Hochschule RheinMain
Sommersemester 2014

Fachbereich DCSM
Prof. Dr. Adrian Ulges

Probeklausur zur Veranstaltung

Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung

27.06.2014

Name: Neuer Vorname: Manuel

Matrikelnummer: ______ Unterschrift: M. Neuer

Mit meiner Unterschrift bestätige ich, dass ich die Aufgaben eigenständig gelöst und nur die zugelassenen Hilfsmittel verwendet habe.

- Die Klausurdauer beträgt **90 Minuten**.
- Bitte legen Sie **Studierendenausweis** und **Lichtbildausweis** auf Ihren Tisch.
- Bitte schreiben Sie **deutlich**. Unleserliche Lösungen werden nicht gewertet.
- Geben Sie die Lösung Ihrer Aufgaben mit einer Genauigkeit von **drei Nachkommastellen** an.
- Lesen Sie die Aufgabenstellungen **vollständig**. Sollten während der Klausur Unklarheiten bestehen, ist es möglich kurze **Fragen** zu stellen.
- Als Hilfsmittel sind lediglich ein beidseitig beschriebener **Zettel mit Ihrem Namen** sowie ein **nicht-grafischer Taschenrechner** zugelassen. Entfernen Sie insbesondere Mobiltelefone, Vorlesungsmitschriften, sonstige lose Blätter und Bücher von Ihrem Tisch.
- Die **Bindung** der Blätter dieser Klausur **darf nicht entfernt** werden.
- Täuschungsversuche aller Art werden mit der **Note 5** geahndet.
- Am Ende der Klausur finden Sie **Tabellen** wichtiger Verteilungen, sowie **Schmierpapier**. Sie dürfen auch die **Rückseiten** der Blätter verwenden.

Viel Erfolg!

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	$\sum$
Erreichbare Punkte	10	10	8	10	8	8	8	62
Erreichte Punkte								
Note								

Matrikelnummer: ______________________________

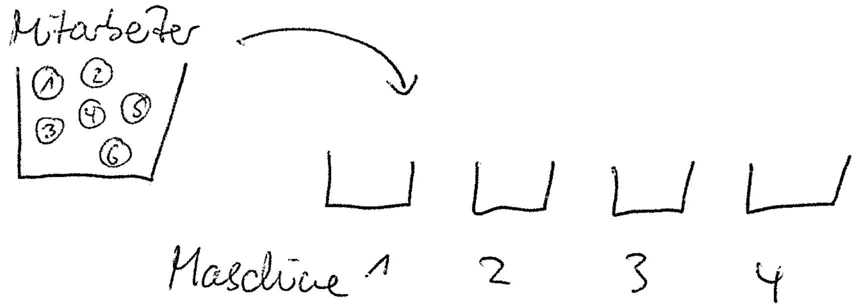
Aufgabe 1 *(4+4+2 = 10 Punkte)*
Eine Fabrik beschäftigt sechs Arbeiter und besitzt vier Maschinen. Der Vorarbeiter soll einen Arbeitsplan erstellen, d.h. jeder der vier Maschinen einen Mitarbeiter zuordnen.

a) Wieviele verschiedene Pläne kann der Vorarbeiter erstellen? Bestimmen Sie zuerst n und k, und geben Sie an ob es sich um eine ungeordnete/geordnete Stichprobe, sowie um Ziehen mit/ohne Wiederholung handelt.

b) Der Vorarbeiter erstellt in einem Laplace-Experiment einen Plan. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass er Tom an Maschine 1 und Bob an Maschine 2 eingeteilt hat?

c) Wir nehmen nun an, Tom und Bob können <u>nur</u> an Maschine 2 arbeiten, und die anderen Arbeiter <u>nur</u> an den anderen Maschinen. Wieviele verschiedene Pläne kann der Vorarbeiter nun erstellen?

a)



