Künstliche Intelligenz

Prof. Dr. Dirk Krechel
Hochschule RheinMain

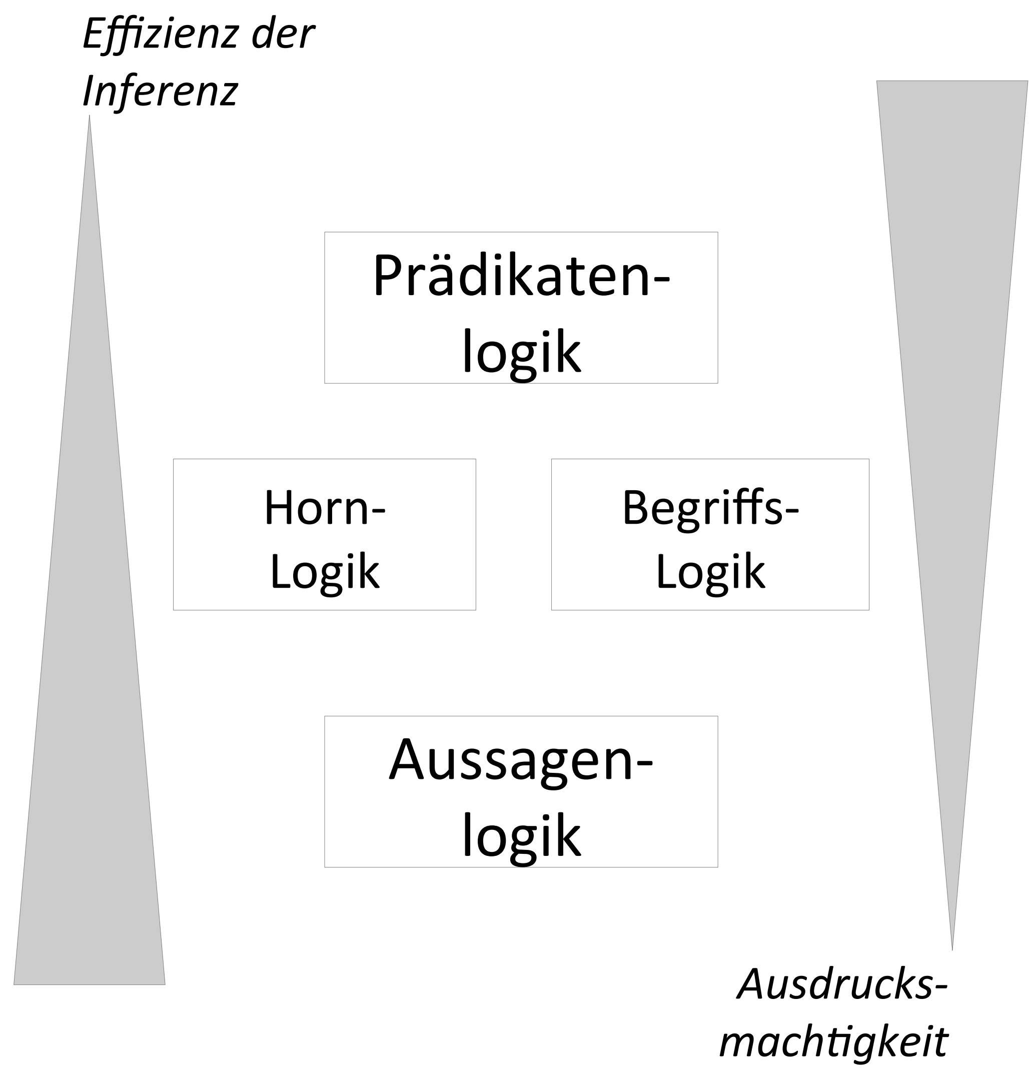
Hochschule **RheinMain**
University of Applied Sciences
Wiesbaden Rüsselsheim Geisenheim

Inhalte

- Einführung
- **Symbolische Verfahren, Logik**
  - Aussagenlogik, Prädikatenlogik
  - Horn Logik, Prolog
- Suchen und Bewerten
  - Problemlösen durch Suche
    - Uninformierte Suche
    - Heuristische Suche
    - Spielbäume
  - Information Retrieval
- Lernen
  - Entscheidungstheorie
  - Naive Bayes
  - Entscheidungsbäume
  - Neuronale Netze
  - unüberwachtes Lernen

Symbolische Verfahren – Logik

- Logik
  - Verwendung der mathematischen Deduktion
  - um neues Wissen abzuleiten
- Prädikatenlogik
  - Mächtiges Repräsentations-werkzeug
  - Von vielen KI und anderen Programmen verwendet
- Aussagenlogik
  - Nur Repräsentation einfacher Sachverhalte,
    weniger mächtig als Prädikatenlogik
  - Von vielen KI und anderen Programmen verwendet



Aussagenlogik

- Symbole stellen *Propositionen* (Aussagen) dar
  - p, „Es regnet“
- Eine Proposition ist entweder *WAHR* (true) oder *FALSCH* (false)
  - *Belegen* der Proposition mit einem Wahrheitswert
  - Es regnet wirklich, „Es regnet“ ist WAHR
- Propositionen können mit *Booleschen Verknüpfungen* zu *komplexen Formeln* zusammengesetzt werden
  - $p \vee q$, „Es regnet“ $\Rightarrow$ „die Strasse ist nass“
- Formeln sind Sachverhalte die entweder WAHR oder FALSCH sind
  - Je nach dem Wahrheitswert der Propositionen

