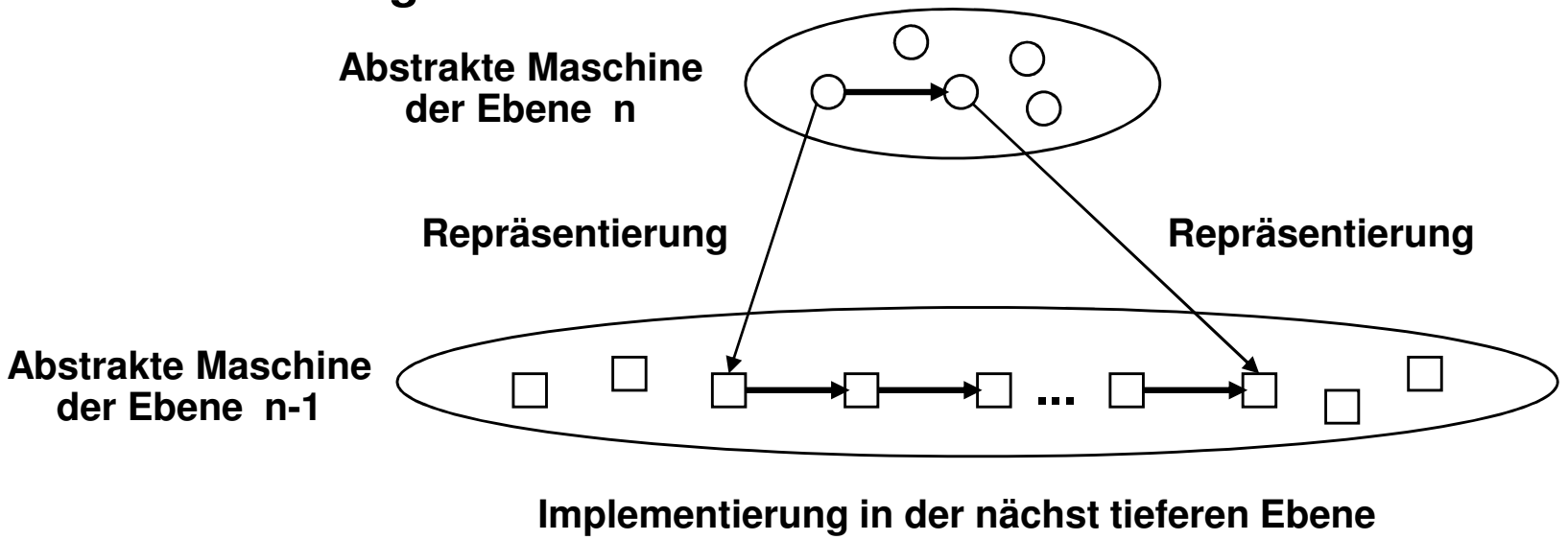


Beispiel: Hierarchie abstrakter Maschinen

- **Repräsentationssystem jeder Ebene: abstrakte Maschine**



- **Hierarchiebildung**



Im Folgenden:

- **In den folgenden beiden Abschnitten werden zwei in der Informatik häufig eingesetzte Repräsentationssysteme vorgestellt:**
  - **(textuelle) formale Sprachen**
  - **Graphen**

- **Diese werden detailliert im weiteren Informatikstudium behandelt.**

2.4 Formale Sprachen

- **Für die automatisierte Informationsverarbeitung mit Rechensystemen sind textuelle Darstellungen immer noch am weitesten verbreitet:**
  - **für menschliche Benutzer lesbare Ein- /Ausgabe**
  - **Kommandosprachen (z.B. UNIX shell)**
  - **Programmiersprachen für Informatiker: C/C++, Java, ...**
  - **Auszeichnungssprachen: SGML, HTML, XML, …**
- **In diesem Abschnitt:**
  Einführung des Begriffs der formalen Sprache

Zeichen, Zeichenvorrat

Def

- Ein ***Zeichen*** (engl. *character*) ist ein Element einer vereinbarten endlichen, nicht-leeren Menge, die als ***Zeichenvorrat*** bezeichnet wird.
- Zeichenvorrat aus genau zwei verschiedenen Zeichen heißt ***binärer Zeichenvorrat***.
- ***Bit*** (Abk. für ***binary digit***) bezeichnet jedes Zeichen aus einem binären Zeichenvorrat.
- ***Symbol:*** (streng genommen) ein Zeichen zusammen mit einer vereinbarten Bedeutung.
  Häufig werden aber Zeichen und Symbol gleichwertig benutzt.

Beispiele:

{+,-,,/}*

{Mo, Di, Mi, Do, Fr, Sa, So}

{0,1}, {dunkel, hell}, {0V, +5V}, {falsch, wahr}, {ja, nein}

i.d.R. *{0,1}*.

Alphabet

Def

- **Ein *Alphabet* $\sum$ ist ein Zeichenvorrat, auf dem eine lineare Ordnung (Reihenfolge) für die Zeichen definiert ist.**

- **Beispiele:**
  - ***{0,1}, 0<1***
  - ***{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}, 0<1<2<3<4<5<6<7<8<9***
  - ***{A,B,C, ...,Z,a,b,c, ...,z}, A<B<C< ...<Z<a<b<c< ...<z.***

Zeichenketten

Def

- Eine endliche Folge $w=a_1...a_n$ von Zeichen eines Alphabets Σ heißt ***Wort*** oder ***Zeichenkette*** (engl.: *string*) über Σ.
- Sei $w=a_1...a_n$ Zeichenkette über Σ, $|w|=n$ bezeichnet die ***Länge*** der Zeichenkette.
- Das ***leere Wort*** wird durch ε bezeichnet *(auch als "" geschrieben),* besitzt Länge 0.

Def

- Σ^* :⇔ Menge aller Zeichenketten über Σ
  Σ^+ :⇔ Menge aller nicht-leeren Zeichenketten über Σ
  Σ^n :⇔ Menge aller Zeichenketten der Länge *n* über Σ.
  - Beispiel: $\Sigma = \{0,1\}$, $\Sigma^* = \{0,1\}^* = \{\varepsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, ...\}$

- $\Sigma^* = \{0,1\}^*$ heißt die Menge der ***Binärwörter***,
  Elemente von Σ^n heißen auch ***n-Bit-Wörter*** oder ***Binärwörter*** *der Länge n*.

