

STATISTIK & WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG  
BLATT 9

$$\begin{aligned} 9.1 \quad \text{COV}(X, Y) &= E[(X - E(X)) \cdot (Y - E(Y))] \\ &= E(XY) - E(X)E(Y) - E(Y)E(X) + E(X)E(Y) \\ &= E(XY) - E(X)E(Y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{WENN } X \text{ \& } Y \text{ UNABHÄNGIG: } E(XY) &= E(X) \cdot E(Y) \\ \Rightarrow &= E(X) \cdot E(Y) - E(X) \cdot E(Y) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$9.2 \quad a) \quad E(X) = \alpha \cdot E(X_1) + (1-\alpha) \cdot E(X_2) = 10$$

$$\begin{aligned} b) \quad \text{VARIANZ RECHENREGELN: (LIN. TRANSFORMATION)} \\ \text{VAR}(X') &= \alpha^2 \cdot \text{VAR}(X) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{VAR}(X) &= \alpha^2 \cdot \text{VAR}(X_1) + (1-\alpha)^2 \cdot \text{VAR}(X_2) \\ &= \alpha^2 + (1-\alpha)^2 \cdot 5 \\ &= 6\alpha^2 - 10\alpha + 5 \end{aligned}$$

c) MINIMIEREN  $\rightarrow$  TIEFPUNKT D. VARIANZFKT. FINDEN

$$f(x) = 6x^2 - 10x + 5$$

$$f'(x) = 12x - 10 \rightarrow = 0 \text{ SETZEN FÜR ES}$$

$$0 = 12x - 10$$

$$0 = x - \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{6} = x$$

$\rightarrow$  EINSETZEN IN  $f''(x)$  (OPTIONAL ABLESEN, OB HP ODER TP)

$$f''(x) = 12$$

$\rightarrow > 0$  DAHER TP

$$\Rightarrow \frac{5}{6} \text{ AKTIE } X_1, \frac{1}{6} \text{ AKTIE } X_2$$

( $\rightarrow$  EVTL „ABLESBAR“ AUS AUFGABENSTELLUNG  
 $X_1 \rightarrow \text{VAR } 1 \Rightarrow 5x$  SO VIEL WIE  $X_2$  NÖTIG, UM AUSZUGLEICHEN  
 $X_5 \rightarrow \text{VAR } 5$ )

9.3 a) BESTEHEN BEI 6, 7 ODER 8 KORREKTEN ANTWORTEN

$$P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad \rightarrow p = 0,25$$

$$P(X=6) = \binom{8}{6} \cdot p^6 \cdot (1-p)^2$$

$$= 28 \cdot 0,25^6 \cdot 0,75^2$$

$$P(X=7) = \binom{8}{7} \cdot 0,25^7 \cdot 0,75$$

$$P(X=8) = \binom{8}{8} \cdot 0,25^8$$

$$P(\text{BESTEHEN}) = P(X=6) + P(X=7) + P(X=8) \approx 0,422\%$$

b) ANSATZ: STELLE FINDEN, AN DER VERTEILUNGSFKT. = 0,5  $\rightarrow$  ANZAHL TAGE  
DIE ER LERNEN MUSS

$$\text{VERTEILUNGSFKT} = P(X=6) + P(X=7) + P(X=8)$$

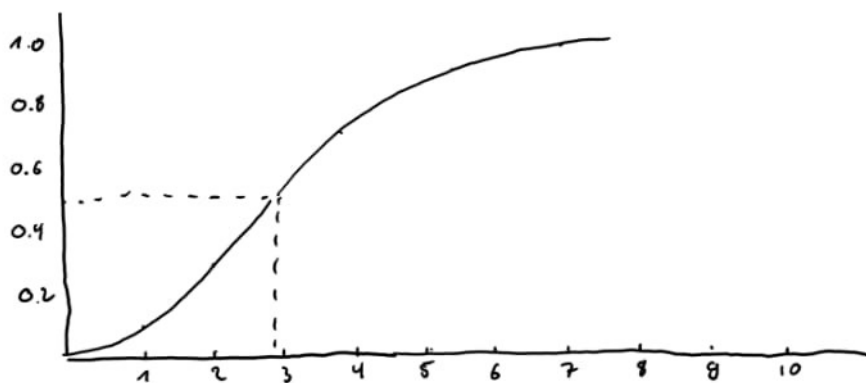
$$f(x) = \underbrace{28 \cdot (1-0,75^{x+1})^6 \cdot (0,75^{x+1})^2}_{P(X=6)} + \underbrace{8 \cdot (1-0,75^{x+1})^7 \cdot (0,75^{x+1})}_{P(X=7)} + \underbrace{(1-0,75^{x+1})^8}_{P(X=8)}$$

$$\text{ANM.: } 1 - (1 - 0,75^{x+1}) = 1 - 1 + 0,75^{x+1} = 0,75^{x+1}$$

AB HIER: WOLFRAM-ALPHA / GEOGEBRA

$$0,5 = 28 \cdot (1-0,75^{x+1})^6 \cdot (0,75^{x+1})^2 + 8 \cdot (1-0,75^{x+1})^7 \cdot 0,75^{x+1} + (1-0,75^{x+1})^8$$

$$x \approx 2,955$$



$\Rightarrow$  ER MUSS CA. 3 TAGE LERNEN FÜR 50% BESTEHENSCHANCE