

Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (WS 2020/21)

Aufgabenblatt 9

zu bearbeiten bis: 17.01.2021 (23:59 Uhr). Abgabe in StudIP-Ordner "Abgabe Blatt 09".

Aufgabe 9.1 (Kovarianz von Zufallsvariablen)

Zeigen Sie: Sind zwei diskrete Zufallsvariablen X, Y unabhängig, so ist ihre Kovarianz gleich 0.

Aufgabe 9.2 (Rechenregeln: Aktien)

Wir können in zwei Aktien investieren. Den jeweiligen Gewinn X_1, X_2 modellieren wir als Zufallsvariable. Es gilt $E(X_1) = E(X_2) = 10$ (d.h. beide Aktien gewinnen im Schnitt 10 EUR), sowie $Var(X_1) = 1$ und $Var(X_2) = 5$ (d.h., die zweite Aktie ist **risikoreicher**).

Wir stellen einen Fond aus einem Anteil $\alpha \in [0, 1]$ von X_1 -Aktien und einem Anteil $(1 - \alpha)$ von X_2 -Aktien zusammen. Der **Gewinn des Fonds** lautet:

$$X := \alpha \cdot X_1 + (1 - \alpha) \cdot X_2.$$

Hinweise: Verwenden Sie die Rechenregeln für Zufallsvariablen. X_1 und X_2 seien unabhängig.

- Bestimmen Sie den erwarteten Gewinn des Fonds, $E(X)$.
- Wir wollen nun das **Risiko des Fonds** minimieren, d.h. $Var(X)$ sollte so klein wie möglich sein! Geben Sie eine Formel für $Var(X)$ in Abhängigkeit von der Fond-Mischung α an.
- Bestimmen Sie α , so dass $Var(X)$ minimal wird. Welcher Anteil sollte demnach in Aktie 1 investiert werden?

Aufgabe 9.3 (Binomialverteilung)

Bob nimmt an einem Multiple-Choice-Test mit 8 Fragen teil. Pro Frage gibt es vier Auswahlmöglichkeiten. Von diesen darf man eine auswählen, und es ist eine korrekt (=1 Punkt). Mit 6 Punkten hat man den Test bestanden.

- Bob hat nicht gelernt und wählt seine Antworten zufällig. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Bob den Test besteht. Bilden Sie hierzu die Anzahl der erzielten Punkte auf eine binomiale Zufallsvariable ab.
- Bob beschließt für den Test zu lernen. Mit jedem Tag steigt die Wahrscheinlichkeit p , dass er *eine einzelne* gegebene Frage richtig beantwortet. Es gilt: $p = 1 - 0.75^{d+1}$ (wobei d die Anzahl von Bobs Lerntagen ist). Wieviele Tage muss Bob lernen, bis er sich zu 50% sicher sein kann den Test zu bestehen?

Hinweis: Zum Lösen komplizierterer Gleichungen dürfen Sie ein Tool wie z.B. wolframalpha verwenden. ;-)