Konkatenation von Zeichenketten

Def

- Seien $\sum$ ein Alphabet, u = $a_1...a_m$ und v = $b_1...b_n$ Wörter über $\sum$.

  Das Wort

  $$w = uv = u||v = a_1...a_m b_1...b_n ,$$

  das durch Anfügen des Worts *v* an *u* entsteht, heißt *Konkatenation* oder *Verkettung von u und v*.

  Es gilt: $|uv| = |u| + |v|$.

- Ist $w \in \sum^*$ und *n* eine natürliche Zahl, dann bezeichnet w^n mit

  $$w^0 := \varepsilon$$

  $$w^{n+1} := w^n w$$

  das Wort, das aus *n* aneinandergefügten Kopien von *w* besteht,

  w^* bezeichnet ein beliebiges solches Wort (*n*-fache Wiederholung von *w* für irgendein *n*),

  w^+ ein nicht-leeres solches Wort.

Präfix / Suffix

Def

- **Sind $x, y, z \in \Sigma^*$ (leere Wörter eingeschlossen) und ist**

$$w = xyz = x||y||z,$$

dann heißt

x* ein *Präfix (Anfangsstück)* von *w

***y* ein *Teilwort* von *w* und**

***z* ein *Suffix (Endstück)* von *w*.**

Lexikographische Ordnung

Def

- Sei Σ ein Alphabet und $\leq$ die lineare Ordnung auf Σ.

  Für Wörter $w_1, w_2 \in \Sigma^*$ wird nun ebenfalls eine Ordnung $\leq_{lex}$, die ***lexikographische Ordnung***, <u>induktiv</u> durch folgende Festlegungen definiert:

  $\forall\, w \in \Sigma^* : \varepsilon \leq_{lex} w$

  $\forall\, a_1, a_2 \in \Sigma :$

  $a_1 // w_1 \leq_{lex} a_2 // w_2 \;:\Leftrightarrow\; a_1 < a_2$ oder $(a_1 = a_2$ und $w_1 \leq_{lex} w_2)$

- Die lexikographische Ordnung definiert eine lineare Ordnung auf Σ^*.
  - Beispiele:

    $\Sigma = \{0,1\}$, $0<1$

    $\varepsilon \leq_{lex} 0,\; 01 \leq_{lex} 1,\; 01 \leq_{lex} 10,\; 01 \leq_{lex} 011,\; 011 = 011$

Formale Sprache

Def

- **Sei Σ ein Alphabet. Eine Teilmenge $L \subseteq \Sigma^*$ heißt *(formale) Sprache*, $x \in L$ heißt *Wort der Sprache L.***

- **Beispiel:**

  $\Sigma = \{0,1\}$, $L = \{1, 01, 001, 0001, 00001, ...\} \subseteq \Sigma^*$.

  (Man kann L auch durch den Ausdruck *0*1* charakterisieren).

Operationen auf formalen Sprachen

Def

- **Sei Σ ein Alphabet und seien $L, M \subseteq \Sigma^*$ formale Sprachen.**
  - **$L \cup M$ *bzw.* $L \cap M$ bezeichnen (wie allg. für Mengen) die *Vereinigung* bzw. den *Durchschnitt* der beiden Sprachen *L* und *M.***
  - **$LM = \{ uv \mid u \in L \text{ und } v \in M \}$ bezeichnet die *Konkatenation* der *Sprachen L und M. Kurzschreibweisen:* $L^2 = LL$, $L^n = LL\ldots L$**
  - **L^* definiert durch $L_0 = \varepsilon$, $L_{n+1} = L_n L$, $L^* = \cup L_n$ beinhaltet die Menge aller Wörter, die durch Verkettung einer beliebigen Anzahl von Wörtern aus *L* entstehen (sog. *abgeschlossene* oder *Kleene'sche Hülle*).**
  - **$L^+ = L^* \setminus \{\varepsilon\}$**

- **Beispiel:**

  $\Sigma = \{0,1\}$, $L = \{01, 0001\} \subseteq \Sigma^*$

  $L^* = \{\varepsilon, 01, 0101, 0001, 010101, 010001, 000101, \ldots\}$

Codes

Def

- **Seien A und B Zeichenvorräte. Ein *Code* oder eine *Codierung* ist eine Abbildung**

$$c:A \rightarrow B \quad \text{oder} \quad c:A^* \rightarrow B^*.$$

(d.h. zwischen Zeichenvorräten A und B und auch zwischen Wörtern über Zeichenvorräten).

- **Die Bildmenge $\{b \in B \mid b=c(a), a \in A\}$ unter *c*, d.h. die Menge der Codewörter von *c*, wird ebenfalls *Code* genannt.**
- **Die Elemente von A werden auch *Klarzeichen* genannt, die Elemente von B auch *Codezeichen*.**

- **Die Abbildung eines Codes kann partiell sein, d.h. nicht für jedes Wort aus A^* muss eine Darstellung existieren.**

Decodierung

- In der Regel ist die Abbildung eines Codes injektiv, d.h. verschiedene Zeichen oder Wörter werden auf verschiedene Codewörter abgebildet.

- Dann ist auf der Bildmenge eine umkehrbare Codierung beschrieben durch eine Abbildung

Def

$$d: \{b \in B \mid b=c(a),\ a \in A\} \rightarrow A\ ,$$

die ***Decodierung*** genannt wird.

Binär-Codierung

Def

- **Für die Informationsdarstellung in Rechensystemen werden fast ausschließlich *Binär-Codierungen (Binär-Codes)* *von Alphabeten* betrachtet.**

  Dies sind Codierungen der Form

  $$c: A \rightarrow \{0,1\}^*,$$

  wobei *A* ein vorgegebenes Alphabet ist.

