



## 7. Übungsblatt

### Präsenzaufgaben für den 04. bzw. 05.12.2019

A Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel von de l'Hospital.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{2x}}{x}$

(b)  $\lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(3t)}{\cos(t)}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2^{x+2} - 1}{x + 2}$

B Schränken Sie den Definitionsbereich der Funktion  $f(x) = \tan(x)$  so ein, dass sie umkehrbar ist. Skizzieren Sie die Umkehrfunktion  $f^{-1}(x) = \arctan(x)$ . Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion.

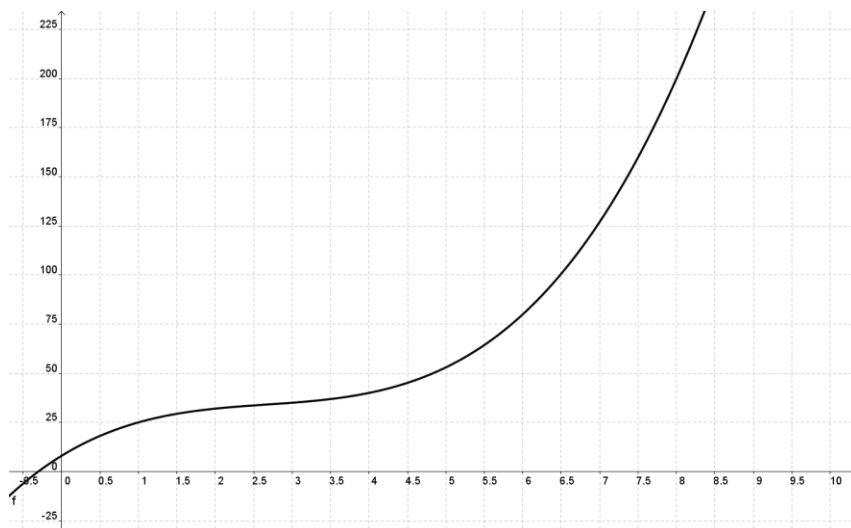
### Hausaufgaben für den 11. bzw. 12.12.2019

1 Schränken Sie den Definitionsbereich der Funktion  $f(x) = \cos(x)$  so ein, dass sie umkehrbar ist. Skizzieren Sie die Umkehrfunktion  $f^{-1}(x) = \arccos(x)$ . Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion.

2 Die Gesamtkosten eines Betriebs sind durch die Funktion

$$K(x) = x^3 - 8x^2 + 24x + 8$$

festgelegt (Graph siehe Abbildung). Die Erlösfunktion lautet  $E(x) = 25x$ .



(a) Skizzieren Sie die Erlösfunktion  $E(x)$  in der Abbildung und berechnen Sie die Nutzenschwelle und die Nutzengrenze (Schnittstellen von  $K(x)$  und  $E(x)$ ).

(b) Bestimmen Sie die Gewinnfunktion  $G(x) = E(x) - K(x)$  und skizzieren Sie die Gewinnfunktion in der Abbildung. Erläutern Sie, warum ihre Nullstellen bereits bekannt sind.

(c) Berechnen Sie, bei wie viel Produktionseinheiten der Gewinn maximal wird. Wie hoch ist dieser maximale Gewinn?



- 3 Die Geschwindigkeit, mit der sich ein Gerücht ausbreitet, lässt sich modellhaft mit der **logistischen Differenzialgleichung**  $N'(t) = k \cdot N(t) - k \cdot N^2(t)$  erfassen. Dabei ist  $N(t)$  der Anteil der Personen, die das Gerücht nach  $t$  Stunden bereits kennen.

(a) Zeigen Sie, dass die folgende Funktion die obige Differenzialgleichung löst:

$$N(t) = \frac{N(0) \cdot e^{kt}}{1 + N(0) \cdot (e^{kt} - 1)}.$$

(b) In einer Vorlesung sitzen 100 Studierende. Um 8 Uhr verbreitet ein Student das Gerücht, dass am nächsten Tag ein unangekündigter Test geschrieben wird. Um 9 Uhr wissen bereits 7 Studierende von dem Gerücht. Bestimmen Sie die Funktion  $N(t)$ . Wie viele Studierende kennen das Gerücht um 13 Uhr?

### Worüber Mathematiker lachen

Unterhalten sich zwei platonisch verliebte Mathematiker.

Erzählt der eine: „Neulich kam meine Freundin auf dem Fahrrad an. Sie warf das Fahrrad beiseite, zog sich ihr Kleid aus, stellte sich vor mich hin und sagte, ich soll mir endlich nehmen, was ich will. Da hab ich mir das Fahrrad genommen.“

Dazu der andere Mathematiker: „Völlig logische Entscheidung, ihr Kleid hätte dir sicher nicht gepasst.“