Aussagenlogik – Syntax

- Propositionen:
  - Symbole
  - Zum Beispiel p, q, r, s, P, Q, R, S ...
- Konstanten
  - spezielle Propositionen
  - WAHR, FALSCH
- Logische Verknüpfungen
  - $\wedge$ UND, Konjunktion
  - $\vee$ ODER, Disjunktion
  - $\Rightarrow$ Implikation, Bedingung (If-then)
  - $\Leftrightarrow$ Äquivalenz
  - $\neg$ Negation (unär)

  - () Klammern (Gruppierung)

Definition: Aussagenlogische Formel

- Definition: Aussagenlogische Formel
  1. WAHR (true), FALSCH (false) und
     jedes Propositionssymbol p, q, r, P,Q,R, ...
     ist eine aussagenlogische Formel
  2. Wenn α und β aussagenlogische Formeln sind dann sind es auch
     - (α)
     - $(\alpha \wedge \beta)$
     - $(\alpha \vee \beta)$
     - $(\alpha \Rightarrow \beta)$
     - $(\alpha \Leftrightarrow \beta)$
     - $(\neg \alpha)$
- Formeln werden nur durch die Regeln 1. und 2. gebildet.
- Einführung von Bindungsregeln zur Vermeidung übermäßig vieler Klammern
  – Bindungsstärke (aufsteigend): $\Leftrightarrow, \Rightarrow, \vee, \wedge, \neg$
  – Gleicher Operator: Annahme Bindung von links nach rechts

Beispiele

- $(p \vee q) \Rightarrow r$
  - Wenn p oder q wahr ist, dann ist auch r wahr
- $p \Leftrightarrow (q \wedge r)$
  - Wenn p wahr ist, dann ist sowohl q als auch r wahr und wenn sowohl q als auch r wahr sind, dann ist auch p wahr
  - Alternativ: p ist wahr genau dann wenn (gdw) sowohl q als auch r wahr ist
- $\neg p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
  - Wenn p falsch ist, dann muss wenn q wahr ist auch r wahr sein

Definition: Interpretation

- Eine Interpretation weist jeder Proposition eine Bedeutung zu, hier ein Wahrheitswert 0 oder 1
- Für eine Menge von Propositionen, kann es viele verschiedene Interpretationen geben
- Eine Interpretation ist eine Funktion
  I: {p, q, r, P, Q, R, ... } $\rightarrow$ {0, 1},
  die jeder Proposition einen Wert 0 or 1 zuweist.
- Interpretationen können wie folgt auf Formeln erweitert werden:

$$I(\neg\alpha) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } I(\alpha) = 1 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$I(WAHR) = 1 \qquad I(FALSCH) = 0$$

$$I((\alpha)) = I(\alpha)$$

$$I(\alpha \vee \beta) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } I(\alpha) = 1 \text{ oder } I(\beta) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$I(\alpha \wedge \beta) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } I(\alpha) = 1 \text{ und } I(\beta) = 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$I(\alpha \Leftrightarrow \beta) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } I(\alpha) = I(\beta) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$I(\alpha \Rightarrow \beta) = \begin{cases} 0 & \text{wenn } I(\alpha) = 1 \text{ und } I(\beta) = 0 \\ 1 & \text{sonst} \end{cases}$$

Erweiterung Interpretation – Alternativ

- Konstanten: $I(true) = 1$
  $I(false) = 0$
- Klammern: $I((\alpha)) = I()$
- Negation: $I(\neg \alpha) = 1 - I()$
- Oder: $I(\alpha \vee \beta) = \max(I(\alpha), I(\beta))$
- Und: $I(\alpha \wedge \beta) = \min(I(\alpha), I(\beta))$
- Äquivalenz: $I(\alpha \Leftrightarrow \beta) = 1 - |I(\alpha) - I(\beta)|$
- Implikation: $I(\alpha \Rightarrow \beta) = \max(I(\neg\alpha), I(\beta))$

Beispiel

- Formel $\alpha = (p \vee q) \Rightarrow r$
- Interpretation I_1:
  - $I_1(p) = 1$
  - $I_1(q) = 0$
  - $I_1(r) = 1$

 dann $I_1(\alpha) = 1$

$$\underbrace{\underbrace{I_1(p) = 1 \qquad I_1(q) = 0}_{I_1(p \vee q) = 1} \qquad I_1(r) = 1}_{I_1((p \vee q) \Rightarrow r) = 1}$$

- Interpretation I_2:
  - $I_2(p) = 1$
  - $I_2(q) = 1$
  - $I_2(r) = 0$

 dann $I2(\alpha) = 0$

Wahrheitstabellen

- Wahrheitstabellen
  - Beschreibung aller möglichen Interpretationen von Propositionen
    und damit Formeln
  - Bei n Propositionen 2^n Zeilen

p	q	$\neg p$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1

Erfüllbar, Allgemeingültig, Widerspruchsvoll

- Eine aussagenlogische Formel α ist *erfüllbar* gdw es existiert eine Interpretation I mit $I(\alpha)=1$
- Eine aussagenlogische Formel α ist *allgemeingültig* (ist eine *Tautologie*) gdw
  α ist unter allen möglichen Interpretationen wahr,
  das heißt gdw für alle Interpretationen I gilt: $I(\alpha)=1$
- Eine aussagenlogische Formel α ist *widerspruchsvoll* (*inkonsistent*) gdw
  α ist unter allen möglichen Interpretationen falsch,
  das heißt gdw für alle Interpretationen I gilt: $I(\alpha)=0$
- Es gelten die folgenden Zusammenhänge:
  - α ist widerspruchsvoll gdw
    α ist nicht erfüllbar gdw
    $\neg\alpha$ ist allgemeingültig