2.5 Graphen und Bäume

- **Graphen**: ***strukturelle Modelle***

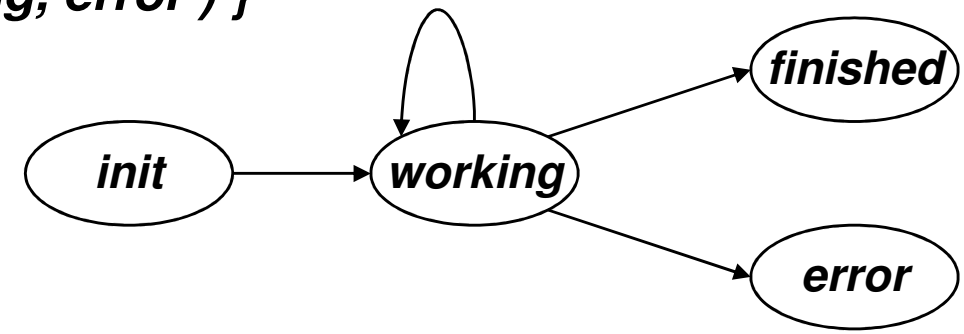
  d.h. mit ihnen können identifizierte Objekte und ihre Beziehungen zueinander beschrieben werden.
- **Graphen werden in der Informatik oft verwendet.**
- **Hier:**
  - **als formales Modell des intuitiven Systembegriffs**
  - **als weiteres konkretes Repräsentierungssystem für Information**

- **Bäume: spezielle Arten von Graphen.**

Graph

Def

- **Ein *gerichteter Graph* (engl. *graph*) *G = (V,E)* ist ein Paar, bestehend aus einer endlichen, nichtleeren Menge V zusammen mit einer Relation $E \subseteq V \times V$.**
  - **V heißt die Menge der *Knoten* (engl.: *vertices*) des Graphen *G.***
  - **E heißt die Menge der *Kanten* (engl.: *edges*) von *G.***
  - **Notation: Eine Kante $(a,b) \in E$ wird graphisch durch einen Pfeil von Knoten *a* zu Knoten *b* dargestellt.**
- **Beispiel:**
  - ***G = (V,E)* mit *V = { init, working, finished, error }* und**
  - ***E = { (init, working), (working, working), (working, finished), (working, error) }***



Graph (2)

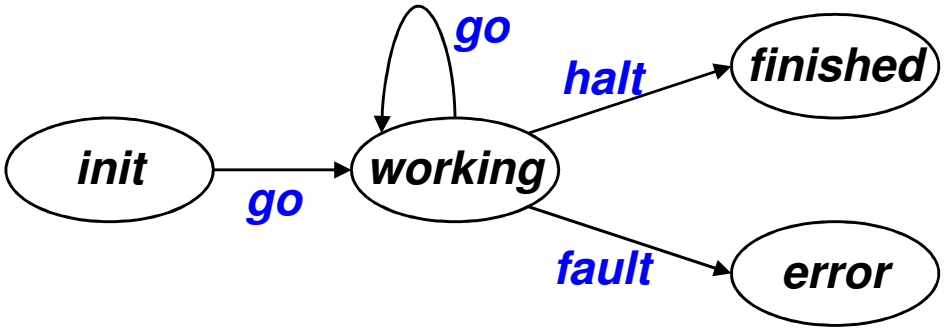
- **Ungerichtete Graphen:**
  Bei Kanten werden Richtungen nicht angenommen,
  d.h. die Reihenfolge der Knoten zur Bezeichnung einer Kante ist unerheblich.

Def

- **Ein Graph *G = (V,E)* heißt *markiert (bewertet, attributiert),***
  wenn jedem Knoten *(knotenmarkiert)* oder jeder Kante *(kantenmarkiert)* (oder beiden) durch eine Abbildung weitere Größen (Werte des Bildbereichs der Abbildung) zugeordnet sind.

Beispiel

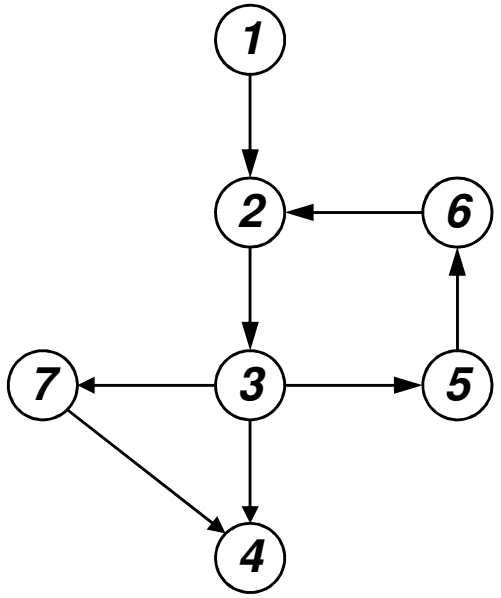
- ***G = (V,E)*** **mit**
  - ***V = { init, working, finished, error }*** **und**
  - ***E = { (init, working), (working, working), (working, finished), (working, error) }***
  - **Kantenbewertung** ***action: E → {go, halt, fault}***



Gerichteter Kantenzug, gerichteter Weg

Def

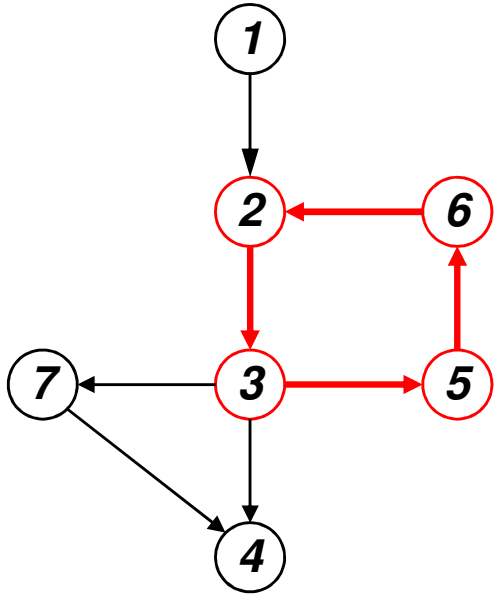
- Sei $G = (V,E)$ ein gerichteter Graph. Sei $z=(v_0, ..., v_n)$ eine Folge von n+1 Knoten des Graphen mit $(v_0,v_1), ..., (v_{n-1},v_n) \in E$; dann heißt z *gerichteter Kantenzug* in G der Länge n.
  (Die Folge der Knoten ist durch Kanten verbunden, mehrfaches Durchlaufen von Knoten ist erlaubt).
- Sei $G = (V,E)$ ein gerichteter Graph. Ein gerichteter Kantenzug $w=(v_0, ..., v_n)$ in G heißt *gerichteter Weg* in G, wenn alle Knoten verschieden sind.
- Beispiele:
  - *(3, 5, 6, 2, 3, 4)* ist ein gerichteter Kantenzug
  - Wege sind z.B. *(1, 2, 3, 7, 4)* und *(2, 3, 5, 6)*



