



DB: Datenbanken

Relationale Algebra

Prof. Dr. Ludger Martin

Gliederung

- ★ Einführung
- ★ Relationenorientierte Operationen
- ★ Mengenoperationen
- ★ Beispiele
- ★ Relationale Algebra und relationale Sprachen

Einleitung

- ★ **relationale Algebra**

Die *relationale Algebra* ist prozedural orientiert. Sie beinhaltet implizit einen Abarbeitungsplan für die Anfrage. Die rel. Algebra ist wichtig für die Optimierung von Anfragen.

- ★ Die *relationale Algebra* ist **abgeschlossen**, d.h. die Ergebnisse der Anfragen sind wieder Relationen.

Relationenorientierte Operationen

- ★ Die **Selektion** realisiert eine Auswahl einer Tupelmenge aus einer Relation (*Zeilenauswahl*). Der *Selektionsoperator* $\sigma_P(r)$ (Sigma) selektiert die Menge der Tupel aus der Relation r , für die das Selektionsprädikat P wahr ist.
- ★ Ein Selektionsprädikat kann Verknüpfungen mit Hilfe der logischen Operatoren AND, OR und NOT enthalten.

★ $\sigma_{\text{einzelpreis} > 13}(b_beinhaltet_m)$

a_nr	be_nr	anzahl	einzelpreis
0001-E	BE-0020	1	4.99
0007-B	BE-0020	1	11.9
0008-B	BE-0010	2	8.9
0010-T	BE-0049	1	14.9
0012-T	BE-0023	1	14.9
0017-V	BE-0010	1	14.9
0018-V	BE-0056	3	17.9

Relationenorientierte Operationen

- ★ Die **Projektion** realisiert eine Auswahl einer Attributliste aus einer Relation (*Spaltenauswahl*). Der *Projektionsoperator* $\pi_A(r)$ (Π) führt die Projektion auf die Attribute der Liste A aus der Relation r durch.

- ★ $\pi_{a_nr, \text{einzelpreis}}(b_beinhaltet_m)$

a_nr	be_nr	anzahl	einzelpreis
0001-E	BE-0020	1	4.99
0007-B	BE-0020	1	11.9
0008-B	BE-0010	2	8.9
0010-T	BE-0049	1	14.9
0012-T	BE-0023	1	14.9
0017-V	BE-0010	1	14.9
0018-V	BE-0056	3	17.9

Relationenorientierte Operationen

- ★ Operationen können auch kombiniert werden

$$\pi_{anr, einzelpreis}(\sigma_{einzelpreis > 13}(b_beinhaltet_m))$$

alternativ

$$\sigma_{einzelpreis > 13}(\pi_{anr, einzelpreis}(b_beinhaltet_m))$$

a_nr	be_nr	anzahl	einzelpreis
0001-E	BE-0020	1	4.99
0007-B	BE-0020	1	11.9
0008-B	BE-0010	2	8.9
0010-T	BE-0049	1	14.9
0012-T	BE-0023	1	14.9
0017-V	BE-0010	1	14.9
0018-V	BE-0056	3	17.9

Relationenorientierte Operationen

- ★ Der **innere Verbund** oder auch **inner join** realisiert das Zusammenfügen von Relationen. Der Verbundoperator $r_1 \bowtie_P r_2$ verkettet Tupel aus Relation r_1 und Relation r_2 miteinander, wenn sie das Verbundprädikat P erfüllen.
- ★ *b_beiinhaltet_m $\bowtie_{\text{anr}=\text{anr}}$ medienartikel*

a_nr	be_nr	anzahl	einzelpreis	titel	jahr
0001-E	BE-0020	1	4.99	LaTeX in 21 Tagen	2004
0007-B	BE-0020	1	11.9	Simplify Your Life	2004
0008-B	BE-0010	2	8.9	Ich bin dann mal weg...	2006
0010-T	BE-0049	1	14.9	The Best of Michael Jackson	1990
0012-T	BE-0023	1	14.9	Piece By Piece	2005
0017-V	BE-0010	1	14.9	Pirates of the Caribbean	2004
0018-V	BE-0056	3	17.9	The Da Vinci Code	2006

