FISICA GENERALE 1, ESAME SCRITTO DEL 14 DICEMBRE 2022

Si chiede di svolgere non più di 6 dei seguenti 10 esercizi.

E1. Nello spazio euclideo tridimensionale, siano dati il vettore $\vec{A}$ di componenti cartesiane (a, b, c), a, b, c essendo numeri reali non nulli, e il vettore $\vec{B}$ di componenti cartesiane $(1, 1, 1)$. Si calcolino il loro prodotto scalare, il modulo di $\vec{A}$, il modulo di $\vec{B}$ e il coseno dell'angolo formato dai due vettori.

E2. Una particella si muove lungo l'asse x con legge oraria

$$x(t) = 5(ms^{-1})t + 12(ms^{-2})t^2,$$

ove m denota i metri, s indica i secondi, e t è la variabile temporale. Calcolare il valore di velocità istantanea e accelerazione istantanea al tempo $t = 4$ sec.

E3. Si consideri un blocco che scivola su una superficie scabra inclinata rispetto all'orizzontale. Sia l'asse x giacente su tale superficie, e dunque sia l'asse y perpendicolare a tale superficie. Inoltre, sia θ l'angolo formato dalla forza peso con l'asse y. (i) Qual è la formula per il coefficiente d'attrito statico μ_s, correlato all'angolo critico θ_c per il quale il blocco inizia a muoversi? (ii) Come si può misurare il coefficiente d'attrito dinamico μ_d?

E4. Una pietra viene scagliata verso l'alto dalla sommità di un edificio, con un angolo di 27 gradi rispetto all'orizzontale, e con velocità iniziale di $12ms^{-1}$. Se l'edificio è alto $44m$, per quanto tempo la pietra rimane in volo?

E5. A quale altezza dovremmo trovarci per ottenere una riduzione del nostro peso dell'1.6 per cento rispetto al valore sulla superficie terrestre?

E6. Una molla di costante elastica $1.3 \cdot 10^3$ N/m è in posizione verticale su un tavolo. Un blocco di massa 1.7 Kg viene tenuto a 1.9 metri sopra l'estremità libera della molla. Se il blocco cade verticalmente sulla molla, qual è la massima compressione della molla?

E7. Si consideri un pendolo conico, in cui un corpo di massa m ruota su una circonferenza, che fa da bordo ad un cerchio di raggio r, con velocità di modulo costante v. Detto θ

l'angolo tra la corda e la verticale, si calcoli v quando $\theta = 37$ gradi e il filo è lungo 1.4 metri.

E8. Un bambino di massa M scende lungo uno scivolo di altezza $h = 2.7$ metri. Se il bambino parte da fermo, qual è la sua velocità nel punto più basso, nell'ipotesi che l'attrito sia nullo?

E9. Un lingotto di metallo di 0.06 Kg viene riscaldato a 194 Celsius e poi lasciato cadere in un secchio termicamente isolato contenente 0.36 Kg d'acqua inizialmente a 18 Celsius. Se la temperatura finale di equilibrio del sistema è 21.8 Celsius, calcolare il calore specifico del metallo.

E10. Per due resistenze di valori $R_1 = 2$ Ohm e $R_2 = 3$ Ohm, si calcoli la resistenza equivalente nei due casi di collegamento: in serie o in parallelo. Inoltre, per due capacità di valori $C_1 = 3\mu$F e $C_2 = 4\mu$F si calcoli la capacità equivalente nei due casi di collegamento: in serie o in parallelo.