Beispiele

- p ist erfüllbar aber nicht allgemeingültig

  es gibt zwei Interpretationen: I_1: $I_1(P)=1$ I_2: $I_2(P)=0$

- $p \wedge \neg p$ ist widerspruchsvoll
- $p \vee \neg p$ ist allgemeingültig (und natürlich erfüllbar)
- $p \wedge q \Rightarrow p$ ist allgemeingültig (um falsch zu werden müßte links von $\Rightarrow$ 1 und rechts 0 stehen, dann wäre aber p rechts 0, aber dann wäre auch links eine 0, was nicht sein soll, also immer 1; alternativ alle Interpretationen prüfen)

- $p \Rightarrow q \Leftrightarrow \neg p \vee q$ ist allgemeingültig
- $p \wedge p \Leftrightarrow p$ ist allgemeingültig

Definition: Semantische Folgerung

- Eine Formel β *folgt semantisch* aus einer Formel α gdw für jede Interpretation I gilt, dass wenn $I(\alpha)=1$ dann $I(\beta) = 1$.
  Wir schreiben: $\alpha \models \beta$
- Es gilt: $\alpha \models \beta$ gdw $\alpha \Rightarrow \beta$ ist allgemeingültig

- Eine Formel β *folgt semantisch* aus einer Menge von Formeln $\Sigma = \{ \alpha_1 ,..., \alpha_n\}$ gdw für jede Interpretation I gilt, dass wenn $I(\alpha_1)=1$ und ... und $I(\alpha_n)=1$ dann ist auch $I(\beta) = 1$.
  Wir schreiben: $\Sigma \models \beta$
- Es gilt: $\Sigma \models \beta$ gdw $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge ... \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta$ ist allgemeingültig

Erfüllbar, Allgemeingültig, Widerspruchsvoll

- Eine Menge von aussagenlogischen Formeln $\Sigma = \{\alpha_1 ,..., \alpha_n\}$ ist *erfüllbar* gdw es existiert eine Interpretation I unter der alle Formeln α_i wahr sind, das heißt $I(\alpha_i)=1$ für $i=1...n$

- Eine Menge von aussagenlogischen Formeln $\Sigma = \{\alpha_1 ,..., \alpha_n\}$ ist *allgemeingültig* (ist eine *Tautologie*) gdw jede Formel α_i allgemeingültig ist
- Wenn $\Sigma = \emptyset$, dann ist Σ allgemeingültig

- Eine Menge von aussagenlogischen Formeln $\Sigma = \{\alpha_1 ,..., \alpha_n\}$ ist *widerspruchsvoll* (*inkonsistent*) gdw es gibt keine Interpretation I mit $I(\alpha_i)=1$ für $i=1...n$.

Beispiele

- $p \models p$
- $p \wedge q \models p$
- $\{ p, q \} \models p$
- $p \wedge \neg p \models q$
- $p \wedge \neg p \models q \wedge \neg q$
- $\{ p, q \vee r\} \models (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

- $\{ p, \neg p \wedge \neg q \}$ ist widerspruchsvoll
- $\{ p, \neg p \vee \neg q \}$ ist erfüllbar
- $\{ p \vee \neg p \}$ ist allgemeingültig

Äquivalenz

- Definition: Zwei aussagenlogische Formeln α und β sind äquivalent gdw

  $\alpha \Leftrightarrow \beta$ ist allgemeingültig

  Wir schreiben $\alpha \approx \beta$
- Einige wichtige Äquivalenzen:
  - Negation: $p \approx \neg\neg p$
  - Idempotenz: $p \wedge p \approx p$ $p \vee p \approx p$
  - Kommutativität: $p \wedge q \approx q \wedge p$ $p \vee q \approx q \vee p$
  - Assoziativität: $(p \wedge q) \wedge r \approx q \wedge (p \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \approx q \vee (p \vee r)$
  - Distributivität: $p \vee (q \wedge r) \approx (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \approx (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
  - De Morgan: $\neg(p \wedge q) \approx \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \approx \neg p \wedge \neg q$
  - Transformation von Implikation and Äquivalenz:
    - $p \Rightarrow q \approx (\neg p \vee q)$
    - $p \Leftrightarrow q \approx (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
- Beweis durch Betrachtung aller möglichen Interpretationen

Normalformen

- Eine aussagenlogische Formel α ist in *konjunktiver Normalform (CNF, KNF),* wenn sie die folgende Form hat:
  - $\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_m$ und
  - jede Teilformel α_i (*Klausel*) hat die Form $\alpha_{i1} \vee \alpha_{i2} \vee \ldots \vee \alpha_{ik_i}$
  - jedes α_{ij} (*Literal*) ist entweder von der Form p oder $\neg$p für ein beliebiges Propositionssymbol p

Die *konjunktive Normalform* ist eine Konjunktion von Disjunktionen

- Eine aussagenlogische Formel α ist in *disjunktiver Normalform (DNF),* wenn sie die folgende Form hat:
  - $\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \ldots \vee \alpha_m$ und
  - jede Teilformel α_i hat die Form $\alpha_{i1} \wedge \alpha_{i2} \wedge \ldots \wedge \alpha_{ik_i}$ und
  - jede α_{ij} (Literal) ist entweder von der Form p oder $\neg$p für ein beliebiges Propositionssymbol p

Die *diskjunktive Normalform* ist eine Disjunktion von Konjunktionen

Transformation in Normalformen

- Jede Formel kann durch Anwendung der Äquivalenzen in eine äquivalente Formel in konjunktiver beziehungsweise disjunktiver Normalform überführt werden

