Hochschule RheinMain

ÜBUNGEN

zur Veranstaltung ***Quantencomputing*** im Studiengang Angewandte Informatik

No. 5 Martin Rehberg

Quanten-No-Cloning Theorem

Ein Quantenkopierer ist eine Transformation K, die für beliebige $|\psi\rangle$

$$K : |\psi\rangle \otimes |\omega\rangle \mapsto |\psi\rangle \otimes |\psi\rangle$$

erfüllt, wobei $|\omega\rangle$ beliebig, aber fest gewählt, ist. Das es einen solchen Quantenkopierer nicht geben kann, nennt man auch das *(Quanten-) No-Cloning Theorem.*

Aufgabe: Zeigen Sie das es keinen linearen Quantenkopierer gibt.

Hinweis: Betrachten Sie die Wirkung von K auf $|0\rangle \otimes |0\rangle$, $|1\rangle \otimes |0\rangle$ und $\frac{|1\rangle+|0\rangle}{\sqrt{2}} \otimes |0\rangle$. Führen Sie einen Widerspruch herbei, indem Sie die Linearität von K im letztgenannten Zustand berücksichtigen.

Einen Quantenkopierer für beliebige $|\psi\rangle$ kann es also nicht geben, wohl aber für spezielle Zustände. Orthogonale Zustände können sehr wohl kopiert werden. Klassische Zustände können ebenfalls (wie bisher auch) kopiert werden, denn diese sind bzgl. jeder Basis orthogonal.

Übungsaufgaben Quantencomputing

Aufgabe 1: Das sogenannte SWAP-Gatter wird definiert durch SWAP : $|\alpha\rangle|\beta\rangle \mapsto |\beta\rangle|\alpha\rangle$.

(i) Zeigen Sie das SWAP eine unitäre Transformation beschreibt.

(ii) Zeigen Sie,

$$\text{SWAP}\left((\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)(\gamma|0\rangle + \delta|1\rangle)\right) = (\gamma|0\rangle + \delta|1\rangle)(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle),$$

was die Bezeichnung rechtfertigt.

(iii) Konstruieren Sie SWAP auf Schaltungsebene durch Kombination dreier CNOT-Gatter.

Aufgabe 2: Verschoben auf Serie 6 (nachträglich, 11.06.2021)
Untersuchen Sie die Wirkung des Schaltkreises auf das Register $R = |q_2q_1q_0\rangle$ mit $|q_1q_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|00\rangle + \frac{1}{2}|01\rangle + \frac{1}{2}|10\rangle$ und $|q_2\rangle = |1\rangle$.