$n=6$, $k=4$, mit Reihenfolge, ohne Zurücklegen

$$C(n;k) = \frac{n!}{(n-k)!} = 6\cdot5\cdot4\cdot3 = 360$$

b) $$P(\text{Tom } 1, \text{Bob } 2) = \frac{1\cdot1\cdot4\cdot3}{360} = \frac{12}{360} = \frac{1}{30}$$

c) #Pläne = #Kombinationen an Maschine 2 $\times$ #Kombinationen an Maschinen 1,3,4

$= 2 \times (4\cdot3\cdot2)$

$= 48$

Matrikelnummer: ______________________________

Aufgabe 2 ***(4+4+2 = 10 Punkte)***
Gegeben sei eine stetige Zufallsvariable X mit Dichtefunktion

$$f(x) = \begin{cases} a \cdot (1 - x^2) & \text{falls } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Bestimmen Sie den Parameter $a \in \mathbb{R}$, so dass f die Bedingungen einer Dichtefunktion erfüllt.

b) Bestimmen Sie den Erwartungswert $E(X)$.
Hinweis: Sollten Sie Aufgabe (a) nicht gelöst haben, nehmen Sie an dass $a = 1$.

c) Gilt $Var(X) \leq 2$? Geben Sie eine kurze Begründung für Ihre Vermutung.

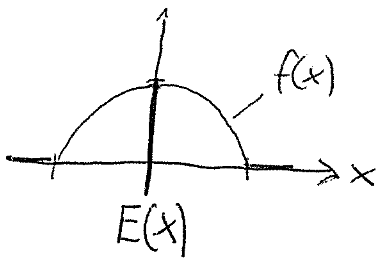
a) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx \overset{!}{=} 1 \iff \int_{-1}^{1} a\cdot(1-x^2)\,dx = 1$

$\iff a \cdot \left[x - \frac{1}{3}x^3\right]_{-1}^{1} = 1$

$\iff a \cdot \left[\left(1-\frac{1}{3}\right) - \left(-1+\frac{1}{3}\right)\right] = 1$

$\iff a = \frac{3}{4}$

b) $\int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)\,dx = E(X) = \int_{-1}^{1} x \cdot \frac{3}{4}(1-x^2)\,dx$



$= \frac{3}{4} \cdot \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4\right]_{-1}^{1}$

$= \frac{3}{4} \cdot \left[\underbrace{\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)}_{0}\right] = 0$

c) Gilt, denn $Var(x) = \int_{-1}^{1} \underbrace{x^2}_{\leq 1} f(x)\,dx \leq \int_{-1}^{1} f(x) = 1$.

oder: $Var(X) \leq Range(X) = 2$.

Matrikelnummer: ______________________________

Aufgabe 3 *(6+2 = 8 Punkte)*
Bei einem Multiple-Choice-Test werden 8 Fragen mit je vier Auswahlmöglichkeiten gestellt. Es ist immer nur eine Auswahlmöglichkeit korrekt. Ein Student nimmt am Test teil, hat aber nicht gelernt und wählt seine Antworten deshalb durch zufälliges Raten. Wir modellieren die Anzahl der erzielten Punkte mit einer Zufallsvariablen X.

a) Zum Bestehen des Tests sind 50% der Punkte nötig. Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Student den Test besteht? Wählen Sie zur Berechnung eine passende diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung.

b) Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz von X.

a) X ist binomialverteilt mit $n=8$, $p=\frac{1}{4}$

50% der Punkte $\Leftrightarrow X \geq 4$

$$P(X\geq 4) = 1 - P(X\leq 3)$$

$$= 1 - \Big[\underbrace{\binom{8}{0}\left(\tfrac{1}{4}\right)^0\left(\tfrac{3}{4}\right)^8}_{P(X=0)} + \underbrace{\binom{8}{1}\left(\tfrac{1}{4}\right)^1\left(\tfrac{3}{4}\right)^7}_{P(X=1)} + \binom{8}{2}\cdot\left(\tfrac{1}{4}\right)^2\cdot\left(\tfrac{3}{4}\right)^6 + \binom{8}{3}\left(\tfrac{1}{4}\right)^3\left(\tfrac{3}{4}\right)^5 \Big]$$

$$= 1 - (0{,}10 + 0{,}267 + 0{,}311 + 0{,}208)$$

$$= 1 - \cancel{8}\,0{,}886 = 0{,}114$$

b) $E(X) = n\cdot p = \frac{8}{4} = 2$

$Var(X) = n\cdot p\cdot(1-p) = 8\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4} = \frac{6}{4} = 1{,}5$

