

FILE SE1=SE01

- LA FISICA CI AIUTA A COMPRENDERE IN MODO RAZIONALE IL MONDO E LA SUA COMPLESSITÀ
- IL MONDO PUO' ESSERE STUDIATO A VARIE SCALE
 - SCALA MACROSCOPICA:
 - GALASSIE, AMMASSI e SUPERAMMASSI
 - MOTO DEI PIANETI NEL SISTEMA SOLARE (e ANELLI DI SATURNO)
 - MOTO DELLE COMETE
 - IL SISTEMA TERRA-LUNA
 - LE MAREE
 - GLI VRAGANI
 - MOTO DI UN OGGETTO LANCIATO DA UNA FINESTRA
 - CADUTA DAI PIANI ALTI DI UN EDIFICIO
 - AUTO IN MARCIA
 - CORDE VIBRANTI
 - FRIGORIFERO, LAVATRICE

]SE01-00[

SCALA MICROSCOPICA :
(e SUB-MICRO)

- FISICA MOLECOLARE
 - FISICA ATOMICA e SPETTRI ATOMICI
 - FISICA NUCLEARE
 - FISICA SUBNUCLEARE
 - FISICA SUB-SUBNUCLEARE
-

- STUDIANDO LA FISICA, IMPARIAMO A COSTRUIRE MODELLI MATEMATICI DEL MONDO, OVVERO DELL'UNIVERSO FISICO, ALLE VARIE SCALE.
- IL CONFRONTO CON GLI ESPERIMENTI CI GUIDA NELLA SCELTA DELLE IPOTESI e NELLA INTERPRETAZIONE DELLE FORMULE.
- TALE STUDIO NON VA RIGUARDATO COME UNA ACQUISIZIONE DI CREDITI PER LA LAUREA
- ESSO MERITA LE NOSTRE MIGLIORI ENERGIE, E CI FORMA COME SCIENZIATI e COME PERSONE
- LA FISICA STIMOLA ANCHE UNA CREATIVITA' CHE CI RENDE DEI BRAVI INFORMATICI

]SE01-01[

- NOI STUDIEREMO I PRIMI ELEMENTI DI:

- MECCANICA (CINEMATICA; LE FORZE; ATTRITO;
GRAVITAZIONE) (CORPI RIGIDI)

- TERMODINAMICA (PRINCIPIO ZERESIMO;
PRIMO PRINCIPIO)

- FLUIDI (ARCHIMEDE; BERNOULLI)

- FORZE e CAMPI ELETTRICI

- [CIRCUITI]

Nel 1676 Olof Römer registrò le eclissi di For un astello distante. Ogni 2-3 giorni, for entrava nell'ombra di Giove per poi riemergere. Römer registrò il decadimento di for era più veloce quando lo stava n'attraverso a Giove, e più lento quando stava oltrepassato. Römer misurò le variazioni rapporto alla distanza fra Terra e Giove, e le proprie velocità una velocità finita per la luce: $220\ 800\ 000\ \text{m s}^{-1}$

In questa relazione fra distanza alla sorgente luce con cui era misurata il tempo necessario alla luce per percorrere il decadimento dell'ombra tangente attorno al sole.

$$\frac{TS}{D} = \frac{AB}{d} \Rightarrow D = TS \frac{d}{AB}$$

FILE SE1

LUNGHEZZA, MASSA, TEMPO

L: METRO = DECIMILLIONESIMA PARTE DELLA DISTANZA
DALL' EQUATORE AL POLO NORD

$\equiv 1\ 650\ 763,73$ LUNGHEZZE DI ONDA DELLA
LUCE ROSSA-ARANCIONE EMESSA DA UNA
LAMPADA AL CRIPTON-86

\equiv DISTANZA PERCORSATA DALLA LUCE NEL VUOTO
DURANTE IL TEMPO DI

($\frac{1}{299\ 792\ 458}$ S)
(QUASI UN TRECENTOMILLIONESIMO
DI SECONDO)

M: CHILOGRAMMO = MASSA DI UN PARTICOLARE
CILINDRO DI LEGA PLATINO-IRIDIO
CONSERVATO ALL'UFFICIO INTERNAZIONALE
DI PESI E MISURE DI SEVRES

(OLTRE NOVE MILIARDI DI VOLTE)

T; SECONDO $\equiv 9\ 192\ 631\ 770$ VOLTE IL PERIODO DI
OSCILLAZIONE DELLA RADIAZIONE
DELL'ATOMO DI CESIO

$$f(\omega) = f(\omega + T)$$

]SE1-1[

MASSE DI ALCUNI CORPI:

UNIVERSO VISIBILE:	$2 \cdot 10^{52}$ kg
VIA LATTEA:	10^{42} kg
SOLE:	$2 \cdot 10^{30}$ kg
TERRA:	$6 \cdot 10^{24}$ kg
LUNA:	$7 \cdot 10^{22}$ kg
UOMO:	$7 \cdot 10^2$ kg
ATOMO DI IDROGENO:	$1.67 \cdot 10^{-27}$ kg
ELETTRONE:	$9.11 \cdot 10^{-31}$ kg

ALCUNI INTERVALLI DI TEMPO:

ETA' DELL' UNIVERSO:	$5 \cdot 10^{17}$ s
ETA' DELLA TERRA:	$1.3 \cdot 10^{17}$ s
UN ANNO:	$3.2 \cdot 10^7$ s
LEZIONE IN CLASSE:	$7.2 \cdot 10^3$ s
PERIODO DI UN'ONDA LUMINOSA NEL VISIBILE:	$2 \cdot 10^{-25}$ s

TEMPO CHE LA LUCE IMPIEGA
AD ATTRAVERSARE UN
PROTONE:

$$3.3 \cdot 10^{-24} \text{ s}$$

SIMBOLI PER LE DIMENSIONI FISICHE: []

- AD ESEMPIO:

$$\text{POSIZIONE: } [l] = L$$

$$\text{VELOCITÀ: } [v] = \frac{L}{T} = L/T$$

$$\text{ACCELERAZIONE: } [a] = \frac{L}{T^2} = L/T^2$$

- PER LE OPERAZIONI TRA GRANDEZZE AVENTI LA STESSA DI MENSIONE, SONO DEFINITE LE STESSE OPERAZIONI CHE VALGONO TRA NUMERI REALI:
SOMMA, SOTTRAZIONE, MULITPLICAZIONE, DIVISIONE.

- NON HA INVECE SENSO IL COMBINARE O EGUALARE GRANDEZZE CHE NON HANNO LA STESSA DI MENSIONE FISICA.

$$\text{ESEMPI: } x = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow [l] = \frac{L}{T^2} \cdot T^2 = L$$

$$v_f = v_i + at$$

$$[v_f] = \frac{L}{T} = [v_i]$$

$$[at] = \frac{L}{T^2} \cdot T = \frac{L}{T}$$

] SE 1-3 [

CONVERSIONE DI UNITÀ¹

1 MIGLIO = 1609 metri
(ROGER BANNISTER FU IL PRIMO A CORRERE IL MIGLIO IN 4 MINUTI)

1 POLLICE = 2,54 cm

ESEMPIO:

$$V = 38 \text{ m s}^{-1}$$

$$38 \text{ m} = \frac{38}{1609} \text{ mi} = 2,36 \cdot 10^{-2} \text{ mi}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 60 \cdot 60 \text{ s} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$\Rightarrow V = 85 \text{ mi/h}$$

$$[\text{AREA}] = L^2$$

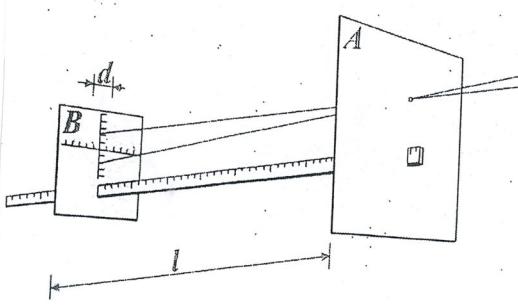
$$[\text{VOLUME}] = L^3$$

$$[\text{VELOCITÀ}] = L/T$$

$$[\text{ACCELERAZIONE}] = L/T^2$$

MISURA DEL DIAMETRO DEL SOLE \Rightarrow DISTANZA MEDIA TERRA-SOLE

PER COMPIERE QUESTA MISURA E' NECESSARIO FAR CADERE SU UN FOGLIO DI CARTA I RAGGI SOLARI USCENTI DA UN MINUSCOLO FORELLINO. IL FOGLIO DORRA' ESSERE PERPENDICOLARE AL RAGGIO CENTRALE, IN MODO CHE L'IMMAGINE SIA CIRCOLARE E NON ELLITTICA. SI DORRA' POI MISURARE IL DIAMETRO DEI' IMMAGINI E LA DISTANZA TRA IL FOGLIO E IL FORELLINO.



PROCEDIMENTO

PREPARARE UNA RIGA GRADUATA LUNGA AL MENO UN METRO E DUE CARTONCINI, UNO DI $25 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ E L'ALTRO DI $8 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$.
-SUL CARTONCINO PIU' GRANDE, VERSO IL CENTRO, FARE UN FORELLINO, PICCOLO E NETTO, CON UNO SPILLO. SUL CARTONCINO PICCOLO DISEGNARE UN PONTO ALLA STESSA ALTEZZA DEL FORELLINO RISPETTO ALLA BASE (GARO DEI LATI MINORI).
- PER QUESTO PONTO FAR PASSARE DUE SEGMENTI PERPENDICOLARI E GRADUARLI IN MILIMETRI.

LA RIGA MILIMETRATA E I CARTONCINI DEVONO ESSERE SISTEMATI COME MOSTRATO IN FIGURA. PRATICARE UNA FENDITURA SU CIASUNO DEI DUE CARTONCINI, ALLA STESSA ALTEZZA RISPETTO ALLA BASE, IN MODO DA POTERLI INFILARE SULLA RIGA. ATTENZIONE DI FARSI LA FENDITURA UN PO' PIU' STRETTA DELLA SEZIONE DELLA RIGA, IN MODO CHE I CARTONCINI VI ADERISCANO BENE E NON ABBIANO GIOCO. METTERE IL CARTONCINO PIU' GRANDE (A) SULLO ZERO E L'ALTRO (B) SU UN PUNTO QUALESiasi DELLA RIGA, IN MODO CHE POSSA SCORRERE.

- PUNTARE L'ESTREMITA' DELLA RIGA CON LO ZERO IN DIREZIONE DEL SOLE (IL SOLE NON DEVE ESSERE OFFUSCATO DA NUBI O FOSCHIA), E ORIENTARE LA RIGA IN MODO CHE L'OMBRA DEL CARTONCINO A CORRA IL CARTONCINO B.
- AVVICINARE B A AD A FINCHE' SI RIESCE A VEDERE LA MACCHIA LUMINOSA PROIETTATA ATTRAVERSO IL FORELLINO DI A SU B. DRA ALLONTANARE GRAVIAMENTE IL CARTONCINO B SINO A FAR SI' CHE L'IMMAGINE LUMINOSA SIA GRANDE E CHIARA QUANTO PIU' POSSIBILE. A QUESTO STADIO, MISURARE LA DISTANZA L FRA I DUE CARTONCINI E IL DIAMETRO d DELL'IMMAGINE DEL SOLE. DAI RISULTATI DI QUESTE DUE MISURE, DA ESEGUIRE RIPORTANDO CENTIMETRI E MILLIMETRI,

USANDO IL VALOR MEDIO DELLA DISTANZA FRA LA TERRA e IL SOLE ($L = 1,5 \cdot 10^8$ Km, VEDASI COMMENTI SUCCESSIVI), SI RICAVA IL DIAMETRO D DEL SOLE CON UNA SEMPLICE PROPORZIONE. A TAL FINE SI CONSIDERANO I TRIANGOLI SIMILI AVANTI PER VERTICE COMUNE IL FOGLIINO, PER LATI i RAGGI DI LUCE ESTREMI, PER BASI RISPECTIVAMENTE IL DIAMETRO DELL'IMMAGINE e IL DIAMETRO DEL SOLE.

— Ci POTREMMO CHIEDERE CHE SENSO HA PARLARE DEL DIAMETRO DEL SOLE, DATO CHE IL SOLE NON E' UN CORPO SOLIDO COME LA TERRA, MA E' INTERAMENTE GASSOSO, DAL CENTRO ALLA PERIFERIA.

PER DI PIU', IL SOLE SFUMA NELLO SPAZIO, RAREFACENDOSI SEMPRE DI PIU'. EPPURE, NOI PARLIAMO DEL "DISCO SOLARE", CHE SI VEDE, CON UN CONTORNO PERFETTAMENTE NITIDO, ATTRaverso CERTE NUBI o CON UN VETRO AFFUMICATO: ESSO APPARE come UN CERCHIO, E PUO' ESSERE OCCULTATO QUASI ESATTAMENTE DALLA LUNA NELLE ECLISSI TOTALI.

IL CONTORNO DEL DISCO e' un particolare strato NELLA MASSA DEL SOLE, PRESSAPOCO SFERICO, DOVE FINISCE LA TRASPARENZA DEGLI STRATI PIU' ESTERNI e DAL QUALE SEMBRA PROVENIRE TUTTA LA LUCE IRRADIATA DAL SOLE: SI CHAMA FOTOSFERA.

L'INTO QUEL CHE SI TROVA ALL'ESTERNO DELLA FOTOSFERA PUÒ ESSERE OSSERVATO DALL'OCCHIO O DA STRUMENTI OTTICI PARTICOLARI. QUEL CHE STA DIETRO LA FOTOSFERA È INVECE INVISIBILE. IN QUESTO SENSO, SI PUÒ DIRE CHE LA FOTOSFERA È LA SUPERFICIE DEL SOLE, E PERCÒ QUANDO SI PARLA DI "DIAMETRO DEL SOLE" SI INTENDE "IL DIAMETRO DELLA FOTOSFERA".

CARTONCINO DI DIMENSIONI 15cm x 20cm

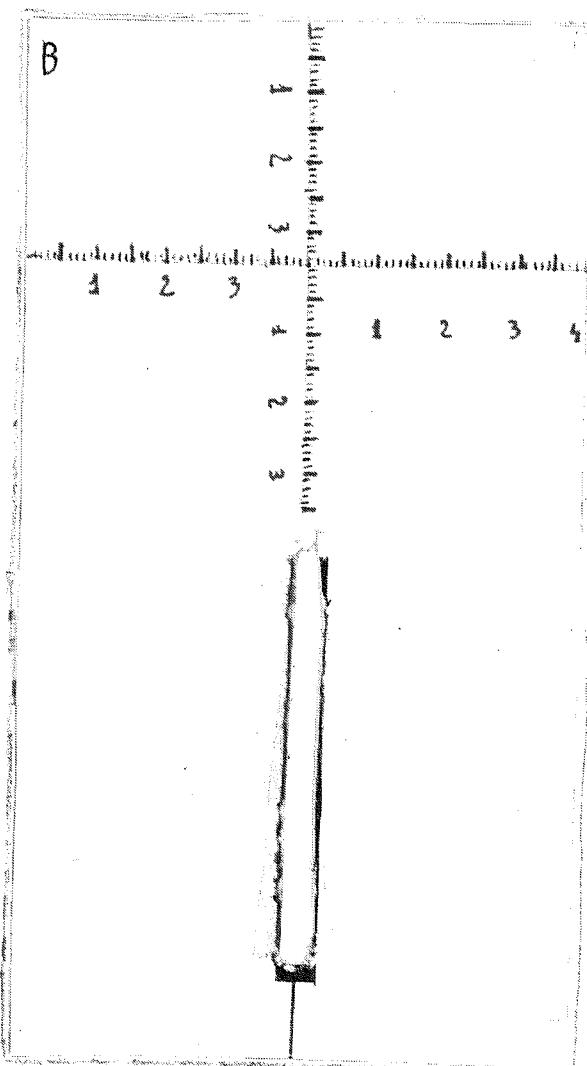
A



]SE1-9[

CARTONCINO DI DIMENSIONI

8 cm x 15 cm



]SE1-10[

ESEMPIO DI RISULTATO DI UNA MISURA:

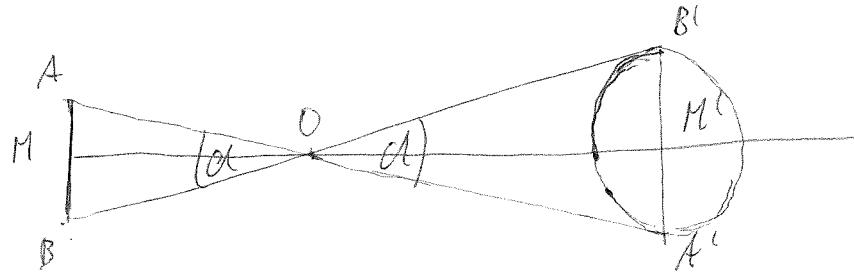
$$(150 \cdot 10^9 \text{ m}) : D = 53,9 \text{ cm} ; \frac{1}{2} \text{ cm}$$

$$\Rightarrow D = \frac{150 \cdot 10^9 \cdot \frac{1}{2} \frac{1}{10^2}}{\frac{53,9}{10^2}} \text{ m} = \frac{75}{53,9} \cdot 10^9 \text{ m}$$
$$= 1,39 \cdot 10^9 \text{ m}$$

- MISURA ESEGUITA VENERDI' 19 OTTOBRE 1979,
FRA LE 12,30 e LE 13 CON CONDIZIONI DI
LUCE OTTIMALI, OVVERO IL SOLE NON
ERA OSCURATO DA NUBI

] SE1-11[

Calcolo raccordo della distanza media Terna - Mle:



$$\overline{OM} = \overline{OA} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\overline{AM} = \overline{OA} \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\overline{M'}B' = \overline{OB'} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\overline{M'B'} = \overline{OB'} \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{\overline{OM}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OM'}}{\overline{OB'}}$$

$$\Rightarrow \frac{\overline{OM}}{\overline{AM}} = \frac{\overline{OM'}}{\overline{M'B'}} \Rightarrow \frac{\overline{OM}}{\overline{AM}} = \frac{\overline{OM'}}{\overline{M'B'}}$$

$$\Rightarrow \frac{d_{cer}}{\frac{1}{2}d_c} = \frac{d_{TS}}{\frac{1}{2}d_s} \Rightarrow d_{TS} = d_s \frac{d_{cer}}{d_c}$$

d_{cer} = distanza fra i vertici dei cerchi

d_c = diametro del cerchietto sul verticale più piccolo

d_s = diametro del ghi = $\overline{M'B'}$

FILE SE2

- OGNI NUMERO REALE \neq 0 PUÒ ESSERE POSTO
NELLA FORMA:

$$\alpha = a \cdot 10^b, \quad a \in]0, 1[$$

b = INTERO RELATIVO

AD ESEMPIO:

$$6,37 \cdot 10^3$$

$$8 \cdot 10^{-5}$$

γ = GRANDEZZA FISICA

μ = UNITÀ DI MASSA, LUNGHEZZA, TEMPO

$$\gamma = a \mu \quad [\gamma] = [\mu]$$

ORDINE DI GRANDEZZA DI $a \equiv$ POTENZA DI DECI
NELLA FORMULA

$$\alpha = a \cdot 10^b$$

ESEMPI:

-2 = ORDINE DI GRANDEZZA DI 0,0086

-3 = " " 0,0021

3 = " " 700 (APPROX)

$(1000 - 700) < (700 - 200)$

] SE2-1 [

ALTRÒ ESEMPIO: PIASTRA RETTANGOLARE
DI LATI $(16,3 \pm 0,1)$ cm }
 $(4,5 \pm 0,1)$ cm } (*)

REGOLA EMPIRICA: QUANDO SI MOLTIPLICANO
DIVERSE GRANDEZZE, IL NUMERO DI CIFRE
SIGNIFICATIVE DELLA RISPOSTA FINALE È QUELLO
DELLA GRANDEZZA COL PIÙ BASSO NUMERO DI
CIFRE SIGNIFICATIVE.

→ NEL CASO (*) L'AREA DEVE AVERE DUE CIFRE
SIGNIFICATIVE, COME È VERO PER 4,5

DRA

$$16,2 \cdot 4,4 \approx 71$$

$$16,4 \cdot 4,6 \approx 75$$

→ STIMIAMO UN'AREA DI 73 cm^2

ALTRÒ ESEMPIO: UN OGGETTO ABBIA MASSA
MISURATA DI 1500 gr

⇒ $m = 1,5 \cdot 10^3$ DUE CIFRE SIGNIFICATIVE

$1,50 \cdot 10^3$ TRE "

$1,500 \cdot 10^3$ QUATTRO "

DEF.: UNA CIFRA SIGNIFICATIVA IN UNA MISURA E' UNA CIFRA NOTA AFFIDABILMENTE, OPPURE LA PRIMA CIFRA STIMATA.

QUANDO I NUMERI VENGONO SOMMATI O SOTTRATTI,
IL NUMERO DI POSTI DECIMALI NEL RISULTATO
= IL NUMERO PIU' PICCOLO DI POSTI DECIMALI DI
Ciascun TERMINE DELLA SOMMA.

ESEMPI: $123 + 5.35 \stackrel{F}{=} 128$ (e non 128.35)

$$1.0001 + 0.0003 = 1.0004$$

$$2.002 - 0.998 = 0.004$$

REGOLA DI ARROTONDAMENTO: L'ULTIMA CIFRA MANTENUTA
DEVE ESSERE AUMENTATA DI 1 SE L'ULTIMA CIFRA
TRASCURATA E' MAGGIORE/DI 5. e.g. $7.66 \rightarrow 7.7$

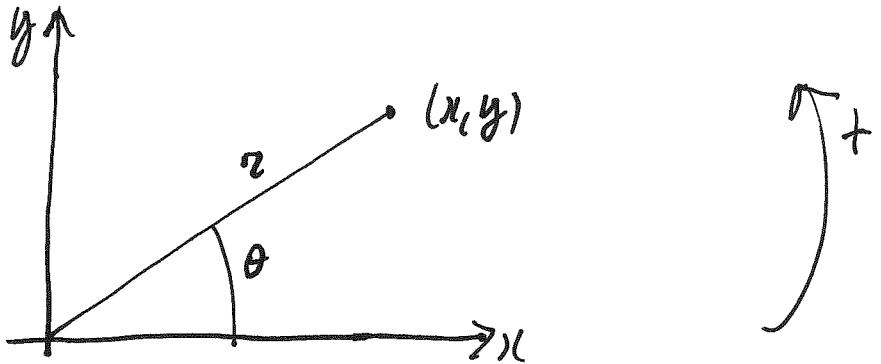
SE INVECE L'ULTIMA CIFRA TRASCURATA E' MINORE
DI 5, L'ULTIMA CIFRA MANTENUTA RIMANE
INVARIATA. ESEMPIO: $7.64 \rightarrow 7.6$

AREA DI UN PIATTO RETTANGOLARE DI LATI
22.71 cm, 7.46 cm

$$\Rightarrow 22.71 \times 7.46 \text{ cm}^2 = 94.816 \text{ cm}^2 \stackrel{F}{=} 94.8 \text{ cm}^2$$

POICHE' IL NUMERO DI CIFRE SIGNIFICATIVE DEVE EGUALIARE
IL PIU' PICCOLO NUMERO DI CIFRE SIGNIFICATIVE DEI FATTORI.

COORDINATE POLARI NEL PIANO:



$$x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \quad \rightarrow \tan \theta = \frac{y}{x} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

UN VALORE DI θ POSITIVO E' UN ANGOLO MISURATO IN VERSO ANTICORARIO A PARTIRE DAL SEMIASSE $x > 0$

SCALARI: SONO GRANDEZZE COMPLETAMENTE SPECIFICATE DA UN NUMERO POSITIVO O NEGATIVO ESPRESSO IN UNITÀ APPROPRIATE

VETTORI: GRANDEZZE FISICHE CHE VANNO SPECIFICATE IN MODULO, DIREZIONE E VERSO

ESEMPI: IL NUMERO DI ACINI IN UN GRAPPOLO D'UVA E' UNA GRANDEZZA SCALARE,
E SONO PURE SCALARI:

- TEMPERATURA
- VOLUME
- MASSA
- INTERVALLI DI TEMPO

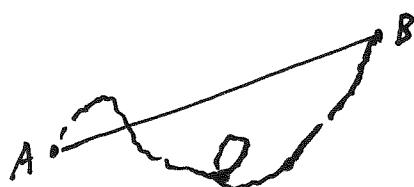
ESEMPI DI VETTORI :
- FORZA
- SPOSTAMENTO

DEF.: SPOSTAMENTO = CAMBIAMENTO DELLA POSIZIONE
DI UNA PARTICELLA

LO SPOSTAMENTO DI UN PUNTO MATERIALE E'
COMPLETAMENTE NOTO SE SONO NOTE LE SUE COORDINATE
INIZIALI E FINALI.

LO SPOSTAMENTO E' INDEPENDENTE DAL PERCORSO,
SE GLI ESTREMI DEL PERCORSO SONO FISSATI.

ESEMPIO :



- LA DISTANZA PERCORSO E' INVECE UNA
GRANDEZZA SCALARE, E RAPPRESENTA LA LUNGHEZZA
DEL PERCORSO, CHE IN GENERE E' MAGGIORE DEL
MODULO DEL VETTORE SPOSTAMENTO.

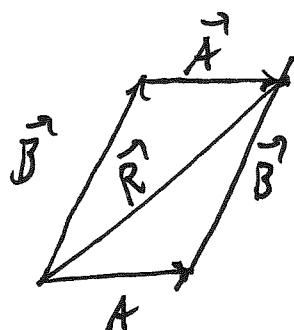
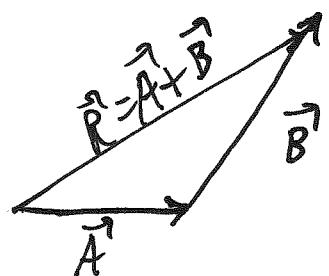
- ESEMPIO : PARTICELLA SULLA RETTA

$$x_i = -5 \text{ m} \quad x_f = 3 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{SPOSTAMENTO } \Delta x = x_f - x_i = 8 \text{ m}$$

DEF.: DUE VETTORI SONO UGUALI SE HANNO LE STESSE
UNITÀ DI MISURA, LO STESSO MODULO E PUNTANO
NELLA STESSA DIREZIONE E VERSO.

SOMMA DI VETTORI (RAPPRESENTAZIONE GRAFICA)



- UNA VOLTA DISEGNATO IL VETTORE \vec{A} , SI DISSEGNA,
NELLA STESSA SCALA, IL VETTORE \vec{B} CON IL SUO
INIZIO A PARTIRE DALLA PUNTA DI \vec{A}

$\Rightarrow \vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ È IL VETTORE DISEGNATO DALLA
CODA DI \vec{A} ALLA PUNTA DI \vec{B} .

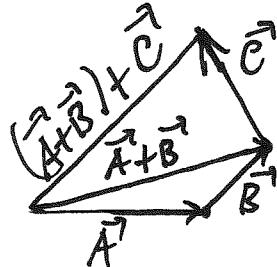
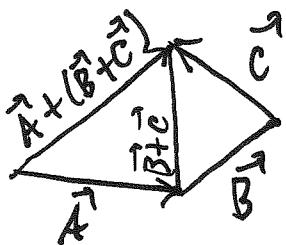
PROPRIETÀ COMMUTATIVA DELLA SOMMA:

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

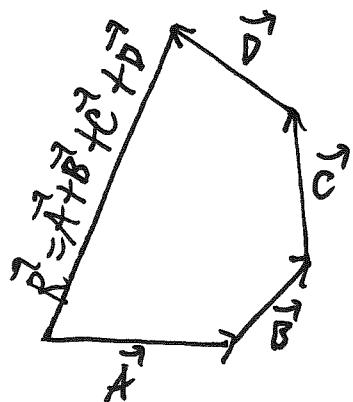
PROPRIETA' ASSOCIAТИVA DELLA SOMMA:

$$\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$$

(INFATTI :



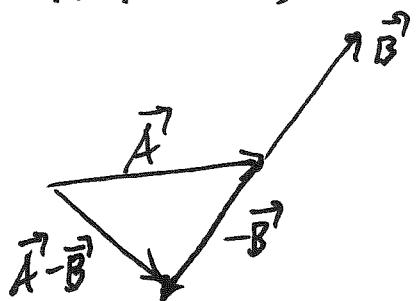
SOMMA DI QUATTRO VETTORI :



\vec{R} E' DISEGNATO
DALLA CODA DEL PRIMO
ALLA PUNTA DELL'ULTIMO
VETTORE

SOTTRAZIONE DI VETTORI:

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$



MOLTIPLICAZIONE DI UN VETTORE PER UNO SCALARE:

DATO \vec{A} : $|A| = A$

DATO $s \in \mathbb{R}$: $|s\vec{A}| = |s||\vec{A}| = |s|A$

VERSO DI $s\vec{A}$ = VERSO DI \vec{A} se $s > 0$

= -VERSO DI \vec{A} se $s < 0$

PRODOTTO SCALARE DI VETTORI:

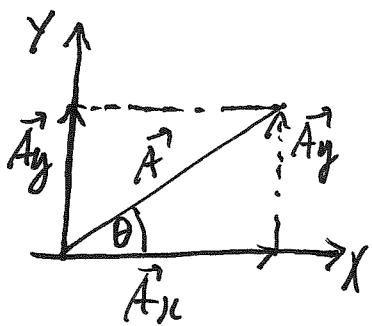
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta_{AB} = AB \cos \theta_{AB}$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = AB \sin \theta_{AB} = \text{MODULO DEL PRODOTTO VETTORIALE DI } \vec{A} \text{ e } \vec{B}$$

NEL PIANO: $\vec{A} \rightarrow (A_x, A_y)$

$A_x = \text{PROIEZIONE DI } \vec{A} \text{ LUNGO L'ASSE } x$

$A_y = \text{ " " " " } y$



$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$

$$A_{||} = A \cos \theta \quad A_y = A \sin \theta = A \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$|\vec{A}| = A = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x} \Rightarrow \theta = \arccos \frac{A_{||}}{A} = \arcsin \frac{A_y}{A} = \arctan \frac{A_y}{A_x}$$

VERSORI = VETTORI DI LUNGHEZZA UNITARIA CHE SPECIFICANO UNA DATA DIREZIONE ORIENTATA

in R^2 : $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j}$ $|\vec{i}| = 1$.
 $|\vec{j}| = 1$

in R^3 : $\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}$ $|\vec{k}| = 1$

]
SE 2-9
[

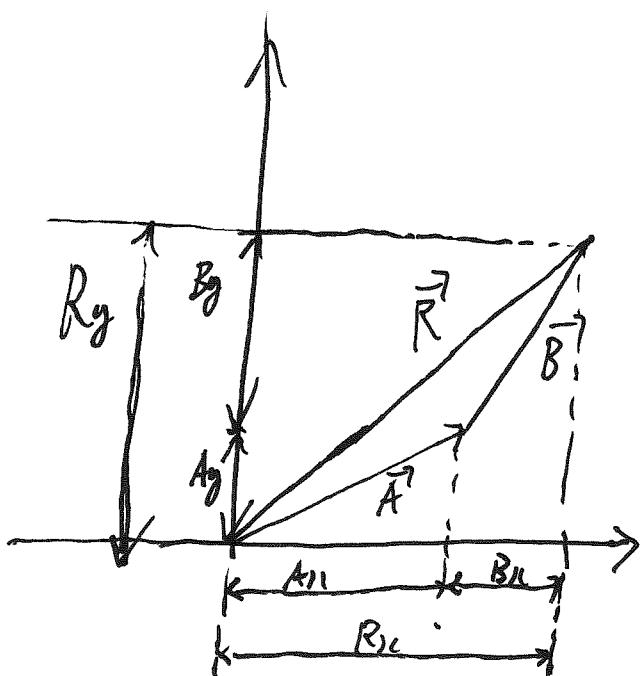
VETTORE SOMMA IN \mathbb{R}^2 :

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (Ax + Bx) \vec{i} + (Ay + By) \vec{j}$$

$$\Rightarrow R_x = Ax + Bx, \quad R_y = Ay + By$$

$$R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{(Ax + Bx)^2 + (Ay + By)^2}$$

$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{Ay + By}{Ax + Bx}$$



VETTORI E LORO SOMMA IN R^3 :

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x) \vec{i} + (A_y + B_y) \vec{j} + (A_z + B_z) \vec{k}$$

$$|\vec{R}| = R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2 + (R_z)^2}$$

$$R_x = A_x + B_x, \quad R_y = A_y + B_y, \quad R_z = A_z + B_z$$

$$\cos \theta_x = \frac{R_x}{R}, \quad \cos \theta_y = \frac{R_y}{R}, \quad \cos \theta_z = \frac{R_z}{R}$$

$$\theta_x = \vec{R} \vec{x}, \quad \theta_y = \vec{R} \vec{y}, \quad \theta_z = \vec{R} \vec{z}$$

$$\text{se } \vec{R} = \vec{A} + \vec{B} - \vec{0} \Rightarrow A_x = -B_x, A_y = -B_y, A_z = -B_z$$

ESEMPIO: $\vec{A} = 2 \vec{i} + 3 \vec{j}, \quad \vec{B} = 5 \vec{i} - 4 \vec{j}$

$$\Rightarrow \vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (2+5) \vec{i} + (3-4) \vec{j} = 7 \vec{i} - \vec{j}$$

$$\Rightarrow R_x = 7, \quad R_y = -1 \Rightarrow R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50}$$

ESEMPIO: UNA PARTICELLA COMPIE 3 SPOSTAMENTI CONSECUTIVI: (IN UNITÀ DI cm, NON INDICATI)

$$\Delta \vec{r}_1 = (1.5 \vec{i} + 3 \vec{j} - 1.2 \vec{k})$$

$$\Delta \vec{r}_2 = (2.3 \vec{i} - 1.4 \vec{j} - 3.6 \vec{k})$$

$$\Delta \vec{r}_3 = (-1.3 \vec{i} + 1.5 \vec{j})$$

CALCOLARE SPOSTAMENTO RISULTANTE E IL SUO MODULO

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \Delta \vec{r}_1 + \Delta \vec{r}_2 + \Delta \vec{r}_3 = (1.5 + 2.3 - 1.3) \vec{i} + (3 - 1.4 + 1.5) \vec{j} \\ &\quad + (-1.2 - 3.6 + 0) \vec{k} \end{aligned}$$

$$= 2.5 \vec{i} + 3.1 \vec{j} - 4.8 \vec{k}$$

$$\Rightarrow R_x = 2.5, \quad R_y = 3.1, \quad R_z = -4.8$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{(R_x)^2 + (R_y)^2 + (R_z)^2} \approx 6.24$$

FILE SE3

PER UNA PARTICELLA CHE SI MUOVE DI UN TRATTO d IN UN INTERVALLO TEMPORALE Δt , LA VELOCITA' SCALARE MEDIA E'

$$v_{\text{med}} = \frac{d}{\Delta t}$$

ESSA NON E' UN VETTORE, E DUNQUE NON HA UNA DIREZIONE

VELOCITA' MEDIA: $\vec{V}_m = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_i}{t_f - t_i}$ E' UN VETTORE

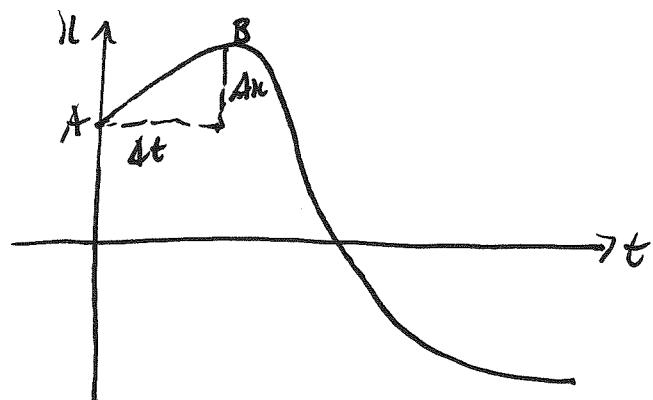
PER MOTI UNIDIMENSIONALI, ESSA SI RIDUCE A

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} \Rightarrow [V_m] = L T^{-1}$$

LA VELOCITA' MEDIA, PER DEFINIZIONE, NON DIPENDE DAL PERCORSO SEGUITO FRA I PUNTI INIZIALE E FINALE. QUESTA E' LA MAGGIORE DIFFERENZA RISPETTO ALLA VELOCITA' SCALARE MEDIA. INFATTI LO SPOSTAMENTO Δx DIPENDE SOLO DALLE COORDINATE INIZIALI E FINALI DELLA PARTICELLA.

