



## Ü B U N G E N

zur Veranstaltung **Quantencomputing** im Studiengang Angewandte Informatik

No. 4

Martin Rehberg

---

### Klassische Berechnungen umkehrbar gestalten

Zur Beschreibung einer booleschen Funktion sind Konjunktion, Disjunktion und Negation ausreichend. Auf Schaltungsebene genügen also schon die Gatter AND, OR und NOT. Allerdings sind AND und OR nicht umkehrbar! Wir betrachten

$$T_0 : (a, b, c) \mapsto (a, b, c \oplus ab).$$

Das entsprechende Gatter heißt *Toffoli*-Gatter.

**Aufgabe:** Zeigen Sie, dass das Toffoli-Gatter *universell* ist, indem Sie zeigen, dass eine Belegung der Eingabewerte existiert, für die

- (i)  $T_0$  die Negation  $\bar{a} = \neg a$  realisiert.
- (ii)  $T_0$  die Konjunktion  $ab = a \wedge b$  realisiert.

Folgern Sie, dass auch die Disjunktion  $a \vee b$  mit Toffoli-Gattern realisiert werden kann. Zeigen Sie im Anschluss, dass das Toffoli-Gatter umkehrbar ist.

*Hinweis:* Jede umkehrbare Operation ist eine Permutation der Eingabebits und somit unitär. Also lässt sich jeder (klassische) Schaltkreis in einen Quantenschaltkreis überführen, wobei die Anzahl der Gatter höchstens um einen konstanten Faktor wächst.

### Übungsaufgaben Quantencomputing

**Aufgabe 1:** Implementieren Sie den  $n$ -Bit Zufallsgenerator aus der Vorlesung so, dass dieser ein Zufallsbyte erzeugt.

**Aufgabe 2:** Analysieren Sie das alternative Verfahren zum Problem von Deutsch bzgl. der Basis  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  aus der Vorlesung. Gehen Sie dabei analog zur Analyse des Verfahrens zum Problem von Deutsch bzgl. der Standardbasis vor.

**Aufgabe 3:** Der Zustand eines Quantenregisters bestehend aus drei Qubits sei

$$|q_2 q_1 q_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|000\rangle + \frac{1}{2}|100\rangle + \frac{1}{\sqrt{8}}|101\rangle + \frac{1}{\sqrt{8}}|111\rangle$$

Bestimmen Sie das Ergebnis der Messung, wenn Sie

- (i)  $|q_0\rangle$  messen.
- (ii)  $|q_2\rangle$  messen.