- Beispiele:
  - $p \wedge q \Rightarrow r \quad \approx \quad (\neg (p \wedge q)) \vee r$
    $\approx \quad (\neg p \vee \neg q) \vee r$
    $\approx \quad \neg p \vee \neg q \vee r$
    DNF und ebenfalls (!) CNF
  - $p \wedge (q \vee \neg r) \quad \approx \quad (p \wedge q) \vee (p \wedge \neg r)$
    CNF — DNF

Systematische Transformation in CNF

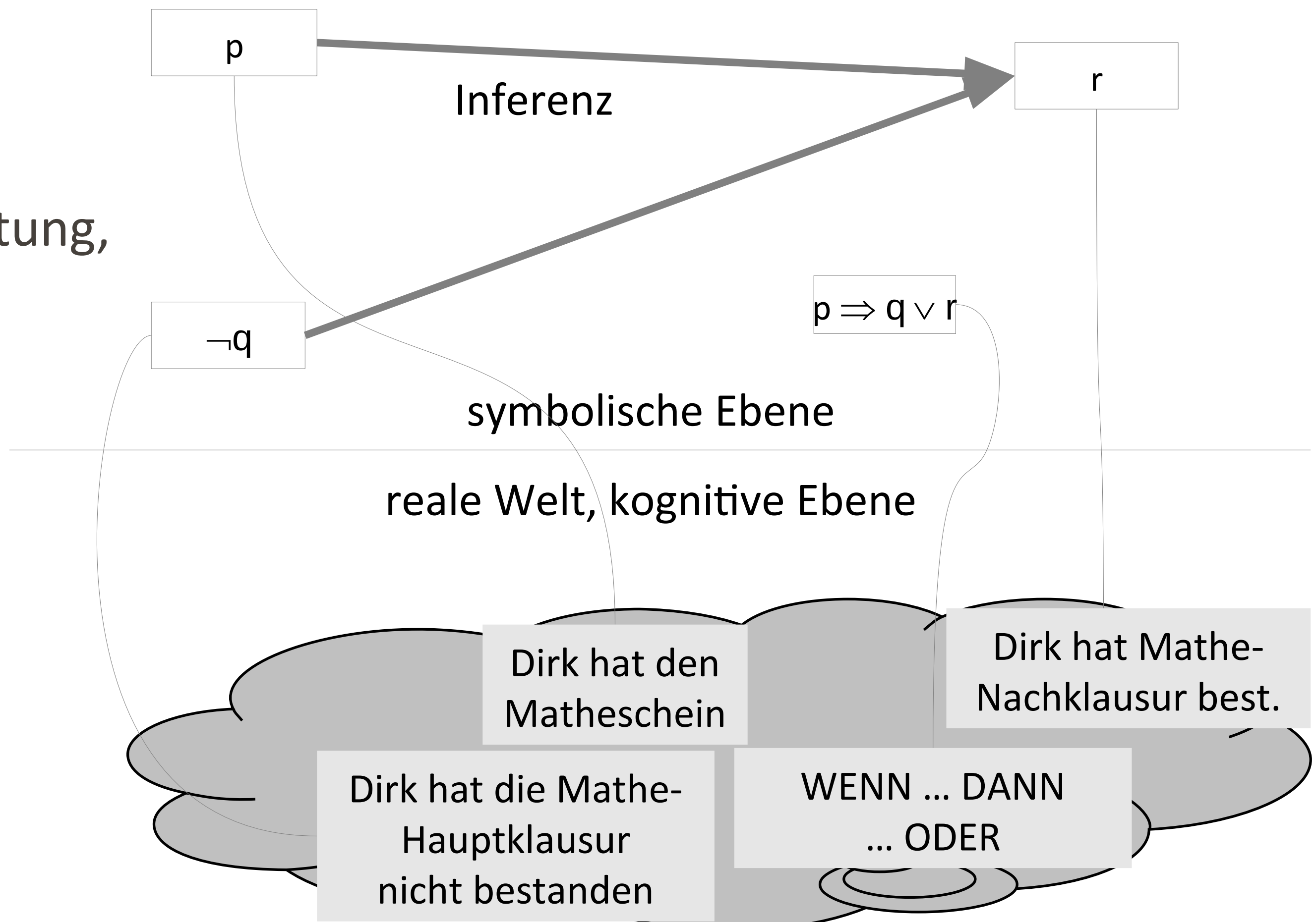
- Entfernen von Implikationen und Äquivalenzen.
  - *aus* $x \Rightarrow y$ wird $\neg x \vee y$
  - *aus* $x \Leftrightarrow y$ wird $(\neg x \vee y) \wedge (\neg y \vee x)$
- Reduzierung des Gültigkeitsbereiches von Negationen auf ein einzelnes Symbol:
  - *aus* $\neg(\neg x)$ wird x
  - *aus* $\neg(x \vee y)$ wird $(\neg y \wedge \neg x)$
  - *aus* $\neg(x \wedge y)$ wird $(\neg y \vee \neg x)$
- Verwendung der Distributivgesetze zur Konvertierung in eine Konjunktion von Disjunktionen
  - *aus* $(p \wedge q) \vee r$ wird $(p \vee r) \wedge (q \vee r)$

Aussagenlogik zur Wissensrepräsentation

- Wissensrepräsentation
  - Gegeben: Wissensbasis als Menge aussagenlogischer Formeln Σ
  - Ziel: Anfrage an Wissensbasis als aussagenlogische Formel β formuliert. Ist die Anfrage wahr oder falsch unter Berücksichtigung des Wissens in der Wissensbasis Σ? Folgt β semantisch aus Σ? Gilt also $\Sigma \models \beta$?
- Beispiel
  - Wissensbasis:
    - WENN "Dirk hat den Mathe-Schein" DANN
      "Dirk hat die Mathe-Hauptklausur bestanden" ODER
      "Dirk hat die Mathe-Nachklausur bestanden"
    - "Dirk hat den Mathe-Schein"
    - "Dirk hat die Mathe-Hauptklausur nicht bestanden"
  - Frage: Gilt "Dirk hat die Mathe-Nachklausur bestanden"?