LA VELOCITA' MEDIA NON FORNISCE ALCUN DETTAGLIO DEL MOTO. IN UNA DIMENSIONE, PUO' ESSERE POSITIVA O NEGATIVA

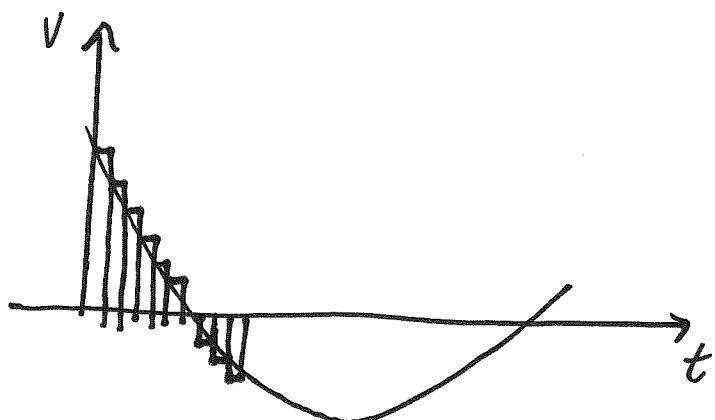
GRAFICO POSIZIONE TEMPO:



VELOCITA' MEDIA IN UNA DIMENSIONE

= PENDENZA DEL TRATTO DI RETTA CHE CONGIUNGE I PUNTI INIZIALE E FINALE DEL GRAFICO POSIZIONE - TEMPO

GRAFICO VELOCITA' TEMPO:



SPOSTAMENTO: AREA SOTTESA DALLA CURVA FRA I PUNTI INIZIALE E FINALE

] SE3-2[

SCRIVIAMO ALLORA:

$$\Delta x = \int_{t_0}^t v(t) dt$$

SI APRE QUI UNA
PARENTESE SUGLI (PAG. 10)
INTEGRALI DEFINITI

ESEMPIO: UN PUNTO MATERIALE COMPIE UN MOTO
RETTLINEO

PRIMO TRATTO: VELOCITA' MEDIA DI 5 m s^{-1}
PER 4 MINUTI

SECONDO TRATTO: VELOCITA' MEDIA DI 4 m s^{-1}
PER 3 MINUTI

$$\Rightarrow \Delta x_1 = 5 \text{ m s}^{-1} \cdot 4 \cdot 60 \text{ s} = 1.2 \cdot 10^3 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = 4 \text{ m s}^{-1} \cdot 3 \cdot 60 \text{ s} = 7.2 \cdot 10^2 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \left| \vec{v}_{\text{med}} \right| = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t} = \frac{1.92 \cdot 10^3 \text{ m}}{7 \text{ min}} \approx 4.57 \text{ m s}^{-1}$$

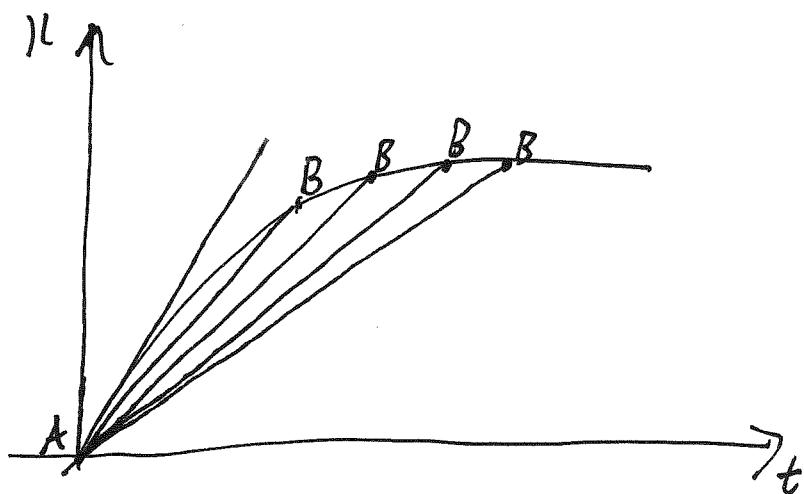
N.B. $\vec{v}_{\text{med}} \neq$ MEDIA ARITMETICA DELLE
DUE VELOCITA'

VELOCITA' ISTANTANEA:

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{t \rightarrow t} \frac{x(t) - x(t)}{t - t} = x'(t)$$

$$= \frac{dx}{dt} = v(t)$$

= PENDENZA DELLA RETTA TANGENTE
ALLA CURVA POSIZIONE-TEMPO
NEL PUNTO DI ASCISSA "t"



LA LINEA TRA LE POSIZIONI A e B SI AVVICINA ALLA LINEA TANGENTE QUANDO IL PUNTO B SI MUOVE AVVICINANDOSI AL PUNTO A.

ESEMPIO: $x(t) = A t^n \Rightarrow v(t) = \frac{dx}{dt} = n A t^{n-1}$

LA PROCEDURA DI LIMITE (ESEMPIO).

SE $x(t) = 3t^2$, TROVARE VELOCITA' MEDIA E VELOCITA' ISTANTANEA.

$$x_f = 3(t + \Delta t)^2 = 3(t^2 + 2t\Delta t + (\Delta t)^2)$$
$$= 3t^2 + 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2$$

$$\Rightarrow \Delta x = x_f - x_i = 3t^2 + 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2 - 3t^2$$
$$= 6t\Delta t + 3(\Delta t)^2$$

$$\Rightarrow v_{\text{med}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 6t + 3\Delta t$$

$$\text{VELOCITA' ISTANTANEA: } v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = 6t$$

ESEMPIO: UNA PARTICELLA SI MUOVE LUNGO L'ASSE X
CON LEGGE DIARIA: $x(t) = -4t + 2t^2$

CALCOLARE SPOSTAMENTO E VELOCITÀ MEDIA
NEGLI INTERVALLI $t \in [0, 1]$ in secondi
 $t \in [1, 3]$

PRIMO INTERVALLO: $\Delta x = x_2 - x_1 = -4 + 2 - 0 = -2$ metri

SECONDO " : $\Delta x = -4 \cdot 3 + 2 \cdot 9 - [-4 + 2] = 6 + 2 = 8$ metri

\Rightarrow PRIMO INT.: $v_{\text{media}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -2 \text{ m s}^{-1}$

SECONDO INT.: $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 4 \text{ ms}^{-1}$

VELOCITÀ INSTANTANEA: $v(t) = \frac{dx}{dt} = -4 + 4t$

$v(2.5 \text{ s}) = (-4 + 10) \text{ ms}^{-1} = 6 \text{ ms}^{-1}$

VELOCITA' COSTANTE \Rightarrow VELOCITA' ISTANTANEA = VELOCITA' MEDIA

MA ALLORA:

$$v_n = v_{\text{med}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} \Rightarrow x_f = x_i + v_n \Delta t = x_i + v_n t$$

se $t_i = 0$ $t_f = t$

ESEMPIO: CORRIDORE A VELOCITA' COSTANTE

$$v_n = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} = \frac{20m - 0}{4,4s} = 4,5 \text{ ms}^{-1}$$

DUNQUE, DOPO 10 s, SI HA:

$$x_f = x_i + v_n t = 0 + 4,5 \text{ ms}^{-1} \cdot 10 \text{ s} = 45 \text{ m}$$

ACCELERAZIONE MEDIA:

$$a_{\text{med}} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

ACCELERAZIONE ISTANTANEA:

$$a_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{d^2 x}{dt^2} = \text{PENDENZA DEL GRAFICO}$$

VELOCITA' - TEMPO

]
SEZ-7[

DUNQUE, L'ACCELERAZIONE INSTANTANEA SI ANNULLA NEI PUNTI NEI QUALI LA VELOCITA' INSTANTANEA HA UN MASSIMO

ESEMPIO: LA VELOCITA' DI UN'AUTO PASSA DAL VALORE INIZIALE DI 30 ms^{-1} AL VALORE FINALE DI 15 ms^{-1} IN 2S

$$\Rightarrow a_{\text{med}} = \frac{15 \text{ ms}^{-1} - 30 \text{ ms}^{-1}}{2s} = -7.5 \text{ ms}^{-2}$$

PER MOTI RETTILINEI, QUANDO VELOCITA' E ACCELERAZIONE HANNO LO STESSO VERSO, L'OGGETTO AUMENTA IL MODULO DELLA VELOCITA'. SE INVECE VELOCITA' E ACCELERAZIONE HANNO VERSI OPPosti, LA VELOCITA' SCALARE DIMINISCE NEL TEMPO.

ESEMPIO: PER UN MOTO LINEARE L'ASSE x , SIA
 $v_x = 40 - 5t^2$

CALCOLARE L'ACCELERAZIONE MEDIA
PER $t \in [0, 2] \text{ s}$

$$v_x(0) = 40 + 0 = 40 \text{ ms}^{-1}$$

$$v_x(2) = (40 - 5 \cdot 4) \text{ ms}^{-1} = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$$\Rightarrow a_{\text{med}} = \frac{20 \text{ ms}^{-1} - 40 \text{ ms}^{-1}}{2 \text{ s}} = -20 \text{ ms}^{-2}$$

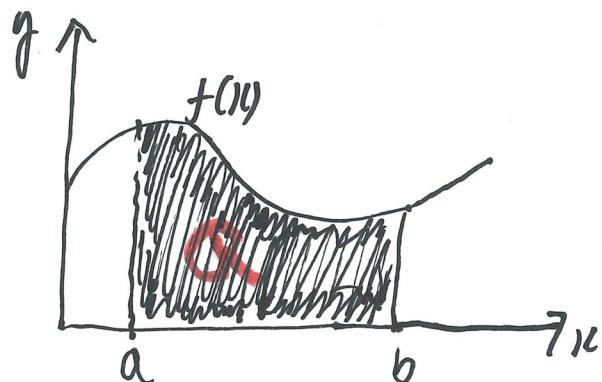
L'ACCELERAZIONE INSTANTANEA A $t = 2 \text{ s}$
E' INVECE

$$a_x = -20t \Big|_{t=2s} = -20 \text{ ms}^{-2}$$

IL CONCETTO DI INTEGRALE

- SENZA SOSTITUIRCI AL CORSO DI MATEMATICA,
RICORDIAMO COMUNQUE CHE, PER FUNZIONI DI UNA
VARIABILE REALE, L'INTEGRALE DEFINITO ASSOCIA ALLA
FUNZIONE L'AREA SOTTESA DAL SUO GRAPICO
IN UN DATO INTERVALLO $[a, b]$ DEL SUO INSIEME
DI DEFINIZIONE:

$$J = \int_a^b f(x) dx$$



NELLA TEORIA DI RIEMANN DELL'INTEGRALE, SI DIVIDE L'INTERVALLO $[a, b]$ IN n INTERVALLI DENOTATI CON $[(x_{k-1}, x_k)]$, $k = 1, 2, \dots, n$, CON $x_0 = a$, $x_n = b$. PER CIASCUN INTERVALLO SI PUO' CONSIDERARE UN PONTO t_k LA CUI IMMAGINE E' $f(t_k)$. SI COSTRUISCE ALLORA IL RETTANGOLO CHE HA PER BASE L'INTERVALLO $[(x_{k-1}, x_k)]$ E PER ALTEZZA $f(t_k)$. LA FIGURA CHE CONSISTE DI TUTTI I RETTANGOLI COSÌ COSTRUITI E' DETTA PLURIRETTANGOLO, E L'AREA DEL PLURIRETTANGOLO E' LA SOMMA INTEGRALE DI CAUCHY, RIEMANN e PARBOUX (LEGGASI "CAUCHY"):

$$S_m = \sum_{K=1}^n f(t_K) \Delta x_K = \sum_{K=1}^n f(t_K)(x_K - x_{K-1})$$

SE, AL DIMINUIRE DELL'AMPIEZZA DEGLI INTERVALLI Δx_K I VALORI COSÌ OTTENUTI SI CONCENTRANO IN UN INTORNO SEMPRE PIÙ PICCOLO DI UN NUMERO S , LA FUNZIONE f È INTEGRABILE NELL'INTERVALLO $[a, b]$, E IL SUO INTEGRALE

$$J \equiv \int_a^b f(x) dx = S$$

SE LA FUNZIONE f È POSITIVA, ALLORA L'INTEGRALE È L'AREA DELLA REGIONE Ω IN FIGURA:

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; y \in [0, f(x)], x \in [a, b]\}$$

- CON LINGUAGGIO SEMIQUANTATIVO, PIAIAMO CHE ESISTONO ϵ E δ SUFFICIENTEMENTE PICCOLI TALI CHE:

$$\Delta x_K < \epsilon \Rightarrow \exists S: |S_m - S| < \delta$$

$$\Rightarrow J = \int_a^b f(x) dx = S$$

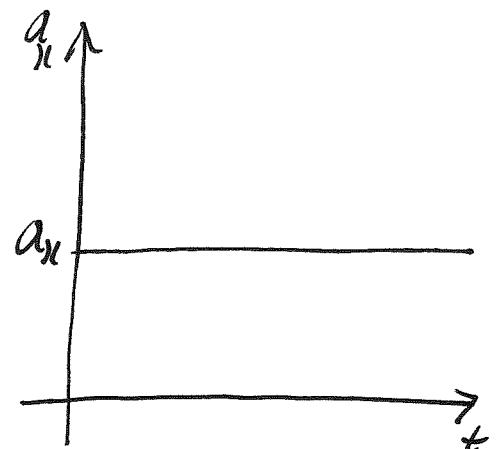
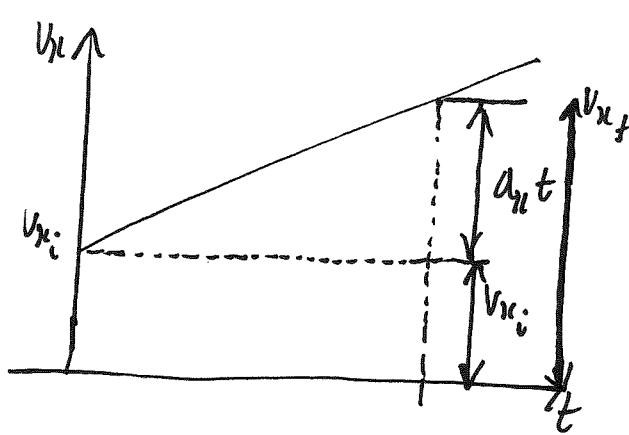
- A LIVELLO PIÙ PROFONDO, L'INTEGRALE È L'ELEMENTO DI SEPARAZIONE DI DUE CLASSI CONTIGUE

PARTICELLA CON ACCELERAZIONE COSTANTE

CASO UNIDIMENSIONALE

$$a_x = \frac{v_{x_f} - v_{x_i}}{t_f - t_i} \quad t_i = 0 \quad t_f = t$$

$$\Rightarrow v_{x_f} = v_{x_i} + a_x t$$



$$\Delta x = v_{x_i} \Delta t + \frac{1}{2} (v_{x_f} - v_{x_i}) \Delta t = \left(v_{x_i} + \frac{1}{2} v_{x_f} - \frac{1}{2} v_{x_i} \right) \Delta t$$

$$= \frac{1}{2} (v_{x_i} + v_{x_f}) \Delta t = v_{x_{\text{med}}} \Delta t$$

$$\Rightarrow v_{x_{\text{med}}} = \frac{1}{2} (v_{x_i} + v_{x_f}) \quad a_x \text{ COSTANTE}$$

$$\Rightarrow \Delta x = v_{x_{\text{med}}} \Delta t = \frac{1}{2} (v_{x_i} + v_{x_f}) (t - 0) = \frac{1}{2} (v_{x_i} + v_{x_f}) t$$

$$\Rightarrow x_f = x_i + \frac{1}{2} (v_{x_i} + v_{x_f}) t$$

]] SE4-1 [

$$\Rightarrow x_f = x_i + \frac{1}{2} [v_{x_i} + (v_{x_i} + a_x t)] t$$

$$= x_i + v_{x_i} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

D'ALTRONDE, SI HA ANCHE

$$t = \frac{(v_{x_f} - v_{x_i})}{a_x}$$

$$\Rightarrow x_f = x_i + \frac{1}{2} (v_{x_i} + v_{x_f}) \frac{(v_{x_f} - v_{x_i})}{a_x}$$

$$= x_i + \frac{(v_{x_f}^2 - v_{x_i}^2)}{2a_x}$$

$$\Rightarrow v_{x_f}^2 = v_{x_i}^2 + 2a_x (x_f - x_i)$$

- IN PARTICOLARE,

$$a_x = 0 \Rightarrow v_{x_f} = v_{x_i}$$

$$x_f = x_i + v_{x_i} t$$

RICAPITO LANDO:

$$V_{xf} = V_{xi} + a_x t$$

$$V_x = V_x(t)$$

(1)

$$x_f = x_i + \frac{1}{2} (V_{xf} + V_{xi}) t$$

$$x = x(t, V_{xi}, V_{xf})$$

(2)

$$x_f = x_i + V_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$x = x(t)$$

(3)

$$V_{xf}^2 = V_{xi}^2 + 2 a_x (x_f - x_i)$$

$$V = V(x)$$

(4)

ESEMPIO: UN ELETTRONE ACCELERATO

- IN UN TUBO TV A RAGGI CATODICI, UN ELETTRONE ACCELERA UNIFORMEMENTE IN LINEA RETTA DA UNA VELOCITÀ DI $3 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$ A UNA VELOCITÀ DI $5 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$ LUNGO UN PERCORSO DI 2 CM. PER QUANTO TEMPO È STATO ACCELERATO L'ELETTRONE?

SOLUZIONE: DALLA (2), TROVIAMO:

$$t = \frac{2(x_f - x_i)}{(V_{xi} + V_{xf})} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{(3 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^6) \text{ m s}^{-1}}$$

$$\frac{4 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^6} \text{ s} = 0.8 \cdot 10^{-8} \text{ s} = 8 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

(CIRCA $7.95 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ CON MAGGIOR ACCURATEZZA)

] SE4-3 [

ESEMPIO: AUTO INSEGUITA DA MOTO

AUTO A VELOCITA' COSTANTE DI 45 m s^{-1}

MOTO POLIZIA INIZIA INSEGUIMENTO CON ACCELERAZIONE DI 3 m s^{-2} . DOPO QUANTO TEMPO LA POLIZIA RAGGIUNGE L'AUTO?

SOLUZIONE: Dopo 1s inizia inseguimento. Dunque

$$x_{\text{AUTO}} = 45 \text{ m} + 45 \text{ m s}^{-1} t$$

MOTO POLIZIA: $x_i = 0$, $v_{ki} = 0$, $a_{ki} = 3 \text{ m s}^{-2}$

$$\Rightarrow x_{\text{POLIZIA}} = \frac{1}{2} a_k t^2 = \frac{1}{2} (3 \text{ m s}^{-2}) t^2$$

CONDIZIONE DI RAGGIUNGIMENTO:

$$x_{\text{POLIZIA}} = x_{\text{AUTO}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (3 \text{ m s}^{-2}) t^2 = 45 \text{ m} + (45 \text{ m s}^{-1}) t$$

$$\Rightarrow 1.5 t^2 - 45 t - 45 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{45 + \sqrt{(45)^2 + 6 \times 45}}{3} = 31 \text{ s}$$

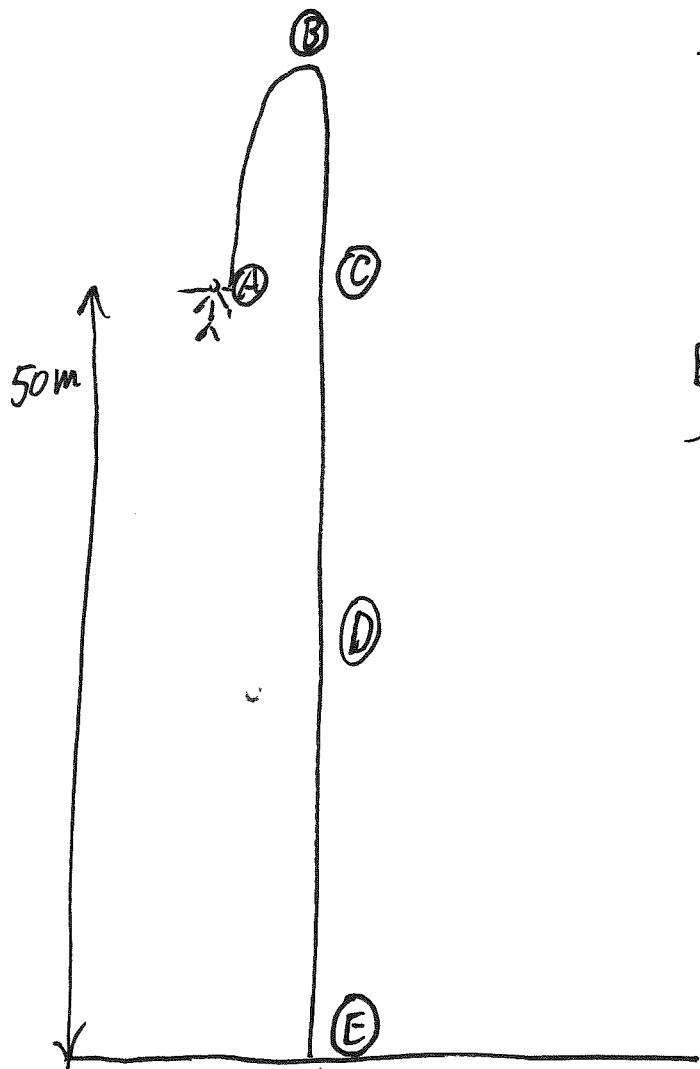
] SE 4-4[

CORPI IN CADUTA LIBERA

- GALILEO GALILEI SCOPRI' CHE LO SPOSTAMENTO DI UN OGGETTO CHE PARTE DALLA QUIETE E' PROPORTZIONALE AL QUADRATO DEL TEMPO DURANTE IL QUALE L'OGGETTO E' IN MOVIMENTO.
- IN CONDIZIONI DI VUOTO, SE SI PUO' TRASCURARE LA RESISTENZA DELL'ARIA, UN FOGLIO DI CARTA E UNA MONETA CADONO CON LA STESSA ACCELERAZIONE, INDIPENDENTEMENTE DALLA FORMA E DAL PESO DELLA CARTA.
- IL 2 AGOSTO 1971, L'ASTRONAUTA DAVID SCOTT LASCIÒ CADERE SULLA LUNA, SIMULTANEALEMENTE, UN MARTELLO DA GEOLOGO E UNA PIUMA DI FALCO, CHE RAGGIUNSERO LA SUPERFICIE LUNARE CONTEMPORANEAMENTE.
- UN CORPO IN CADUTA LIBERA E' UN OGGETTO CHE SI MUOVE LIBERAMENTE SOLO SOTTO L'AZIONE DELLA GRAVITÀ, INDIPENDENTEMENTE DAL SUO MOTO INIZIALE.
⇒ OGGETTI LANCIATI VERSO L'ALTO O VERSO IL BASSO, COME PURE QUELLI ABBANDONATI DA FERMO, SONO TUTTI OGGETTI IN CADUTA LIBERA, UNA VOLTA RILASCIATI.
- IPOTESI:
 - (1) SI PUO' TRASCURARE LA RESISTENZA DELL'ARIA
 - (2) L'ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ NON DIPENDE DALL'ALTITUDINEQUESTE SONO PUR SEMPRE APPROSSIMAZIONI

PER I CORPI IN CADUTA LIBERA, IL NOTO E' IN DIREZIONE VERTICALE, CON ACCELERAZIONE $a_y = -g$ VERSO IL BASSO (DA CUI IL SEGNO (-)).

- ESEMPIO: UN BUON LANCIO PER UN PRINCIPIANTE



- PIETRA LANCIATA DAL PUNTO A CON VELOCITA' INIZIALE DI 20 m s^{-1} VERSO L'ALTO.
ED È GIÀ ALTO 50 M
- LA PIETRA SFIORA IL BORDO NEL TORNARE GIU'.