// Formeln für Binomial-Verteilung

Matrikelnummer: ______________________________

Aufgabe 4 *(2+4+4 = 10 Punkte)*
In einem Beutel befinden sich 80 faire Münzen und 20 unfaire Münzen. Eine faire Münze zeigt im Mittel bei jedem zweiten Wurf Kopf, eine unfaire Münze bei jedem vierten Wurf.

a) Wir definieren die Ereignisse F ("Münze ist **F**air") und K ("Münze zeigt **K**opf"). Notieren Sie alle relevanten Aussagen des Textes in Form von Wahrscheinlichkeiten.

b) Bob greift in den Beutel und wählt eine zufällige Münze. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wirft er Kopf?

c) Wir nehmen nun an, Bob habe Kopf geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er eine faire Münze gezogen?

a) $P(F) = 0{,}8$, $P(\bar{F}) = 0{,}2$ $P(K|F) = 0{,}5$

$P(K|\bar{F}) = 0{,}25$

b) $P(K) = P(F) \cdot P(K|F) + P(\bar{F}) \cdot P(K|\bar{F})$ // Totale WS

$= 0{,}8 \cdot 0{,}5 + 0{,}2 \cdot 0{,}25$

$= 0{,}45$

c) $P(F|K) = \dfrac{P(K|F) \cdot P(F)}{P(K)} = \dfrac{0{,}5 \cdot 0{,}8}{0{,}45}$

$= 0{,}889$

Matrikelnummer: ______________________________

Aufgabe 5 *(4+4 = 8 Punkte)*
Das Gewicht X geernteter Kartoffeln ist normalverteilt mit Mittelwert 120g und unbekannter Standardabweichung. Die Kartoffeln werden in zwei Handelsklassen sortiert: Kartoffeln mit einem Gewicht von über 130g (das sind 30% von allen) wandern in Handelsklasse I, alle anderen in Handelsklasse II.

a) Bestimmen Sie die Standardabweichung σ der Verteilung von X.

b) Wieviele Prozent der Kartoffeln wiegen weniger als 100 g?
Hinweis: Sollten Sie Aufgabe (a) nicht gelöst haben, nehmen Sie an dass $\sigma = 20$.

a) Wir fordern: $P(X \leq 130) = 0{,}7 \; (= 1 - 0{,}3)$

$$P\Big(\underbrace{\frac{X-120}{\sigma}}_{Y} \leq \underbrace{\frac{130-120}{\sigma}}_{x_{0,7} \text{ (Quantil)}}\Big) = 0{,}7$$

standard-normal-verteilt

$$\frac{130-120}{\sigma} = x_{0,7} \approx 0{,}53$$

Ablesen!

$$\sigma \approx \frac{10}{0{,}53} = 18{,}868$$

b) $$P(X \leq 100) = P\Big(\underbrace{\frac{X-120}{18{,}868}}_{Y} \leq \frac{100-120}{18{,}868}\Big)$$

$$= \mathcal{N}\Big(-\frac{20}{18{,}868}\Big) = \mathcal{N}(-1{,}06)$$

$$= 1 - \mathcal{N}(1{,}06) = 1 - 0{,}8554 \approx 0{,}145$$

Ablesen!