Zyklus

Def

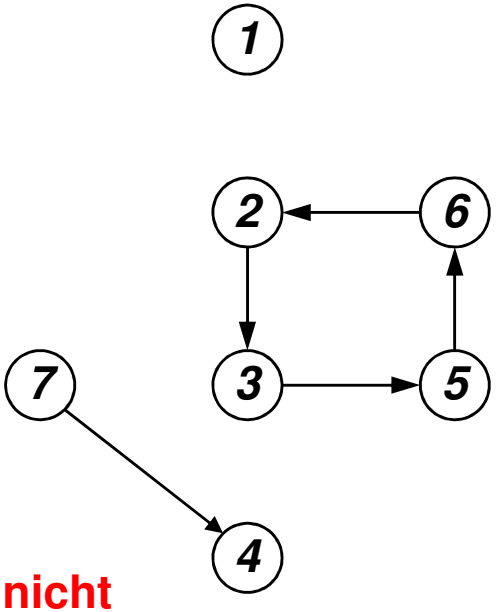
- Sei $G = (V,E)$ ein gerichteter Graph und $w=(v_0, ..., v_n)$ ein gerichteter Weg in G. Dann heißt $c=(v_0, ..., v_n, v_{n+1})$ ***Zyklus***, wenn $(v_n,v_{n+1}) \in E$ und $v_{n+1}=v_0$ (d.h. Anfangs- und Endknoten stimmen überein).
- Ein entarteter Zyklus $(v_i, v_i) \in E$ heißt ***Schlinge*** (von einem Knoten unmittelbar in ihn zurück).
- Ein Graph heißt ***zyklenfrei***, wenn er keinen Zyklus enthält.
- **Beispiel:**
  - $G = (V,E)$, $V=\{1,2,3,4,5,6,7\}$,
    $E = \{ (1,2), (2,3), (3,4), (3,5), (5,6), (6,2), (3,7), (7,4) \}$
  - $(2, 3, 5, 6, 2)$ ist ein **Zyklus**.



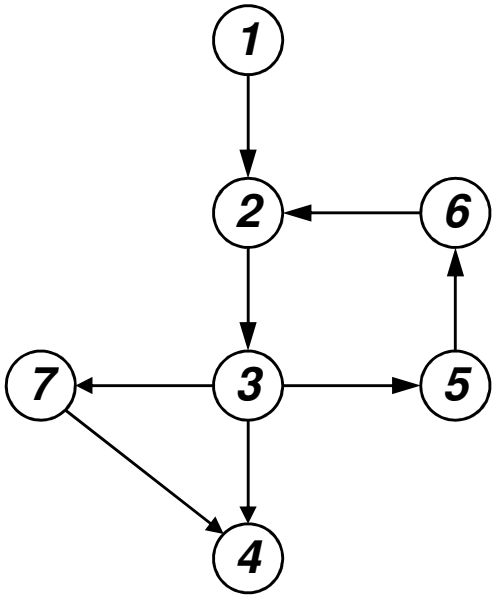
Zusammenhängender Graph

Def

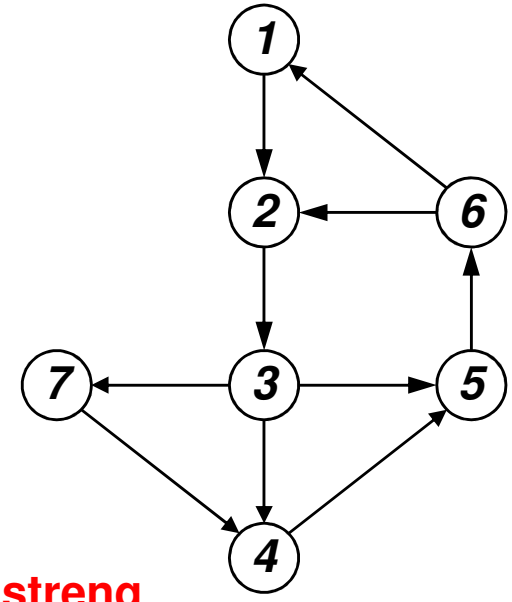
- Ein gerichteter Graph $G = (V,E)$ heißt ***zusammenhängend***, wenn es für je zwei Knoten $v_1, v_2 \in V$ mindestens einen gerichteten Weg zwischen ihnen in G gibt.
- Der Graph heißt ***streng zusammenhängend***, wenn es für je zwei Knoten $v_1, v_2 \in V$ einen Weg von v_1 nach v_2 und umgekehrt gibt (d.h. jeder Knoten kann von jedem anderen aus erreicht werden).
- Beispiele:



nicht zusammenhängend



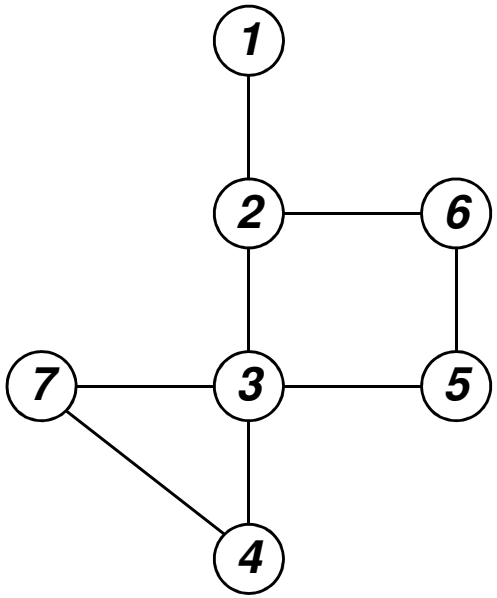
zusammenhängend
nicht streng zusammenhängend