Symbolische Wissensrepräsentation

- *Formalisieren*:
  Wissen der realen Welt in Symbole tranformieren
- *Schlussfolgern*:
  Kalkül zur korrekten Symbolverarbeitung, Herleiten von korrekten Aussagen
- *Interpretation*:
  Symbole zurück in Wissen der realen Welt



Semantische Folgerung

- Satz: $\Sigma \models \beta$ gdw $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ ist widerspruchsvoll
- Beweis:
  - $\Rightarrow$:
    Annahme $\Sigma=\{\alpha_1,..., \alpha_n\} \models \beta$ gilt.
    Dann gilt für jede Interpretation I mit $I(\alpha_1)=1$, … und $I(\alpha_n)=1$, dass $I(\beta)=1$ und daher $I(\neg\beta) = 0$. Es gibt also keine Interpretation mit $I(\alpha_1)=1$, … und $I(\alpha_n)=1$, und $I(\neg\beta) = 1$. Folglich ist $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ widerspruchsvoll.
  - $\Leftarrow$:
    Annahme $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ ist widerspruchsvoll.
    Dann gibt es keine Interpretatation mit $I(\alpha_1)=1$, … und $I(\alpha_n)=1$, und $I(\neg\beta) = 1$. Falls also $I(\alpha_1)=1$, … und $I(\alpha_n)=1$ gilt, dann muss $I(\neg\beta) = 0$ gelten. Daher muss falls $I(\alpha_1)=1$, … und $I(\alpha_n)=1$ gilt, auch $I(\beta) = 1$ gelten. Folglich gilt $\Sigma \models \beta$.

Entscheidung semantischer Folgerung

- Benötigt wird Kalkül oder Algorithmus, der $\Sigma \models \beta$ zeigt indem zum Beispiel gezeigt wird, dass $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ widerspruchsvoll ist.
- Idee – vollständige Aufzählung, suche Modell
  - Konstruiere alle Interpretationen
    - Bei n verschiedenen Propositionssymbolen sind das 2^n Interpretationen
  - Für jede Interpretation I prüfe of $I(\alpha) = 1$ für alle $\alpha \in \Sigma \cup \{\neg\beta\}$.
    - Falls eine gefunden wird,
      dann ist $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ nicht widersprüchlich und folglich gilt $\Sigma \models \beta$ nicht.
    - Falls keine gefunden wird,
      dann ist $\Sigma \cup \{\neg\beta\}$ widersprüchlich und folglich gilt $\Sigma \models \beta$.
- Problem
  - **Vollständige** Aufzählung
  - Theoretisch möglich in der Aussagenlogik, aber meist prohibitiv teuer
  - Auch praktisch nicht mehr möglich in der Prädikatenlogik

Inferenzkalkül

- Ziel:
  - Aussagenlogische Formeln direkt syntaktisch manipulieren
  - Erzeugen von *korrekten* aussagenlogischen Formeln
- *Inferenzkalkül*
  - Vorschriften oder *Inferenzregeln*
  - Aus gegebenen aussagenlogischen Formeln *neue* aussagenlogische Formen generieren
- Definition: Eine Formel β *folgt syntaktisch* aus einer Formelmenge $\Sigma=\{\alpha_1,\ldots, \alpha_n\}$ und Inferenzregeln IR gdw
  - Es gibt eine Folge von $\Sigma=\Sigma_0, \Sigma_1, \Sigma_2, \ldots$ mit β aus einem Σ_i
  - $\Sigma_{i+1} = \Sigma_i \cup \{\gamma_i\}$; und γ_i und entsteht aus Anwendung einer Regel in IR auf Σ_i
  - Wir schreiben: $\Sigma_i \vdash \gamma_i$, $\Sigma \vdash^* \beta$ oder kurz $\Sigma \vdash \beta$ und $\Sigma_i \vdash \Sigma_j$ für $i \leq j$; um explizit auf IR hinzuweisen schreibt man auch $\vdash_{IR}$ statt $\vdash$

Korrektheit und Vollständigkeit

- Ziel
  - Ein Kalkül soll *vollständig* sein:
    Alles was (semantisch) korrekt ist soll (syntaktisch) herleitbar sein.
  - Ein Kalkül soll *korrekt* sein:
    Alles was (syntaktisch) hergleitet werden kann soll (semantisch) korrekt sein.
- Korrektheit und Vollständigkeit: $\vdash = \models$
  - Korrektheit: Für alle Σ, β gilt: Falls $\Sigma \vdash \beta$ gilt, dann gilt $\Sigma \models \beta$.
  - Vollständigkeit: Für alle Σ, β gilt: Falls $\Sigma \models \beta$ gilt, dann gilt $\Sigma \vdash \beta$.