1) $\vec{A}\cdot\vec{B} = a\hat{i}\cdot\hat{i} + b\hat{j}\cdot\hat{j} + c\hat{k}\cdot\hat{k} = a+b+c$

$$A = \sqrt{a^2+b^2+c^2} \qquad B = \sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{3}$$

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = AB\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{AB} = \frac{a+b+c}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}(a+b+c)}{3}$$

2) $x(t) = (5\,m\,s^{-1})t + (12\,m\,s^{-2})t^2$

$$[v_i]_{t=4s} = \left[\frac{dx(t)}{dt}\right]_{t=4s} = \left[5\,m\,s^{-1} + (12\,m\,s^{-2})t\right]_{t=4s} = 5\,m\,s^{-1} + 12\,m\,s^{-2}\cdot 4s = 5\,m\,s^{-1} + 48\,m\,s^{-1} = 53\,m\,s^{-1}$$

$$[a_i]_{t=4s} = \left[\frac{d^2x(t)}{d^2t}\right]_{t=4s} = \left[12\,m\,s^{-2}\right]_{t=4s} = 12\,m\,s^{-2}$$

3) $P_{\parallel} > F_s \Rightarrow \cancel{P}\sin\theta > \mu_s \cancel{P}\cos\theta \Rightarrow \mu_s < \tan\theta$

$$F_{tot_\parallel} = P_\parallel - F_d \Rightarrow \cancel{m}a = \cancel{m}g\sin\theta - \mu_d \cancel{m}g\cos\theta \Rightarrow \mu_d = \tan\theta - \frac{a}{\cos\theta}$$

4) $\alpha = 27^\circ \quad v_i = 12\,m\,s^{-1} \quad h = 44\,m$

$$\begin{cases} x(t) = v_{ix}t \\ y(t) = v_{iy}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

$$v_{iy}t - \frac{1}{2}gt^2 = -44\,m \Rightarrow t = \frac{-v_i\sin\alpha + \sqrt{(v_i\sin\alpha)^2 + 2(g+88\,m)}}{-g}$$

5)

$$P_{(h)} = \frac{98{,}4}{100}P \Rightarrow \cancel{m}g(h) = \frac{98{,}4}{100}\cancel{m}g \Rightarrow \cancel{G}\frac{M_T}{(R_T+h)^2} = \frac{98{,}4}{100}\cancel{G}\frac{M_T}{R_T^2}$$

$$\Rightarrow \quad h = R_T\frac{10\sqrt{98{,}4}}{98{,}4} - R_T = R_T\left(\frac{10\sqrt{98{,}4}}{98{,}4} - 1\right)$$

6) $k_s = 1{,}3\cdot 10^3\,N/m \quad m = 1{,}7\,kg \quad d = 1{,}9\,m$

$$v_0 = \sqrt{2dg} \qquad E_c = U \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = k_s x^2 \Rightarrow x = v\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$$

7) $F_{tot} = ma \Rightarrow a = \frac{F_{tot}}{m} = \frac{P_{\parallel}}{m} = g\sin\theta$

$a = \frac{v^2}{r}$ $\quad r = l\sin\theta \Rightarrow v = \sqrt{ar} = \sqrt{g\, l \sin^2\theta}$

8) $h = 2{,}7\,m$ $\quad M$

$v(t) = gt$ $\quad x(t) = \frac{1}{2} g t^2$

$\frac{1}{2} g t^2 = 2{,}7\,m \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{5{,}4\,m}{g}}$, $v_f = g\Delta t = g\sqrt{\frac{5{,}4\,m}{g}} = \sqrt{g \cdot 5{,}4\,m}$

$U = mgh$ $\quad t = 0 \Rightarrow K_i = 0 \Rightarrow E_m = U_i$

$t = t_f \Rightarrow y = 0 \Rightarrow K_f = E_m = U_i$

$\frac{1}{2}\cancel{M} v_f^2 = \cancel{M} g h$ $\quad v_f = \sqrt{2gh}$

9) $m_m = 0{,}06\,kg$ $\quad T_m = 195°$ $\quad m_a = 0{,}36\,kg$ $\quad T_a = 18\,°C$ $\quad T_f = 21{,}8\,°C$

$m_m c_m (T_f - T_m) = -m_a c_a (T_f - T_a)$

$$\Rightarrow c_m = \frac{m_a c_a (T_a - T_f)}{m_m (T_f - T_m)}$$

10)