Matrikelnummer: ____________________

Aufgabe 6 *(4+4 = 8 Punkte)*

Die Poisson-Verteilung lautet

$$P(X = k; \lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda} \quad \text{für } k = 0, 1, 2, \ldots.$$

Gegeben eine Stichprobe $k_1, \ldots, k_n \in \mathbb{N}$, leiten Sie den ML-Schätzer für den Parameter λ her:

a) Geben Sie die Likelihood-Funktion $L(\lambda)$ an.

b) Bestimmen Sie $\hat{\lambda}$ als ein lokales Maximum von L.

a) $L(\lambda) = P(X=k_1; \lambda) \cdot \ldots \cdot P(X=k_n; \lambda)$

$= \frac{\lambda^{k_1}}{k_1!} \cdot e^{-\lambda} \cdot \ldots \cdot \frac{\lambda^{k_n}}{k_n!} \cdot e^{-\lambda}$

$= \lambda^{(k_1 + \ldots + k_n)} \cdot \frac{1}{k_1! \cdot \ldots \cdot k_n!} \cdot e^{-n \cdot \lambda}$

b) $\log L(\lambda) = (k_1 + \ldots + k_n) \cdot \log \lambda - \log(k_1! \cdot \ldots \cdot k_n!) - n \cdot \lambda$

$\frac{\partial}{\partial \lambda} \log L(\lambda) = (k_1 + \ldots + k_n) \cdot \frac{1}{\lambda} - 0 - n \overset{!}{=} 0 \quad | +n \,|\cdot \lambda$

$n \cdot \lambda = k_1 + \ldots + k_n$

$\lambda = \frac{k_1 + \ldots + k_n}{n} = \overline{k}$

(Test 2. Ableitg.): $\frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \log L(\lambda) = -\frac{1}{\lambda^2} \cdot (k_1 + \ldots + k_n)$

< 0

$\Rightarrow$ Lokales Maximum.

Matrikelnummer: ______________________________

Aufgabe 7 *(4+4 = 8 Punkte)*
Wir entnehmen einer Produktion $n = 6$ Schrauben normalverteilter Länge und beobachten die folgenden Werte in der Stichprobe

i	1	2	3	4	5	6
x_i	10	8	9	10	11	12

Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für den Mittelwert μ bei einem Konfidenzniveau von $\gamma = 0.95$ und ...

a) ... bei einer vorgegebenen Varianz von $4\,mm^2$.

b) ... bei unbekannter Varianz.

$$\overline{X} = \frac{1}{6}\cdot(10+\dots+12) = \frac{1}{6}\cdot 60 = 10 \qquad \sqrt{2} \approx 1{,}41$$

$$S^{*2} = \frac{1}{\cancel{6}\,5}\left((10-10)^2+\dots+(12-10)^2\right) = \frac{1}{\cancel{6}\,5}\cdot 10 = \cancel{\tfrac{5}{3}}\;2 \Rightarrow S^* \approx \cancel{1{,}29}$$

a) $$P\left(\overline{X} - x_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \overline{X} + x_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0{,}95$$

→ 0,975 - Quantil der Standardnormalverteilung

$$x_{0{,}975} = 1{,}96$$

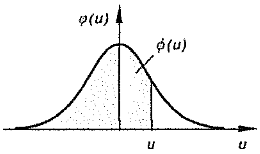
$$P\Big(\underbrace{10 - 1{,}96\cdot\frac{2}{\sqrt{6}}}_{c_u \approx 8{,}4} \le \mu \le \underbrace{10 + 1{,}96\cdot\frac{2}{\sqrt{6}}}_{c_o \approx 11{,}6}\Big) = 0{,}95$$

b) $$P\left(\overline{X} - t_{1-\alpha/2}\cdot\frac{S^*}{\sqrt{n}} \le \mu \le \overline{X} + t_{1-\alpha/2}\cdot\frac{S^*}{\sqrt{n}}\right) = 0{,}95$$

→ 0,975 - Quantil der t-Verteilung mit $n-1=5$ Freiheitsgraden

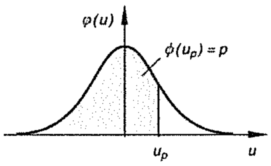
$$P\Big(\underbrace{10 - 2{,}571\cdot\frac{\cancel{1{,}29}\;1{,}41}{\sqrt{6}}}_{c_u \approx \cancel{8{,}65}\;8{,}52} \le \mu \le \underbrace{10 + 2{,}571\cdot\frac{\cancel{1{,}29}\;1{,}41}{\sqrt{6}}}_{c_o \approx \cancel{11{,}35}\;11{,}48}\Big) = 0{,}95$$