(1) DOPO QUANTO TEMPO LA PIETRA RAGGIUNGE LA MASSIMA ALTEZZA?

in A: $t_A = 0$, $y_A = 0$, $v_{yA} = 20 \text{ ms}^{-1}$; $a_y = -9.8 \text{ ms}^{-2} = -g$

in B: $v_{yB} = 0$, $a_y = -9.8 \text{ ms}^{-2}$

$$\Rightarrow v_{y_f} = v_{yB} = 0 = v_{yi} + a_y t = v_{yA} + a_y t$$

$$\Rightarrow t = -\frac{v_{yA}}{a_y} = \frac{20}{9.8} \text{ s} = 2.04 \text{ s} = t_B = \frac{v_{yA}}{g}$$

(2) QUAL E' L'ALTEZZA MASSIMA RAGGIUNTA?

$$y_{\max} = y_B = y_A + v_{yA} t_B + \frac{1}{2} a_y (t_B)^2$$

$$= t_B \left(v_{yA} + \frac{1}{2} a_y t_B \right)$$

$$= -\frac{v_{yA}^2}{a_y} + \frac{1}{2} a_y \frac{v_{yA}^2}{a_y^2} = -\frac{1}{2} \frac{v_{yA}^2}{a_y} = \frac{v_{yA}^2}{2g} = 20.4 \text{ m}$$

(3) QUANTO TEMPO IMPIEGA LA PIETRA PER TORNARE AL LIVELLO DEL LANCIATORE?

in C: $y_C = y_A = 0 \Rightarrow 0 = v_{yA} t_C + \frac{1}{2} a_y t_C^2$

$$= t_C \left(v_{yA} + \frac{1}{2} a_y t_C \right)$$

$$\Rightarrow t_C = 0, t_C = -\frac{2v_{yA}}{a_y} = \frac{2v_{yA}}{g} = 2t_B = 4.08 \text{ s}$$

(4) QUAL E' LA VELOCITA' DELLA PIETRA IN $t=t_c$?

$$V_{y_c} = V_{y_A} + a_y t_c = V_{y_A} - g \frac{2 V_{y_A}}{g} = -V_{y_A} = -20 \text{ ms}^{-1}$$

\Rightarrow QUANDO LA PIETRA TORNA ALLA QUOTA DI PARTENZA,
LA SUA VELOCITA' HA LO STESSO MODULO MA VERSO
OPPOSTO RISPETTO ALLA VELOCITA' INIZIALE.
 \Rightarrow IL MOTO E' SIMMETRICO

(5) CALCOLARE VELOCITA' E POSIZIONE DELLA PIETRA PER $t=5 \text{ s}$

$$\begin{aligned} V_{y_D} &= V_{y_A} + a_y t_D = V_{y_A} - g t_D = 20 \text{ ms}^{-1} - 9.8 \text{ ms}^{-2} 5 \text{ s} \\ &= (20 - 49) \text{ ms}^{-1} = -29 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y_D &= y_A + V_{y_A} t_D + \frac{1}{2} a_y t_D^2 \\ &= 0 + 20 \text{ ms}^{-1} 5 \text{ s} - 4.9 \text{ ms}^{-2} 25 \text{ s} = -22.5 \text{ m} \end{aligned}$$

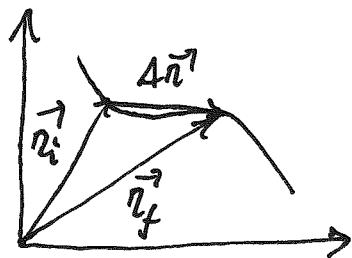
N.B. IN \textcircled{E} SI HA: $y_E = -50 \text{ m}$

\Rightarrow IL VALORE DI y_D E' ACCETTABILE, MA VALORI DI
 $y < y_E$ NON SONO FISICAMENTE ACCETTABILI
- GIÀ! PER $t=6 \text{ s}$ SI TROVEREBBE TALE ASSURDO

FILE SE 5

- MOTO IN DUE DIMENSIONI
- LA POSIZIONE DI UNA PARTICELLA E' DESCRITTA CON UN VETTORE POSIZIONE \vec{r} , E LO SPOSTAMENTO E' LA DIFFERENZA TRA LE POSIZIONI FINALE E INIZIALE:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$



VELOCITA' MEDIA: $\vec{v}_{\text{med}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \text{VETTORE DIRETTO LUNGO } \Delta \vec{r}$

N.B. LA VELOCITA' MEDIA FRA I PUNTI \textcircled{A} e \textcircled{B} E' INDIPENDENTE DAL PERCORSO FRA I DUE PUNTI, POICHÉ $\Delta \vec{r}$ DIPENDE SOLO DA \vec{r}_i e \vec{r}_f

IN PARTICOLARE: $\vec{r}_i = \vec{r}_f \Rightarrow \vec{v}_{\text{med}} = 0$

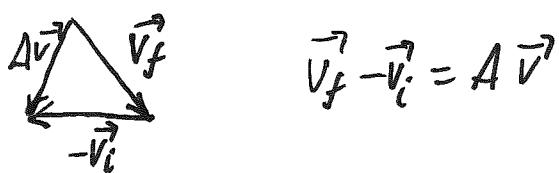
VELOCITA' ISTANTANEA:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d \vec{r}}{dt} = \text{DERIVATA DEL VETTORE POSIZIONE RISPETTO AL TEMPO}$$

ACCELERAZIONE MEDIA:

$$\vec{a}_{\text{med}} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

E' UN VETTORE DIRETTO LUNGO $\Delta \vec{v}$



ACCELERAZIONE INSTANTANEA:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d \vec{v}}{dt}$$

= DERIVATA DEL VETTORE VELOCITA'
RISPETTO AL TEMPO

L'ACCELERAZIONE E' $\neq 0$ SE VARIA NEL TEMPO IL MODULO
DEL VETTORE VELOCITA', OPPURE SE VARIA NEL TEMPO LA
DIREZIONE DEL VETTORE VELOCITA', OPPURE SE
VARIANO SIA IL MODULO CHE LA DIREZIONE DEL
VETTORE VELOCITA'

MOTO IN DUE DIMENSIONI CON ACCELERAZIONE COSTANTE
(MODULO E DIREZIONE COSTANTI NEL TEMPO)

VETTORE POSIZIONE NEL PIANO:

$$\vec{r} = x \hat{i} + y \hat{j}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$$

\vec{a} COSTANTE $\Rightarrow a_x, a_y$ COSTANTI NEL TEMPO

$$v_x = v_{x_f} = v_{x_i} + a_x t$$

$$v_y = v_{y_f} = v_{y_i} + a_y t$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \vec{v}_f &= (v_{x_i} + a_x t) \hat{i} + (v_{y_i} + a_y t) \hat{j} \\ &= (v_{x_i} \hat{i} + v_{y_i} \hat{j}) + (a_x \hat{i} + a_y \hat{j}) t\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a} t$$

INOLTRE:

$$x_f = x_i + v_{x_i} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$y_f = y_i + v_{y_i} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

DA CUI

$$\begin{aligned}\vec{r}_f &= \left(x_i + v_{x_i} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \right) \hat{i} + \left(y_i + v_{y_i} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \right) \hat{j} \\ &= (x_i \hat{i} + y_i \hat{j}) + (v_{x_i} \hat{i} + v_{y_i} \hat{j}) t + \frac{1}{2} (a_x \hat{i} + a_y \hat{j}) t^2 \\ &= \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2\end{aligned}$$

$\vec{v}_i t$ = SPOSTAMENTO DOVUTO ALLA VELOCITA' INIZIALE DELLA PARTICELLA

$\frac{1}{2} \vec{a} t^2$ = SPOSTAMENTO RISULTANTE DALL'ACCELERAZIONE UNIFORME DELLA PARTICELLA

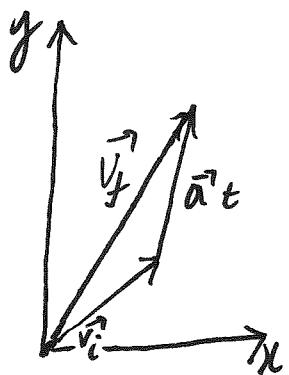
N.B. IN GENERALE, \vec{v}_f NON E' ORIENTATO LUNGO LA DIREZIONE DI \vec{v}_i OPPURE \vec{a} ; \vec{v}_f E \vec{r}_f NON HANNO LA STESSA DIREZIONE

$$\vec{v}_f = \vec{v}_i + \vec{a} t \Rightarrow v_{x_f} = v_{x_i} + a_x t$$

$$v_{y_f} = v_{y_i} + a_y t$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \Rightarrow x_f = x_i + v_{x_i} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$y_f = y_i + v_{y_i} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$



IL MOTO IN DUE DIMENSIONI CON ACCELERAZIONE COSTANTE E' DVNQUE EQUIVALENTE A DUE MOTI INDIPENDENTI NELLE DIREZIONI x E y , AVENTI ACCELERAZIONI COSTANTI a_x E a_y . IL MOTO NELLA DIREZIONE x NON INFUENZA IL MOTO NELLA DIREZIONE y , E VICEVERSA.

\Rightarrow IL MODELLO APPROPRIATO E' QUELLO DELLA PARTICELLA IN MOTO UNIDIMENSIONALE CON ACCELERAZIONE COSTANTE, APPLICATO NELLE DIREZIONI x E y SEPARATAMENTE.

ESEMPIO: MOTO IN UN PIANO

UNA PARTICELLA SI TROVA ALL'ORIGINE DEL SISTEMA xy AL TEMPO $t=0$, CON VELOCITA' INIZIALE $\vec{v}_i = (20\hat{i} - 25\hat{j}) \text{ ms}^{-1}$, E SI MUOVE NEL PIANO CON ACCELERAZIONE

$$\vec{a} = 4 \text{ m s}^{-2} \hat{i}$$

(1) CALCOLARE LE COMPONENTI DELLA VELOCITA'

$$V_{x_f} = V_{x_i} + a_x t = (20 + 4t)$$

$$V_{y_f} = V_{y_i} + a_y t = -15 \text{ m s}^{-1}$$

$$\Rightarrow \vec{V}_f = V_{x_f} \hat{i} + V_{y_f} \hat{j} = [(20+4t) \hat{i} - 15 \hat{j}] \text{ m s}^{-1}$$

(2) DOPO 5 s:

$$\vec{V}_f = [(20+4 \cdot 5) \hat{i} - 15 \hat{j}] \text{ m s}^{-1} = [40 \hat{i} - 15 \hat{j}] \text{ m s}^{-1}$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{V_{y_f}}{V_{x_f}} \right) = \arctan \left(\frac{-15}{40} \right) = -21^\circ$$

$$|\vec{V}_f(5s)| = \sqrt{V_{x_f}(5)^2 + V_{y_f}(5)^2} = \sqrt{1825} \text{ m s}^{-1} \\ = 42,72 \text{ m s}^{-1} \approx 43 \text{ m s}^{-1}$$

MOTO DI UN PROGETTILE:

- FACCIAMO DUE IPOTESI SEMPLIFICATRICI:

(1) L'ACCELERAZIONE DI GRAVITÀ SI MANTIENE COSTANTE

(2) LA RESISTENZA DELL'ARIA È TRASCURABILE

DIREZIONE y POSITIVA VERSO L'ALTO $\Rightarrow a_y = -g$

$a_x=0$ POICHÉ LA RESISTENZA DELL'ARIA VIENE TRASCURATA

$$v_{x_i} = v_i \cos \theta_i \quad v_{y_i} = v_i \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_i\right) = v_i \sin \theta_i$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_{x_f} = v_{x_i} + a_x t = v_{x_i} = v_i \cos \theta_i = \text{costante} \\ v_{y_f} = v_{y_i} - g t = v_i \sin \theta_i - g t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_f = x_i + v_{x_i} t = (v_i \cos \theta_i) t \\ y_f = y_i + v_{y_i} t - \frac{1}{2} g t^2 = (v_i \sin \theta_i) t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t = \frac{x_f}{v_i \cos \theta_i}$$

$$\Rightarrow y_f = (v_i \tan \theta_i) x_f - \frac{g}{2 v_i^2 \cos^2 \theta_i} (x_f)^2 + \epsilon]_{0, \frac{\pi}{2}}$$

$$\vec{g} = -g \vec{j} = \vec{a}$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2} \vec{g} t^2$$

$\vec{v}_i t$ = SPOSTAMENTO IN ASSENZA DI
ACCELERAZIONE

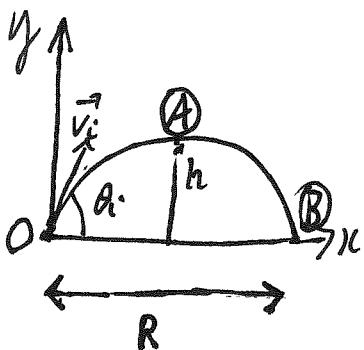
$\frac{1}{2} \vec{g} t^2$ = SPOSTAMENTO DOVUTO ALL'ACCELERAZIONE
DI GRAVITÀ \vec{g}

\Rightarrow SE NON CI FOSSE \vec{g} , LA PARTICELLA CONTINVEREBBE
IL MOTO RETTILINEO NELLA DIREZIONE DI \vec{v}_i

GITTATA E ALTEZZA MASSIMA:

$$A = \left(\frac{R}{2}, h\right)$$

$$B = (R, 0)$$



$$v_{y_A} = 0 \Rightarrow t_A = \frac{v_i \sin \theta_i}{g}$$

$$\Rightarrow h = (v_i \sin \theta_i) t - \frac{1}{2} g t^2 = \frac{(v_i \sin \theta_i)^2}{g} - \frac{1}{2} g \frac{(v_i \sin \theta_i)^2}{g^2}$$

$$= \frac{v_i^2 \sin^2 \theta_i}{2g}$$

\Rightarrow PER AUMENTARE h , SI PUO' LANCIARE IL PROGETTILE CON VELOCITA' INIZIALE MAGGIORE, O AUMENTARE θ_i , O SCEGLIERE UN POSTO DVE g E' MINORE (LA g VARIA CON LA QUOTA)

- GITTATA:

$$R = (v_i \cos \theta_i) 2t_A = v_i \cos \theta_i \frac{2v_i \sin \theta_i}{g} = \frac{(v_i)^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

$\Rightarrow R$ E' MASSIMA SE $\theta_i = 45^\circ$

ESEMPIO: UN LANCI DI PIETRA

- PIETRA SCAGLIATA VERSO L'ALTO DALLA SOMMITÀ DI UN EDIFICIO, CON UN ANGOLO DI 30° RISPETTO ALL'ORIZZONTALE, E CON VELOCITÀ DI 20 m s^{-1}

(1) SE L'EDIFICIO È ALTO 45 m, PER QUANTO TEMPO LA PIETRA RIMANE IN VOLO?

$$v_{x_i} = v_i \cos \theta_i = 20 \text{ m s}^{-1} \cos(30) = 17.3 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_{y_i} = v_i \sin \theta_i = 20 \text{ m s}^{-1}$$

$$y_f = y_i + v_{y_i} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow -45 \text{ m} = 0 + 20 \text{ m s}^{-1} t - 4.9 \text{ m s}^{-2} t^2 \Rightarrow 4.9 t^2 - 20t - 45 = 0$$

$$\Rightarrow \text{EQ. DI } 2^\circ \text{ GRADO PER } t \Rightarrow t = 4.22 \text{ s}$$

(2) QUAL È LA VELOCITÀ DELLA PIETRA APPENA PRIMA DI COLPIRE IL SUOLO?

$$v_{y_f} = v_{y_i} + a_y t = v_{y_i} - g t$$

$$= 20 \text{ m s}^{-1} - 9.8 \text{ m s}^{-2} \cdot 4.22 \text{ s} = -32.4 \text{ m s}^{-1}$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{(v_{x_f})^2 + (v_{y_f})^2} = \sqrt{(v_{x_i})^2 + (v_{y_f})^2} = 35.9 \text{ m s}^{-1}$$

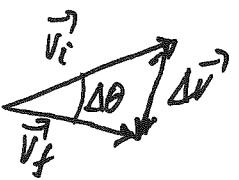
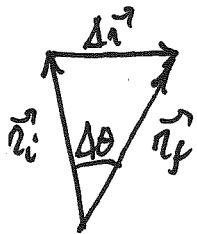
]SE5-10[

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

- IL MOTO SU UN PERCORSO CIRCOLARE CON UNA VELOCITÀ DI MODULO $v = \text{costante}$ E' DETTO MOTO CIRCOLARE UNIFORME.
- ANCHE SE LA VELOCITÀ HA MODULO COSTANTE, SI HA UNA ACCELERAZIONE CHE DIPENDE DALLA VARIAZIONE DEL VETTORE VELOCITÀ, OVVERO DALLA VARIAZIONE NELLA DIREZIONE DELLA VELOCITÀ
- IL VETTORE VELOCITÀ È SEMPRE TANGENTE ALLA TRAIETTORIA E PERPENDICOLARE AL RAGGIO DEL PERCORSO CIRCOLARE.
- IL VETTORE ACCELERAZIONE È SEMPRE PERPENDICOLARE ALLA TRAIETTORIA E PUNTA SEMPRE VERSO IL CENTRO DELLA CIRCONFERENZA.
⇒ ACCELERAZIONE CENTRIPETA:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

SE, PER ASSURDO, L'ACCELERAZIONE AVESSE UNA COMPONENTE PARALLELA AL PERCORSO, E QUINDI PARALLELA ALLA VELOCITÀ, TALE COMPONENTE \Rightarrow IL MODULO DELLA VELOCITÀ VARIA, MA QLO' VIOLA L'IPOTESI SECONDO CUI IL MODULO DELLA VELOCITÀ È COSTANTE.



L'ANGOLI $\Delta\theta$ TRA I VETTORI \vec{r}_i, \vec{r}_f E \vec{v}_i, \vec{v}_f E' LO STESSO,
POICHÉ IL VETTORE VELOCITÀ E' SEMPRE PERPENDICOLARE
AL VETTORE POSIZIONE. \Rightarrow I TRIANGOLI SONO SIMILI

$$\Rightarrow \frac{|\Delta \vec{r}|}{r} = \frac{|\Delta \vec{v}|}{v} \Rightarrow \frac{|\Delta \vec{v}|}{|\Delta \vec{r}|} = \frac{v}{r}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{\text{med}} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \quad |\vec{a}_{\text{med}}| = \frac{|\Delta \vec{v}|}{|\Delta \vec{r}|} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = v \Rightarrow |\vec{a}_{\text{med}}| \rightarrow a_c = \frac{v}{r} v = \frac{v^2}{r}$$

- PERIODO T = TEMPO NECESSARIO PER UNA RIVOLUZIONE
COMPLETA

$$\text{PERCORSO} = 2\pi r \quad T = \frac{2\pi r}{v}$$

- ESEMPIO: ACCELERAZIONE CENTRIPETA DELLA TERRA NEL
SUO MOTO ORBITALE ATTORNO AL SOLE

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r/T)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$\Rightarrow a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$= \frac{4\pi^2 1.5 \cdot 10^{22} m}{(3.14 \cdot 10^7 s)^2} = 5.9 \cdot 10^{-3} m s^{-2} = 6 \cdot 10^{-4} g$$

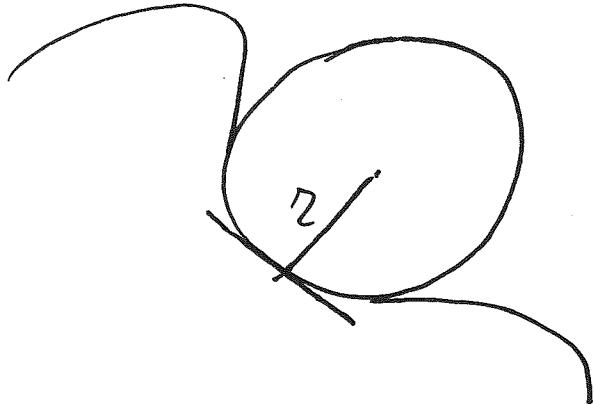
]SE5-13[

FILE SE6

IL CERCHIO OSCULATORE

DETERMINA LA

CIRCONFERENZA TANGENTE
IN OGNI ISTANTE ALLA
TRAIETTORIA



$$\vec{a} = a_t \vec{u}_t + a_n \vec{u}_n$$

$$\vec{v} = v \vec{u}_t$$

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \vec{v} = \frac{d}{dt} (v \vec{u}_t) = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + v \frac{d\vec{u}_t}{dt} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_t + \frac{v^2}{R} \vec{u}_n$$

DAL CONFRONTO:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} |v|$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$\vec{v} = v(t) \vec{\mu}_t = \dot{s}(t) \vec{\mu}_t$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} (\dot{s}(t) \vec{\mu}_t) = \left(\frac{d\dot{s}(t)}{dt} \right) \vec{\mu}_t + \dot{s}(t) \frac{d}{dt} \vec{\mu}_t$$

$$= \ddot{s}(t) \vec{\mu}_t + \dot{s}(t) \underbrace{\frac{d\vec{\mu}_t}{ds} \frac{ds}{dt}}_{= (\dot{s}(t))^2 \frac{d\vec{\mu}_t}{ds}} = \ddot{s}(t) \vec{\mu}_t + (\dot{s}(t))^2 \frac{d\vec{\mu}_t}{ds}$$

$$= \frac{dv}{dt} \vec{\mu}_t + v^2(t) \frac{1}{r} \vec{\mu}_n$$

Ove $\vec{\mu}_n$ E' IL VERSORE DI $\frac{d\vec{\mu}_t}{ds}$, E SI E'
SFRUTTATA LA PROPRIETA' DELLE CURVE PIANE:

$$\frac{d\vec{\mu}_t}{ds} = \frac{1}{r} \vec{\mu}_n$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \ddot{s}(t) = ACCELERAZIONE TANGENZIALE$$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = ACCELERAZIONE NORMALE O CENTRIPETA$$

$a_n > 0 \Rightarrow a_n$ E' SEMPRE DIRETTA VERSO IL CENTRO
DI CURVATURA

] SE6-1 [

- I MOTI UNIFORMI SONO CARATTERIZZATI DALL' ANNNULLARSI IDENTICO DELL' ACCELERAZIONE TANGENZIALE
- L'ACCELERAZIONE NORMALE, POICHE' NON PUO' ESSERE $v(t)=0$ IN OGNI ISTANTE ($v(t)$ SI ANNUA, INFATTI, SOLO NEGLI INSTANTI DI ARRESTO), SI ANNUA IDENTICAMENTE SEMPRE E SOLO QUANDO $\frac{1}{r} = 0 \Rightarrow r = \infty \Rightarrow$ MOTO RETTILINEO
- INOLTRE SI DEFINISCE

$$a_n = -a_c = -\frac{v^2(t)}{r}$$

TALE ACCELERAZIONE RADIALE HA SEGNO NEGATIVO PERCHE' L'ASSOCIAZO VERSORE HA VERSO OPPOSTO AD \vec{m}

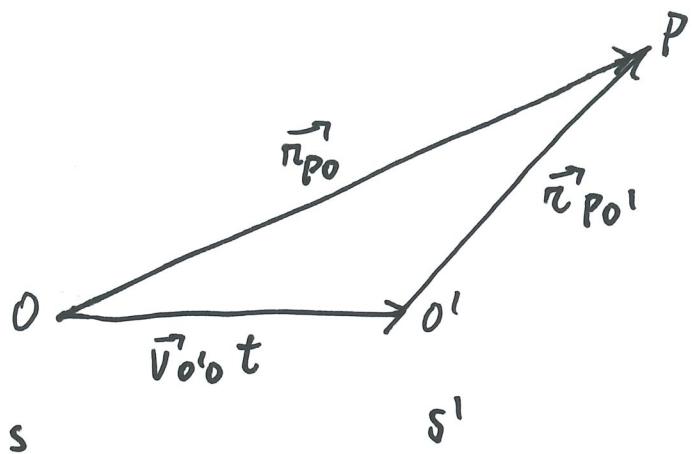
L'ACCELERAZIONE CENTRIPETA E' DIRETTA VERSO IL CENTRO DEL CERCHIO MODELLO, OPPOSTA AL VERSO DEL VERSORE RADIALE \hat{r} , CHE PUNTA SEMPRE VERSO L'ESTERNO DAL CENTRO DEL CERCHIO.

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{(a_r)^2 + (a_t)^2}$$

VELOCITA' RELATIVA

- SE DUE AUTO PERCORRONO UNA AUTOSTRAADA A 100 Km/h, UN OSSERVATORE SUL LATO DELLA STRADA ASSEGNA AD UNA DI ESSE LA VELOCITA' DI 100 Km/h, MENTRE UN OSSERVATORE CHE VIAGGIA NELL'ALTRA AUTO VEDE CHE LA PRIMA AUTO E' SEMPRE NELLA STESSA POSIZIONE RELATIVA, E LE ASSEGNA UNA VELOCITA' NULLA.
- SVILUPPIAMO ORA UNA DESCRIZIONE VETTORIALE DI SITUAZIONI SIFFATTE.

] SE6-2 [



L'OSSErvatore O SI TROVA IN UN RIFERIMENTO S,
L'OSSErvatore O' " " " " S'

S' SI MUOVE CON VELOCITA' $\vec{v}_{o'o}$ RISPETTO A S

N.B. IL PRIMO PEDICE INDICA COSA SI STA OSSERVANDO,
IL SECONDO INDICA CHI SIA L'OSSErvatore CHE STA
OSSERVANDO

$\vec{v}_{o'o}$ = VELOCITA' DELL'OSSErvatore MISURATA
DALL'OSSErvatore O

PER $t=0$, LE ORIGINI DEI SISTEMI DI RIFERIMENTO
COINCIDONO

AL TEMPO t , LE ORIGINI DEI DUE SISTEMI DI RIFERIMENTO
SONO SEPARATE DA UNO SPOSTAMENTO $\vec{v}_{o'o} t$

$$\vec{r}_{P_0} = \vec{r}_{P_0'} + \vec{v}_{O'_0} t = \vec{O}' + \overrightarrow{O'P} = \vec{OP}$$

$$\Rightarrow \frac{d(\vec{r}_{P_0})}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{r}_{P_0'} + \vec{v}_{O'_0} t)$$

$$\Rightarrow \vec{V}_{P_0} = \vec{V}_{P_0'} + \vec{V}_{O'_0}$$

- NEL MOTO UNIDIMENSIONALE, QUESTA SI RIDUCE ALL'EQUAZIONE SCALARE

$$v_{P_0} = v_{P_0'} + v_{O'_0}$$

$$\Rightarrow v_{P_0'} = v_{P_0} - v_{O'_0} = \text{VELOCITÀ RELATIVA}$$

= VELOCITÀ DI UNA PARTICELLA MISURATA DA UN OSSERVATORE IN MOTO

- ESEMPIO: NEL CASO DELLE AUTO ROSSA E BLU IN AUTOSTRADA, L'OSSERVATORE O È FERMO SUL BORDO DELLA STRADA, L'OSSERVATORE O' SI TROVA NELL'AUTOMOBILE BLU. LA MACCHINA ROSSA È IN P.

$$v_{P_0} = 200 \text{ Km/h}$$

$$v_{O'_0} = 100 \text{ Km/h}$$

$$\Rightarrow v_{P_0'} = v_{P_0} - v_{O'_0} = (200 - 100) \text{ Km/h} = 0$$

IL CONCETTO DI FORZA

- QUANDO SPINGIAMO O TRASCIAMO UN OGGETTO, SI DICE CHE ESERCITIAMO UNA FORZA SU DI ESSO.
- ANCHE QUANDO LANCIAMO UNA PALLA O LE DIAMO UN CALCIO ESERCITIAMO UNA FORZA.
- QUINDI, LA FORZA PUÒ ESSERE ASSOCIATA AD UNA ATTIVITÀ MUSCOLARE, E AD UN CAMBIAMENTO DELLO STATO DI MOTO DI UN OGGETTO.
- TUTTAVIA, **NON SEMPRE LE FORZE CAUSANO UN MOVIMENTO**. AD ESEMPIO, MENTRE LEGGIAMO, **SEDUTI** AD UN TAVOLO, LA FORZA DI GRAVITÀ AGISCE SUL NOSTRO CORPO, MA NOI RESTIAMO IN QUIETE; POSSIAMO **SPINGERE UN BLOCCO DI PIETRA** SENZA PER QUESTO RIUSCIRE A METTERLO IN MOTO.
- ESEMPI DI FORZE DI CONTATTO:
 - ALLUNGAMENTO DI UNA MOLLA
 - UN CALCIO A UN PALLONE
 - UN BAMBINO TIRO UN CARRELLO
- CI SONO POI I CAMPI DI FORZE, CHE NON COMPORTANO IL CONTATTO FISICO TRA DUE OGGETTI.

I CAMPI DI FORZA POSSONO AGIRE ATTRAVERSO LO SPAZIO VUOTO. UN ESEMPIO E' LA FORZA DI ATTRAZIONE GRAVITAZIONALE FRA DUE OGGETTI, CHE CAUSA L'ACCELERAZIONE DI GRAVITA'!

- LA FORZA GRAVITAZIONALE TIENE GLI OGGETTI LEGATI ALLA TERRA, ED E' RESPONSABILE DEL PESO DI UN OGGETTO. I PIANETI DEL SISTEMA SOLARE SONO TENUTI ASSIEME E ORBITANO INTorno AL SOLE grazie alle FORZE GRAVITAZIONALI.
- ALTRO ESEMPIO: LA FORZA ELETTRICA CHE UNA CARICA ^{ELETTRICA} ESERCITA SU UN'ALTRA CARICA. Tali CARICHE POSSONO ESSERE L'ELETTRONE E IL PROTONE DI UN ATOMO DI IDROGENO.
- ALTRO ESEMPIO: LA FORZA CHE UNA BARRA MAGNETICA ESERCITA SU UN PEZZO DI FERRO.

N.B.: A LIVELLO ATOMICO, LE FORZE DI CONTATTO SONO IN REALTA' DOVUTE ALLE FORZE ELETTRICHE, E.g. LE FORZE ELETTRICHE ATTRATTIVE TRA CARICHE DI SEGNO OPPOSTO.

LE MISURE DI FORZA SI EFFETTUANO MEDIANTE LA DEFORMAZIONE LINEARE DI UNA MOLLA.

POLICHE', SU BASE SPERIMENTALE, POSSIAMO DIRE CHE LE FORZE SI COMPORTANO COME VETTORI, BISOGNA SEMPRE ADOPERARE LE REGOLE DELLA SOMMA VETTORIALE PER CALCOLARE LA FORZA RISULTANTE SU UN CORPO.

N.B. NON ABBIAMO ANCORA DEFINITO IL CONCETTO DI FORZA. ABBIAMO SOLO "PREPARATO IL TERRENO" PER UNA SUA DEFINIZIONE.

LA PRIMA LEGGE DI NEWTON FILE SET

- PER LO STUDIO DEL MOTO, LA PRIMA LEGGE DI NEWTON, O PRINCIPIO DI INERZIA, DEFINISCE UN INSIEME SPECIALE DI SISTEMI DI RIFERIMENTO, I SISTEMI INERZIALI:

"SE UN CORPO NON INTERAGISCE CON ALTRI CORPI, E' POSSIBILE IDENTIFICARE UN SISTEMA DI RIFERIMENTO NEL QUALE IL CORPO HA ACCELERAZIONE NULLA".

DEFINIZIONE: UN SIFFATU SISTEMA E' CHIAMATO SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE.

ESEMPI: - UN DISCO CHE SI TROVA SU UN TAVOLO DI HOCKEY AD ARIA SULLA TERRA.
NON CI SONO INTERAZIONI ORIZZONTALI DEL DISCO CON ALTRI OGGETTI.

- SE STIAMO SU UN TRENO IN MOTO CON VELOCITA' COSTANTE, STIAMO OSSERVANDO IL DISCO DA UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE.

- N.B. UN QUAISIASI SISTEMA DI RIFERIMENTO CHE SI MUOVE CON VELOCITA' COSTANTE RELATIVA AD UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE, E' ESSO STESSO UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE.
- SE INVECE IL TRENO ACCELERA, STIAMO OSSERVANDO IL DISCO DA HOCKEY DA UN SISTEMA DI RIFERIMENTO NON INERZIALE, POICHÉ IL TRENO STA ACCELERANDO RISPETTO AL SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE DELLA SUPERFICIE TERRESTRE. TUTTAVIA UN OSSERVATORE ESTERNO AL TRENO A TERRA, Vede MUOVERSI IL DISCO CON LA STESSA VELOCITA' CHE IL TRENO AVEVA PRIMA CHE COMINCIASSE AD ACCELERARE.
 - UN SISTEMA DI RIFERIMENTO CHE SI MUOVA CON VELOCITA' COSTANTE RISPETTO ALLE STELLE LONTANE E' LA MIGLIORA APPROSSIMAZIONE DI SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE.
 - LA TERRA: ORBITA ATTORNO AL SOLE E RUOTA ATTORNO AL PROPRIO ASSE. QUESTI DUE MOTI SONO FONTI DI ACCELERAZIONI CENTRIPETE (SI RICORDI $a_c \approx 6 \cdot 10^{-4} g$ DALLE LEZIONI PRECEDENTI), CHE SONO PERO' PICCOLE RISPETTO A $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ \Rightarrow IN PRIMA APPROSSIMAZIONE, LA TERRA E' UN SISTEMA DI RIF. INERZIALE.

]SE7-2[

SARA' DUNQUE INERZIALE ANCHE UN QUALUNQUE SISTEMA DI RIFERIMENTO SOLIDALE CON LA TERRA (PUR SE IN FORMA APPROSSIMATA).

- PER CIRCA 15 MILLENNI, L'UMANITA' HA RITENUTO CHE LO STATO NATURALE DELLA MATERIA FOSSE LO STATO DI QUIETE, E DEL RESTO LE OSSERVAZIONI DEMOSTRAVANO CHE OGGETTI IN MOTO, PRIMA O POI, SI FERMANO.
- GALILEO FU IL PRIMO AD ASSUMERE UN ATTEGGIAMENTO DIVERSO. EGLI CONSIDERA DEGLI "ESPERIMENTI CONVENTUALI", E.G. UN OGGETTO IN MOTO SU UNA SUPERFICIE PRIVA DI ATTRITO, E COMPRESE CHE "NON E' NELLA NATURA DI UN OGGETTO FERMARSI UNA VOLTA CHE SIA POSTO IN MOTO, PIUTTOSTO E' NELLA SUA NATURA OPPORSI ALLE VARIAZIONI DI MOTO, ORVERO: UNA VOLTA COMUNICATA AD UN CORPO UNA QUAISIASI VELOCITA', QUESTA SARÀ INVARIABILMENTE MANTENUTA SINO A QUANDO NON CI SARANNO CAUSE ESTERNE RITARDANTI" !!

PRIMA LEGGE DI NEWTON: "IN ASSENZA DI FORZE ESTERNE, QUANDO VISTO DA UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE, UN OGGETTO IN QUIETE RIMARRA' IN QUIETE, E UN OGGETTO IN MOTO PERSEVERERA' NELLO STATO DI MOTO CON VELOCITA' COSTANTE"

- QUANDO SU UN CORPO NON AGISCE ALCUNA FORZA, LA SVA ACCELERAZIONE E' ZERO.
- IN ASSENZA DI CAUSE CHE MUTINO IL MOTO DI UN CORPO, LA SVA VELOCITA' NON CAMBIA.
- UN OVALSIASI CORPO ISOLATO SI TROVA O A RIPOSO OPPURE IN MOTO CON VELOCITA' COSTANTE.
- LA TENDENZA DI UN CORPO A RESISTERE AI CAMBIAMENTI DELLA SVA VELOCITA' E' DETTA INERZIA.

$\vec{F} \propto \vec{a}$ GRANDE CONVESTA CONCETTUALE

- LA VELOCITA' DI UN CORPO NON PUO' VARIARE, SE SU DI ESSO NON AGISCONO FORZE

MASSA: E' LA PROPRIETA' DI UN OGGETTO CHE SPECIFICA LA RESISTENZA A CAMBIARE LA PROPRIA VELOCITA'.