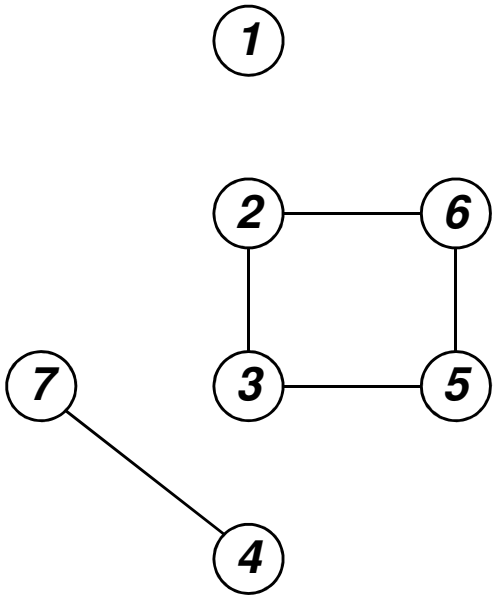
streng zusammenhängend

Zusammenhängender Graph (2)

- **Ergänzung: Ein ungerichteter Graph heißt zusammenhängend, wenn es für je zwei Knoten $v_1, v_2 \in V$ mindestens einen ungerichteten Weg zwischen ihnen gibt.**
- **Beispiel:**



zusammenhängend



nicht zusammenhängend

Gerichteter Baum

Def

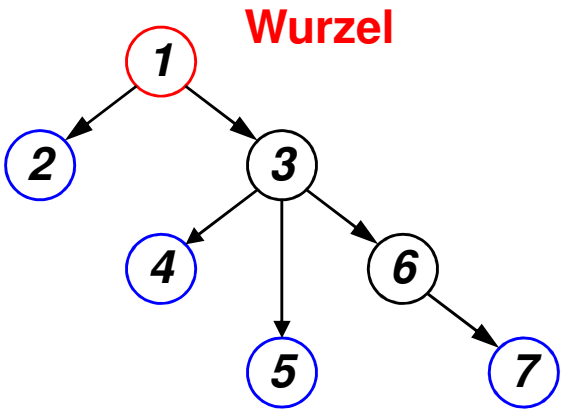
- Sei $B = (V,E)$ ein gerichteter Graph.
  B heißt *baumartig* oder kurz *Baum* (engl.: *tree*), wenn gilt:
  - B ist zusammenhängend und zyklenfrei.
  - Es gibt genau einen Knoten $v_w \in V$, in den keine Kante mündet. Dieser Knoten heißt *Wurzel* des Baumes.
  - Von der Wurzel v_w des Baumes gibt es zu jedem anderen Knoten $v \in V$, $v \neq v_w$ genau einen gerichteten Weg.
- Ein Knoten v heißt *Blatt* oder *Endknoten*, wenn er keine ausgehende Kante besitzt, d.h. wenn kein v' existiert mit $(v,v') \in E$.

Beispiel:

$B = (V,E)$

$V = \{1,2,3,4,5,6,7\}$

$E = \{ (1,2), (1,3), (3,4), (3,5), (3,6), (6,7) \}$

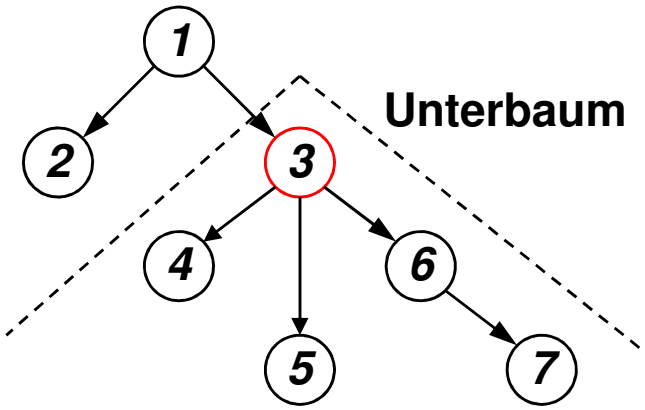


Die Knoten 2, 4, 5 und 7 sind die Blätter von B.

Gerichteter Baum (2)

Def

- Die Knoten $v' \in V$, die von einem Knoten v durch eine einzige Kante $(v,v') \in E$ erreicht werden, heißen *Söhne* oder *Kinder* von v (umgekehrt *Vater*).
- Die Gesamtheit aller von v (auch über Zwischenknoten) erreichbaren Knoten heißen die *Nachfahren* von v. Diese bilden wiederum einen Baum, für den v die Wurzel ist. Dieser Baum heißt auch der von v *aufgespannte Unterbaum*.
- Die Knoten auf dem Weg von der Wurzel bis vor v heißen die *Vorfahren* von v.

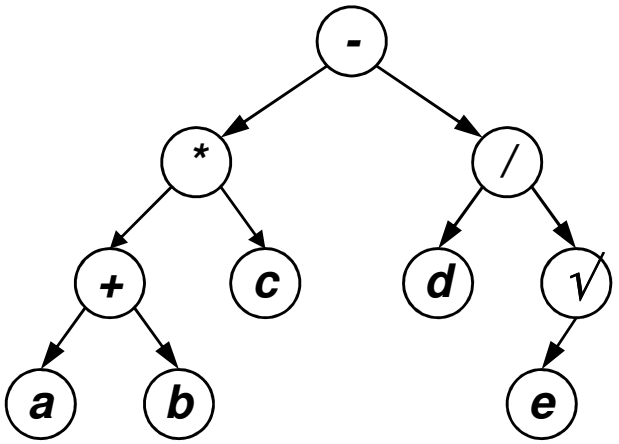


- Die Knoten 2 und 3 sind die Söhne von 1.
- 4, 5, 6, 7 sind die Nachfahren von 3.
- 1 und 3 sind die Vorfahren von 5.