Die Verteilungsfunktion (oben) und Quantile (unten) der Standardnormalverteilung *(Quelle: Papula, Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 3).*



0,53

u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5639	0,5675	0,5714	0,5754
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7258	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7518	0,7549
0,7	0,7580	0,7612	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7996	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8398
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000



p: Vorgegebene Wahrscheinlichkeit $(0 < p < 1)$

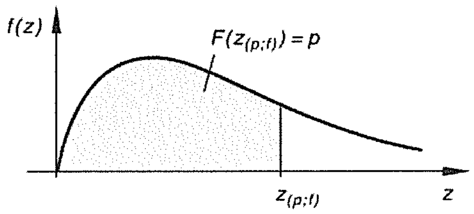
u_p: Zur Wahrscheinlichkeit p gehöriges Quantil (*obere* Schranke)

Die Tabelle enthält für spezielle Werte von p das jeweils zugehörige Quantil u_p (*einseitige* Abgrenzung nach *oben*).

p	u_p	p	u_p
0,90	1,282	0,1	−1,282
0,95	1,645	0,05	−1,645
0,975	1,960	0,025	−1,960
0,99	2,326	0,01	−2,326
0,995	2,576	0,005	−2,576
0,999	3,090	0,001	−3,090

Die Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung *(Quelle: Papula, Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 3).*

Tabelle 3: Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung



p: Vorgegebene Wahrscheinlichkeit ($0 < p < 1$)

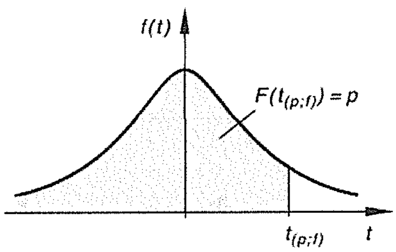
f: Anzahl der Freiheitsgrade

$z_{(p;f)}$: Zur Wahrscheinlichkeit p gehöriges Quantil bei f Freiheitsgraden (*obere* Schranke)

Die Tabelle enthält für spezielle Werte von p das jeweils zugehörige Quantil $z_{(p;f)}$ in Abhängigkeit vom Freiheitsgrad f (*einseitige* Abgrenzung nach *oben*).

	p									
f	0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,020	0,051	0,103	0,211	4,61	5,99	7,38	9,21	10,60
3	0,07	0,115	0,216	0,352	0,584	6,25	7,81	9,35	11,35	12,84
4	0,21	0,297	0,484	0,711	1,064	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,554	0,831	1,15	1,16	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,872	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,06	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09	21,96
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	17,28	19,67	21,92	24,73	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
22	8,6	9,5	11,0	12,3	14,0	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8
24	9,9	10,9	12,4	13,8	15,7	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6
26	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3
28	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0
30	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7
40	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8
50	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5
60	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0
70	43,3	45,4	48,8	51,7	55,3	85,5	90,5	95,0	100,4	104,2
80	51,2	53,5	57,2	60,4	64,3	96,6	101,9	106,6	112,3	116,3
90	59,2	61,8	65,6	69,1	73,3	107,6	113,1	118,1	124,1	128,3
100	67,3	70,1	74,2	77,9	82,4	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2

Die Quantile der t-Verteilung *(Quelle: Papula, Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Band 3).*



p: Vorgegebene Wahrscheinlichkeit ($0 < p < 1$)

f: Anzahl der Freiheitsgrade

$t_{(p;f)}$: Zur Wahrscheinlichkeit p gehöriges Quantil bei f Freiheitsgraden (*obere* Schranke)

Die Tabelle enthält für spezielle Werte von p das jeweils zugehörige Quantil $t_{(p;f)}$ in Abhängigkeit vom Freiheitsgrad f (*einseitige* Abgrenzung nach *oben*).

f	p = 0,90	0,95	0,975	0,99	0,995
1	3,078	6,314	12,707	31,820	63,654
2	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
22	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
24	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
26	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
28	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
30	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
40	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704
50	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678
60	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660
100	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626
200	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601
500	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
∞	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576