MAGGIORE E' LA MASSA, MINORE E' L'ACCELERAZIONE, A PARITA' DI FORZA APPLICATA.

$$\vec{F} = m_1 \vec{a}_1 = m_2 \vec{a}_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{|\vec{a}_2|}{|\vec{a}_1|} = \frac{a_2}{a_1}$$

- LA MASSA E' UNA PROPRIETA' INTRINSECA, OVVERO NON DIPENDE DA CIO' CHE CIRCONDA IL CORPO, NE' DAL METODO IMPIEGATO PER MISURARLA.

IN MECCANICA NEWTONIANA, LA MASSA E' UNA GRANDEZZA SCALARE, E I NUMERI CHE ESPRIMONO IL SUO VALORE IN UNITA' DI GRAMMI O CHILOGRAMMI SONO NUMERI REALI.

- IL PESO E' UNA FORZA, E IL SUO MODULO ^{IN MODULO} EGUAGLIATA FORZA GRAVITAZIONALE ESERCITATA DAL PIANETA SUL QUALE IL CORPO RISIEDE. UNA PERSONA CHE PESASSE 90 Kg PESO SULLA TERRA, PESEREbbe SOLTANTO 25 Kg PESO SULLA LUNA. LA MASSA DI UN CORPO E' INVECE LA STESSA OVUNQUE NELL'UNIVERSO.

$$P_T = m g_T = \frac{G m M_T}{(R_T)^2}$$

$$P_L = m g_L = \frac{G m M_L}{(R_L)^2}$$

$$g_\alpha = \frac{G M_\alpha}{(R_\alpha)^2} \quad \text{SULLA SUPERFICIE DEL PIANETA } \alpha$$

- FINORA ABBIANO DEFINITO I SISTEMI DI RIFERIMENTO INERZIALI, E ABBIANO IDENTIFICATO LA FORZA COME L'AGENTE CHE PUO VARIARE IL MOTO.

SECONDA LEGGE DI NEWTON: L'ACCELERAZIONE DI UN OGGETTO E' DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALLA FORZA RISULTANTE AGENTE SU DI ESSO, E INVERSAMENTE PROPORZIONALE ALLA SUA MASSA.

$$\vec{a} \propto \frac{\sum \vec{F}}{m} \rightarrow \vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

\vec{F} = FORZA RISULTANTE, = SOMMA VETTORIALE DI TUTTE LE FORZE AGENTI SULL'OGGETTO DI MASSA m .

= SOMMA VETTORIALE DI TUTTE LE FORZE ESTERNE AL SISTEMA.

- LE FORZE INTERNE (i.e. FRA ELEMENTI DEL SISTEMA) NON SONO INVECE INCLUSE POICHÉ' NON INFUOCANO SUL MOTO DELL'INTERO SISTEMA.
- FORZA RISULTANTE = SOMMA DELLE FORZE
- FORZA TOTALE = FORZA NON BILANCIATA

$$\sum_{i=1}^n F_x^{(i)} = m a_x, \quad \sum_{i=1}^n F_y^{(i)} = m a_y, \quad \sum_{i=1}^n F_z^{(i)} = m a_z$$

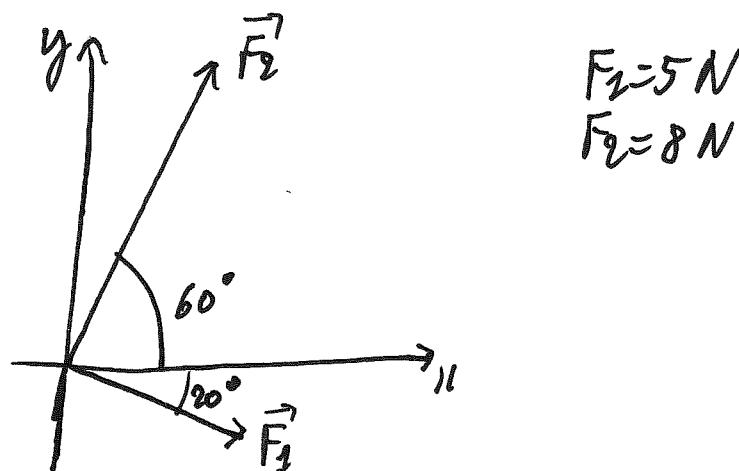
\Rightarrow SI STUDIA IL MOTO DI UNA PARTECIPANTE SOTTOPOSTA A UNA FORZA RISULTANTE

IN PARTICOLARE: \vec{F} COSTANTE $\Rightarrow \vec{a}$ COSTANTE

- UN'UNITÀ DI FORZA = NEWTON = FORZA CHE, AGENDO SU UNA MASSA DI 1 kg, PRODUCE UN'ACCELERAZIONE DI 1 m s^{-2} : $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m s}^{-2}$

- ESEMPIO: DISCO DA HOCKEY ACCELERATO

$m = 0.3 \text{ kg}$
SUPERFICIE
ORIZZONTALE
PRIVA DI ATTRITO



IL DISCO E' COLPITO SIMULTANEALEMENTE DA DUE DIVERSE MAZZE DA HOCKEY

$$\sum F_{xL} = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos 20^\circ + F_2 \cos 60^\circ$$

$$= 5 \text{ N} \cdot 0.94 + 8 \text{ N} \cdot 0.5 = 8.7 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} = -F_1 \sin 20^\circ + F_2 \sin 60^\circ \\ &= -5 \text{ N} \cdot 0.342 + 8 \text{ N} \cdot 0.866 = 5.2 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a_L = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{8.7 \text{ N}}{0.3 \text{ kg}} = 29 \text{ m s}^{-2}, \quad a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{5.2 \text{ N}}{0.3 \text{ kg}}$$

$$= 17 \text{ m s}^{-2}$$

] SETT

$$a = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2} = 34 \text{ m s}^{-2}$$

$$\theta = \arctan \frac{a_y}{a_x} = \arctan \frac{17}{29} = 30^\circ$$

RISPETTO AL SEMIASSE DELLE X>0.

FORZA GRAVITAZIONALE E PESO

\vec{F}_g = FORZA GRAVITAZIONALE = FORZA ESERCITATA DALLA TERRA SU UN OGGETTO

PER UN OGGETTO IN CADUTA LIBERA SI HA:

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_g = m \vec{a} = m \vec{g}$$

$$\Rightarrow F_g = mg = \text{FORZA PESO}$$

\Rightarrow IL PESO VARIA CON LA POSIZIONE GEOGRAFICA

$$g = \frac{G M_T}{r^2} = \frac{G M_T}{(R_T + h)^2} = g(h)$$

$$g(0) = \frac{G M_T}{(R_T)^2}$$

$$\frac{g(h)}{g(0)} = \frac{(R_T)^2}{(R_T + h)^2} = \left(\frac{R_T}{R_T + h} \right)^2 = \left(\frac{1}{1 + \frac{h}{R_T}} \right)^2 \approx 1 - \frac{2h}{R_T}$$

]SET-8 [

FILE SE8

LEGGI DI NEWTON (CONTINUAZIONE)

$$|\vec{P}'| = mg = m \frac{GM}{(R+h)^2} \quad (*)$$

\Rightarrow IL PESO, DIVERSAMENTE DALLA MASSA, NON E' UNA PROPRIETA' INTRINSECA DI UN CORPO.

- ESEMPIO: CORPO CON MASSA $m=70\text{ kg}$

$$h=0$$

$$g=g(0)=9.8\text{ m s}^{-2}$$

$$mg = 686\text{ N} = mg(0)$$

MA IN CLIMA AD UNA MONTAGNA, DOVE

$$g(h) = 9.76\text{ m s}^{-2}$$

$$mg(h) = 683\text{ N}$$

Per DUE CORPI ALLA STESSA QUOTA:

$$\frac{|\vec{P}_1|}{|\vec{P}_2|} = \frac{m_1 g(h)}{m_2 g(h)} = \frac{m_1}{m_2}$$

$\vec{P} = m_g \vec{g} \Rightarrow$ m_g E' LA MASSA GRAVITAZIONALE, CHE DETERMINA L'INTENSITA' DELL' ATTRAZIONE GRAVITAZIONALE FRA IL CORPO E LA TERRA.

]SE8-1[

CONCETTUALMENTE, MASSA INERZIALE E MASSA GRAVITAZIONALE SONO DISTINTE, MA SPERIMENTALMENTE SI SA CHE COINCIDONO CON L'ACCURATEZZA DI UNA PARTE SU 10^{21} .

LA TERZA LEGGE DI NEWTON:

LE FORZE SONO SEMPRE INTERAZIONI FRA DUE OGGETTI.

N3: "SE DUE CORPI INTERAGISCONO, LA FORZA \vec{F}_{12} ESERCITATA DAL CORPO 1 SUL CORPO 2 È UGUALE IN MODULO MA DI VERSO OPPOSTO ALLA FORZA \vec{F}_{21} ESERCITATA DAL CORPO 2 SUL CORPO 1;

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

→ LE FORZE SI PRESENTANO SEMPRE IN COPPIA

→ NON ESISTE UNA SINGOLA FORZA ISOLATA

\vec{F}_{12} = FORZA DI AZIONE

\vec{F}_{21} = FORZA DI REAZIONE

- ESEMPIO: LA FORZA AGENTE SU UN PROIETTILE IN CADUTA LIBERA È $\vec{F}_g = \vec{F}_{TP}$, LA FORZA DI

REAZIONE È $\vec{F}_{PT} = -\vec{F}_{TP}$

] SE 8-2 [

POLCHE' $\frac{M_I}{M_P} \gg 1$, L'ACCELERAZIONE DELLA TERRA
DOVUTA A \vec{F}_{PT} E' TRASCORABILE.

ALTRÒ ESEMPIO: LA FORZA \vec{F}_{mc} ESERCITATA DA UN
MARTELLO SU UN CHIODO È UGUALE E OPPOSTA
ALLA FORZA \vec{F}_{Cm} DAL CHIODO SUL MARTELLO.
QUEST'ULTIMA FORZA FERMA IL MOTO IN AVANTI
DEL MARTELLO.

ALTRÒ ESEMPIO: MONITOR DI COMPUTER FERMO SU UN
TAVOLO.

$$\vec{F}_g = \vec{F}_{Tm}$$

L'ASSOCIATA FORZA DI REAZIONE È LA FORZA
CHE IL MONITOR ESERCITA SULLA TERRA:

$$\vec{F}_{mT} = -\vec{F}_{Tm}$$

IL MONITOR NON ACCELERA, PERCHE' È SOSTENUTO
DAL TAVOLO. IL TAVOLO ESERCITA SUL MONITOR
UNA FORZA VERSO L'ALTO: $\vec{n} = \vec{F}_{tm}$,
DETTA FORZA NORMALE

LA FORZA NORMALE IMPEDISCE AL MONITOR DI CADERE ATTRAVERSO IL TAVOLO.

MONITOR HA ACCELERAZIONE NULLA

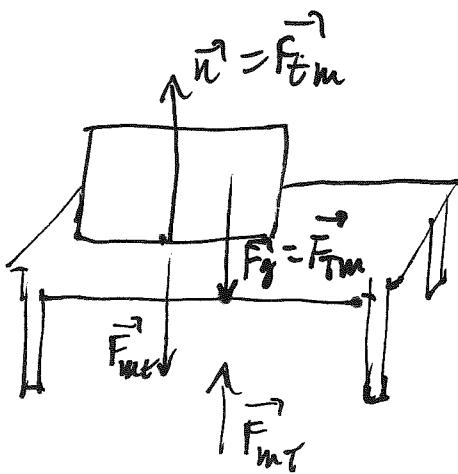
$$\Rightarrow \sum_{i=1}^2 \vec{F}^{(i)} = \vec{n} - m\vec{g} = 0 \Rightarrow \vec{n} = m\vec{g}$$

\Rightarrow LA FORZA NORMALE BILANCIA ESATTAMENTE LA FORZA GRAVITAZIONALE SUL MONITOR

\Rightarrow LA FORZA RISULTANTE SUL MONITOR E' ZERO

FORZA DI REAZIONE A $\vec{n} =$ FORZA VERSO IL BASSO
ESERCITATA DAL MONITOR SUL TAVOLO:

$$\vec{F}_{mt} = -\vec{F}_{tm}$$



N.B. NELLA 3^a LEGGE DI NEWTON, LE FORZE COINVOLTE AGISCONO SU OGGETTI DIVERSI.

AD ESEMPIO, NEL CASO DI UNA SLITTA TRAINATA DA UN CAVALLO, LA FORZA ESERCITATA DAL CAVALLO AGISCE SULLA SLITTA, E LA FORZA ESERCITATA DALLA SLITTA AGISCE SUL CAVALLO. QUESTE FORZE AGISCONO SU CORPI DIVERSI E DUNQUE NON POSSONO ELIDERSI

-FORZE ORIZZONTALI ESERCITATE SOLO SULLA SLITTA:

FORZA IN AVANTI \vec{F}_{cs} ESERCITATA DAL CAVALLO

+ FORZA D'ATTRITO (VEDASI OLTRE) ALL'INDIETRO

\vec{f}_{slitta} FRA LA SLITTA E LA SUPERFICIE

$|\vec{F}_{cs}| > |\vec{f}_{slitta}| \Rightarrow$ LA SLITTA ACCELERÀ VERSO DESTRA

-FORZE ORIZZONTALI AGENTI SOLO SUL CAVALLO:

FORZA D'ATTRITO IN AVANTI \vec{f}_{cazzo} COL SUOLO

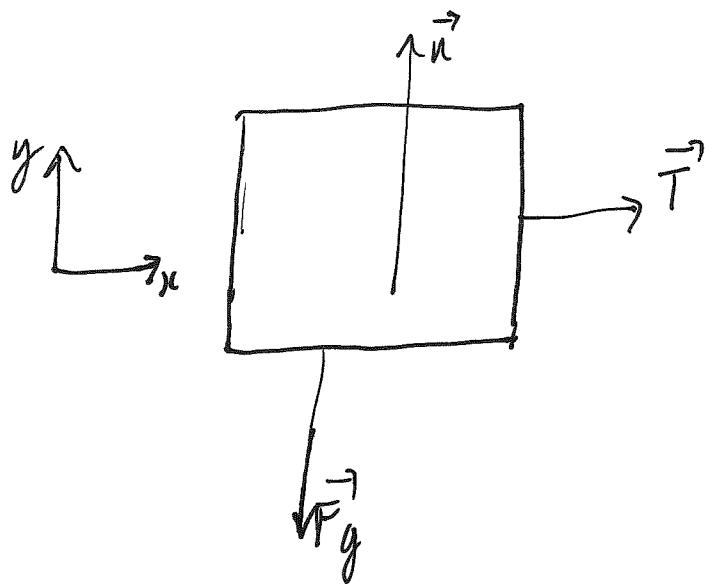
+ FORZA NEL VERSO OPPOSTO \vec{F}_{esc}

ESERCITATA DALLA SLITTA

$\frac{|\vec{f}_{cazzo}|}{|\vec{F}_{esc}|} > 1 \Rightarrow$ IL CAVALLO ACCELERÀ VERSO DESTRA

SE UN BLOCCO E' TIRATO DA UNA FUNE, LA FUNE
ESERCITA UNA FORZA \vec{T} SUL BLOCCO.

$|\vec{T}| = \text{TENSIONE DELLA FUNE}$



]SE8-6[

FORZE DI ATTRITO

QUANDO UN CORPO SI MUOVE SU UNA SUPERFICIE SCABRA, O ATTRAVERSO UN MEZZO VISCOSO QUALE ARIA O ACQUA, L'INTERAZIONE DEL CORPO CON CIO' CHE LO CIRCONDA GENERA UNA RESISTENZA AL MOTO.

TALE RESISTENZA E' DETTA FORZA DI ATTRITO

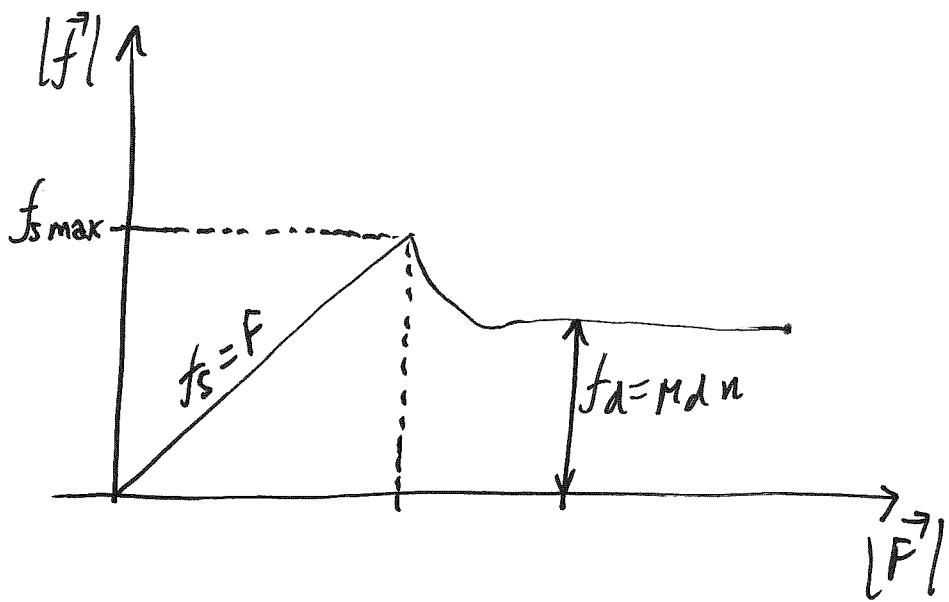
E' GRAZIE ALLE FORZE DI ATTRITO CHE NOI POSSIAMO CAMMINARE E CORRERE, E I VEICOLI A RUOTE POSSONO MUOVERSI

- ESEMPIO: SI TRASCINA UN BIDONE IN GIARDINO, E LA SUPERFICIE DEL VIALETTO NON E' LISCIÀ. SI APPLICA UNA FORZA ESTERNA ORIZZONTALE \vec{F} VERSO DESTRA, E LA FORZA CHE CONTRASTA \vec{F} E' IMPEDISCE AL BIDONE DI MUOVERSI AGENDO VERSO SINISTRA E' LA FORZA DI ATTRITO STATICO \vec{f}_s . BIDONE ALL'EQUILIBRIO:

$$|\vec{f}_s| = |\vec{F}| \Rightarrow \text{SE } |\vec{F}| \text{ AUMENTA (DIMINUISCE) ANCHE } |\vec{f}_s| \text{ AUMENTA (DIMINUISCE)}$$

- LA FORZA D'ATTRITO PER UN OGGETTO IN MOTU E' INVECE LA FORZA DI ATTRITO DINAMICO.

] SEP-7 [



SE $|\vec{F}| > |\vec{f}_{s\max}| \Rightarrow$ IL BIDONE SI MUOVE E ACCELERA VERSO DESTRA

- SE SI RIDUCE $|\vec{F}|$ FINO A RENDERE $|\vec{F}| = |\vec{f}_d|$, L'ACCELERAZIONE E' ZERO E IL BIDONE SI MUOVE VERSO DESTRA CON VELOCITA' COSTANTE
- SE Poi LA FORZA APPLICATA VIENE RIMOSSA, LA FORZA DI ATTRITO AGENTE VERSO SINISTRA PRODUCE UNA ACCELERAZIONE NELLA DIREZIONE DELLE \gg , FINO A RIPORTARE IL BIDONE IN QUIETE
- Sperimentalmente, si trova che

$$|\vec{f}_{s\max}| \propto |\vec{m}|, \quad |\vec{f}_d| \propto |\vec{m}|$$

$$(1) \quad f_s \leq \mu_s n$$

(*)

μ_s = COEFFICIENTE DI ATTRITO STATICO

NELLA (*) VALE = QUANDO IL BLOCCO E' SUL PUNTO DI INIZIARE A SCIVOLARE

$$(2) \quad f_d = \mu_d n$$

μ_d = COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO

IN PRIMA APPROSSIMAZIONE, μ_d E' INDEPENDENTE DALLA VELOCITA' RELATIVA DELLE SUPERFICI.

(3) I VALORI DI μ_d E μ_s DIPENDONO DALLA NATURA DELLE SUPERFICI, E $\mu_d < \mu_s$

(4) LA DIREZIONE DELLA FORZA D'ATTRITO AGENTE SU UN OGGETTO E' OPPOSTA AL MOTO REALE (ATTRITO CINETICO) O AL MOTO IMMIMENTE (ATTRITO STATICO) DELL'OGGETTO.

COEFFICIENTI DI ATTRITO:

		M_s	M_d
ACCIAIO SU ACCIAIO	"	0.74	0.57
ALLUMINIO	"	0.61	0.47
RAME	"	0.53	0.36
GOMMA SU CEMENTO	"	1	0.8
LEGNO SU LEGNO	"	0.25-0.5	0.2
VETRO SU VETRO	"	0.94	0.4
LEGNO CERATO SU NEVE BAGNATA	"	0.24	0.1
METALLO SU METALLO	"	0.15	0.06
GHIACCIO SU GHIACCIO	"	0.1	0.03
TEFLON SU TEFILON	"	0.04	0.04
GIUNTI SINOVIALI	"	0.1	0.003

] SE 8-10 [

- ESEMPIO: UNA PIATTAFORMA PER TRIVELLAZIONE VIENE TRASCINATA DAL CORDONE OMBELICALE SUL FONDO DELL'OCEANO, MA QUANDO ESSA SI AVVICINA AL MARGINE DELL'ABISSO, SI FERMA A POCO DISTANZA DAL MARGINE.

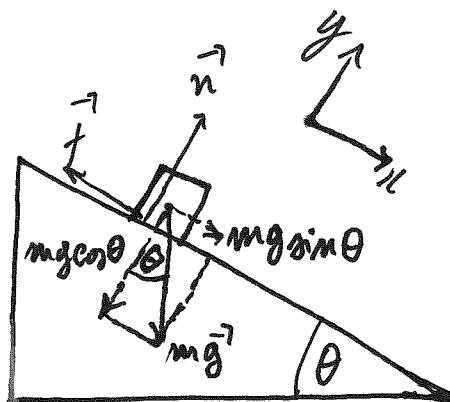
TEORIA: LA PIATTAFORMA E' SOGGETTA A DUE FORZE ORIZZONTALI: LA TENSIONE DEL CORDONE OMBELICALE CHE LA TIRA IN AVANTI (\rightarrow), E LA FORZA D'ATTRITO CON IL FONDO DELL'OCEANO CHE LA TIRA INDIETRO (\leftarrow).

SE LE 2 FORZE SI EGUALANO, L'ACCELERAZIONE DELLA PIATTAFORMA E' $=0 \Rightarrow$ ESSA SI MUOVE CON VELOCITA' COSTANTE.

QUANDO LA PIATTAFORMA SI AVVICINA ALL'ORLO DELL'ABISSO, L'ANGolo FORMATO DAL CORDONE OMBELICALE CON L'ORIZZONTALE AUMENTA \Rightarrow LA COMPONENTE DI FORZA PARALLELA AL FONDO DELL'OCEANO DIMINUISCE \Rightarrow LA COMPONENTE VERTICALE VERSO IL BASSO AUMENTA \Rightarrow AUMENTA LA FORZA NORMALE SU DI ESSA \Rightarrow AUMENTA LA FORZA D'ATTRITO FRA PIATTAFORMA E FONDO DELL'OCEANO

- SUL BORDO DELL'ABISSO, LA FORZA ESERCITATA DAL CORDONE E' QUASI VERTICALE \Rightarrow FORZA IN AVANTI QUASI $=0$ SPINTA VERSO IL FONDO \Rightarrow IL GRANDE ATTRITO FERMA LA PIATTAFORMA.

ESEMPIO: METODO Sperimentale PER MISURARE μ_s E μ_d



BLOCCO SU SUPERFICIE
SCABRA INCLINATA
RISPETTO ALL'
ORIZZONTALE.

(1) QUAL E' IL COEFFICIENTE D'ATTRITO STATICO, CORRELATO ALL'ANGOL0 CRITICO θ_c PER IL QUALE IL BLOCCO INIZIA A MUOVERSI?

- CI SONO 3 FORZE SUL BLOCCO: FORZA DI GRAVITÀ $mg\vec{j}$, FORZA NORMALE \vec{n} , FORZA DI ATTRITO STATICO \vec{f}_s . FINO A QUANDO IL BLOCCO NON SI MUOVE, QUESTE FORZE SI BILANCIANO E IL BLOCCO E' IN EQUILIBRIO.

SIA L'ASSE x PARALLELO AL PIANO INCLINATO

" y PERPENDICOLARE " "

2^a LEGGE DI NEWTON

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^3 F_x^{(i)} = mg \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - f_s = mg \sin\theta - f_s = 0$$

$$\sum_{i=1}^3 F_y^{(i)} = n - mg \cos\theta = 0$$

QUESTE EQUAZIONI VALGONO θ_c .

θ_c = VALORE DI θ PER IL QUALE IL BLOCCO È
SUL PUNTO DI SCI VOLARE $\Rightarrow f_s = \mu_s n$

$$\left. \begin{array}{l} mg \sin \theta_c = \mu_s n \\ mg \cos \theta_c = n \end{array} \right\} \Rightarrow \tan \theta_c = \mu_s$$

(2) COME SI PUÒ MISURARE IL COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO?

- UNA VOLTA CHE IL MOTO DEL BLOCCO INIZIA, LA FORZA DI ATTRITO HA MODULO $\mu_d n < f_s$.

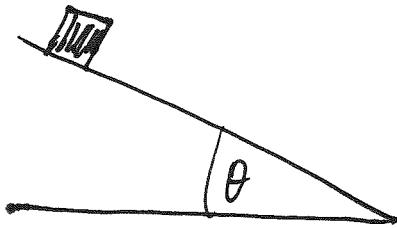
\Rightarrow SE $\theta = \theta_c$, IL BLOCCO ACCELERA VERSO IL BASSO LUNGO IL PIANO INCLINATO.

\Rightarrow PER RISTABILIRE LA CONDIZIONE D'EQUILIBRIO NELL'EQUAZIONE $\sum F_x^{(G)} = 0$ SI DEVE SOSTituIRE f_s con f_d

\Rightarrow SI DEVE RIDURRE θ AD UN VALORE $\hat{\theta}$ TALE CHE IL BLOCCO SCI VOLI GIU' PER IL PIANO CON VELOCITÀ COSTANTE

$$\left. \begin{array}{l} mg \sin \hat{\theta} = \mu_d n \\ mg \cos \hat{\theta} = n \end{array} \right\} \Rightarrow \tan \hat{\theta} = \mu_d$$

ESEMPIO: UNA CASSA SU UNO SCILO



$$\theta = 30^\circ \quad a = \frac{g}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{i=1}^3 F_x^{(i)} = ma \Rightarrow mg \sin \theta - f_d = ma \\ \sum_{i=1}^3 F_y^{(i)} = 0 \Rightarrow n - mg \cos \theta = 0 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow f_d = \mu_d n = \mu_d mg \cos \theta$$

$$\Rightarrow mg \sin \theta - \mu_d mg \cos \theta = ma$$

$$\Rightarrow g \sin \theta - a = \mu_d g \cos \theta$$

$$\Rightarrow \mu_d = \frac{g \sin \theta - a}{g \cos \theta} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1 - \frac{2}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$= 0.192$$

MOTORE CIRCOLARE UNIFORME

FILE SE9

- SAPPIAMO DALLE LEZIONI PRECEDENTI CHE, SE UNA PARTICELLA SI MUOVE CON VELOCITA' COSTANTE IN MODULO SUL BORDO DI UN CERCHIO DI RAGGIO r , ESSA HA UNA ACCELERAZIONE CENTRIPETA DI MODULO

$$a_c = \frac{V^2}{r}$$

IL VETTORE \vec{a}_c E' DIRETTO VERSO IL CENTRO DEL CERCHIO ED E' SEMPRE PERPENDICOLARE A \vec{v} .

\Rightarrow LA FORZA PREVISTA DALLA 2^a LEGGE DI NEWTON DEVE ESSERE ANCHE ESSA DIRETTA VERSO IL CENTRO DEL CERCHIO.

- ESEMPIO: UN OGGETTO DI MASSA m SIA LEGATO AD UN FILO DI LUNGHEZZA r CHE E' FATTO GIRARE RAPIDAMENTE LUNGO UNA CIRCONFERENZA SU UN TAVOLO PRIVO DI ATTRITO.

INERZIA DELL'OGGETTO \Rightarrow L'OGGETTO TENDEREbbe A MUOVERSI IN LINEA RETTA

FILO \Rightarrow ESSO IMPEDISCE IL MOTO RETTILINEO,
PERCHE' ESERCITA UNA FORZA RADIALE \vec{F}_r
SULL'OGGETTO TALE DA MANTENERLO SULLA
SUA TRAIETTORIA CIRCOLARE

$|\vec{F}_r|$ = TENSIONE DEL FILO. \vec{F}_r DIRETTA VERSO IL CENTRO DEL CERCHIO

]SE9-1[

PER UNA PARTICELLA IN MOTO CIRCOLARE, LA
2^a LEGGE DI NEWTON FORNISCE

$$\sum_i F^{(i)} = m a_c = m \frac{v^2}{r}$$

CI SONO VARI TIPI DI FORZE CHE POSSONO
PRODURRE UN MOTO CIRCOLARE.

- CASO PARTICOLARE: FORZA AGENTE $\rightarrow 0$

\Rightarrow L'OGGETTO SI MUOVE ALLORA LUNGO UNA LINEA RETTA
TANGENTE ALLA CIRCONFERENZA. AD ESEMPIO, NEL CASO
DI UNA PALLA CHE RUOTA SU UNA CIRCONFERENZA ALL'
ESTREMITÀ DI UN FILO, SE IL FILO SI ROMPESSE,
LA PALLA SI MUOVEREBBE LUNGO UNA LINEA RETTA
TANGENTE ALLA CIRCONFERENZA NEL PUNTO DOVE IL
FILO SI È SPEZZATO.

- ESEMPIO: UN OGGETTO DI MASSA 0,5 Kg È ATTACCATO
ALL'ESTREMITÀ DI UNA FUNE DI LUNGHEZZA 1,5 m,
E RUOTA SU UNA CIRCONFERENZA NEL PIANO. SE LA
FUNE PUÒ SOPPORTARE UNA TENSIONE MASSIMA DI
50 N, QUAL È LA MASSIMA VELOCITÀ DELL'OGGETTO
PRIMA CHE LA FUNE SI SPEZZI?

$$\sum F_t = m a_c \Rightarrow T = \frac{m v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{r T}{m}}$$

$$= 18.2 \text{ ms}^{-1}$$

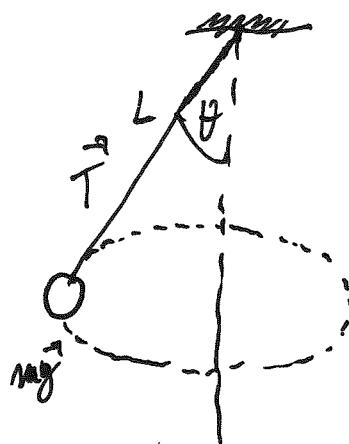
]SEG-2[

- ESEMPIO: PENDOLO CONICO

- UN CORPO DI MASSA m È SOSPESO AD UN FILO DI LUNGHETTAZIA L . IL CORPO RUOTA SU UNA CIRCONFERENZA NEL PIANO DI RAGGIO R CON VELOCITÀ COSTANTE IN MODULO, v . IL FILO DESCRIVE LA SUPERFICIE DI UN CONO, E SI PARLA QUINDI DI PENDOLO CONICO.

QUAL È LA VELOCITÀ DEL CORPO?