Binärer Baum

Def

- **Sei *B = (V,E)* ein gerichteter Baum. *B* heißt *binärer Baum* oder *Binärbaum*, wenn jeder Knoten höchstens zwei Söhne hat und zwischen dem *linken Unterbaum* und dem *rechten Unterbaum* unterschieden wird.**
- **Beispiel: Arithmetischer Ausdruck *(a+b)*c-d/√e***



Operanden sind Blätter

- **Im Baum werden keine Klammern benötigt**
- **vgl. Eingabe bei Taschenrechnern** („Umgekehrte Polnische Notation“, etwa bei HP-Modellen)

2.6 Algorithmen

- In diesem Abschnitt soll ein weiterer Aspekt von Informatik angerissen werden:

  "Informatik ist die Wissenschaft von der systematischen Verarbeitung von Information" (vgl. Kap.1).
- Die automatisierte Verarbeitung verlangt, dass die Verarbeitungsvorschrift
  - in ihrer Bedeutung exakt festgelegt ist,
  - eine geeignete Repräsentation in einer formalen Sprache oder einer graphischen Darstellungsform besitzt
  - und letztlich durch einen Prozessor eines Rechensystems ausführbar ist.
- Der in der Informatik verwendete Begriff für derartige Verarbeitungsvorschriften ist der des ***Algorithmus***.

Einordnung

- **In der Theoretischen Informatik**
  - **Algorithmus-Begriff wird exakt über math. Konzepte eingeführt**
  - **z.B. Markov-Algorithmen, Turing-Maschinen.**

- **Hier: *Intuitiver* Algorithmus-Begriff**
  - **Konkrete Algorithmen (z.B. für Sortierprobleme unter Nutzung bestimmter Datenstrukturen) werden in der Vorlesung „Algorithmen und Datenstrukturen“ im 2. Fachsemester behandelt.**

Einordnung (2)

- **Herkunft des Begriffs Algorithmus (vgl. Kap.1):**
  - **Rechenbuch von Muhammed ibn Musa Al-Chwarizmi**
  - **ca. 1750 in Zusammenhang mit den vier Grundrechenarten benutzt**
  - **Ab Mitte dieses Jahrhunderts zur Bezeichnung einer allgemeinen Handlungs- und Bearbeitungsvorschrift**

- **Nicht-präzise Verarbeitungsvorschriften aus dem täglichen Leben:**
  - **Kochrezept**
  - **Strick- und Häkelmuster**
  - **Bedienungsanleitung / Gebrauchsanweisung**

Intuitiver Algorithmus-Begriff

Def

- **Ein *Algorithmus* ist ein Verfahren mit einer *präzisen* (d.h. in einer genau festgelegten Sprache abgefassten) *endlichen* Beschreibung unter Verwendung *effektiver* (d.h. tatsächlich ausführbarer) elementarer Verarbeitungsschritte zur Lösung einer Klasse gleichartiger Probleme.**
- **Anmerkungen:**
  - **Unterscheidung zwischen dem Algorithmus und seiner Beschreibung (d.h. Repräsentation).**
  - **Das aus einer Klasse speziell zu bearbeitende Problem wird durch Eingabe-Parameter bestimmt.**
  - **Algorithmen liefern für Eingaben i.d.R. Resultate als Ausgaben. Algorithmus entspricht in diesem Sinne einer partiellen Abbildung.**
  - **Zur Lösung einer Problemklasse gibt es i.d.R. verschiedene Algorithmen.**
  - **Abhängig von den zur Verfügung stehenden elementaren Aktionen können Algorithmen zur Lösung derselben Problemklasse sehr unterschiedlich ausfallen.**

Wichtig

- **Unabhängig von der Beschreibungsform ist es bei Algorithmen wichtig, die folgenden Aspekte zu unterscheiden:**
  - **die Aufgabenstellung, d.h. die zu lösende Problemklasse.**
  - **Die Art und Weise, wie die Aufgabe bewältigt wird, unterschieden nach**
    - **den elementaren Verarbeitungsschritten, die zur Verfügung stehen,**
    - **der Beschreibung der Auswahl der einzelnen auszuführenden Schritte.**

Eigenschaften von Algorithmen

- **Merkmale eines Algorithmus zu seiner Beurteilung**
- **Ein Algorithmus heißt *für eine Eingabe***

Def

  - ***terminierend***: **endet stets nach endlich vielen Schritten**
  - ***deterministisch***: **keine Freiheit in der Auswahl der Verarbeitungsschritte**
  - ***determiniert***: **Resultat/Endzustand des Algorithmus eindeutig bestimmt**
  - ***korrekt***: **im Endzustand liegt eine Lösung des Problems vor**
  - ***sequenziell***: **Folge von Verarbeitungsschritten**
  - ***parallel***: **gewisse Verarbeitungsschritte werden nebeneinander ausgeführt**

- **Ein Algorithmus heißt insgesamt *terminierend (deterministisch, determiniert, korrekt, sequenziell)*, wenn der Algorithmus diese Eigenschaft für jede zulässige Eingabe besitzt.**

Beispiel

- **Euklids Algorithmus zur Berechnung des größten gemeinsamen Teilers (ggT).**
- **<u>Aufgabenstellung</u>: Gegeben seien zwei ganze Zahlen *a* und *b* mit *a>0* und *b>0*. Gesucht wird der größte gemeinsame Teiler *ggT(a,b)* von *a* und *b*.**
- **<u>Algorithmus</u> für *ggT(a,b)* nach Euklid:**
  - **(1) falls *a=b*, dann ist *ggT(a,b) = a*;**
  - **(2) falls *a<b*, dann wende den Algorithmus *ggT* an auf *(a,b-a)*.**
  - **(3) falls *b<a*, dann wende den Algorithmus *ggT* an auf *(a-b,b)*.**
- **Anmerkungen:**
  - **arithm. Operation "-" und Vergleichsoperationen "*<*" und "*=*" werden als die elementaren Verarbeitungsschritte angenommen.**
  - **Lässt man die Einschränkungen *a>0* und *b>0* weg, so erhält man einen Algorithmus, der für ungleiche negative Zahlen nicht terminiert.**
  - **Der Algorithmus ist**
    - **sequenziell**
    - **deterministisch (damit auch determiniert, Umkehrung gilt nicht!)**
    - **korrekt.**

