Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Marc Zschiegner

Diskrete Strukturen
Wintersemester 2019/20

10. Übungsblatt

Präsenzaufgaben für die Woche vom 13. bis 17.01.2020

A Den folgenden Satz kann man mit vollständiger Induktion beweisen: *Für jede natürliche Zahl* $n \geq 1$ *gilt:* $1 + 3 + 5 + ... + (2n-1) = n^2$.
Kreuzen Sie an, was im Induktionsschritt zu zeigen ist:
Wenn für eine natürliche $n \geq 1$ gilt $1 + 3 + 5 + ... + (2n-1) = n^2$, dann gilt …

- ❑ $1 + 3 + 5 + ... + 2n = (n+1)^2$
- ❑ $1 + 3 + 5 + ... + (2n+1) = (n+1)^2$
- ❑ $1 + 3 + 5 + ... + (2(n+1)-1) = n^2$

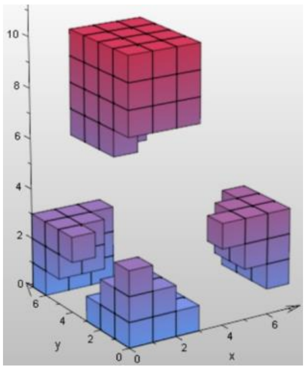
B Beweisen Sie $1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + ... + n \cdot 2^n = (n-1) \cdot 2^{n+1} + 2$ für jede natürliche Zahl $n \geq 1$.

Hausaufgaben für die Woche vom 20. bis 24.01.2020

1 Beweisen Sie mit vollständiger Induktion nach n:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}.$$

Machen Sie sich mit Hilfe folgender Abbildung klar, wie man auf diese Formel kommen kann.



2 Beweisen Sie die **geometrische Summenformel** mit vollständiger Induktion. Sei q eine reelle Zahl $\neq 1$, und sei n eine natürliche Zahl. Dann gilt:

$$1 + q + q^2 + q^3 + ... + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}.$$

3 Beweisen Sie durch vollständige Induktion: Für jede natürliche Zahl $n \geq 1$ gilt:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = (1 + 2 + 3 + ... + n)^2.$$

In Worten: Die Summe der ersten n positiven Kubikzahlen ist gleich dem Quadrat der Summe der ersten n positiven ganzen Zahlen.

Worüber Mathematiker lachen

In jeden Koffer passen unendlich viele Taschentücher. Beweis mit Induktion: Eines mehr passt immer noch rein.