\vec{T} = FORZA ESERCITATA DALLA FUNE



$T \cos \theta$ = COMPONENTE VERTICALE
DELLA FORZA ESERCITATA
DALLA FUNE

$T \sin \theta$ = COMPONENTE ORIZZONTALE
DI TALE FORZA

L'OGGETTO NON ACCELERA NELLA DIREZIONE VERTICALE

\Rightarrow PARTICELLA IN EQUILIBRIO NELLA DIREZIONE VERTICALE

$$\Rightarrow \sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \theta - mg = 0 \Rightarrow T \cos \theta = mg$$

- NELLA DIREZIONE ORIZZONTALE, IL CORPO HA INVECE UN'ACCELERAZIONE CENTRIPETA $\Rightarrow \sum F_x = ma_x \Rightarrow$

]SE9-3[

$$\left. \begin{array}{l} T \sin \theta = m \frac{v^2}{r} \\ T \cos \theta = mg \end{array} \right\} \Rightarrow \tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{rg \tan \theta}$$

$$(\sin \theta) L = r \Rightarrow v = \sqrt{L g (\sin \theta) \tan \theta}$$

- QUAL E' IL TEMPO NECESSARIO A COMPLETARE UNA RIVOLUZIONE?

$$\begin{aligned} At &= \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{rg \tan \theta}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{\tan \theta}} \\ &= \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \frac{\sqrt{L \sin \theta}}{\sqrt{\sin \theta / \cos \theta}} = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \theta}{g}} \end{aligned}$$

ESEMPIO: STRADA SOPRAELEVATA.

- SU UNA STRADA NON SOPRAELEVATA, LA FORZA CHE DA LUOGO ALL'ACCELERAZIONE CENTRIPETA E' LA FORZA DI ATTRITO STATICO FRA LA STRADA E L'AUTO

STRADA SOPRAELEVATA DI UN ANGOLO θ



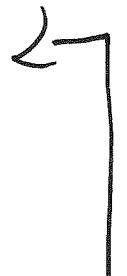
\Rightarrow LA FORZA NORMALE \vec{n} HA SEMPRE UNA COMPONENTE ORIZZONTALE $n_x = n \sin \theta$

DIRETTA VERSO IL CENTRO DELLA CURVA.

(POTESI: CURVA TACE CHE LA FORZA DI ATTRITO STATICO SIA NULLA \Rightarrow L'ACCELERAZIONE CENTRIPETA E' DOVUTA SOLAMENTE A $n \sin \theta$)

2^a LEGGE DI NEWTON

$$\Rightarrow \sum F_r = \frac{mv^2}{r} = n \sin \theta$$



EQUILIBRIO NELLA DIREZIONE VERTICALE

$$\Rightarrow n \cos \theta - mg = 0 \Rightarrow n \cos \theta = mg$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{v^2}{rg} \Rightarrow \theta = \arctan \left(\frac{v^2}{rg} \right)$$

ESEMPIO: PILOTA DI UN JET

- UN PILOTA DI MASSA m ESEGUI SU UN JET IL "FIRMA DELLA MORTE", PERCORRENDO IL BORDO DI UN CERCHIO DI RAGGIO 2.7 Km, ALLA VELOCITA' DI MODULO COSTANTE = 225 m s^{-1}

- QUAL E' LA FORZA DEL SEDILE SUL PILOTA NEL PUNTO PIU' BASSO DELLA CIRCONFERENZA?

SUL PILOTA AGISCONO DUE FORZE: LA GRAVITÀ $m\bar{g}$, VERSO IL BASSO, E LA FORZA \vec{n}_{basso} ESERCITATA DAL SEDILE SUL PILOTA, DIRETTA VERSO L'ALTO.

2^a LEGGE DI NEWTON PER LA DIREZIONE RADIALE:

$$\sum_{i=1}^2 F_y^{(i)} = ma \Rightarrow n_{\text{basso}} - mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow n_{\text{basso}} = Mg + m \frac{v^2}{r} - mg \left[1 + \frac{v^2}{rg} \right]$$

$$= 2.91 mg$$

OVVERO È QUASI TRE VOLTE LA FORZA PESO

(?) COSA SUCCIDE NEL PUNTO PIU' ALTO DELLA CIRCONFERENZA?

- IN QUEL PUNTO, SIA LA FORZA ESERCITATA DAL SEDILE, SIA LA GRAVITÀ, SONO DIRETTE VERSO IL BASSO

$$\Rightarrow n_{\text{alto}} + mg = m \frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow n_{\text{alto}} = mg \left[\frac{v^2}{rg} - 1 \right] = 0.911 mg$$

] SE9-6 [

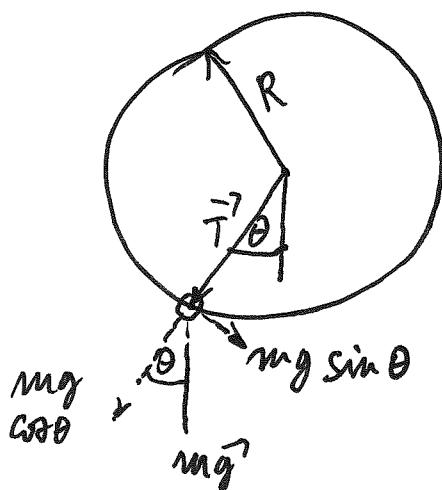
MOTO CIRCOLARE NON UNIFORME

SE UNA PARTICELLA SI MUOVE CON VELOCITA' VARIABILE LUNGO UNA TRAIETTORIA CIRCOLARE

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \Rightarrow \sum \vec{F} = \sum \vec{F}_n + \sum \vec{F}_t$$

- IL VETTORE $\sum \vec{F}_n$ E' DIRETTO VERSO IL CENTRO DEL CERCHIO E CAUSA L'ACCELERAZIONE CENTRIPETA
- IL VETTORE $\sum \vec{F}_t$ E' TANGENTE ALLA CIRCONFERENZA ED E' RESPONSABILE DELL'ACCELERAZIONE TANGENZIALE.
- ESEMPIO: SFERA ROTANTE

UNA SFERA DI MASSA m E' LEGATA ALL'ESTREMITA' DI UN FILO DI LUNGHEZZA R CHE RUOTA SUL BORDO DI UN CERCHIO DI CENTRO O .



$$\sum F_t = ma_t$$

$$\Rightarrow mg \sin \theta = ma_t$$

$$\Rightarrow a_t = g \sin \theta$$

$$\sum F_n = ma_n$$

$$\Rightarrow -mg \cos \theta + T = m \frac{v^2}{R}$$

$$\Rightarrow T = m \left(\frac{v^2}{R} + g \cos \theta \right)$$

]SEG-7[

NEL PUNTO PIU' BASSO DELLA TRAIETTORIA: $\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$

$$\Rightarrow T_{\text{basso}} = m \left(\frac{V_{\text{basso}}^2}{R} + g \right) = \text{VALORE MASSIMO DI } T$$

PER I TRAPEZISTI, LE LORO FUMI DI SOSTEGNO SONO SOTTOPOSTE A QUESTA MAGGIOR TENSIONE NEL PUNTO PIU' BASSO DELL'OSCILLAZIONE

FORZE D'ATTRITO DIPENDENTI DALLA VELOCITA'

- QUI SI CONSIDERA L'EFFETTO DI UN MEZZO, COME UN LIQUIDO O UN GAS. AD ESEMPIO, VIAGGIANDO IN AUTO AD ALTA VELOCITA', LA FORZA CHE SPINGE INDIETRO LA NOSTRA MANO E' LA FORZA DOVUTA ALL'ARIA CHE FLUISCE AL DI LA' DELLA MACCHINA.

IL MODOLO DI TALE FORZA \vec{R} DIPENDE DALLA VELOCITA' RELATIVA OGGETTO - MEZZO, E IL VERSO DI \vec{R} E' SEMPRE OPPOSTO A QUELLO DEL MOTORE DELL'OGGETTO.

- ESEMPI:
 - RESISTENZA DELL'ARIA ASSOCIATA AL MOTORE DEI VEICOLI
 - FORZA DEL VENTO SULLE VENE DI IMBARCAZIONE
 - FORZE VISCOSE SUGLI OGGETTI CHE AFFONDANO IN UN LIQUIDO

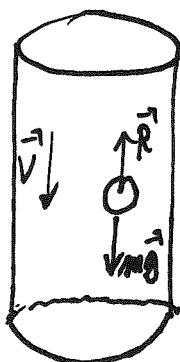
PRIMO MODELLO: FORZA D'ATTRITO PROPORTZIONALE ALLA VELOCITA' DELL'OGGETTO (QUESTO AVVIENE PER OGGETTI CHE CADONO IN UN FLUIDO A BASSA VELOCITA' E PER OGGETTI PICCOLISSIMI (E.G. PARTICELLE DI POLVERE IN ARIA)).

FORZA DI VISCOSITA':

$$\vec{R} = -b \vec{v}$$

ESSA SI OPPONE
ALLA VELOCITA'

$b = b$ (PROPRIETA' DEL MEZZO, FORMA E DIMENSIONI
DELL'OGGETTO)



$$\sum F_y = m a_y \Rightarrow m g - b v = m \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d}{dt} + \frac{b}{m} \right) v = g$$

V = SOLUZIONE GENERALE
DELL'OMOGENEA ASSOCIATA

+ SOLUZIONE PARTICOLARE

DELL'EQ. COMPLETA

] SEG-9 [

EQ. OMogenea ASSOCIAТА:

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{b}{m} V \Rightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{b}{m} dt$$

$$\Rightarrow \int \frac{dV}{V} = -\frac{b}{m} \int dt \Rightarrow \log \frac{V}{V_0} = -\frac{b}{m}(t-0) + \text{CONST.}$$

$$\Rightarrow V = A \exp\left(-\frac{b}{m}(t-0)\right) = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \tau = \frac{m}{b}$$

SOLUZIONE PARTICOLARE DELL'EQ. COMPLETA:

$$V = \text{CONSTANT} = \frac{mg}{b} = -A$$

$$\Rightarrow V = \frac{mg}{b} \left(1 - e^{-t/\tau}\right) = V_L \left(1 - e^{-t/\tau}\right) \quad V_L = \tau g$$

$$\text{FORZA VISCOSA} = \text{PESO} \Rightarrow mg - bV = 0$$

$$\Rightarrow V = V_L = \frac{mg}{b} = \tau g = \text{VELOCITA' LIMITE}$$

$\tau = \frac{m}{b} = \text{TEMPO NECESSARIO ALL'OGGETTO PER RAGGIUNGERE IL 63.2 \% DELLA VELOCITA' LIMITE}$

SECONDO MODELLO: PER OGGETTI DI GRANDI DIMENSIONI
CHE SI MUOVONO NELL'ARIA CON VELOCITA' ELEVATE,
COME AEREI, PARACADUTISTI, PALLE DA BASEBALL,
SI HA

$$R = \frac{1}{2} D c A v^2$$

c = DENSITA' DELL'ARIA

A = AREA DELLA SEZIONE

D = COEFFICIENTE DI RESISTENZA $(D \in \mathbb{R})$

FORMA SFERICA $\Rightarrow D \approx 0.5$

FORMA IRREGOLARE $\Rightarrow D \approx 2$

R DIMINUISCE SE c DIMINUISCE }
 c DIMINUISCE SE h AUMENTA }

h = ALTITUDINE

$\Rightarrow R$ DIMINUISCE SE h AUMENTA

\Rightarrow CONVIENE VOLARE GLI AEREI A GRANDI
ALTEZZE

MA/POL : VOLO PIU' RAPIDO \Rightarrow VELOCITA' MAGGIORE
 \Rightarrow ATTRITO MAGGIORE

\Rightarrow SI RAGGIUNGE ALFINE UN COMPROMESSO FRA VOLO
AD ALTA QUOTA E ALTA VELOCITA'

ESEMPIO: OGGETTO DI MASSA m SIA LASCIATO CADERE DALLA QUIETE DA UNA QUOTA $y = 0$

$$\sum F = ma \Rightarrow mg - \frac{1}{2} DCA v^2 = ma$$

$$\Rightarrow a = \frac{dv}{dt} = g - \frac{DCA}{2m} v^2$$

SE GRAVITÀ = FORZA D'ATTRITO $\Rightarrow a = 0$

$$\Rightarrow g = \frac{DCA}{2m} v_L^2$$

$$\Rightarrow v_L = \sqrt{\frac{2mg}{DCA}} = \text{VELOCITÀ LIMITE}$$

PARACADUTISTA: $v_L = 60 \text{ ms}^{-1}$

PALLA BASEBALL: $v_L = 33 \text{ ms}^{-1}$

PALLA GOLF: $v_L = 32 \text{ ms}^{-1}$

CHICCO GRANDINE: $v_L = 14 \text{ ms}^{-1}$

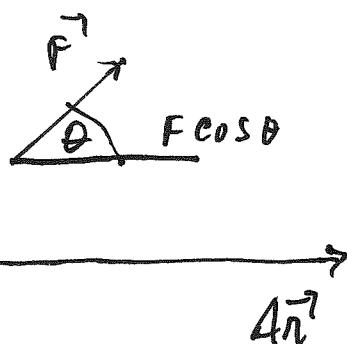
GOCCE DI PIOGGIA: $v_L = 9 \text{ ms}^{-1}$

] SE 9-12 [

FILLE SE10

LAVORO SVOLTO DA UNA FORZA COSTANTE:

- UNA PARTICELLA COMPIE UNO SPOSTAMENTO $\Delta \vec{r}$ LUNGO UNA LINEA RETTA, QUANDO E' SOGGETTA AD UNA FORZA COSTANTE \vec{F} CHE FORMA UN ANGOLO θ CON $\Delta \vec{r}$.



DEFINIZIONE: IL LAVORO SVOLTO DA TALE FORZA COSTANTE E'

$$W = |\vec{F}| |\Delta \vec{r}| \cos \theta = F (\Delta r) \cos \theta$$

(N PARTICOLARE, IL LAVORO E' NULLO SE $\theta = \frac{\pi}{2}$)

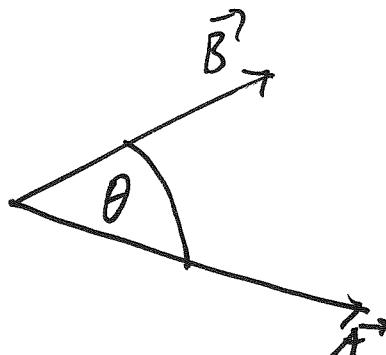
$[W] = \text{NEWTON} \cdot \text{METRO} = [\text{M}] [\text{L}^2] [\text{T}^{-2}]$
 $= \text{JOULE}$

PER SPOSTAMENTI ORIZZONTALI, LA FORZA NORMALE E LA FORZA DI GRAVITÀ NON COMPIONO LAVORO

- SE UN OGGETTO E' SOLLEVATO, IL LAVORO COMPIUTO DALLA FORZA APPLICATA E' POSITIVO, POICHE' LA FORZA CHE SOLLEVA E' DIRETTA VERSO L'ALTO, Dunque NELLO STESSO VERSO DELLO SPOSTAMENTO
- SE INVECE IL VETTORE ASSOCIAZIONE ALLA COMPONENTE $F_{\cos \theta}$ E' NEL VERSO OPPOSTO ALLO SPOSTAMENTO, W E' NEGATIVO.
- ESEMPIO: PER OGGETTI SOLLEVATI, IL LAVORO SVOLTO DALLA GRAVITÀ E' < 0 .
- IN PARTICOLARE, SE $\theta = 90^\circ \Rightarrow W = F \Delta r$
- SE UNA PERSONA SOLLEVA UNA SCATOLA DI MASSA m ALLA ALTEZZA h , E Poi CAMMINA ORIZZONTALMENTE, IL LAVORO COMPIUTO DURANTE LO SPOSTAMENTO VERTICALE E' $W = F \Delta h = mgh$, MENTRE IL LAVORO COMPIUTO MENTRE LA SCATOLA E' SPOSTATA ORIZZONTALMENTE E' ZERO, ASSUMENDO CHE LA SCATOLA NON ACCELERI.

]SE 10-2[

LA DEFINIZIONE DI LAVORO PUO' ESSERE RIESPRESSA
IN MANIERA PIU' APPROPRIATA INTRODUCENDO IL CONCETTO
DI PRODOTTO SCALARE DI DUE VETTORI.



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta_{AB}$$

$$= AB \cos \theta$$

$$\Rightarrow W = \vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}| |d\vec{r}| \cos \theta = F(d) \cos \theta$$

N.B.:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

VETTORI PARALLELI E CONCORDI $\Rightarrow \theta = 0 \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = AB$

" " DISCORDI $\Rightarrow \theta = \pi \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = -AB$
POICHÉ $\cos(\pi) = -1$

SIANO ORA $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ I VERSORI LUNGO GLI ASSI x_1, y_1, z
RISPECTIVAMENTE

ESSI HANNO MODULO 1 E SONO MUTUAMENTE ORTOGONALI,

DA CUI

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$$

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{A} &= (A_x)^2 \vec{i} \cdot \vec{i} + (A_y)^2 \vec{j} \cdot \vec{j} + (A_z)^2 \vec{k} \cdot \vec{k} + 0 \\ &= (A_x)^2 + (A_y)^2 + (A_z)^2 = A^2 \end{aligned}$$

$$- ESEMPIO: \quad \vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} \quad \vec{B} = -\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = (2\vec{i} + 3\vec{j}) \cdot (-\vec{i} + 2\vec{j}) = -2 + 0 + 0 + 6 = 4$$

$$A = \sqrt{(A_x)^2 + (A_y)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

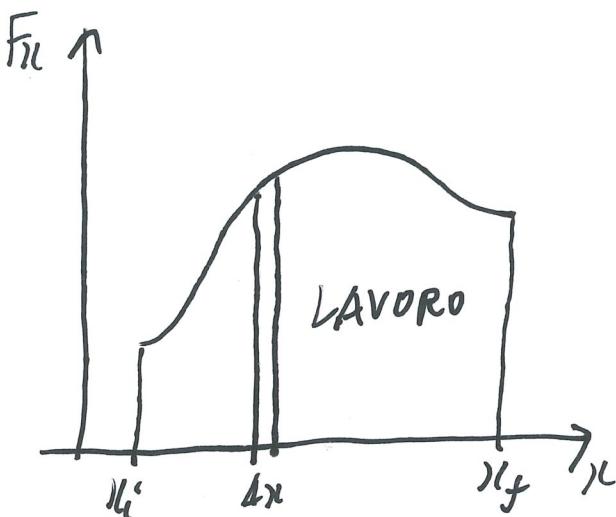
$$B = \sqrt{(B_x)^2 + (B_y)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13 \cdot 5}} = \frac{4}{\sqrt{65}} \approx 0.49$$

$$\Rightarrow \theta = \arccos \frac{4}{\sqrt{65}} = 60.3^\circ$$

] SEZIONE 4 [

LAVORO SVOLTO DA UNA FORZA VARIABILE:



$$\text{LAVORO} = \int_{x_i}^{x_f} F_x \, dx = W$$

SE POI LA PARTICELLA SEGUE UN PERCORSO ARBITRARIO SOTTO L'AZIONE DI PIU' FORZE, SCRIVIAMO

$$W_{TOT} = \sum_i W^{(i)} = \int \sum_i (\vec{F})^{(i)} \cdot d\vec{r}$$

ESEMPIO: LAVORO SVOLTO DA UNA MOLLA

- UN BLOCCO SU UNA SUPERFICIE ORIZZONTALE SIA COLLEGATO AD UNA MOLLA.

FORZA ESERCITATA DALLA MOLLA SUL BLOCCO:

$$F_m = -Kx$$

LEGGE DI HOOKE $K = \text{COSTANTE ELASTICA}$
DELLA MOLLA

]SE 10-5[

MOLLE RIGIDE \Rightarrow ALTI VALORI DI K

MOLLE MORBIDE \Rightarrow VALORI DI K PIÙ BASSI

- LA FORZA ESERCITATA DALLA MOLLA È SEMPRE DIRETTA IN VERSO OPPOSTO A QUELLO DELLO SPOSTAMENTO DALLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO ($x=0$).

e.g. SE $x_l > 0$, $F_m < 0$

$x_l < 0 \Rightarrow$ MOLLA COMPRESSA $\Rightarrow F_m > 0$

F_m = FORZA DI RICHIAMO

$$W_m = \int_{x_i}^{x_f} (-Kx) dx = \frac{1}{2} K(x_i)^2 - \frac{1}{2} K(x_f)^2$$

$$\pm x_i = x_f \Rightarrow W_m = 0$$

- C'È POI IL LAVORO COMPiUTO DA UN AGENTE ESTERNO SUL BLOCCO QUANDO SI TIRI MOLTO LENTAMENTE UNA MOLLA DA $x_i = -x_{\max}$ a $x_f = 0$

$$W_{F_{app}} = \int_{-x_{\max}}^0 F_{app} dx = \int_{-x_{\max}}^0 Kx dx = -\frac{1}{2} K(x_{\max})^2$$

]SE 20-6[

LAVORO NECESSARIO PER ALLUNGARE UNA MOLLA:

UNA MOLLA CON COSTANTE ELASTICA $K=80 \frac{N}{m}$

E' TENUTA FISSA AD UNA ESTREMITA', MENTRE
UNA FORZA ESTERNA E' APPLICATA ALL'ESTREMITA'
LIBERA $\Rightarrow x_A = 0$, $x_B = 4 \text{ cm}$

QUAL E' IL LAVORO SVOLTO DALLA FORZA ESTERNA
SULLA MOLLA?

ASSUNTA VALIDA LA LEGGE DI HOOKE, SI HA

$$F_{\text{app}} = Kx$$

$$W = \frac{1}{2} K(x_B)^2 = \frac{1}{2} 80 \frac{N}{m} (4 \cdot 10^{-2} m)^2$$

$$= 0.064 \text{ JOULE}$$

ENERGIA CINETICA E TEOREMA DELL'ENERGIA
CINETICA

- SIA $\sum_i \vec{F}$ LA FORZA TOTALE SU UNA PARTICELLA

$$\text{IN MOTO} \Rightarrow W_{\text{TOT}} = \int_{x_i}^{x_f} \sum_i F^{(i)} dx$$

$$\sum_i F^{(i)} = ma$$

]SE10-7[

$$\Rightarrow W_{TOT} = \int_{x_i}^{x_f} m \, dx = \int_{x_i}^{x_f} m \frac{dv}{dt} \, dt = m \int_{x_i}^{x_f} \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} \, dt$$

$$= m \int_{v_i}^{v_f} v \, dv = \frac{m}{2} [(v_f)^2 - (v_i)^2]$$

\Rightarrow QUESTO SUGGERISCE DI DEFINIRE

L'ENERGIA CINETICA

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

NEL CALCOLO DELL'INTEGRALE $\textcircled{*}$, ABBIAMO ASSUNTO CHE LO SPOSTAMENTO DELLA PARTICELLA SIA LO STESSO SPOSTAMENTO DEL PUNTO DI APPLICAZIONE DELLA FORZA. QUESTO E' VERO SOLO PER PARTICELLE, O PER OGGETTI ESTESI PERFETTAMENTE RIFLIDI, COSÌ CHE TUTTE LE LORO PARTI SUBISCONO LO STESSO SPOSTAMENTO

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA:

$$\textcircled{*} \Rightarrow W_{TOT} = (E_K)_f - (E_K)_i = \Delta E_K$$

"QUANDO VIENE SVOLTO LAVORO SU UN SISTEMA, E LA SOLA VARIAZIONE NEL SISTEMA E' IL MODULO DELLA SUA VELOCITA', IL LAVORO COMPIUTO DA UNA FORZA

]SE10-8[

RISULTANTE E' UGUALE ALLA VARIAZIONE DELL'ENERGIA CINETICA DEL SISTEMA."

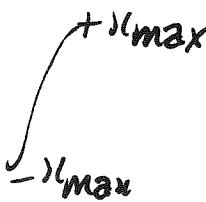
- TORNAMO IN TALE AMBITO A CONSIDERARE IL CASO DI UNA PERSONA CHE SOLLEVA UN BLOCCO E SI MUOVE ORIZZONTALMENTE.

SISTEMA = BLOCCO

\Rightarrow FORZA AGENTE SUL SISTEMA E' = 0, POICHÉ LA FORZA DI SOLLEVAMENTO VERSO L'ALTO E' = FORZA DI GRAVITÀ

\Rightarrow FORZA RISULTANTE = 0 \Rightarrow LAVORO TOTALE = 0, IN ACCORDO COL FATTO CHE L'ENERGIA CINETICA DEL BLOCCO NON VARIA.

- N.B. SE INVECE AVESSIMO SCELTO COME SISTEMA L'INSIEME COSTITUITO DAL BLOCCO E DALLA TERRA, IL LAVORO COMPIUTO SU QUESTO SISTEMA SAREBBE $\neq 0$

- NEL CASO DI INTEGRALE  , IL LAVORO

ERA NULLO PERCHÉ IL LAVORO POSITIVO ERA EGUALE AL MODULO DEL LAVORO NEGATIVO

-ESEMPIO: BLOCCO TIRATO SU UNA SUPERFICIE LISCIA

UN BLOCCO DI 6 Kg, INIZIALMENTE FERMO, E' TIRATO VERSO DESTRA SU UNA SUPERFICIE ORIZZONTALE LISCIA DA UNA FORZA ORIZZONTALE COSTANTE $\vec{F} = 12 \text{ N}$.

QUAL E' LA VELOCITA' DEL BLOCCO DOPO CHE SI E' SPOSTATO DI 3 METRI?

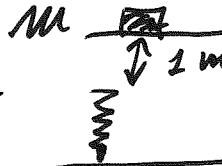
$$\text{LAVORO } W = F \Delta x = 12 \text{ N} \cdot 3 \text{ m} = 36 \text{ JOVLE}$$

$$= (E_k)_f - (E_k)_i = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{72 \text{ J}}{6 \text{ kg}}} = 2\sqrt{3} \text{ ms}^{-1}$$

ESEMPIO: BLOCCO CHE CADE SU UNA MOLLA

UNA MOLLA DI COSTANTE ELASTICA $10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ E' IN POSIZIONE VERTICALE SU UN TAVOLO:



UN BLOCCO DI MASSA 1.6 Kg VIENE TENUTO A 1 m SOPRA L'ESTREMITA' LIBERA DELLA MOLLA.

SE IL BLOCCO CADE VERTICAMENTE SULLA MOLLA,

QUALE E' LA MASSIMA COMPRESSIONE DELLA MOLLA?

] SE 10-10 [

$$y_i = h = 1 \text{ m} \quad y_f = -d$$

LA VORO TOTALE = [LAVORO TOTALE SVOLTO SUL BLOCCO
DALLA FORZA DI GRAVITÀ] + [LAVORO SVOLTO DALLA
FORZA ELASTICA]

$$= \hat{F}_g \cdot \Delta \vec{r} - \frac{1}{2} K d^2 = (-mg\vec{j}) \cdot (-d-h)\vec{j} - \frac{1}{2} K d^2 \\ = mg(h+d) - \frac{1}{2} K d^2 = -\frac{1}{2} K d^2 + mgd + mgh = 0 \quad \textcircled{*}$$

POLCHE' IL BLOCCO E' FERMO SIA ALL'INIZIO
CHE ALLA FINE

$$\textcircled{*} \Rightarrow d = \frac{mg}{K} + \sqrt{\frac{m^2 g^2}{K^2} + \frac{2mgh}{K}} \approx 0.19 \text{ m}$$

FILE SE 11

CALCOLI DI LAVORO IN PRESENZA DI ATTRITO DINAMICO

- LE VARIE FORZE, INCLUSA QUELLA DI ATTRITO, SONO APPLICATE AD UN BLOCCO CHE SEGUE UNA TRAIETTORIA NELLO SPAZIO

$$\sum_{\text{altre forze}} W = \int (\sum_{\text{altre forze}} \vec{F}) \cdot d\vec{r}$$

$d\vec{r}$ = SPOSTAMENTO INFINITESIMO DELL'OGGETTO PROVOCATO DA TUTTE LE FORZE DIVERSE DALL'ATTRITO

$$\Rightarrow \sum_{\text{altre forze}} W + \int \vec{f}_d \cdot d\vec{r} = \int (\sum_{\text{altre forze}} \vec{F} + \vec{f}_d) \cdot d\vec{r}$$

$$= \int \sum \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

2^a LEGGE DI NEWTON $\Rightarrow \sum \vec{F} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \sum_{\text{altre forze}} W + \int \vec{f}_d \cdot d\vec{r} = \int m\vec{a} \cdot d\vec{r} = \int m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = \int m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} dt$$

] SE 11-1 [

LA FORMA DELL'INTEGRANDO CI SPINGE A OSSERVARE CHE

$$\frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) = \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} + \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt}(\vec{v} \cdot \vec{v}) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} v^2$$

$$\Rightarrow \sum_{\text{altre forze}} W + \int \vec{f}_d \cdot d\vec{r} = \int_{t_i}^{t_f} \frac{m}{2} \frac{dv^2}{dt} dt = \frac{m}{2} \int_{v_i}^{v_f} dv^2 \\ = \frac{m}{2} (v_f)^2 - \frac{m}{2} (v_i)^2 = \Delta E_K$$

- NEL CASO PARTICOLARE IN CUI LA FORZA DI ATTRITO DINAMICO \vec{f}_d È COSTANTE, SI HA

$$\sum_{\text{altre forze}} W - f_d d = \Delta E_K$$

VARIANTE DEL TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

QUANDO IL BLOCCO RALLENTA SOTTO L'INFLUENZA DELLA SOLA FORZA D'ATTRITO, PER IL SISTEMA (BLOCCO + SUPERFICIE) SI HA

$$-f_d d = \Delta E_K = -\Delta E_{\text{int}}$$

$$\Rightarrow \Delta E_{\text{int}} = f_d d = -\Delta E_K$$

]SEZIONE 2[

\Rightarrow L'AUMENTO DELL'ENERGIA INTERNA DEL SISTEMA
= FORZA D'ATTRITO X SPOSTAMENTO DEL BLOCCO

\Rightarrow IN UN SISTEMA, UNA FORZA D'ATTRITO TRASFORMA
L'ENERGIA CINETICA IN ENERGIA INTERNA;

PER UN SISTEMA SUL QUALE AGISCE LA SOLA FORZA
DI ATTRITO, L'AUMENTO DI ENERGIA INTERNA
EGUAGLIA LA DIMINUZIONE DI ENERGIA CINETICA:

$$-\Delta E_K = +\Delta E_{int}$$

ESEMPIO: BLOCCO TIRATO SU UNA SUPERFICIE
SCABRA

UN BLOCCO DI 6 Kg, INIZIALMENTE FERMO, E' TIRATO
VERSO DESTRA DA UNA FORZA ORIZZONTALE COSTANTE
DI 12 N. SIA $\mu_d = 0.15$ TRA BLOCCO E
SUPERFICIE

QUAL E' LA VELOCITA' DEL BLOCCO DOPO CHE SI E'
SPOSTATO DI 3 METRI?

- ESSENDO LO SPOSTAMENTO DEL BLOCCO IN LINEA RETTA,
 $\Delta x = d$

L'EQUAZIONE DELLA TEORIA GENERALE:

$$\sum W_{\text{altri forze}} - f_d d = \Delta E_K$$

ORA DIVENTA

$$\Delta E_K = -\mu_d n d + F_d d$$

INOLTRE, IL BLOCCO E' IN EQUILIBRIO NELLA DIREZIONE VERTICALE $\Rightarrow n = mg$

$$\Rightarrow \Delta E_K = -\mu_d m g d + F_d d = (F - \mu_d m g) d \approx 9.54 \text{ J}$$

$$\Delta E_K = \frac{m}{2} (v_f)^2 - \frac{m}{2} (v_i)^2$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{\frac{2}{m} (\Delta E_K + \frac{m}{2} (v_i)^2)} \approx 1.78 \text{ ms}^{-1}$$

ESEMPIO: SISTEMA BLOCCO-MOLLA

- UN BLOCCO DI MASSA 2.6 KG E' LEGATO AD UNA MOLLA ORIZZONTALE CHE HA UNA COSTANTE ELASTICA $= \frac{10^3 N}{m}$. LA MOLLA VIENE COMPRESSA DI 2 CM E Poi RILASCIATA

- QUAL E' LA VELOCITÀ DEL BLOCCO QUANDO PASSA ATTRAVERSO LA POSIZIONE D'EQUILIBRIO $x=0$ SE LA SUPERFICIE E' PRIVA DI ATTRITO?