Beobachtung

- **Klassische Elemente in der Beschreibung von Algorithmen sind:**
  - **Ausführung elementarer Schritte**
  - **Fallunterscheidung über Bedingungen**
  - **Wiederholung und Rekursion**
- **Diese Elemente treten in ähnlicher Form in allen Systemen zur Repräsentierung von Algorithmen auf.**
- **Sie bilden auch die Grundlage jeder Programmierausbildung (vgl. Vorlesung OOSE).**

Güte von Algorithmen

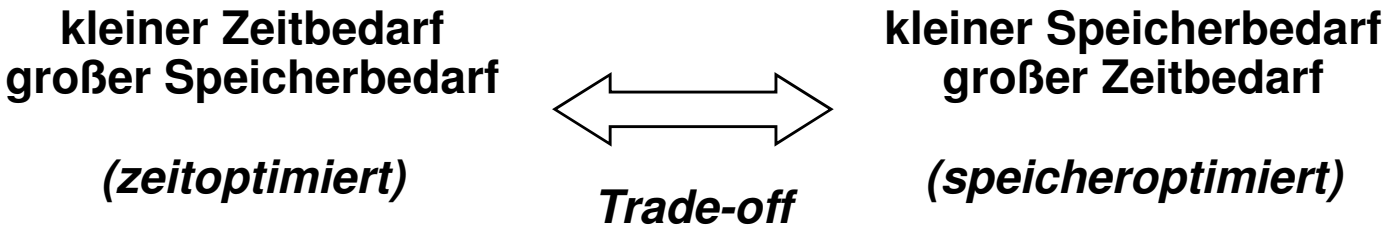
- **Beim Vergleich von Algorithmen interessieren nicht nur die o.a. Eigenschaften, vielmehr sind auch Maße (Vergleichsmaßstäbe) für ihre Effizienz gefragt.**

Def

- **Unter der *Komplexität* eines Algorithmus versteht man den Aufwand in Abhängigkeit vom Anfangszustand, der durch die Ausführung des Algorithmus entsteht, gemessen in**
  - ***Speicherbedarf*** **zur Speicherung von internen Zuständen usw.**
  - ***Zeitbedarf*****, gemessen in der Anzahl der benötigten Schritte**

Güte von Algorithmen (2)

- **I.d.R. besteht Zielkonflikt zw. Speicherbedarf und Zeitbedarf:**



- **Eine ausführlichere Behandlung der Komplexität von Algorithmen erfolgt in den Vorlesungen „Algorithmen und Datenstrukturen (ADS)“ sowie „Automatentheorie und Formale Sprachen (AFS)“**

Repräsentierung von Algorithmen

- **Die Beschreibung eines Algorithmus erfolgt in einer Sprache. Beispiele sind etwa:**
  - **natürliche Sprache (Kochrezept: "Man nehme ...")**
  - **halbformale Sprache**
    (Strickmuster: * 2 re, 2 li; ab * wdh. bis Ende)
  - **mathematische Formeln (*$f(x)=3x^2+7x+5$*)**
  - **Graphen**
    - **z.B. Straßenkarte für eine Zielanfahrt,**
    - **elektrischer Schaltplan,**
    - ***Unified Modeling Language* UML,**
      (vgl. Vorlesung Softwaretechnik).

Repräsentierung von Algorithmen (2)

- **Weitere Beispiele:**
  - **Programmiersprachen verschiedener Abstraktionsebenen und Anwendungsbereiche (vgl. Vorlesung OOSE)**
    - **programmierbare Taschenrechner,**
    - **Maschinensprache**
    - **Assembler,**
    - **C/C++, Java, Ruby, ... (Universelle Programmiersprachen)**
    - **APL (Mathematik),**
    - **XSLT, XQuery (Auszeichnungssprachen)**
    - **Structured Query Language (SQL, für Datenbanken).**
  - **Hardware-Beschreibungssprachen (vgl. Vorlesung Rechnerorganisation), z.B.**
    - **VHDL (Beschreibung von Verfahren, die in Hardware ablaufen)**

Programmiersprachen, Programme

- Für die Informatik sind nur Sprachen interessant, die eine exakte Festlegung der Algorithmen erlauben, da nur so eine maschinelle Verarbeitung erfolgen kann.

Def

- ***Syntax*** einer Sprache: definiert die zulässigen Anordnungen der Sprachelemente auf der Ebene der Repräsentation.
- ***Semantik*** einer Sprache: definiert eine Interpretation und legt fest, wie die Sprachelemente in Hinblick auf das Problemlösungsverfahren zu interpretieren sind.
- ***Programmiersprache***: eine formale Sprache zur Repräsentation von Algorithmen. Ein in einer solchen Programmiersprache beschriebener Algorithmus heißt ***Programm***.

Ausführung eines Programms

- ***Prozessor***: **eine ein Programm ausführende Instanz**
- ***Prozess***: **Ausführung eines Programms für ein konkretes Problem**

- **Vorgehensweise: Prozessor liest die Repräsentation des Programms, interpretiert diese in Hinblick auf die Problemlösung.**
  Er führt die darin vorgesehenen elementaren Aktionen aus.
- **Die Ausführung paralleler Algorithmen führt zu *nebenläufigen Prozessen*.**

