Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (WS 2020/21) Aufgabenblatt 12

zu bearbeiten bis: 07.02.2021 (23:59 Uhr). Abgabe in StudIP-Ordner "Abgabe Blatt 12".

Aufgabe 12.1 (Intervallschätzer I)

Daniel fährt an jedem Werktag zur Hochschule und zeichnet über zehn Tage die Fahrtzeit (in Minuten) auf:

$$x_1, ..., x_{10} = 35, 47, 51, 32, 45, 40, 60, 38, 40, 40.$$

Wir modellieren die Fahrtzeit als eine normalverteilte Zufallsvariable X mit $\sigma=10$.

- a) Bestimmen Sie den Intervallschätzer für μ (bei Konfidenzniveau $\gamma = 90\%$).
- b) Daniel zeichnet weitere Tage auf. Wir nehmen an, dass sich hierbei \bar{x} und σ nicht ändern. Wie oft muss Daniel seine Fahrtzeit messen, bis die Breite des Konfidenzintervalls unter 1 sinkt?

Aufgabe 12.2 (Intervallschätzer: Theorie)

Wie beeinflussen die Parameter n und σ die Breite des Konfidenzintervalls? Begründen Sie jeweils formal, und diskutieren Sie ob das Ergebnis Ihrer Intuition entspricht.

Aufgabe 12.3 (Erwartungstreue)

Gegeben sei eine i.i.d.-Stichprobe normalverteilter Zufallsvariablen $X_1, X_2, ..., X_n$. Wir vergleichen den folgenden Schätzer $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{2} \cdot X_1 + \frac{1}{2} \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n X_i$ mit dem ML-Schätzer $\hat{\mu} = \overline{X}$.

- a) Untersuchen Sie ob der Schätzer $\hat{\mu}_2$ erwartungstreu ist.
- b) Würden Sie den Schätzer $\hat{\mu}_2$ dem ML-Schätzer $\hat{\mu}$ vorziehen? Begründen Sie informell anhand der Varianz.