]SE 11-4[

$$v_i = 0 \quad x_i = -2 \text{ cm} \quad v_f = 0$$

LAVORO FATTO **DALLA MOLLA** = $\frac{1}{2} K(x_{\max})^2 = 0.2 \text{ J}$

TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

\Rightarrow VARIAZIONE DELL'ENERGIA CINETICA DEL BLOCCO

= EFFETTO DEL LAVORO CHE LA MOLLA HA COMPIUTO
SU DI ESSO:

$$W_m = \frac{m}{2}(v_f)^2 - \frac{m}{2}(v_i)^2$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{(v_i)^2 + \frac{2}{m} W_m} \approx 0.5 \text{ m s}^{-1}$$

IL CONCETTO DI POTENZA

POTENZA: RAPIDITA' CON LA QUALE L'ENERGIA VIENE TRASFERITA ATTRAVERSO IL CONTORNO DI UN SISTEMA

POTENZA MEDIA IN UN INTERVALLO Δt :

$$P_{\text{med}} = \frac{W}{\Delta t}$$

W = LAVORO SVOLTO DA UNA FORZA ESTERNA APPLICATA A UN CORPO

]SE11-5[

POTENZA ISTANTANEA:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

PER OGNI TRASFERIMENTO DI ENERGIA, SCRIVIAMO

$$P = \frac{dE}{dt} = \text{RAPIDITÀ CON LA QUALE L'ENERGIA ATTRAVERSA IL CONTORNO}$$

DEL SISTEMA PER UN DATO MECCANISMO DI TRASFERIMENTO.

$$1W = \frac{1J}{s} = \text{kg} \frac{m^2}{s^3}$$

$$[P] = [M L T^{-2}] [L T^{-1}] = [M L^2 T^{-3}]$$

CHILOWATTORA = ENERGIA TRASFERITA IN UN'ORA AL TASSO COSTANTE DI 1 kW

$$1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} = (10^3 \text{ W}) (3,6 \cdot 10^3 \text{ s})$$

ESEMPIO: POTENZA EROGATA DA UN MOTORE DI ASCENSORE

- UN ASCENSORE DI MASSA 20^3 Kg HA UNA PORTATA MASSIMA DI 800 Kg , E UNA FORZA D'ATTRITO COSTANTE DI $4 \cdot 10^3 \text{ N}$ RITARDA IL SUO MOTO VERSO L'ALTO.
- QUALE DEVE ESSERE LA MINIMA POTENZA EROGATA DAL MOTORE PER FAR SALIRE L'ASCENSORE CON VELOCITA' 3 m s^{-1} ?

L'ASCENSORE PUO' ESSERE RIGUARDATO COME PARTICELLA IN EQUILIBRIO PERCHE' SI MUOVE A VELOCITA' COSTANTE.

\vec{T} = TENSIONE DEL CAVO CHE TIRA L'ASCENSORE VERSO L'ALTO

$$V = \text{COSTANTE} \Rightarrow a = 0$$

$$\Rightarrow T - f - Mg = ma = 0$$

$M = \text{MASSA TOTALE DI ASCENSORE PIU' CARICO}$

$$\begin{aligned} \sqrt{} & \Rightarrow T = f + Mg = 4 \cdot 10^3 \text{ N} + (1,8 \cdot 10^3 \text{ Kg}) 9,8 \text{ ms}^{-2} \\ & = 2,16 \cdot 10^4 \text{ N} \end{aligned}$$

] SE 11-7 [

LA TENSIONE DEL CAVO COMPIE LAVORO SULL'ASCENSORE

$$P = \vec{T} \cdot \vec{v} = |\vec{T}| |\vec{v}| \cos 0^\circ = TV$$

$$= 2.16 \cdot 10^4 N \cdot 3 m s^{-1} = 6.48 \cdot 10^4 W$$

$$= 64.8 kW$$

= TASSO COL QUALE L'ENERGIA VIENE TRASFERITA
FUORI DAL MOTORE PER COMPIERE LAVORO
SUL CAVO

\vec{T} = FORZA CHE IL MOTORE APPLICA AL CAVO

IL CONCETTO DI ENERGIA POTENZIALE

- CONSIDERIAMO SISTEMI DI DUE O PIÙ OGGETTI
INTERAGENTI ATTRAVERSO UNA FORZA INTERNA AL
SISTEMA. AD ESEMPIO, UN SISTEMA FORMATO DA
UN LIBRO E DALLA TERRA, COL LIBRO PORTATO
AD UNA QUOTA y_1 PRIMA DI FARLO CADERE

IDEA: IL MECCANISMO DI IMMAGAZZINAMENTO DELL'
ENERGIA PRIMA DI LIBERARE IL LIBRO E' PER
NDI L'ENERGIA POTENZIALE.

IPOTESI: IL SOLLEVAMENTO AVVENGA LENTAMENTE, COSÌ CHE LA FORZA AGENTE SULL'OGGETTO SIA SOLO IL SUO PESO \Rightarrow L'OGGETTO È IN EQUILIBRIO E SI MUOVE A VELOCITÀ COSTANTE.

$$\vec{F} = -m\vec{g} \quad \text{FORZA DIRETTA VERSO L'ALTO}$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta y \vec{j} \quad \text{SPOSTAMENTO}$$

$$W = (-m\vec{g}) \cdot \Delta\vec{r} = [-m(-g\vec{j})] \cdot (y_b - y_a) \vec{j}$$

$$= mg(y_b - y_a)$$



\Rightarrow VARIAZIONE DELL'ENERGIA DEL SISTEMA,
POICHÉ IL LAVORO È UN MEZZO DI TRASFERIMENTO
DELL'ENERGIA

LA (*) SUGGERISCE DI DEFINIRE L'ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE M_g DEL SISTEMA CORPO-TERRA:

$$M_g = m g y$$

$$\Rightarrow W = M_g(y_b) - M_g(y_a) = \Delta M_g$$

QUESTO VALE SOLO SE g È APPROXIMATIVAMENTE COSTANTE, OVVERO PER OGGETTI VICINI ALLA

SUPERFICIE TERRESTRE

\Rightarrow LAVORO SVOLTO = VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE

GRAVITAZIONALE DEL SISTEMA

- LA FORMA DI W RESTA LA STESSA, SIA NEL CASO DI SOLLEVAMENTO VERTICALE, SIA CHE L'OGGETTO VENGA SPINTO LUNGO UN PIANO INCLINATO PRIVO DI ATTRITO, FERNANDOSI ALLA STESSA ALTEZZA.
INFATI:

$$W = (-m\vec{g}) \cdot A\vec{i} = [-m(-g)\vec{j}] \cdot [(y_b - y_a)\vec{i} + (y_b - y_a)\vec{j}]$$

$$= mg(y_b - y_a) + 0 = mg(y_b - y_a)$$

SISTEMA ISOLATO

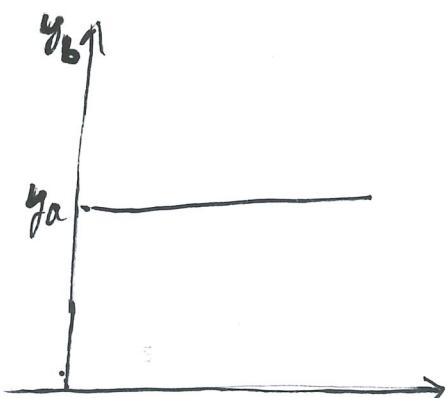
- SE IL LIBRO CADE DA y_b A y_a , IL LAVORO SVOLTO DALLA FORZA DI GRAVITÀ SUL LIBRO E'

$$W = mg\vec{i} \cdot A\vec{i}$$

$$= (mg\vec{j}) \cdot (y_a - y_b)\vec{j}$$

$$= mg(y_b - y_a)$$

$$= \Delta E_k$$



]SE 11-10[

$$\Rightarrow \Delta E_k = mg y_f - mg y_i = Mg_i - Mg_f = -\Delta Mg$$

(SOLO IL LIBRO SI MUOVE NEL SISTEMA)

$\Rightarrow \Delta E_k + \Delta Mg = 0$ = SOMMA DEI TRASFERIMENTI
ATTRaverso il CONTORNO
DEL SISTEMA, CHE SI ANNULLA

POICHE' IL SISTEMA LIBRO-TERRA E' ISOLATO
DALL'AMBIENTE

$$(E_k)_f - (E_k)_i + (Mg)_f - (Mg)_i = 0$$

$$\Rightarrow (E_k)_f + (Mg)_f = (E_k)_i + (Mg)_i$$



$E_k + Mg$ = ENERGIA MECCANICA TOTALE DEL SISTEMA

LA VALE SOLO IN ASSENZA DI ATTRITO FRA LE PARTI DEL SISTEMA

$$\Rightarrow \frac{m}{2} (v_f)^2 + mg y_f = \frac{m}{2} (v_i)^2 + mg y_i$$

CADUTA DEL LIBRO \Rightarrow IL SISTEMA LIBRO-TERRA PERDE ENERGIA POTENZIALE E GUADAGNA ENERGIA CINETICA.

FILE SE12

ESEMPIO: PALLA IN CADUTA LIBERA

UNA PALLA DI MASSA m CADE DA UN'ALTEZZA h RISPETTO AL SUOLO. TRASCURANDO LA RESISTENZA DELL'ARIA, DETERMINARE LA VELOCITÀ DELLA PALLA QUANDO E' AD UNA QUOTA y RISPETTO AL SUOLO.

$$y_i = h \quad (Mg)_i = mgh \quad K_i = 0$$

$$y_f = y \quad (Mg)_f = mgy \quad K_f = \frac{m}{2} (v_f)^2$$

SUOLO: $y=0, Mg=0$

$$(E_K)_f + (Mg)_f = (E_K)_i + (Mg)_i$$

$$\Rightarrow \frac{m}{2} (v_f)^2 + mgy = 0 + mgh$$

$$\Rightarrow (v_f)^2 = 2g(h-y)$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{2g(h-y)}$$

]SE12-1[

QUAL E' INVECE LA VELOCITA' DELLA PALLA IN y
SE $v_i \neq 0$ IN $y_i = h$

$$\Rightarrow \frac{m}{2}(v_f)^2 + mgy = \frac{m}{2}(v_i)^2 + mgh$$

$$\Rightarrow (v_f)^2 = (v_i)^2 + 2g(h-y)$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{(v_i)^2 + 2g(h-y)}$$

FORZE CONSERVATIVE E NONCONSERVATIVE

- UNA FORZA **CONSERVATIVA** IN MECCANICA E' UNA FORZA TRA I MEMBRI DI UN SISTEMA CHE **NON CAUSA TRASFORMAZIONI DI ENERGIA MECCANICA IN ENERGIA INTERNA** DENTRO IL SISTEMA.
 \Rightarrow L'**ENERGIA MECCANICA** DEL SISTEMA SI **CONSERVA**.

IL LAVORO SVOLTO DA UNA FORZA CONSERVATIVA NON DIPENDE DALLA TRAIETTORIA SEGUITA DAI COMPONENTI; ESSO DIPENDE SOLO DALLE CONFIGURAZIONI INIZIALE E FINALE DEL SISTEMA.

\Rightarrow IL LAVORO SVOLTO DA UNA FORZA CONSERVATIVA

QUANDO UN COMPONENTE SI MUOVE LUNGO UN PERCORSO
CHIUSO $E' = 0$

- ESEMPIO: FORZA DI UNA MOLLA CHE AGISCE SU UN
OGGETTO

$$W_m = \frac{k}{2} (x_i)^2 - \frac{k}{2} (x_f)^2$$

ENERGIA POTENZIALE ELASTICA ASSOCIAТА CON LA
FORZA DI UNA MOLLA

$$\Rightarrow U_m = \frac{k}{2} x^2$$

= ENERGIA IMMAGAZZINATA NELLA MOLLA
DEFORMATA (COMPRESSA O ALLUNGATA)

- SE UNA MOLLA E' INIZIALMENTE NON DEFORMATA,
QUANDO UN BLOCCO LA COMPRIME DI UNA
LUNGHEZZA x , L'ENERGIA POTENZIALE ELASTICA
IMMAGAZZINATA NELLA MOLLA E' $\frac{k}{2} x^2$. QUANDO Poi
IL BLOCCO VIENE RILASCIATO, LA MOLLA TORNA
ALLA LUNGHEZZA ORIGINALE, E APPLICA UNA
FORZA AL BLOCCO.

- LE FORZE NON CONSERVATIVE CAUSANO INVECE TRASFORMAZIONI DI ENERGIA MECCANICA IN ENERGIA INTERNA. ESEMPIO: LA FORZA D'ATTRITO.

- SE IL SISTEMA = BLOCCO + SUPERFICIE,
E SE IL BLOCCO INIZIALMENTE SCIROLA E Poi SI FERMA A CAUSA DELL'ATTRITO, POSSIAMO DIRE CHE LA FORZA D'ATTRITO FRA BLOCCO E SUPERFICIE HA TRASFORMATO L'ENERGIA MECCANICA IN ENERGIA INTERNA, COSÌ CHE BLOCCO E SUPERFICIE SI SONO RISCALDATI.

$$-f_d d = \Delta E_K + \Delta M = \Delta E_{\text{mecc}} = -\Delta E_{\text{int}}$$

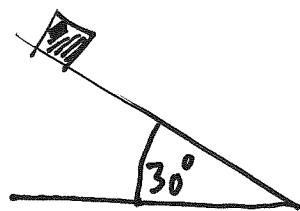
$$\Rightarrow \Delta E_K + \Delta M + \Delta E_{\text{int}} = \Delta E_{\text{sistema}} = 0$$

$$\Rightarrow E_K + M + E_{\text{int}} = \text{COSTANTE} \quad \text{PER UN SISTEMA ISOLATO}$$

QUALE CHE SIA LA NATURA DELLE FORZE AGENTI SUL SISTEMA

]SE 12-4[

ESEMPIO: CASSA CHE SCI VOLA LUNGO UNA RAMPA



UNA CASSA DI 3 Kg SCI VOLA GIU' LUNGO UNA RAMPA LUNGA 1m, E INCLINATA PI 30°

LA CASSA PARTE DA FERMA E SUBISCE UNA FORZA DI ATTRITO COSTANTE DI 5 N.

QUAL E' LA VELOCITA' DELLA CASSA MENTRE RAGGIUNGE LA BASE DELLA RAMPA?

- SISTEMA = CASSA + TERRA + RAMPA
= SISTEMA ISOLATO

$$V_i = 0 \Rightarrow (E_k)_i = 0 \Rightarrow E_i = m_i = mg y_i$$

$$E_f = (E_k)_f = \frac{m}{2} (v_f)^2$$

$$-f_d d = \Delta E_k + \Delta U \Rightarrow -f_d d = \frac{m}{2} (v_f)^2 - mg y_i$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{2g y_i - \frac{2}{m} f_d d} \approx 2.54 \text{ ms}^{-1}$$

$$\text{POICHE'} y_i = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) m = \sin(30)^\circ m = \frac{m}{2}$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{9.8 - \frac{10}{3}} \approx 2.54 \text{ m s}^{-1}$$

] SE 12-5 [

ESEMPIO: MOTO SU UNA PISTA CURVA

UN BAMBINO DI MASSA M SCENDE LUNGO UNO SCI VOLO DI ALTEZZA $2m = h$. SE IL BAMBINO PARTE DA FERMO, QUAL E' LA SUA VELOCITA' NEL PUNTO PIU' BASSO, NELL'IPOTESI CHE L'ATTRITO SIA $= 0$?

SISTEMA = **BAMBINO + TERRA**

LA FORZA NORMALE COMPIE LAVORO = 0, POICHÉ E' SEMPRE PERPENDICOLARE A CLASCUNO SPOSTAMENTO.

\Rightarrow SISTEMA ISOLATO SENZA FORZE D'ATTRITO

$$\Rightarrow E_k + M = \text{COSTANTE}$$

$$y_i = h, \quad y_f = 0$$

$$(E_k)_f + M_f = (E_k)_i + M_i$$

$$\Rightarrow \frac{M}{2} (v_f)^2 + 0 = 0 + M \cdot g \cdot h$$

$$\Rightarrow v_f = \sqrt{2gh} \approx 6.26 \text{ ms}^{-1}$$

]SE12-6[

URTO MASSA-MOLLA

UN BLOCCO DI MASSA 0.8 Kg HA VELOCITA' INIZIALE $v_A = 1.2 \text{ m s}^{-1}$ VERSO DESTRA E URTO CONTRO UNA MOLLA LEGGERA DI COSTANTE ELASTICA $K = 50 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

SE LA SUPERFICIE E' SENZA ATTRITO, QUAL E' LA MASSIMA COMPRESSIONE DELLA MOLLA DOPO L'URTO?

- SISTEMA = BLOCCO + MOLLA = SISTEMA ISOLATO

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA:

$$\frac{m}{2}(v_A)^2 + 0 = 0 + \frac{k}{2}(x_{\max})^2$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \sqrt{\frac{m}{k}} v_A \approx 0.152 \text{ m}$$

FORZE CONSERVATIVE ED ENERGIA POTENZIALE

- TORIAMO ALL'ESEMPIO DEL LIBRO CHE CADE IN CAMPO GRAVITAZIONALE

$$\begin{aligned} W_{SUL LIBRO} &= mg y_b - mg y_a = -Mg \\ &= -M(g_a) - M(g_b) \end{aligned}$$

] SE 12-7 [

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx = -\Delta U = -(U_f - U_i) = -U_f + U_i$$

$$\Rightarrow M_f = - \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + M_i \quad \text{PER FORZE CONSERVATIVE}$$

IL VALORE ASSEGNATO A M_i E' INFLUENTE
PER IL CALCOLO DI $\Delta U = -W$

- ESEMPIO: ENERGIA POTENZIALE PER FORZA ELASTICA

$$\begin{aligned} \Rightarrow F_x &= -Kx \\ \Rightarrow M_f &= - \int_{x_i}^{x_f} (-Kx) dx + M_i \\ &= \frac{K}{2} \left[(x_f)^2 - (x_i)^2 \right] + M_i \end{aligned}$$

SE $M_i = 0$ PER $x_i = 0$, SI HA

$$M_f = M_{in} = \frac{k}{2} x^2$$

- VICEVERSA, SE FOSSE NOTA LA FUNZIONE
ENERGIA POTENZIALE, SI AVREBBE

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{x} = \vec{F} \cdot dx \vec{i} = F_x dx = -du$$

$$\Rightarrow \vec{F}_x = - \frac{du}{dx}$$

IN GENERALE "LA FORZA CONSERVATIVA AGENTE FRA LE PARTI DI UN SISTEMA = DERIVATA CAMBIATA DI SEGNO DELL'ENERGIA POTENZIALE ASSOCIASTA AL SISTEMA"

$$F_y = -\frac{d}{dy} Mg = -\frac{d}{dy}(mgy) = -mgy$$

IN TRE DIMENSIONI, SI HA

$$\vec{F} = -\vec{i} \frac{\partial U}{\partial x} - \vec{j} \frac{\partial U}{\partial y} - \vec{k} \frac{\partial U}{\partial z} = -\text{grad } U(x, y, z)$$

FILE SE13

- 1) IN UN SISTEMA NON ISOLATO, L'ENERGIA IMMAGAZZINATA VARIA A CAUSA DEL TRASFERIMENTO ATTRAVERSO IL CONTORNO DEL SISTEMA.
- 2) IN UN SISTEMA ISOLATO, NON SI HA INVECE NESSUN TRASFERIMENTO DI ENERGIA ATTRAVERSO IL CONTORNO
- 3) SISTEMI NON ISOLATI NELLO STATO STAZIONARIO:
IL TASSO AL QUALE L'ENERGIA ENTRA NEL SISTEMA = TASSO COL QUALE ESCE DAL SISTEMA
 \Rightarrow SISTEMA NELLO STATO STAZIONARIO SOTTO L'EFFETTO DI DUE O PIÙ TRASFERIMENTI IN COMPETIZIONE
 \Rightarrow SI HA UN SISTEMA NON ISOLATO IN STATO STAZIONARIO
 \Rightarrow IL SISTEMA INTERAGISCE CON L'AMBIENTE CIRCONDANTE, MA LA SUA ENERGIA RESTA COSTANTE

]SE13-1[

ENERGIA POTENZIALE PER FORZA GRAVITAZIONALE ED ELETTRICA

- LE FORMULE FINORA USATE PER M_g VALGONO SOLO IN PROSSIMITÀ DELLA SUPERFICIE TERRESTRE.

RICORDIAMO ORA CHE LA FORMULA PER LA FORZA DI GRAVITÀ, SECONDO NEWTON, AGENTE SU UNA PARTICELLA DI MASSA m AD OPERA DELLA TERRA È:

$$\vec{F}_g = -\frac{G M_T m}{r^2} \vec{m}_r = -\frac{G M_T m}{r^3} \vec{r}$$

\vec{m}_r = VERSORE DIRETTO DALLA TERRA VERSO LA PARTICELLA

LA FORZA \vec{F}_g HA IL SEGNO (-) PERCHE' È DIRETTA VERSO LA TERRA.

$$M_f = - \int_{r_i}^{r_f} F(r) dr + M_i$$

$$= G M_T m \int_{r_i}^{r_f} \frac{dr}{r^2} + M_i = G M_T m \left(-\frac{1}{r}\right) \Big|_{r_i}^{r_f} + M_i$$

$$\Rightarrow M_f = -GM_T m \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) + M_i$$

RICHIENDO CHE $M_i \rightarrow 0$ QUANDO $r_i \rightarrow \infty$, TROVANO

$$M_f = -\frac{GM_T m}{r}$$

$$\begin{aligned} r > R_T &= \text{RAGGIO TERRA} \\ &= 6.37 \cdot 10^3 \text{ Km} \\ &\approx 6.4 \cdot 10^8 \text{ cm} \end{aligned}$$

TALE ENERGIA POTENZIALE E' NEGATIVA PERCHE' LA FORZA GRAVITAZIONALE E' ATTRATTIVA, E NOI ABBIAMO SCELTO LO ZERO DELL'ENERGIA POTENZIALE QUANDO LA SEPARAZIONE E' INFINITA

- FORZA TRA PARTICELLE ATTRATTIVA

\Rightarrow UN AGENTE ESTERNO DEVE COMPIERE UN LAVORO POSITIVO PER AUMENTARE LA SEPARAZIONE FRA LE DUE PARTICELLE.

\Rightarrow AUMENTA L'ENERGIA POTENZIALE MENTRE LE DUE PARTICELLE VENGONO SEPARATE

$\Rightarrow M_f$ DIVENTA MENO NEGATIVA, AL CRESCERE DI r

SISTEMA DI 3 PARTICELLE:

$$M_{TOT} = M_{12} + M_{23} + M_{31}$$

$$= -G \left(\frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}} + \frac{m_3 m_1}{r_{13}} \right)$$

ESEMPIO: LA VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE

- UNA PARTICELLA DI MASSA m VIENE SPOSTATA DI Δy IN PROSSIMITÀ DELLA SUPERFICIE TERRESTRE.
DIMOSTRARE CHE $\Delta M_g = mg \Delta y$

- - -

$$\Delta M_g = -GM_T m \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_i} \right) = GM_T m \left(\frac{r_f - r_i}{r_f r_i} \right)$$

DVE $r_f - r_i \approx \Delta y$ $r_f r_i \approx (R_T)^2$

$$\Rightarrow \Delta M_g = \frac{GM_T m}{(R_T)^2} \Delta y = F_g \Delta y = mg \Delta y$$

- VEDASI ORA FILE SEKL

FORZA ELETTROSTATICA FRA 2 PARTICELLE PUNTI FORMI:

$$F_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

\Rightarrow ENERGIA POTENZIALE ELETTRICA

$$U_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r}$$

LO ZERO DELL'ENERGIA POTENZIALE ELETTRICA E' DEFINITO QUANDO LE CARICHE SONO INFINTAMENTE LONTANE.
N.B. LA M GRAVITAZIONALE HA UN SEGNO NEGATIVO,
MENTRE IL SEGNO DI U_e DIPENDE DA q_1, q_2 E PUÒ
NON E' SEMPRE <0 NE' SEMPRE >0 .

- TUTTE LE ENERGIE POTENZIALI PER SISTEMI DI OGGETTI CHE SI ATTRAGGONO DEVONO ESSERE <0
- LA FORZA ELETTRICA E' ATTRATTIVA (REPULSIVA)
PER CARICHE DI SEGNO OPPOSTO (UGUALE).

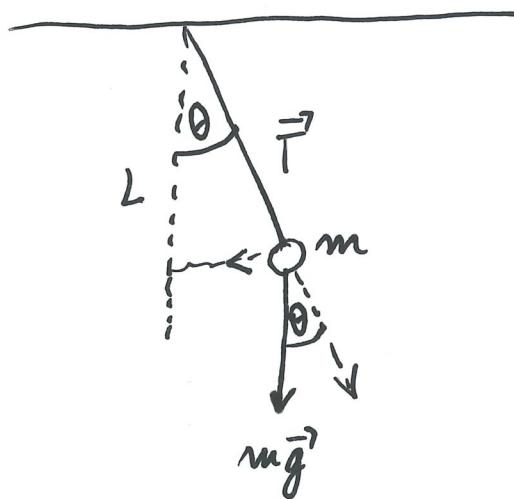
N.B. SE $q_1 = -|q_1|, q_2 = -|q_2|$

$$\Rightarrow U_e = k_e \frac{q_1 q_2}{r} = k_e |q_1| |q_2| > 0$$

] SE 13-5 [

QUESTO SEGNO E' COMPRENSIBILE, POICHE' L'AGGREGAZIONE
DI CARICHE CHE SI RESPINGONO PROVENIENTI DA UNA
DISTANZA INFINTA \Rightarrow LAVORO SVOLTO SUL SISTEMA
 \Rightarrow L'ENERGIA POTENZIALE AUMENTA

PENDOLO SEMPLICE



UN PUNTO MATERIALE DI MASSA m E' SOSPESO A UN FILO LEGGERO DI LUNGHEZZA L , LA CUI ESTREMITA' SUPERIORE E' PISSATA COME SI PUO' VEDERE

| POTESI: LA DIMENSIONE d DELL'OGGETTO SIA
PICCOLA RISPETTO ALLA LUNGHEZZA DEL FILO: $\frac{d}{L} \ll 1$

- SE TIRIAMO LATERALMENTE L'OGGETTO E Poi LO
RILASCIAMO, ESSO OSCILLA INTORNO ALLA POSIZIONE
D'EQUILIBRIO, OVVERO IL PUNTO PIU' IN BASSO.

] SE 13-6 [

IL MOTO AVVIENE IN UN PIANO VERTICALE, CAUSATO
DALLA FORZA DI GRAVITÀ!

$mg \sin\theta =$ COMPONENTE TANGENZIALE DELLA FORZA
DI GRAVITÀ

E' SEMPRE OPPOSTA ALLO SPOSTAMENTO, E PUNQUE
AGISCE VERSO $\theta=0$.

2^a LEGGE DI NEWTON

$$\Rightarrow F_t = m a_t \Rightarrow -mg \sin\theta = m \frac{ds}{dt^2}$$

$s =$ SPOSTAMENTO LUNGO L'ARCO

SE ANO (-) $\Rightarrow F_t$ AGISCE VERSO LA POSIZIONE DI
EQUILIBRIO

$$s = L \theta \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin\theta \quad (\textcircled{*})$$

- SE θ E' $< 0.2 \text{ rad}$ ($\approx 20^\circ$)

POSSIAMO SCRIVERE CHE $\sin\theta \approx \theta$, E L'EQUAZIONE
SI RIDUCE A

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \frac{g}{L} \right) \theta = 0 \Rightarrow \theta(t) = A_1 \cos\omega t + A_2 \sin\omega t$$

$$\omega^2 = \frac{g}{L}$$

] SE 13-7 [

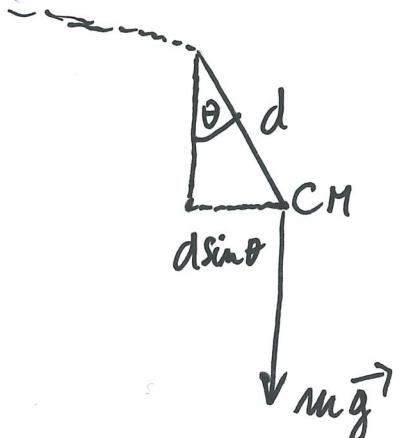
→ SI HA MOTO ARMONICO SEMPLICE PER PICCOLE AMPIEZZE,
CON PERIODO $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{L}}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

→ T ED ω DIPENDONO SOLO DA L E DA g,

PER PICCOLI ANGOLI DI OSCILLAZIONE

N.B. TUTTI I PENDOLI SEMPLICI CON LO STESSO
VALORE DI L OSCILLANO CON LO STESSO PERIODO,
INDIPENDENTEMENTE DALLA MASSA.

PENDOLO FISICO



UN OGGETTO SOSPESO OSCILLA
ATTORNO A UN ASSE FISSO NON
PASSANTE PER IL SUO CENTRO
DI MASSA. $R_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$
QUESTO E' IL PENDOLO FISICO.
- VEDASI ORA FILE SEMI

$$|\text{MOMENTO DELLA FORZA DI GRAVITÀ}| = mgd \sin \theta$$

$I = \text{MOMENTO D'INERZIA RISPETTO A O}$

$$-mgd \sin \theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

SEGNO $(-)$ \Rightarrow IL MOMENTO DELLA FORZA TENDE A FAR DIMINUIRE $\theta \Rightarrow$ LA FORZA DI GRAVITÀ PRODUCE UN MOMENTO MECCANICO DI RICHIAMO

$$\theta < 0, 2 \cdot \pi \text{ rad} \Rightarrow \sin \theta \approx \theta$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d^2}{dt^2} + \frac{mgd}{I} \right) \theta = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega^2 = \frac{mgd}{I} \\ \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \end{array} \right.$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

\Rightarrow SI PUÒ MISURARE IL MOMENTO D'INERZIA DI UN CORPO RIGIDO PLANARE ATTRAVERSO UNA MISURA DEL PERIODO:

$$I = mgd \frac{T^2}{4\pi^2}$$

FLUIDI

- UN FLUIDO E' UN MATERIALE CHE NON E' DOTATO DI FORMA PROPRIA, E NON PUO' SOSTENERE UNO SFORZO DI TAGLIO PER UN TEMPO APPREZZABILE.
- CON IL TERMINE "FLUIDO" CI SI RIFERISCE A LIQUIDI, AERIFORMI, AL PLASMA, E TALVOLTA AI SOLIDI PLASTICI.
- DAL PUNTO DI VISTA MACROSCOPICO, I FLUIDI SONO SISTEMI CONTINUI, OVVERO COMPOSTI DA INFINTI ELEMENTI
- CARATTERISTICHE DEI FLUIDI:
 - VISCOSITA'** = FACILITÀ CON CUI SI CEDE ALLO SFORZO DI TAGLIO

OMOGENEITÀ = QUANTO LE PROPRIETÀ FISICHE SI MANTENGONO COSTANTI ALL'INTERNO DEL VOLUME DEL FLUIDO

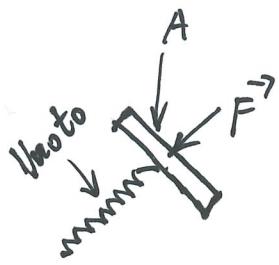
COMPRESSIBILITÀ = RESISTENZA ALLE COMPRESSIONI

DIFFUSIONE = CAPACITÀ DI OCCUPARE TUTTO IL VOLUME A DISPOSIZIONE

IL CONCETTO DI PRESSIONE

- PER STUDIARE IL COMPORTAMENTO DEI FLUIDI RISULTA UTILE DEFINIRE UNA NUOVA GRANDEZZA.
- IPOTESI SEMPLIFICATRICE: I FLUIDI DI INTERESSE NON SONO VISCOSI \Rightarrow NON C'E' ATTRITO FRA GLI STRATTI ADIACENTI DEL FLUIDO \Rightarrow TALI FLUIDI NON SOSTENGONO LE FORZE DI TAGLIO (SE SI PONE LA MANO SU UNA SUPERFICIE D'ACQUA, LA MANO INVERSO SCI VOLA SULL'ACQUA). LA RAGIONE E' CHE LE FORZE FRA ATOMI IN UN FLUIDO SONO ABBASTANZA INTENSE DA MANTENERE GLI ATOMI FISSATI GLI UNI AGLI ALTRI.
 \Rightarrow L'UNICO TIPO DI FORZA CHE PUO' ESISTERE IN UN FLUIDO E' QUELLO PERPENDICOLARE ALLA SUPERFICIE. TALE FORZA ORIGINATA NELL'URTO DELLE MOLECOLE DEL FLUIDO CON LA SUPERFICIE. DA UNA TERZA LEGGE DI NEWTON, CIASCUNA COLLISIONE PRODUCE UNA FORZA SULLA SUPERFICIE. OGNI SECONDO SI HA UN ENORME NUMERO DI QUESTE FORZE IMPULSIVE \Rightarrow FORZA MACROSCOPICA COSTANTE SULLA SUPERFICIE.