Anmerkungen

- **Nur wenige Programmiersprachen bieten ein Konzept für Parallelität.**

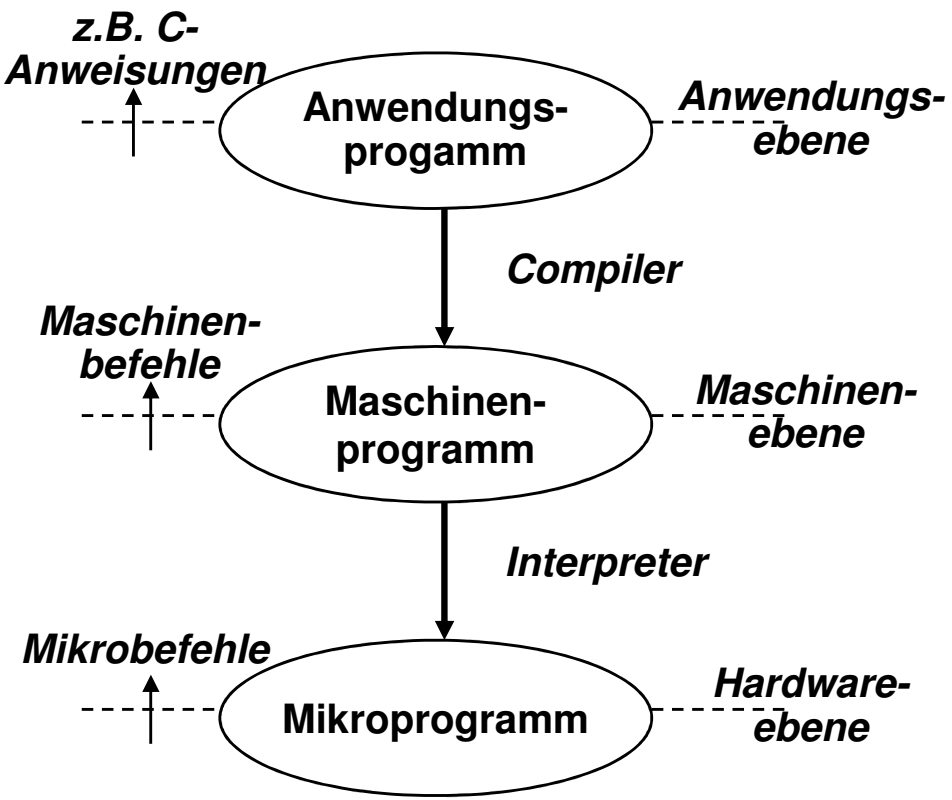
- **Nebenläufigkeit ("Quasiparallelität") wird detailliert in der Vorlesung Betriebssysteme (3. Semester) besprochen.**

- **Betriebssysteme unterstützen mit ihrem Prozesskonzept die nebenläufige Ausführung von Programmen (bei Vorhandensein mehrerer Prozessoren bzw. Prozessorkerne in einem Rechensystem findet die Ausführung tatsächlich parallel statt).**

Programme verschiedener Abstraktionsebenen

- Algorithmen sind auf verschiedenen Abstraktions-ebenen definierbar. Diese gehen einher mit dem angenommenen Vorrat an elementaren Aktionen.
- Unterschieden mindestens: *Maschinenebene* und *Anwendungsprogrammebene*.
- Übersetzung von Programmen zwischen verschiedenen Abstraktionsebenen:
  - Compiler
  - Interpreter

Beispiel:



Abstraktionsebenen in Anwendungsprogrammen

- **Moderne Programmiersprachen (wie C++, Java, Smalltalk, Ruby) unterstützen die Definition problemangepasster (benutzerdefinierter) Abstraktionsebenen.**
- **Damit ist es Anwendungsprogrammierern möglich, sich im Sinne von abstrakten Maschinen eigene, auf der betrachteten Ebene als elementar angesehene Objekte und Aktionen zu definieren.**
- **Vorteil:**
  - **Übergang zwischen den verschiedenen Arbeitsphasen bei der Realisierung informationstechnischer Systeme wird erleichtert (von Systemanalyse über Systementwurf zur Implementierung; vgl. Vorlesungen Programmiermethoden und -techniken und Softwaretechnik).**
- **Diese Abstraktionsebenen innerhalb eines Anwendungs-programms sind auf der Maschinenebene heutiger Prozessoren nicht sichtbar.**

Beispiel: Primzahlsuche (einfacher Algorithmus)

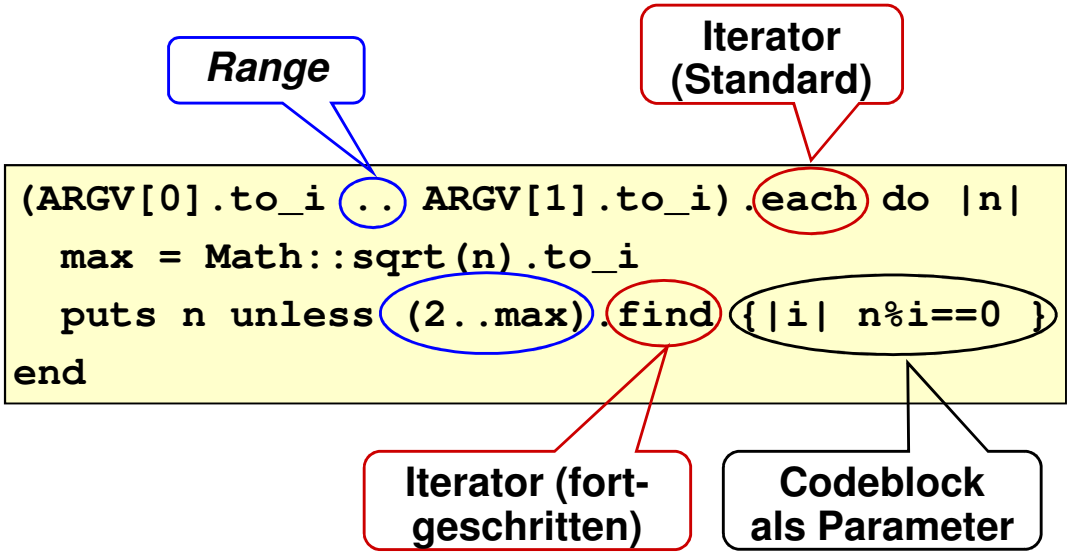
a) Lösung in „C“

```
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include <math.h>

int main( int argc, char* argv[])
{
  int i, imax, n, n1, n2;

  n1 = atoi(argv[1]);
  n2 = atoi(argv[2]);
  for (n=n1; n<=n2; n++) {
    imax = (int) sqrt((double) n);
    for (i=2; i<=imax; i++)
        if (n%i==0) goto no_prime;
    printf("%d\n", n);
no_prime:
    continue;
  }
  return 0;
}
```

b) Lösung in Hochsprache „Ruby“



Der höhere Abstraktionsgrad der Hochsprache

- gestattet die Verwendung kompakter, problemangepasster Sprachelemente
- ermöglicht die Formulierung gut lesbaren und dennoch sehr kurzen Quellcodes
- führt so zu kürzeren Entwicklungszeiten
- erfordert mehr Rechner-Ressourcen zur Laufzeit