- Satz: Es gibt einen korrekten und vollständigen Kalkül für die Aussagenlogik

Inferenzkalkül

- Inferenzkalkül
  - Ein Inferenzkalkül besteht aus einer Menge von Inferenzregeln
  - Jede Inferenzregel soll eine neue Formel aus vorhandenen Formeln herleiten können
- Inferenzregel
  - Eine Inferenzregel besteht aus einer Prämisse und einer Konklusion
  - *Prämisse*: Ein Muster, auf das eine Teilmenge der vorhandenen Menge von Formeln Σ_i passt
  - *Konklusion*: Eine Formel γ_i, die abgeleitet werden kann
  - Hinweis: Vorhandene Formeln können nicht entfernt werden
    - Für Korrektheit und Vollständigkeit ist das vollkommen in Ordnung
    - In Praxis auch Vereinfachungsregeln, die Formeln entfernen
- Notation Inferenzregel
  - Falls Variablen in der Prämisse durch aussagenlogische Literale ersetzt werden und die entsprechenden Formeln existieren, dann kann man die entsprechend ersetzte Konklusion der Formelmenge hinzufügen

$$\frac{\text{Prämisse}}{\text{Konklusion}}$$

Beispiele von Inferenzregeln

- Modus Ponens: $$\frac{x \Rightarrow y,\ x}{y}$$

  Falls *x ⇒ y gilt und x gilt, dann kann man y hinzufügen. x und y sind durch beliebige Literale zu ersetzen.*

- Und-Elminination: $$\frac{x_1 \wedge x_2 \ldots x_{n-1} \wedge x_n}{x_i}$$

- Und-Einführung: $$\frac{x_1, x_2, \ldots x_{n-1}, x_n}{x_1 \wedge x_2 \ldots x_{n-1} \wedge x_n}$$

- Oder Einführung: $$\frac{x_1}{x_1 \vee x_2 \ldots x_{n-1} \vee x_n}$$

- Elminiation doppelter Negation: $$\frac{\neg\neg x}{x}$$

- Resolution: $$\frac{x_1 \vee x_2 \ldots x_n \vee z, \quad \neg z \vee y_1 \vee y_2 \ldots y_m}{x_1 \vee x_2 \ldots \vee x_n \vee y_1 \vee y_2 \ldots y_m}$$

Resolutionskalkül

- Normalisierung, Σ
  - Transformiere alle Formeln der Wissensbasis in CNF
  - Für jede Formel nehme jedes Konjunktionsglied als separate Formel auf
  - Die so entstehende neue Formelmenge Σ enthält jetzt nur noch Disjunktionen von Literalen (eventuell negierten Propositionssymbolen)
- Herleitung einer Anfrage β aus Σ
  - Idee: Zeige, dass β aus Σ folgt, da $\{\neg\beta\} \cup \Sigma$ widerspruchsvoll ist
  - Transformiere die Negation der Anfrage $\neg\beta$ (Beweisziel) in CNF
  - Füge Ergebnis dieser Transformation zu Σ hinzu
  - Verwende die Resolution als Inferenzregel um die leere Konklusion herzuleiten (ein Widerspruch)
  - Falls die leere Konklusion hergleitet werden kann, dann ist die erzeugte Formelmenge, $\{\neg\beta\} \cup \Sigma$ in CNF, widerspruchsvoll

Resolutionskalkül – Beispiel/1

- Wissensbasis:
  p,
  $(p \wedge q) \Rightarrow r$
  $(s \vee t) \Rightarrow q$,