]
SE13-20[



A BBIAMO UN CILINDRO IN CUI E' STATO FATTO IL VUOTO, CHE CONTIENE UN PISTONE LEGGERO COLLEGATO A UNA MOLLA. STRUMENTO IMMERSO NEL FLUIDO \Rightarrow IL FLUIDO PREME IL PISTONE VERSO L'INTERNO \Rightarrow LA MOLLA VIENE COMPRESSA FINCHE'

FORZA VERSO L'INTERNO APPLICATA DAL FLUIDO

= FORZA VERSO L'ESTERNO ESERCITATA DALLA MOLLA.

- SE LA MOLLA E' STATA IN PRECEDENZA CALIBRATA SI PUO' MISURARE LA FORZA ESERCITATA SUL PISTONE DAL FLUIDO.

F = FORZA ESERCITATA SUL PISTONE DAL FLUIDO

A = AREA DEL PISTONE

$$P = \frac{F}{A}$$

] SE13-21 [

P E' LA PRESSEIONE DEL FLUIDO AL LIVELLO
A CUI LO STRUMENTO E' STATO IMMERSO

$$[P] = \text{NEWTON} \cdot \text{m}^{-2} = [N] [l^{-2}]$$

DUNQUE SI PUO':

- OTTENERE P GRANDE DIMINUENDO LA SUPERFICIE SULLA QUALE LA FORZA E' APPLICATA
- OTTENERE P PICCOLA AUMENTANDO LA SUPERFICIE " " " "

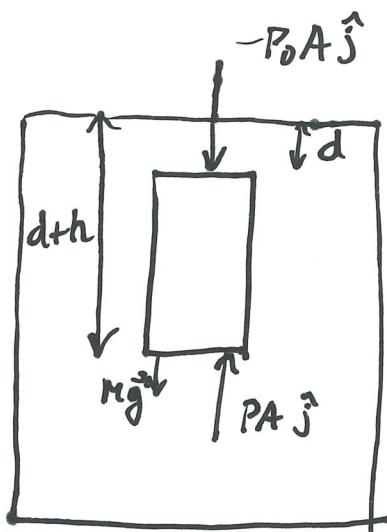
QUESTO SECONDO CASO SI PRESENTA CON LE RACCHETTE DA NEVE \Rightarrow LA PRESSEIONE VIENE RIDOTTA QUANTO BASTA PER NON ROMPERE LA SUPERFICIE DELLA NEVE \Rightarrow LA PERSONA NON AFFONDA

$$1 \text{ Pa} = \frac{N}{\text{m}^2}$$

$$P_0 = 1 \text{ atm} = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

] SE13 - 28 T

N.B. LA PRESSIONE ATMOSFERICA DECRESCHE CON L'ALTITUDINE \Rightarrow GLI AEREI CHE VOLANO A GRANDI ALTEZZE DEVONO PRESSURIZZARE LE CABINE PER FORMARE ABbastanza ossigeno ai passeggeri.



LIQUIDO DI DENSITÀ ρ , CONTENUTO IN UN CILINDRO DI AREA DI BASE A CHE SI ESTENDE DALLA SUPERFICIE DEL LIQUIDO FINO A PROFONDITÀ $d+h$.

LIQUIDO FERMO \Rightarrow FORZA RISULTANTE SUL CAMPIONE = 0

SUL LATI DEL CAMPIONE, LE FORZE DOVUTE ALLA PRESSIONE AGISCONO ORIZZONTALMENTE E SI CANCELLANO IN COPPIE

$$\sum_{i=1}^3 F_y^{(i)} = 0 \Rightarrow P_A - P_0 A - Mg = 0 \quad \left. \right\}$$

$$Mg = \rho A h g$$

] SE13-13 [

$$\Rightarrow P_A = P_0 A + \rho g A h \Rightarrow P = P_0 + \rho g h$$

\Rightarrow LA PRESSIONE IN UN LIQUIDO DIPENDE SOLO

DALLA PROFONDITÀ h DENTRO IL LIQUIDO

\Rightarrow LA FORMA DEL CONTENITORE NON CONTA

\Rightarrow LEGGE DI PASCAL: UNA VARIAZIONE DI PRESSIONE APPLICATA A UN FLUIDO CHIUSO È TRASMESSA INTEGRALMENTE IN OGNI PUNTO DEL FLUIDO E ALLE PARETI DEL CONTENITORE.

APPLICAZIONE: L'AUMENTO DI PRESSIONE SUL LAN DI UN TUBETTO DI DENTIFRICIO DETERMINA UN AUMENTO DI PRESSIONE OVUNQUE
 \Rightarrow IL DENTIFRICIO ESCΕ DALL'APERTURA.

FILE SE14

- IN UN ELEVATORE PER AUTO, DELL'ARIA COMPRESSA ESERCITA UNA FORZA SU UN PISTONE DI RAGGIO 5 cm. TALE PRESSIONE VIENE POI TRASMESSA A UN SECONDO PISTONE DI RAGGIO 15 cm.

(1) QUALE FORZA DEVE ESERCITARE L'ARIA COMPRESSA PER SOLLEVARE UN'AUTO CHE PESA $1.33 \cdot 10^4 N$?

OSSERVIAMO DAPPRIMA COME DAUNA LEGGE DI PASCAL SI SCOPRE LA PRESA IDRAULICA:

SI APPLICA UNA FORZA \vec{F}_1 AD UN PICCOLO PISTONE DI AREA A_1 , POI SI USA UN LIQUIDO PER TRASMETTERE LA PRESSIONE A UN GRANDE PISTONE DI AREA A_2 , E UNA FORZA \vec{F}_2 È ESERCITATA DAL LIQUIDO SUL PISTONE

$$\text{UGUAL PRESSIONE} \Rightarrow p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 \quad F_2 > F_1$$

AMENE QUESTO IN FREMI IDRAULICI, SOLLEVATORI AUTO, MARTINETTO IDRAULICO.

]SE14-1[

ORA, PER IL QUESITO (1), SI HA:

PRESSEIONE ESERCITATA DALL' ARIA **TRASMESSA**
INvariata attraverso il fluido

$$\Rightarrow \frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2} \Rightarrow F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

$$\Rightarrow F_2 = \frac{\pi (5 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{\pi (25 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} \times 1.33 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$= \frac{25}{225} \times 1.33 \cdot 10^4 \text{ N} = 1.48 \cdot 10^3 \text{ N}$$

(2) QUALE PRESSEIONE SARA' PRODOTTA DA
TALE FORZA?

$$P = \frac{F_2}{A_2} = \frac{1.48 \cdot 10^3 \text{ N}}{\pi (5 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2} = 1.88 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

CHE E' CIRCA IL DOPOPIO DELLA
PRESSEIONE ATMOSFERICA.

ESEMPIO: FORZA DI UNA DIGA

- DELL'ACQUA ARRIVA A UN'ALTEZZA H DI UNA DIGA LUNGA w . QUAL E' LA FORZA RISULTANTE SULLA DIGA?

— — —

STAVOLTA LA PRESSIONE VARIA CON LA PROFONDITA',
E LA PRESSIONE ATMOSFERICA AGISCE DA AMBO
I LATI DANDO CONTRIBUTO NETTO = 0

- AD UNA PROFONDITA' y AL DI SOTTO DELLA
SUPERFICIE, SI HA

$$P = \rho h g = \rho g (H - y)$$

LA FORZA INFINITESIMA SU UNA STRISCLA
DI AREA da E'

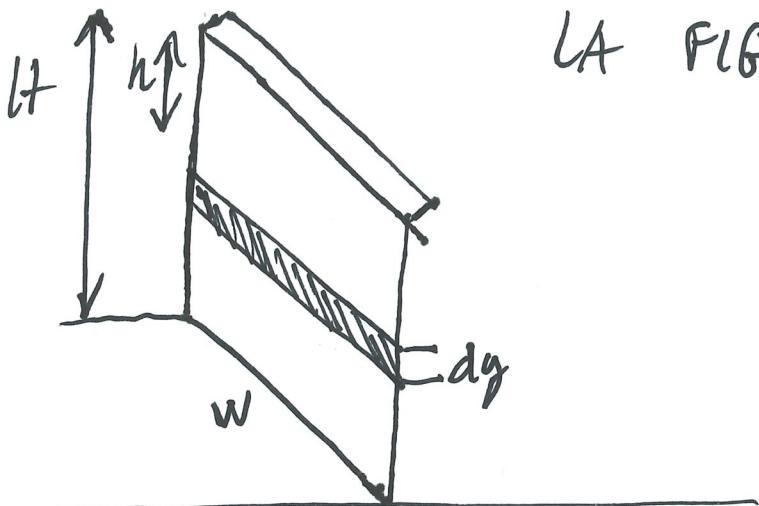
$$dF = P da$$

$$\text{OVR} \quad da = w dy$$

$$\Rightarrow dF = \rho g (H - y) w dy$$

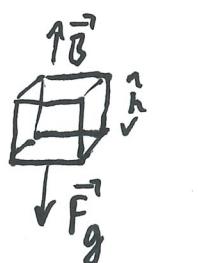
$$\Rightarrow F = \int_0^H \rho g (H - y) w dy = \frac{1}{2} \rho g w H^2$$

PER LA FORMULA PRECEDENTE,
LA FIGURA E' LA SEGUENTE.



PRINCIPIO DI ARCHIMEDE:

"OGNI OGGETTO IMMERSO PARZIALMENTE O
TOTALMENTE IN UN FLUIDO SUBISCE UNA SPINTA
VERSO L'ALTO LA CUI INTENSITA' E' UGUALE
AL PESO DEL FLUIDO SPOSTATO DALL'OGGETTO!"



VOLUME CUBICO DI
FLUIDO IN UN
CONTENITORE.

CUBO IN EQUILIBRIO \Rightarrow FORZA RISULTANTE SU DI
ESSO NELLA DIREZIONE VERTICALE = 0

] SE 14-4 [

$$\sum_{i=1}^2 F_y^{(i)} = 0 \Rightarrow B - F_g = 0 \Rightarrow B = F_g = Mg$$

M = MASSA DEL FLUIDO NEL CUBO

SE POI IL CUBO DI FLUIDO VIENE SOSTITUITO DA UN CUBO D'ACCIAIO DELLE STESSE DIMENSIONI, "LA SPINTA VERSO L'ALTO CHE AGISCE SU UN CUBO DI ACCIAIO E' LA STESSA CHE AGISCE SU DI UN CUBO DI FLUIDO DELLE STESSE DIMENSIONI".

- DEMOSTRAZIONE DEL PRINCIPIO DI ARCHIMEDE PER I LIQUIDI

IN UN LIQUIDO, LA PRESSIONE SULLA FACCIA INFERIORE DEL CUBO E' MAGGIORE DELLA PRESSIONE SULLA FACCIA SUPERIORE DI UNA QUANTITA' $\rho_f gh$

ρ_f = DENSITA' DEL FLUIDO

h = ALTEZZA DEL CUBO

LA FORZA VERTICALE RISULTANTE ESERCITATA

DAL LIQUIDO E' $\sum F_{\text{liquido}} = B = F_{\text{basso}} - F_{\text{alto}}$

] SE 14-5 [

$$\Rightarrow B = P_{\text{basso}} A - P_{\text{alto}} A = (\rho_f g h) A = \rho_f g V$$

$$= \rho_f V g = M g = \text{PESO DEL LIQUIDO SPOSTATO}$$

(OVE $hA = V = \text{VOLUME DEL CUBO}$)

CASO 1: OGGETTO COMPLETAMENTE IMMERSO

SPINTA DI ARCHIMEDE $B = \rho_f g V_0$

VOLUME OGGETTO = VOLUME DEL LIQUIDO SPOSTATO

$$\Rightarrow V = V_0$$

ρ_o = DENSITÀ DELL'OGGETTO

$$Mg = \rho_o V_0 g$$

$$\sum F = B - Mg = (\rho_f - \rho_o) V g$$

$\rho_f > \rho_o \Rightarrow$ FORZA RISULTANTE E' > 0

\Rightarrow L'OGGETTO ACCELERA VERSO L'ALTO

$\rho_o > \rho_f \Rightarrow$ FORZA RISULTANTE E' < 0

\Rightarrow L'OGGETTO AFFONDA

LO STESSO VALE PER UN OGGETTO IMMERSO IN UN GAS.

$\rho_{\text{oggetto}} < \rho_{\text{aria}}$ \Rightarrow L'OGGETTO BALLEGGLA IN ALTO

$\rho_{\text{oggetto}} > \rho_{\text{aria}} \Rightarrow$ L'OGGETTO CADE VERSO IL BASSO
(e.g. UNA PIETRA)

CASO 2: CORPO GALLEGGIANTE

SE UN OGGETTO E' SOLO PARZIALMENTE IMMERSO, IL VOLUME V DEL FLUIDO SPOSTATO DALL'OGGETTO E' SOLO UNA FRAZIONE DEL VOLUME TOTALE V_0 DELL'OGGETTO.

-OGGETTO IN EQUILIBRIO -

SPINTA DI ARCHIMEDE = FORZA DI GRAVITÀ

$$B = \rho_f g V \quad Mg = \rho_0 V_0 g$$

$\sum_i P_y^{(i)} = 0$ NELLA DIREZIONE VERTICALE

$$\Rightarrow \rho_f g V = \rho_0 g V_0$$

$\Rightarrow \frac{\rho_0}{\rho_f} = \frac{V}{V_0}$ = FRAZIONE DI VOLUME DELL'OGGETTO AL DI SOTTO DELLA SUPERFICIE DEL FLUIDO.

ESEMPIO DEL CASO 2: NAVE DA CARICO

NAVE FERMA \Rightarrow FORZA DI ARCHIMEDE = PESO DELLA NAVE

\Rightarrow NAVE E' IN EQUILIBRIO, E SOLO PARTE DEL SUO VOLUME E' SOTTO ACQUA

NAVE CON GRANDE CARICO \Rightarrow ESSA SI IMMERGE DI PIU'
NELLA ACQUA

AUMENTO DI PESO DELLA NAVE DOVUTO AL CARICO

\rightarrow BILANCIAZATO DALL'AUMENTO DI FORZA D'ARCHIMEDE
DOVUTA AL VOLUME DELLA NAVE CHE E' ORA
SOTTO LA SUPERFICIE DELL'ACQUA

ESEMPIO DEL CASO 1: PESCE IN ACQUA

$\rho_{\text{PESCE}} > \rho_{\text{Acqua}}$ \Rightarrow IL PESCE TENDEREbbe AD AFFONDARE,

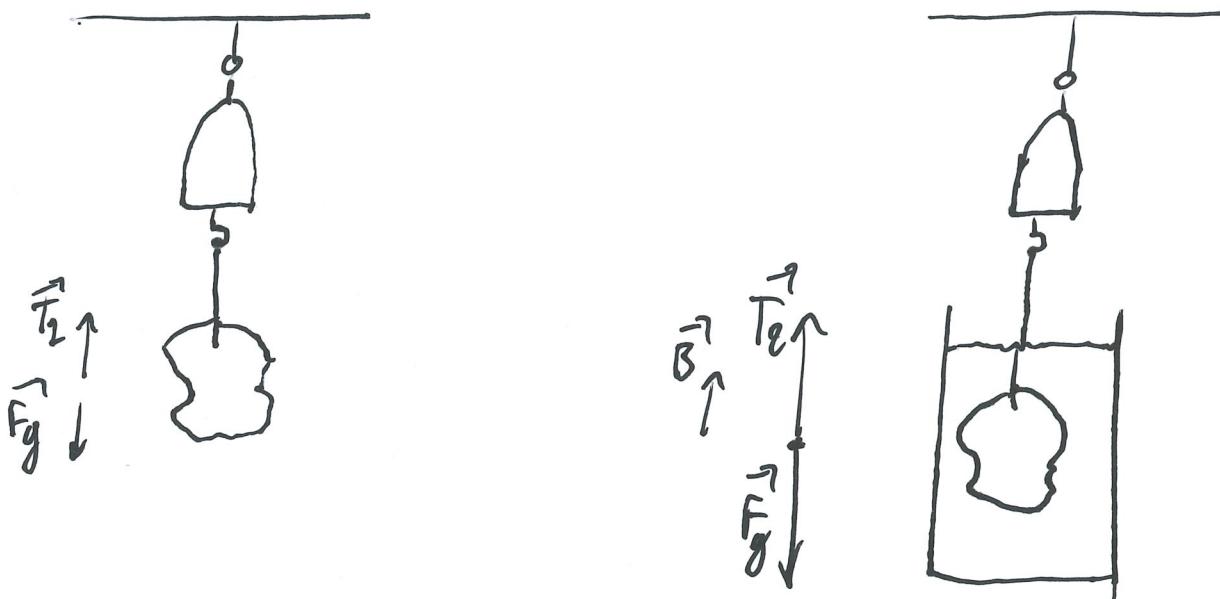
MA, REGOLANDO INTERNALEMENTE

LA GRANDEZZA DELLA SUA VESCICA NATATORIA,
AUMENTA LA QUANTITA' DI ACQUA SPOSTATA

\Rightarrow AUMENTA LA FORZA DI ARCHIMEDE

\Rightarrow IL PESCE NUOTA A VARIE PROFONDIETA'

ESEMPIO : CORONA IN ARIA vs. CORONA IN ACQUA



- CORONA IN ARIA \Rightarrow LA SCALA DELLA BILANCIA FORNISCE IL PESO VERO : $T_2 = F_g$ (TRASCURANDO LA SPINTA DI ARCHIMEDE DELL'ARIA)

- CORONA IMMERSA IN ACQUA $\Rightarrow \sum_{i=1}^3 F^{(i)} = B + T_2 - F_g = 0$

$$\Rightarrow B = F_g - T_2 \Rightarrow T_2 = F_g - B$$

\Rightarrow LA SPINTA DI ARCHIMEDE RIDUCE IL VALORE FORNITO DALLA SCALA DELLA BILANCIA

$$B = F_g - T_2 = 7.84 N - 6.84 N = 1 N$$

= PESO DEL VOLUME DI ACQUA SPOSTATA

$$= \rho_w g V_w$$

VOLUME CORONA = $V_c = V_w$ = VOLUME DELL'ACQUA

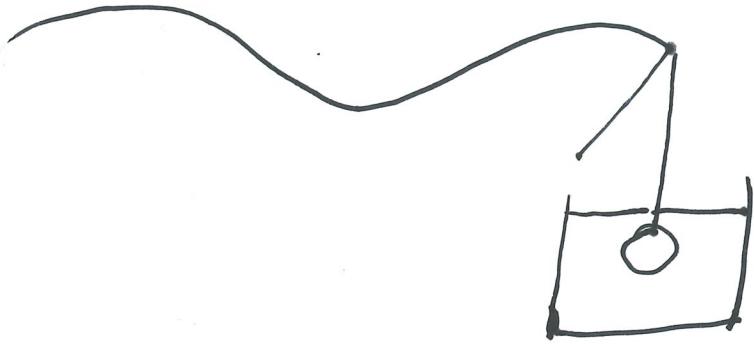
$$\text{SPOSTATA} = \frac{B}{\rho_w g} = \frac{1 N}{10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1.02 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\text{DENSITÀ CORONA} = \rho_c = \frac{m_c}{V_c} = \frac{m_c g}{V_c g} = \frac{7.84 N}{1.02 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$\approx 7.84 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

VS. DENSITÀ ORO = $19.3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

] SE14-10 [



- UN ESTREMO DI UNA CORDA ORIZZONTALE
E' ATTACCATO AD UNA LAMA VIBRANTE, E
UNA SFERA DI MASSA 2 Kg E' APPESA ALLI
ESTREMITA' DELLA CORDA.

T_i = TENSIONE INIZIALE DELLA CORDA

$$T_i - mg = 0 \Rightarrow T_i = mg$$

SFERA IMMERSA IN ACQUA

$$\Rightarrow T_f + B - mg = 0 \Rightarrow B = mg - T_f$$

$$\frac{T_f}{T_i} = \alpha \Rightarrow B = mg - \alpha T_i = mg - \alpha mg \\ = mg(1 - \alpha)$$

$$= \rho_{\text{Acqua}} g \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\Rightarrow r = \left(\frac{3B}{4\pi \rho_{\text{a}} g} \right)^{\frac{1}{3}}$$

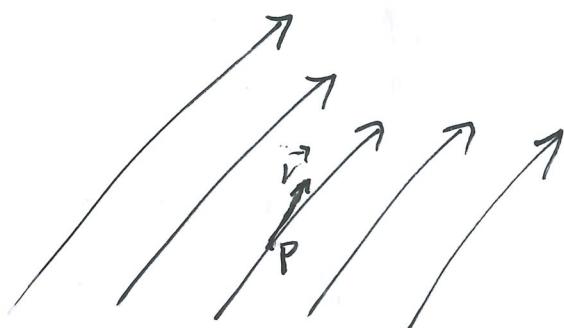
FILE SE15

LINEE DI CORRENTE ED EQUAZIONE DI CONTINUITÀ DEI FLUIDI

DEFINIZIONE: IL CAMMINO SEGUITO DA UNA PARTICELLA DI UN FLUIDO IN UN FLUSSO STAZIONARIO È DETTO

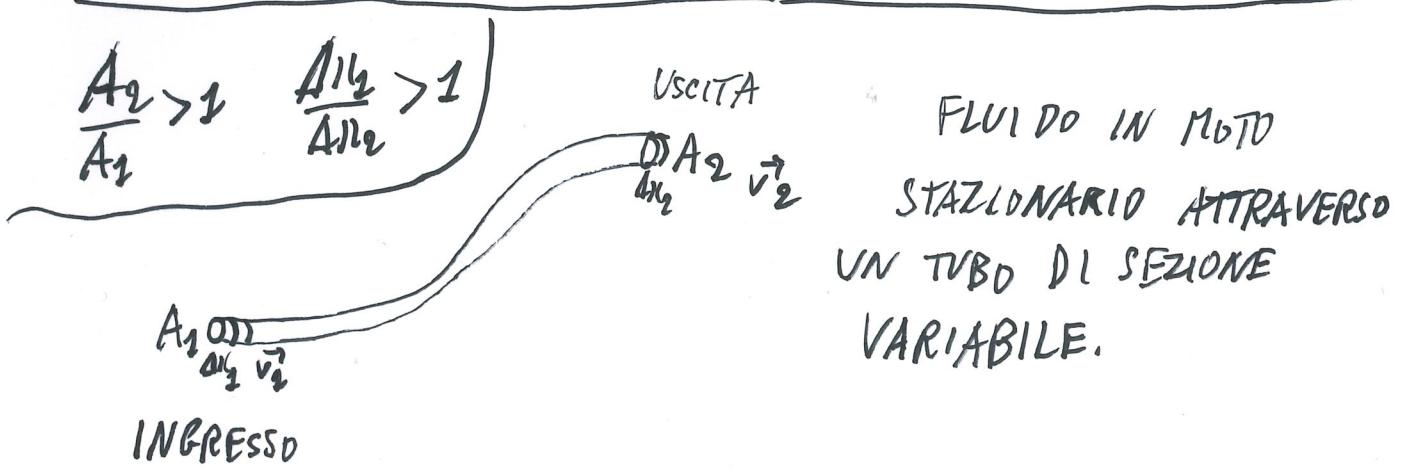
LINEA DI CORRENTE

CORRENTE = MOTO
ORDINATO DI UN LIQUIDO O UN GAS



QUI VEDIAMO UN INSIEME DI LINEE DI FLUSSO.

UNA PARTICELLA PASSANTE PER P DESCRIVE UNA DI QUESTE LINEE, E LA SVA VELOCITÀ \vec{v} È TANGENTE IN OGNI PUNTO ALLA LINEA DI CORRENTE LUNGO LA QUALE SI MUOVE.



]SE 15-1[

VOLUME DI FLUIDO ENTRAANTE = $A_1 \Delta x_1$

" " USCENTE = $A_2 \Delta x_2$

- IL VOLUME DI UN FLUIDO INCOMPRESSIBILE SI CONSERVA

$$\Rightarrow A_1 \Delta x_1 = A_2 \Delta x_2 \Rightarrow \frac{A_1 \Delta x_1}{\Delta t} = \frac{A_2 \Delta x_2}{\Delta t}$$

Δt = INTERVALLO DI TEMPO DURANTE IL QUALE IL FLUIDO SI MUOVE

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = v = |\vec{v}| \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (\textcircled{k})$$

= EQUAZIONE DI CONTINUITÀ
DEI FLUIDI

$A v$ = PORTATA = AREA X VELOCITÀ

(\textcircled{k}) \Rightarrow "IL PRODOTTO DELL'AREA E DELLA VELOCITÀ
DEL FLUIDO IN TUTTI I PUNTI DI UN TUBO
E COSTANTE"

$\Rightarrow v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2 > v_2 \Rightarrow$ LA VELOCITÀ È MAGGIORE
DOVE IL TUBO È PIÙ STRETTO

$\Rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 \Rightarrow$ LA VELOCITÀ È MINORE DOVE IL TUBO
È PIÙ AMPIO

ACQUA CHE ESCE DA UNA IMBOCCATURA:

$$A_2 V_i = A_2 V_2 = A_2 V_{k_i}$$

$$\Rightarrow V_{k_i} = \frac{A_2}{A_2} V_2 = \frac{4.91 \text{ cm}^2}{0.5 \text{ cm}^2} 2.02 \text{ ms}^{-1} = 20 \text{ ms}^{-1}$$

OVE

$$A_2 = \pi R^2 = \pi \frac{d^2}{4} = \pi \frac{(25 \text{ cm})^2}{4} \approx 4.91 \text{ cm}^2$$

$$A_2 V_2 = 30 \frac{\text{L}}{\text{min}} = \frac{30 \times 20^3 \text{ cm}^3}{60 \text{ s}} = 500 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$$

$$V_2 = \frac{500 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}}{4.91 \text{ cm}^2} = 2.02 \text{ ms}^{-1}$$

← UNA VOLTA USCITA DALL'IMBOCCATURA, L'ACQUA E' IN CADUTA LIBERA. UNA PARTICELLA D'ACQUA CADE LUNGO LA VERTICALE DI 1m **PARTENDO DA FERMA**

$$\Rightarrow y_f = y_i + V_{y_i} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow -1 \text{ m} = 0 + 0 - \frac{1}{2} 9.8 \text{ ms}^{-2} t^2$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \text{ m}}{9.8 \text{ ms}^{-2}}} = 0.452 \text{ s}$$

]SE 15-3[

$$y_f = x_i + v_{x_i} t = 0 + 20 \text{ m s}^{-1} 0.4525 = 4.52 \text{ m}$$

TEOREMA DI BERNOULLI

ANDIAMO ORA A SCOPRIRE LA RELAZIONE ESISTENTE TRA VELOCITA', PRESSIONE E ALTEZZA DI UN FLUIDO, ASSUMENDO CHE IL PUNTO P_1 SIA AD UNA QUOTA y_1 E IL PUNTO P_2 AD UNA QUOTA $y_2 > y_1$.

→ FORZA ESERCITATA DAL FLUIDO SUL MARGINE SINISTRO = $P_1 A_1$

⇒ TALE FORZA COMPIE IL LAVORO

$$W_1 = F_1 \Delta x_1 = P_1 A_1 \Delta l_1 = P_1 V$$

V = VOLUME DELLA PORZIONE 1

LAVORO COMPIUTO DAL FLUIDO ALLA DESTRA
DEL SEGMENTO:

$$W_2 = -P_2 A_2 \Delta x_2 = -P_2 V$$

$W_2 < 0$ POICHÉ LA FORZA SUL SEGMENTO DI FLUIDO IN P_2 È DIRETTA VERSO SINISTRA

⇒ LAVORO TOTALE FATTO SUL SEGMENTO DI FLUIDO NELL'INTERVALLO Δt È

$$W = W_1 + W_2 = (P_1 - P_2) V$$

- D'ALTRONDE, LA VARIAZIONE DI ENERGIA CINETICA DEL SEGMENTO DI FLUIDO E'

$$\Delta E_K = \frac{m}{2} (V_2)^2 - \frac{m}{2} (V_1)^2$$

VOLUMI EGUALI $\Rightarrow M_1 = m_2 = m$

- LA VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE DEL SISTEMA SEGMENTO-TERRA E'

$$\Delta M_g = mg y_2 - mg y_1$$

- LAVORO TOTALE FATTO SUL SISTEMA SEGMENTO-TERRA DAL FLUIDO ESTERNO AL SEGMENTO:

$$W = \Delta E_K + \Delta M_g$$

$$\Rightarrow (P_2 - P_1) V = \frac{m}{2} (V_2)^2 - \frac{m}{2} (V_1)^2 + mg y_2 - mg y_1$$

$$\Rightarrow P_1 V + \frac{m}{2} (V_1)^2 + mg y_1 = P_2 V + \frac{m}{2} (V_2)^2 + mg y_2$$

$$\Rightarrow P_1 + \frac{c}{2} (V_1)^2 + cg y_1 = P_2 + \frac{c}{2} (V_2)^2 + cg y_2$$

$$\text{POICHE'} \quad c = \frac{m}{V}$$

] SE 15-5 [

DUNQUE, L'EQUAZIONE DI BERNOULLI PER FLUIDI IDEALI E'

$$P + \frac{\rho}{2} v^2 + \rho g y = \text{COSTANTE}$$



\Rightarrow LA SOMMA DELLA PRESSIONE P , DELL'ENERGIA CINETICA PER UNITA' DI VOLUME $\frac{\rho}{2} v^2$, E DELL'ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE PER UNITA' DI VOLUME, E' COSTANTE IN TUTTI I PUNTI DI UNA LINEA DI CORRENTE.

- IN PARTICOLARE: FLUIDO FERMO $\Rightarrow v_1 = v_2 = 0$

$$\Rightarrow P_1 - P_2 = \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

- LA EQ.  CI DICE UNA COSA VERA ANCHE PER I GAS: QUANDO LA VELOCITA' AUMENTA, LA PRESSIONE DIMINUISCE (EFFETTO BERNOULLI). ECCO PERCHE', SE LA NOSTRA AUTO E' SURPASSATA DA UN CAMION AD ALTA VELOCITA', CI SEMBRA CHE L'AUTO Venga RISUCCHIATA DAL CAMION.

INFATTI: \rightarrow

L'ARIA TRA AUTO E CAMION È IN UN CANALE
 RELATIVAMENTE STRETTO \Rightarrow LA VELOCITÀ
 DELL'ARIA AUMENTA \Rightarrow DIMINUISCE LA PRESSIONE
 SU UN LATO DELLA NOSTRA AUTO, RISPETTO ALL'
 ALTRO LATO \Rightarrow C'E' UNA FORZA COMPLESSIVA CHE
 SPINGE L'AUTO VERSO IL CAMION.

ESEMPIO: AFFONDAMENTO DI UNA NAVE

PER ERRORE, UN PESCATORE COLPISCE CON LA FLOTTINA
 UNA IMBARCAZIONE

$$\text{SIA } y_2 = 0 \quad y_2 = -20 \text{ m}$$

$P_1 = P_2 = P_0$ = PRESSIONE ATMOSFERICA

DALLA  SI HA:

$$P_0 + \frac{\rho}{2} v^2 + \rho g \cdot 0 = P_0 + \frac{\rho}{2} (V_2)^2 + \rho g (-h)$$

$\Rightarrow V_2 = \sqrt{2gh}$ = VELOCITÀ CON LA QUALE
 L'ACQUA ENTRA NELL'IMBARCAZIONE

$$\Rightarrow V_2 = 24 \text{ m s}^{-1}$$

]SE15-7[

ESEMPIO: LEGGE DI TORRICELLI

"SE UN SERBATOIO E' APERTO IN ATMOSFERA, LA VELOCITA' DEL LIQUIDO IN USCITA DA UN FORO A DISTANZA h SOTTO LA SUPERFICIE

= VELOCITA' ACQUISTATA DA UN OGGETTO IN CADUTA LIBERA LUNGO UNA DISTANZA VERTICALE h ".