Relationenorientierte Operationen

- ★ Als **natürlicher Verbund** (**natural join**) wird ein Verbund bezeichnet, der zwei Relationen r_1 und r_2 verknüpft, die gleichnamige Attribute enthalten. Die explizite Angabe des Verbundprädikats entfällt: $r_1 \bowtie r_2$
- ★ Der **äußere Verbund** verkettet Tupel aus Relation r_1 und Relation r_2 miteinander, wenn sie das Verbundprädikat P erfüllen. Eine Relation wird vollständig übernommen.
 - ★ **Linker äußere Verbund** (**left outer join**): $r_1 \bowtie_P r_2$
 - ★ **Rechter äußere Verbund** (**right outer join**): $r_1 \bowtie_P r_2$

Relationenorientierte Operationen

- ★ Die **Umbenennung** ändert den Namen eines Attributes einer Relation und damit dessen Relationenschema. Der Operator $\rho_{Aneu \leftarrow Aalt}(r)$ (Rho) benennt in der Relation r das Attribut $Aalt$ in $Aneu$ um.

- ★ $\rho_{name \leftarrow titel}(medienartikel)$

- ★ Der Operator $\rho_s(r)$ benennt die Relation r in s um.

- ★ $\rho_{ma}(medienartikel)$

a_nr	name	jahr
0001-E	LaTeX in 21 Tagen	2004
0003-E	Harry Potter III	1997
0005-B	Der Schwarm	2004
0006-B	LaTeX kurz und gut	2004
0007-B	Simplify Your Life	2004
0008-B	Ich bin dann mal weg...	2006
0009-T	Back to Bedlam	2005
0010-T	The Best of Michael Jackson	1990
0011-T	Music	2000
0012-T	Piece By Piece	2005
0013-B	Pirates of the Caribbean	2004

Mengenoperationen

- ★ Der **Vereinigungsoperator** $r_1 \cup r_2$ übernimmt aus Relation r_1 und r_2 alle Tupel in die Ergebnisrelation und *entfernt doppelte Tupel*.
- ★ $\pi_{anr}(video) \cup \pi_{anr}(dvd)$

a_nr
0017-V
0018-V
0019-V
0020-V
0013-D
0014-D
0015-D
0016-D

Mengenoperationen

- ★ Der **Differenzoperator** $r_1 - r_2$ entnimmt aus Relation r_1 die Tupel, die nicht in Relation r_2 enthalten sind.

- ★ $\pi_{anr}(medienartikel) - \pi_{anr}(video)$

a_nr
0001-E
0003-E
0005-B
0006-B
0007-B
0008-B
0009-T
0010-T
0011-T
0012-T
0013-D
0014-D
0015-D
0016-D

Mengenoperationen

- ★ Der **Durchschnittsoperator** $r_1 \cap r_2$ übernimmt die Tupel, die sowohl in Relation r_1 als auch in Relation r_2 enthalten sind.

- ★ $\pi_{anr}(video) \cap \pi_{anr}(b_beinhaltet_m)$

a_nr
0017-V
0018-V

Mengenoperationen

- ★ Das **kartesische Produkt** (Kreuzprodukt) $r_1 \times r_2$ multipliziert die Tupel der Relationen r_1 mit den Tupeln der Relationen r_2 .
- ★ $video \times b_beinhaltet_m$

a_nr	spra...	a_nr	be_nr	anzahl	einzelpreis
0017-V	en US	0001-E	BE-0020	1	4.99
0018-V	de DE	0001-E	BE-0020	1	4.99
0019-V	de DE	0001-E	BE-0020	1	4.99
0020-V	de DE	0001-E	BE-0020	1	4.99
0017-V	en US	0007-B	BE-0020	1	11.9
0018-V	de DE	0007-B	BE-0020	1	11.9
0019-V	de DE	0007-B	BE-0020	1	11.9
0020-V	de DE	0007-B	BE-0020	1	11.9
0017-V	en US	0008-B	BE-0010	2	8.9
0018-V	de DE	0008-B	BE-0010	2	8.9
0019-V	de DE	0008-B	BE-0010	2	8.9
0020-V	de DE	0008-B	BE-0010	2	8.9