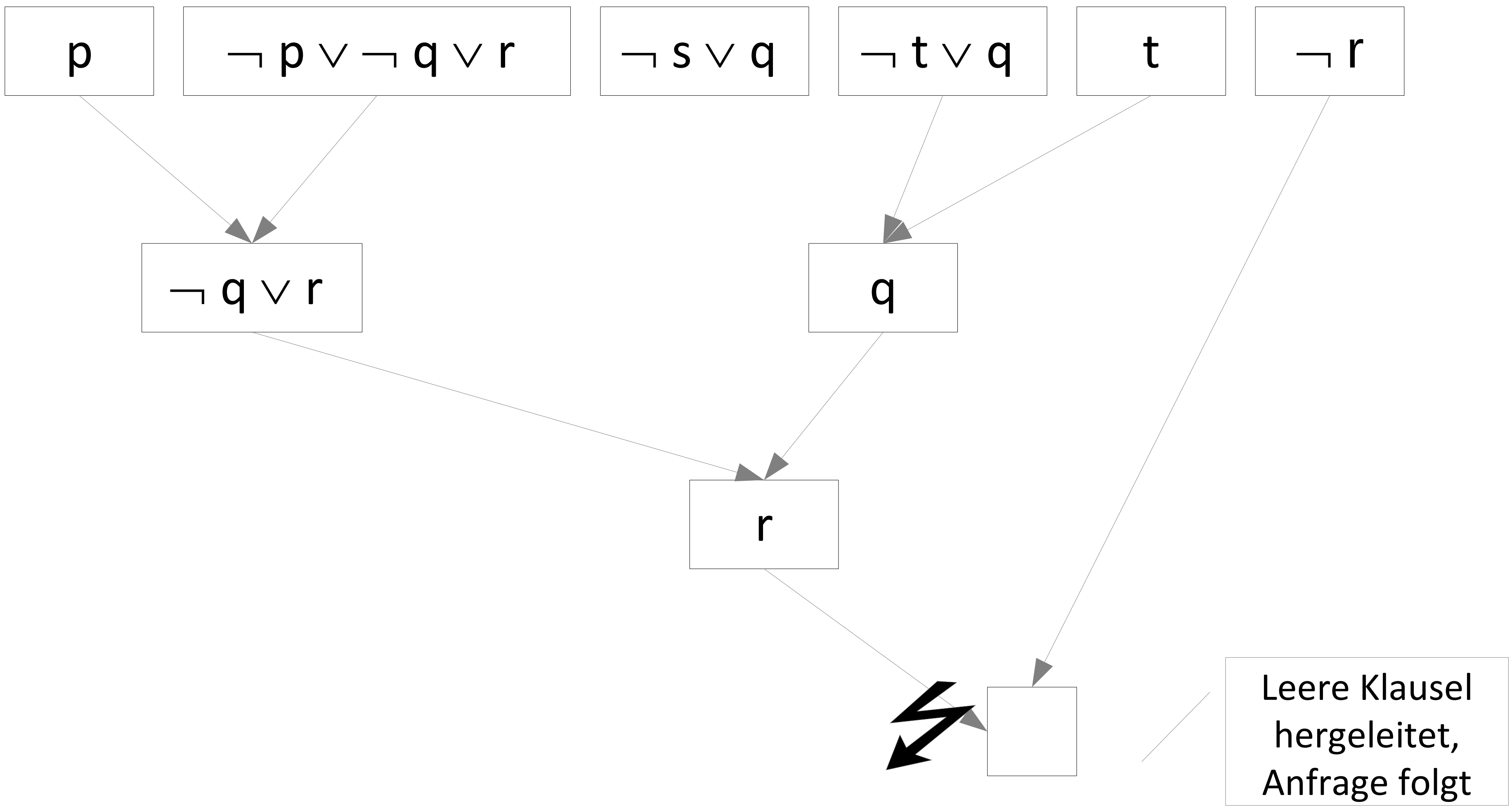
  t
- Anfrage:
  r

- Wissensbasis in CNF
  p,
  $\neg p \vee \neg q \vee r$,
  $\neg s \vee q$,
  $\neg t \vee q$,
  t
- Negation der Anfrage in CNF
  $\neg r$

p	$\neg p \vee \neg q \vee r$	$\neg s \vee q$	$\neg t \vee q$	t	$\neg r$

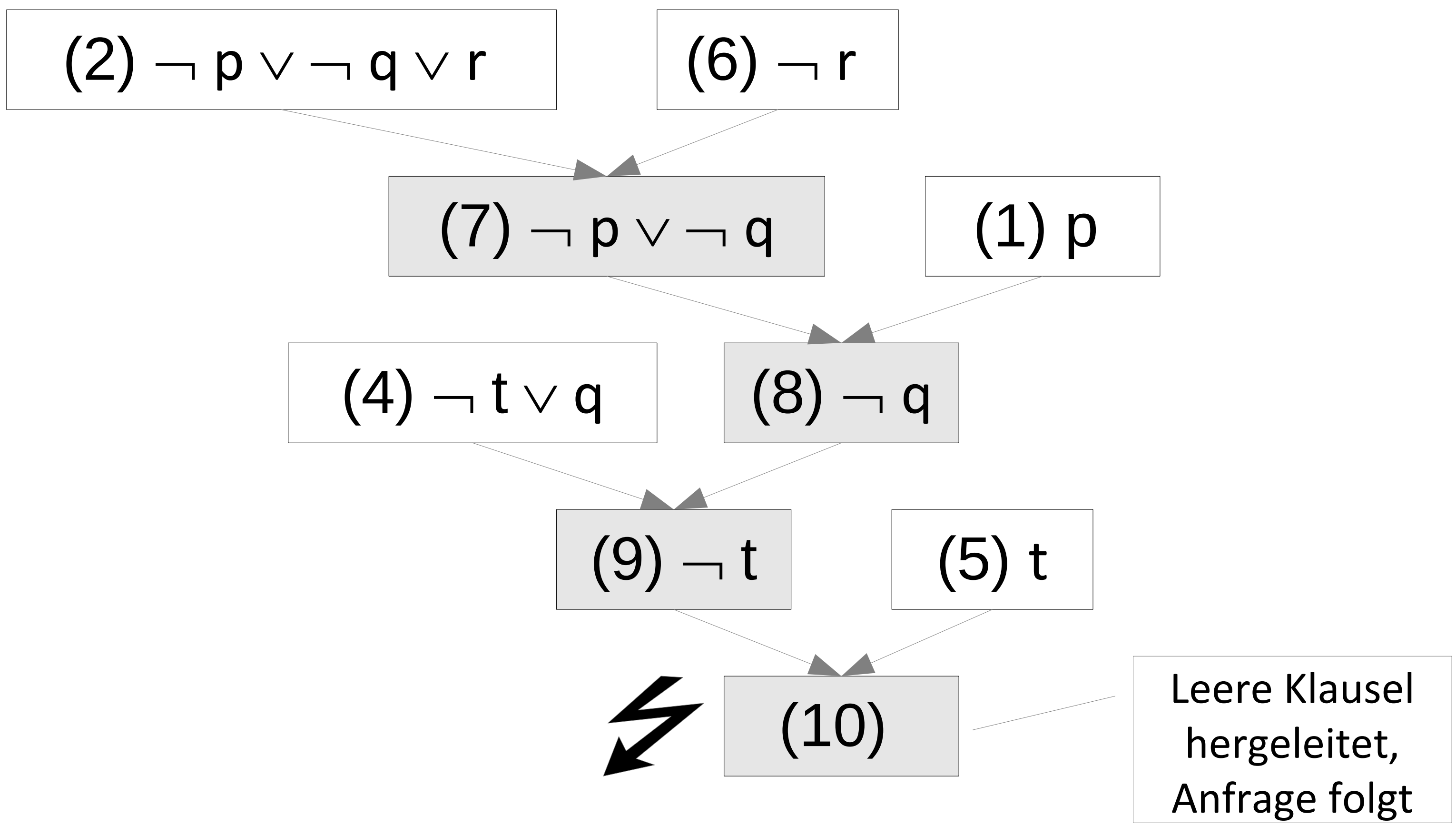
Anfrage folgt aus Wissenbasis wenn diese Klauselmenge widerspruchsvoll ist