Mengenoperationen

★ Die **Division** $r_1 \div r_2$ erzeugt eine Relation $r(X)$, die alle Tupel $t[X]$ aus $r_1(Z)$ beinhaltet, welche in r_1 in Kombination mit jedem Tupel aus $r_2(Y)$ erscheinen, wobei gilt: $Z = X \cup Y$ (X, Y, Z Attributmengen)

★ Die Division ist definiert durch

$$r_1 \div r_2 = \pi_Z(r_1) - \pi_Z((\pi_Z(r_1) \times r_2) - r_1)$$

Mengenoperationen

★ Beispiel Division: $eltern \div kind$

vater	mutter	kind	alter
Franz	Helga	Harald	5
Franz	Helga	Maria	4
Franz	Ursula	Sabine	2
Moritz	Melanie	Gertrud	7
Moritz	Melanie	Maria	4
Moritz	Melanie	Sabine	2
Peter	Christina	Robert	9

÷

kind	alter
Maria	4
Sabine	2

=

vater	mutter
Moritz	Melanie

- ★ Dividiert man *eltern* durch *kind*, so erhält man als Ergebnis eine Relation, die nur noch diejenigen Ehepaare enthält, die sowohl eine Tochter Maria mit Alter 4, als auch eine Tochter Sabine mit Alter 2 haben.

Beispiele

- ★ Welcher Regisseur (Vor- und Nachname) arbeitet für welches Studio?

$$\pi_{name, vorname, studio}(person \bowtie regisseur)$$

- ★ Welche Artikel (Titel) sind teurer als 7€?

$$\pi_{titel}(medienartikel \bowtie \sigma_{preis > 7}(angebot))$$

Relationale Algebra und relationale Sprachen

- ★ In SQL werden die Operatoren durch entsprechende Sprachelemente dargestellt.

Projektion: $\pi_{x,y,z}(R)$	SELECT x, y, z FROM R
Selektion: $\sigma_{x < 5}(R)$	SELECT * FROM R WHERE x < 5
Join: $R \bowtie_{R.nr=S.nr} S$	SELECT R.*, S.* FROM R INNER JOIN S ON R.nr = S.nr
Umbenennung: $\rho_{nummer \leftarrow nr}(S)$	SELECT nr AS nummer FROM R
Vereinigung: $R \cup S$	SELECT * FROM R UNION SELECT * FROM S
Differenz: $R - S$	SELECT * FROM R EXCEPT SELECT * FROM S
Durchschnitt: $R \cap S$	SELECT * FROM R INTERSECT SELECT * FROM S
Kartesisches P.: $R \times S$	SELECT R.*, S.* FROM R, S

EXCEPT und INTERSECT
nicht von MySQL unterstützt

Relationale Algebra und relationale Sprachen

- ★ Eine DB-Sprache ist dann **relational vollständig**, wenn sie mindestens die relationenorientierten Operatoren *Projektion* und *Selektion* und die mengenorientierten Operatoren *Vereinigung*, *Differenz* und *kartesisches Produkt* umsetzt.
→ SQL wird daher als *relational vollständig* bezeichnet

Literatur

- ★ Thomas Kudraß: Taschenbuch Datenbanken, Hanser, 2007
- ★ Wikipedia: Relationale Algebra,
https://de.wikipedia.org/wiki/Relationale_Algebra