Resolutionskalkül – Beispiel/2



Resolutionskalkül – Beispiel/3

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
p	$\neg p \vee \neg q \vee r$	$\neg s \vee q$	$\neg t \vee q$	t	$\neg r$

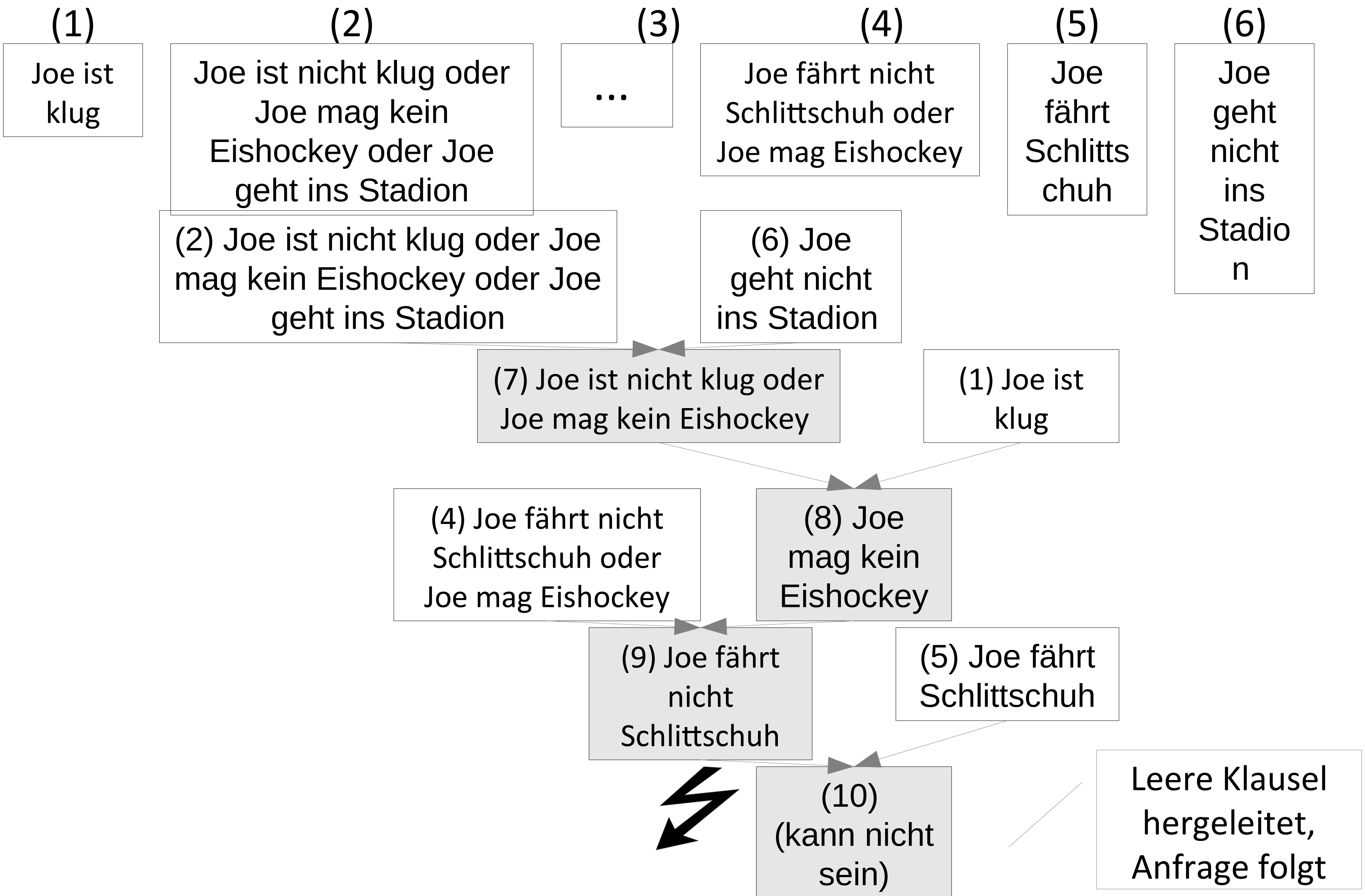


Resolutionskalkül – Beispiel/4

- Propositionen
  - Joe ist klug: p
  - Joe mag Eishockey: q
  - Joe geht ins Stadion: r
  - Joe ist Kanadier: s
  - Joe fährt Schlittschuh: t
- Wissensbasis
  - Joe ist klug: p | p
  - Wenn Joe klug ist und wenn Joe Eishockey mag, dann geht Joe ins Stadion: $p \wedge q \Rightarrow r$ | $\neg p \vee \neg q \vee r$
  - Wenn Joe Kanadier ist oder wenn Joe Schlittschuh fährt, dann mag Joe Eishockey: $s \vee t \Rightarrow q$ | $\neg s \vee q$, $\neg t \vee q$
  - Joe fährt Schlittschuh s | s
- Anfrage
  - Geht Joe ins Stadion? r | $\neg r$

Wissensbasis in CNF plus negierte Anfrage

Resolutionskalkül – Beispiel/5



Grenzen der Aussagenlogik

- Aussagenlogik
  - Annahme: Alles kann mit einfachen Fakten (Propositionen) ausgedrückt werden
  - Die Ausdrucksstärke ist beschränkt
- Ausblick – Prädikatenlogik
  - Sachverhalte der Welt modellieren mit Relationen und Eigenschaften
  - Prädikatenlogik stellt diese Modellierungselemente bereit