DIM SE $A_2 \gg A_1 \Rightarrow$ LIQUIDO \approx A RIPOSO IN CORRISPONDENZA DELLA SUPERFICIE SUPERIORE DEL SERBATOIO

$$\Rightarrow P_0 + \frac{\rho}{2} (V_1)^2 + \rho g y_1 = P + \rho g y_2 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\}$$

$$y_2 - y_1 = h$$

$$\Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2(P - P_0)}{\rho} + gh}$$

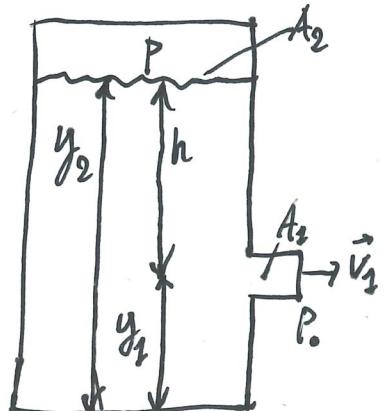
$$\Rightarrow \text{SE } P = P_0, \text{ SI HA } V_1 = \sqrt{gh}$$

Q.E.D.

$$y_f = y_i + V_{y_i} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow 0 = y_1 - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 y_1}{g}}$$

] SE 15-8 [



\Rightarrow LA POSIZIONE ORIZZONTALE DELLA PARTICELLA
ALL'ISTANTE IN CUI COLPISCE IL TAVOLO E'

$$x_f = x_i + v_{x_i} t = \sqrt{g(y_2 - y_1)} \sqrt{\frac{2y_2}{g}} = 2 \sqrt{y_2 y_1 - (y_2)^2}$$

PER MASSIMIZZARE LA POSIZIONE ORIZZONTALE,

SI DEVE IMPORRE CHE $\frac{dx_f}{dy_2} = 0$

$$\Rightarrow y_2 - 2y_1 = 0 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2} y_2 \quad (*)$$

\Rightarrow IL FORO DEVE TROVARSI A META' STRADA
TRA IL FONDO E LA SUPERFICIE SUPERIORE
DEL SERVATTOIO.

$$\begin{aligned} \frac{d^2x_f}{dy_2^2} &= \frac{d}{dy_2} \frac{dx_f}{dy_2} = \frac{d}{dy_2} (y_2 y_1 - (y_2)^2)^{-\frac{1}{2}} (y_2 - 2y_1) \\ &= -\frac{1}{2} (y_2 y_1 - (y_2)^2)^{-\frac{3}{2}} (y_2 - 2y_1)^2 \\ &\quad - 2 (y_2 y_1 - (y_2)^2)^{-\frac{1}{2}} \\ \Rightarrow \left. \frac{d^2x_f}{dy_2^2} \right|_{y_1 = \frac{1}{2} y_2} &= -2 \frac{1}{\sqrt{(y_2)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)}} = -\frac{4}{y_2} < 0 \Rightarrow (*) \text{ E' UN} \\ &\quad \text{PUNTO DI MASSIMO} \end{aligned}$$

] SE 15-9 [

TEMPERATURA E PRINCIPIO ZERO DELLA TERMODINAMICA

- DALLA VITA QUOTIDIANA ABBIANO UN'IDEA INTUITIVA, IMPRECISA, DI TEMPERATURA. MA QUAL È LA SUA DEFINIZIONE Sperimentale?
- IMMAGINIAMO DI AVERE OGGETTI POSTI IN UN CONTENITORE IN MODO DA FORMARE UN SISTEMA ISOLATO. DELL'ENERGIA PUÒ ESSERE SCambiATA FRA DI ESSI PER MEZZO DI CALORE O DI RADIAZIONE ELETTROMAGNETICA.
⇒ SI DICE ALLORA CHE TALI OGGETTI SONO IN CONTATTO TERMICO

DEFINIZIONE: L'EQUILIBRIO TERMICO È LA SITUAZIONE NELLA QUALE DUE OGGETTI IN CONTATTO TERMICO TRA LORO CESSANO DI AVERE QUALUNQUE SCAMBIO DI ENERGIA MEDIANTE CALORE O RADIAZIONE ELETTROMAGNETICA,

- SIANO ORA A, B DUE OGGETTI NON IN CONTATTO TERMICO, E SIA C UN DISPOSITIVO TARATO OPPORTUNAMENTE.

NOSTRO SCOPO: DESIDERIAMO CAPIRE SE A, B
RAGGIUNGONO L'EQUILIBRIO TERMICO UNA VOLTA POSTI
IN CONTATTO.

C IN CONTATTO CON A, E REGISTRANO QUANTO INDICA

" " B, E SI REGISTRA LA NUOVA LETTURA

- SE LE DUE LETTURE SONO LE STESSE (ENTRO GLI ERRORI Sperimentali), CONCLUDIAMO CHE A E B SONO IN EQUILIBRIO TERMICO FRA LORO

→ PONENDOLI IN CONTATTO TERMICO, NON SI MISURA NESSUN TRASFERIMENTO DI ENERGIA

PRINCIPIO ZERO DELLA TERMODINAMICA: SE GLI OGGETTI

A, B SONO SEPARATAMENTE IN EQUILIBRIO TERMICO CON UN TERZO OGGETTO C, ALLORA A, B SONO IN EQUILIBRIO TERMICO FRA LORO

⇒ SI DICE ALLORA CHE DUE OGGETTI IN EQUILIBRIO TERMICO FRA LORO SONO ALLA STESSA TEMPERATURA

I TERMOMETRI POSSONO USARE:

- VOLUME DI UN LIQUIDO
- LUNGHEZZA DI UN SOLIDO
- PRESSIONE DI UN GAS A VOLUME COSTANTE
- VOLUME DI UN GAS A PRESSIONE COSTANTE
- RESISTENZA ELETTRICA DI UN CONDUTTORE
- COLORE DI UN OGGETTO CALDO

SCALA CELSIUS: TEMPERATURA DELLA MISCELA

ACQUA - GHIACCIO = 0°C

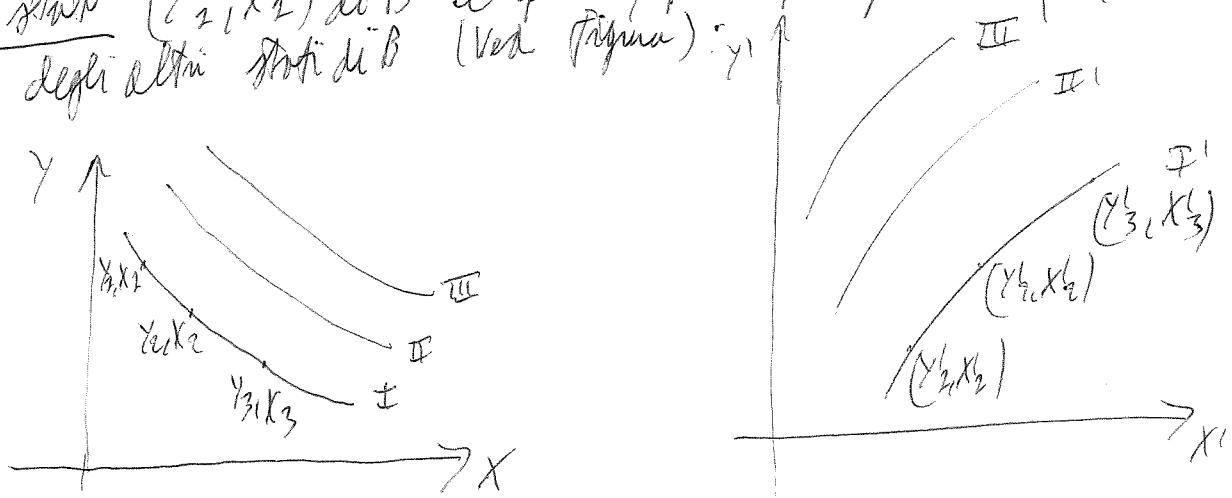
= PUNTO DI CONGELAMENTO DELL'ACQUA

- MISCELA ACQUA-VAPORE IN EQUILIBRIO TERMICO FRA LORO A PRESSIONE ATMOSFERICA
- $\Rightarrow T = 100^{\circ}\text{C} = \text{PUNTO DI EBOILLIZIONE DELL'ACQUA}$

LA COLONNA LIQUIDA HA LUNGHEZZA DIVISA IN 100 SEGMENTI uguali, OGNIUNO DEI QUALI INDICA UNA $\Delta T = 1^{\circ}\text{C}$

Supponiamo di aver a che fare con sistemi descrivibili mediante
una coppia di variabili "independenti" (ad es. pressione e volume),
e non queste y, x . Se esterne sono il luogo di tutti i punti
che rappresentano stati in cui il sistema si trova in equilibrio termico
con uno stato stato di un altro sistema.

- Gli equivalenti sono stati che esiste un insieme di stati (Y_1, X_1) , (Y_2, X_2) ,
 (Y_3, X_3) - ciascuno dei quali si trova in equilibrio termico con lo
stesso stato (Y'_1, X'_1) di B e quindi, per il principio Teresiano, con
ognuno degli altri stati di B (Ved Pigma).



Analogamente, si può trovare un insieme di stati (Y_1, X_1) , (Y_2, X_2) ,
 (Y'_3, X'_3) - di B , ciascuno dei quali è in equilibrio termico con lo
stato (Y_1, X_1) di A .

DEFINIZIONE La temperatura di un sistema è la proprietà che
determina se un sistema sia o meno in equilibrio termico con altri
sistemi. Ovvio: tutte le frazioni di ogni insieme di coordinate
e delle frazioni sono tutte uguali quando i sistemi sono in
equilibrio termico reciprocamente. Il valore comune di queste frazioni
è la temperatura empirica, che è la stessa per tutti i sistemi:

$$T = h_A(X, X) = h_B(Y, X) = h_C(Y'', X'')$$

FILE SE16

C'E' SOLO UN TIPO DI TERMOMETRO CHE PERMETTE DI DEFINIRE CORRETTAMENTE LA TEMPERATURA E METTERLA IN RELAZIONE CON L'ENERGIA INTERNA. SI TRATTA DEL TERMOMETRO A GAS. IN ESSO, LE MISURE DI TEMPERATURA SONO INDEPENDENTI DALLA SOSTANZA USATA. IL TERMOMETRO A GAS A VOLUME COSTANTE SFRUTTA LA VARIAZIONE DI PRESSIONE CON LA TEMPERATURA DI UN VOLUME FISSATO DI GAS.

FUNZIONAMENTO

IL CONTENTORE DEL GAS VIENE IMMERSO IN UN BAGNO DI ACQUA E GHIACCIO IN EQUILIBRIO TERMICO, E IL SERVATORE DI MERCURIO B VIENE ORA ALZATO ORA ABBASSATO IN MODO DA MANTENERE IL VOLUME DEL GAS COSTANTE

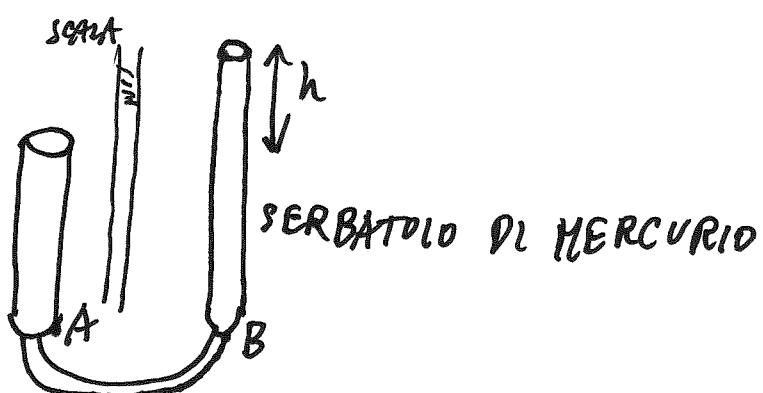
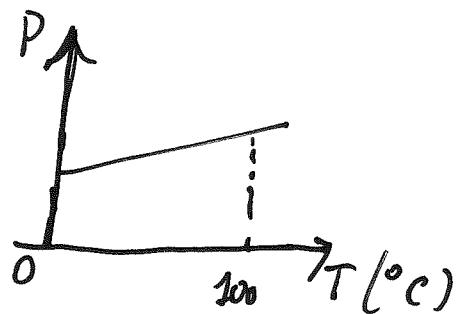
ALTEZZA h = DIFFERENZA TRA I LIVELLI DEL SERVATORE B E DELLA COLONNA A (FIG. SEGUENTE, SE16-2)

h INDICA LA PRESSIONE NEL CONTENTORE A 0°C , SECONDO L'EQ. $P = P_0 + \rho g h$

SE16-1

IL CONTENITORE VIENE POI IMMERSO IN ACQUA AL PUNTO DI EBOLLIZIONE; IL SERBATODIO B E' RIAGGIUSTATO FINO A CHE L'ALTEZZA DELLA COLONNA^A VIENE RIPORTATA ALLO ZERO DELLA SCALA \Rightarrow IL VOLUME DEL GAS E' RIMASTO LO STESSO DI QUELLO CHE AVEVA NEL BAGNO DI ACQUA E GHIACCIO.

MISURA DEL NUOVO VALORE DI $h \Rightarrow$ VALORE DELLA PRESSIONE A 100°C .

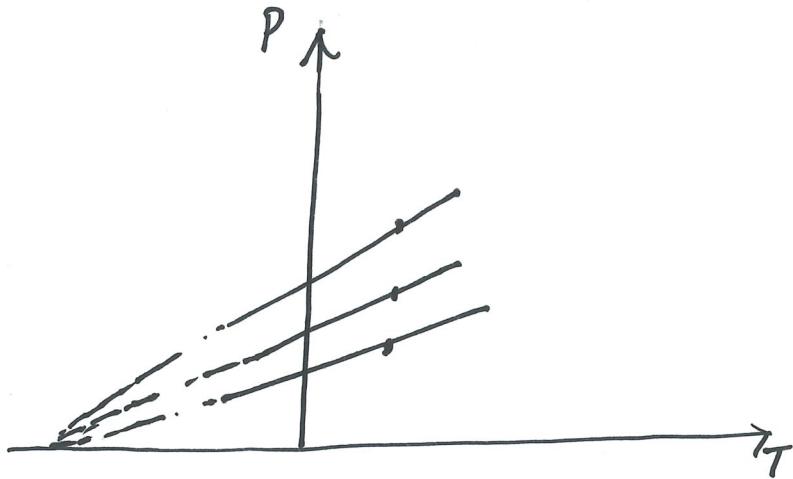


\uparrow
BAGNO
 0

AMBIENTE

DA MISURARE

] $SE 16-2$ [



↑ PRESSIONE IN FUNZIONE DELLA TEMPERATURA PER ESPERIMENTI IN CUI DIFFERENTI GAS HANNO DIFFERENTI PRESSIONI IN UN TERMOMETRO A GAS A VOLUME COSTANTE.

N.B. PER TUTTI I GAS, L'ESTRAZIONE DELLA PRESSIONE E' ZERO ALLA TEMPERATURA UNICA DI -273.15°C

\Rightarrow TALE TEMPERATURA E' UNIVERSALE, POICHÉ
NON DIPENDE DALLA SOSTANZA USATA PER IL
TERMOMETRO \Rightarrow TEMPERATURA DI ZERO ASSOLUTO

SCALA KELVIN:
 ${}^{\circ}\text{K} \rightarrow -273.15^{\circ}\text{C}$

$$T_{\text{C}} = T_{\text{K}} - 273.15 = T - 273.15$$

$T_{\text{K}} = T =$ TEMPERATURA ASSOLUTA

] SEZ 6-3 [

PUNTO TRIPLO DELL'ACQUA = UNICA TEMPERATURA E
PRESSIONE ALLA QUALE ACQUA, VAPOR D'ACQUA E GHIACCIO
COESISTONO IN EQUILIBRIO

DEFINIZIONE:

1 KELVIN = 1 DELLA TEMPERATURA
873,16 DEL PUNTO TRIPLO
DELL'ACQUA

SCALA FAHRENHEIT:

$$\frac{C}{(F-32)} = \frac{5}{9} \Rightarrow T_F = \frac{9}{5} T_C + 32$$
$$\Rightarrow \Delta T_F = \frac{9}{5} \Delta T_C$$

ESEMPIO: $T_F = 50 \Rightarrow T_C = \frac{5}{9} (F - 32) = \frac{5}{9} \cdot 18 = 10^\circ C$

IL PUNTO TRIPLO DELL'ACQUA HA

$$T_3 = 0.01^\circ\text{C}$$

$$P_3 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ atm}$$

$(T_K)_3 = 273,16^\circ\text{K}$ = TEMPERATURA IN KELVIN
DEL PUNTO TRIPLO DELL'ACQUA

$$^\circ\text{K} = (0,01 - 273,16)^\circ\text{C} = -273,15^\circ\text{C}$$

$\Rightarrow T_K = 0,01 + 273,15$ PER IL PUNTO TRIPLO
DELL'ACQUA

]SE16-4bis[

- LA DILATAZIONE TERMICA DI UN OGGETTO E' LA CONSEGUENZA DELLA VARIAZIONE DELLA DISTANZA MEDIA DI SEPARAZIONE TRA GLI ATOMI O LE MOLECOLE CHE LO COSTITUISCONO.

- SE LA DILATAZIONE TERMICA DI UN OGGETTO E' SUFFICIENTEMENTE PICCOLA RISPETTO ALLE SUE DIMENSIONI INIZIALI

$$\Rightarrow \Delta L = \alpha L_i \Delta T$$

$$\Rightarrow L_f - L_i = \alpha L_i (T_f - T_i)$$

VOLUME V_f : $V_f = (L_f)^3$

$$\Rightarrow (L_f)^3 = (L_i + \alpha L_i \Delta T)^3$$

RICORDIAMO CHE $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$

$$\Rightarrow (L_f)^3 = (L_i)^3 + 3\alpha(L_i)^2 \Delta T + O((\Delta T)^2)$$

$$= V_i + 3\alpha V_i \Delta T + O((\Delta T)^2)$$

$$\Rightarrow \Delta V = V_f - V_i \approx \beta V_i \Delta T \quad \beta = 3\alpha$$

β = COEFFICIENTE MEDIO DI DILATAZIONE CUBICA

3 SE 16-5

AUMENTO DI SUPERFICIE DI UN OGGETTO:

$$\Delta A = \gamma A_0 \Delta T$$

γ = COEFFICIENTE MEDIO DI DILATAZIONE
SUPERFICIALE

$$\gamma = 2\alpha$$

ESEMPIO: DURANTE LAVORI IN CASA, UNA GOCCEA
DI PITTURE CADE SUL BULBO CALDO DI UNA
LAMPADINA ACCESA.

- IL BULBO CONTIENE GAS, E IL VETRO DELL'INVOLUCRO
RICEVE ENERGIA (MOTTO DEL GAS CALDO VICINO
AL FILAMENTO VERSO IL VETRO FREDDO) E PUO'
DIVENTARE MOLTO CALDO.

GOCCEA FREDDA SUL VETRO \Rightarrow PORZIONE DI
VETRO SI RAFFREDDA MOLTO RAPIDAMENTE
 \Rightarrow CONTRAZIONE DELLA REGIONE CAUSA
TENSIONE TERMICA CHE PUO' ROMPERE
IL VETRO.

UN GAS PERFETTO E' UN GAS MANTENUTO A
BASSA DENSITA'; ESSO E' UN INSIEME DI ATOMI O
MOLECOLE CHE SI MUOVONO CASUALMENTE, TRA ESSI
NON SI ESERCITANO FORZE A LUNGA DISTANZA
E SONO COSI' PICCOLI DA OCCUPARE UNA
FRAZIONE TRASCURABILE DEL VOLUME DEL
LORO CONTENITORE

- MOLE DI UNA SOSTANZA = MASSA DI QUELLA
SOSTANZA CHE CONTIENE $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ MOLECOLE
 $N_A = \text{NUMERO DI AVOGADRO}$

$$n = \text{NUMERO DI MOLE} = \frac{m}{M}$$

$m = \text{MASSA DEL CAMPIONE}$

$M = \text{MASSA MOLARE, ESPRESSA IN GRAMMI/MOLE.}$

EQUAZIONE DI STATO = EQUAZIONE FUNZIONALE
CHE LEGA TRA LORO P_i, V_i, T :

$$f(P_i, V_i, T) = 0$$

CI SONO VARIE FORME DI f .

]SE 16-7 [

GAS PERFETTI: ALLORA $f = PV - nRT$

$$R = \frac{8,314 \text{ JOULE}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

ESEMPIO: GAS IN UNA BOMBOLA:

ESSO COME GAS PERFETTO

NON ESCE GAS DALLA BOMBOLA

\Rightarrow IL NUMERO DI MOLE RIMANE COSTANTE

$$\Rightarrow nR = \frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}$$

$$\Rightarrow T_f = \frac{P_f V_f}{P_i V_i} T_i$$

ESEMPIO: BOMBOLETTA SPRAY A VOLUME COSTANTE

$$\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f} \quad V_i = V_f$$

$$\Rightarrow P_f = \frac{T_f}{T_i} P_i$$

FILE SE17

CALORE ED ENERGIA INTERNA

DEFINIZIONE: L'ENERGIA INTERNA E_{int} E' L'ENERGIA ASSOCIASTA CON I COMPONENTI MICROSCOPICI DI UN SISTEMA, OVVERO ATOMI E MOLECOLE, QUANDO QUESTI SONO VISTI DA UN SISTEMA DI RIFERIMENTO A RIPOSO RISPETTO AL SISTEMA. ESSA INCLUDE:

- ENERGIA CINETICA E POTENZIALE ASSOCIASTA COL MOTO CASUALE DI TIPO TRASLAZIONALE, ROTAZIONALE e VIBRAZIONALE DEGLI ATOMI O MOLECOLE CHE COSTITUISCONO IL SISTEMA, COSÌ COME L'ENERGIA POTENZIALE INTERMOLECOLARE.

ESEMPIO: PER UN GAS PERFETTO MONOATOMICO, L'ENERGIA INTERNA E' SEMPLICEMENTE L'ENERGIA CINETICA TRASLAZIONALE TOTALE DEGLI ATOMI.

T CRESCE $\Rightarrow E_k$ ATOMI AUMENTA $\Rightarrow E_{int}$ DEL GAS AUMENTA

- PER GAS DI TIPO POLIATOMICO, E_{int} INCLUDE E_k ROTAZIONALE, E_k E M ASSOCIATE ALLE VIBRAZIONI MOLECOLARI.

DEFINIZIONE DI CALORE: E' UN MECCANISMO MEDIANTE IL QUALE L'ENERGIA E' TRASFERITA FRA UN SISTEMA E IL SUO AMBIENTE CIRCOSTANTE A CAUSA DI UNA DIFFERENZA DI TEMPERATURA. ESSO E' ANCHE LA QUANTITA' DI ENERGIA CHE TRASFERITA MEDIANTE TALE MECCANISMO.

- Dunque, non ha senso parlare di calore a meno che dell'energia sia stata trasferita come conseguenza di una differenza di temperatura.
- Quando scaldiamo l'acqua sul fornello, l'energia entra nell'acqua col calore dei gas caldi della fiamma
=> l'energia interna dell'acqua aumenta

DEF.: CALORIA = CALORE NECESSARIO PER AUMENTARE LA TEMPERATURA DI 1g D'ACQUA DA 14.5 °C A 15.5 °C

- Tuttavia, poiché il calore misura un trasferimento di energia, si definisce

$$\text{CALORIA} = 1 \text{ cal} = 4.186 \text{ J} = \begin{array}{l} \text{EQUIVALENTE MECCANICO} \\ \text{DEL CALORE} \end{array}$$

CHE NON FA ALCUSN RIFERIMENTO AL RISCALDAMENTO DELL'ACQUA!

ESEMPIO: PERDITA DI PESO.

UNO STUDENTE MANGIA SMODERATAMENTE E ASSUME 2000 K-CALORIE. POI DECIDE DI SOLLEVARE UN OGGETTO DI 50 Kg PER UNA ALTEZZA DI 2 METRI, PER SMALTIRE TALE ECCESSO. QUANTE VOLTE DOVREBBE SOLLEVARE IL PESO?

LO STUDENTE VUOLE COMPIERE LAVORO SUL SISTEMA OGGETTO-TERRA

$$1 \text{ Cal} = 10^3 \text{ cal} = 1 \text{ K-cal}$$

$$\begin{aligned} W &= 2 \cdot 10^3 \text{ Cal} = 2 \cdot 10^3 \cdot 10^3 \text{ cal} = 2 \cdot 10^6 \cdot 4.186 \text{ J} \\ &= 8.37 \cdot 10^6 \text{ J} \end{aligned}$$

$$W = m \cdot mgh = 8.37 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$\Rightarrow m = \frac{8.37 \cdot 10^6 \text{ J}}{50 \text{ Kg} \cdot 9.8 \text{ ms}^{-2} \cdot 2 \text{ m}} \approx 8.54 \cdot 10^3 \text{ SOLLEVAMENTI}$$

AL RITMO INNATURALE DI UN SOLLEVAMENTO OGNI 5 s,
OCCORRONO ALMENO 22 ORE (MA POI VA CONSIDERATO
IL SONNO, LA FATICA E LE PAUSE FISIOLOGICHE).

DUNQUE IL SOLLEVAMENTO PESI NON CONTROBILANCIÀ GLI ECCESSI ALIMENTARI. MEGLIO UNA LUNGA PASSEGGIATA IN UNA GIORNATA MOLTO CALDA.

- SE UNA QUANTITÀ Q DI ENERGIA VIENE TRASFERITA A UNA MASSA m DI UNA SOSTANZA, CON AUMENTO ΔT DI TEMPERATURA, IL CALORE SPECIFICO DELLA SOSTANZA E' DEFINITO COME

$$c = \frac{Q}{m \Delta T} \quad \text{SI MISURA IN} \quad \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\Rightarrow Q = mc \Delta T$$

T AUMENTA $\Rightarrow \Delta T > 0$, $Q > 0$, \Rightarrow ENERGIA ENTRA NEL SISTEMA

T DIMINUISCE $\Rightarrow \Delta T < 0$, $Q < 0$ \Rightarrow ENERGIA ESCHE DAL SISTEMA

CALORE SPECIFICO (J/kg · °C)

SOSTANZA

ALLUMINO	900
BERILLIO	1830
RAME	387
ORO	229
FERRO	448
PIOMBO	128
ARGENTO	234

]SE 27-4 [

VETRO

837

GHIACCIO (5°C) 2090

LEGNO 2700

ALCOOL 2400

MERCURIO 240

ACQUA (25°C) 4186

VAPORE (200°C) 2010

FRA LE SOSTANZE DI USO CORRENTE, L'ACQUA HA IL CALORE SPECIFICO PIÙ ALTO. IDROGENO ED ELIO HANNO PDL VALORI PIÙ ALTI DEL CALORE SPECIFICO

- ALTO CALORE SPECIFICO DELL'ACQUA \Rightarrow TEMPERATURE MODERATE NELLE REGIONI VICINE A GRANDI ESTENSIONI D'ACQUA. QUANDO LA TEMPERATURA DI UNA GRANDE ESTENSIONE D'ACQUA DIMINUISCE \Rightarrow L'ACQUA TRASFERISCE ENERGIA ALL'ARIA \Rightarrow L'ARIA TRASPORTA L'ENERGIA VERSO TERRA QUANDO I VENTI SONO FAVOREVOLI

] SE 27-5 [

ESEMPIO: I VENTI PREVALENTI DELLA COSTA OVEST DEGLI USA SONO DIRETTI VERSO TERRA

⇒ L'ENERGIA LIBERATA DALL'OCEANO PACIFICO QUANDO ESSO SI RAFFREDDA RENDE LE ZONE POSTIERE PIÙ CALDE (DI QUANTO SAREBBERO ALTRIMENTI)

⇒ L'INVERNO DELLA COSTA OVEST È PIÙ FAVOREVOLI RISPETTO ALLA COSTA EST

ESEMPIO: COME CIRCOLA L'ARIA IN UNA SPIAGGLIA

DI GIORNO, IL SOLE CEDE QUANTITÀ EGUALI DI ENERGIA ALLA SPIAGGLIA E ALL'ACQUA

BASSO CALORE SPECIFICO SABBIA ⇒

⇒ ΔT SPIAGGLIA > ΔT ACQUA

⇒ L'ARIA A L DI SOPRA DEL SUOLO RAGGIUNGE T PIÙ ALTA DELL'ARIA A L DI SOPRA DELL'ACQUA

ARIA FREDDA, PIÙ DENSA, SPINGE VERSO L'ALTO L'ARIA CALDA MENO DENSA (PRINCIPIO DI ARCHIMEDE)

⇒ DURANTE IL GIORNO C'È UNA BREZZA DAL MARE VERSO TERRA.

- DI NOTTE, INVECE, LA SABBIA SI RAFFREDDA PIÙ RAPIDAMENTE DELL'ACQUA ⇒ LA CIRCOLAZIONE SI

INVERTE POICHE' L'ARIA PIU' CALDA E' DRA SOPRA
L'ACQUA

- COME MISURARE IL CALORE SPECIFICO DI UN SOLIDO O LIQUIDO? SI RISCALDA LA SOSTANZA A UNA CERTA TEMPERATURA, LA SI METTE IN UN RECIPIENTE CHE CONTIENE ACQUA, CON VALORI NOTI DI (m, T) , E SI MISURA LA TEMPERATURA DELL'INSIEME DOPO CHE SI E' RAGGIUNTO L'EQUILIBRIO

SISTEMA = SOSTANZA \cup ACQUA

RECIPIENTE ISOLANTE \Rightarrow L'ENERGIA NON ESCE DAL SISTEMA TRAMITE IL CALORE

\Rightarrow IL SISTEMA E' ISOLATO

UN TALE RECIPIENTE E' DETTO CALORIMETRO

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

\Rightarrow ENERGIA RILASCIATA, TRAMITE IL CALORE,
DALLA SOSTANZA PIU' CALDA

= ENERGIA CEDUTA ALL'ACQUA

$$\Rightarrow Q_{\text{freddo}} = -Q_{\text{caldo}}$$

M_X = MASSA DELLA SOSTANZA DI CUI VOGLIANO
DETERMINARE IL CALORE SPECIFICO c_X INCOGNITO

T_{XL} = TEMPERATURA INIZIALE DI TALE SOSTANZA

(m_a, c_a, T_a) = VALORI CORRISPONDENTI PER L'ACQUA

T = TEMPERATURA FINALE DI EQUILIBRIO, DOPO IL
MESCOLAMENTO DI SOSTANZA E ACQUA

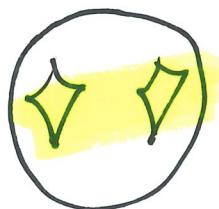
$Q = m_a c_a \Delta T \Rightarrow$ ENERGIA ACQUISTATA DALL'ACQUA

$$E^+ m_a c_a (T - T_a)$$

\Rightarrow ENERGIA PERDUTA DALLA SOSTANZA
DI CALORE SPECIFICO INCOGNITO E^-
 $m_X c_X (T - T_{XL})$

$$m_a c_a (T - T_a) = -m_X c_X (T - T_{XL}) = m_X c_X (T_{XL} - T)$$

$$\Rightarrow c_X = \frac{m_a c_a (T - T_a)}{m_X (T_{XL} - T)}$$



ESEMPIO: RAFFREDDAMENTO DI UN LINGOTTO

- UN LINGOTTO DI METALLO DI 0,05 Kg È RISCALDATO A 200 °C E Poi LASCIATO CADERE IN UN SECCHIO TERMICAMENTE ISOLATO CONTENENTE 0,4 Kg D'ACQUA INIZIALMENTE A 20 °C. SE LA TEMPERATURA FINALE DI EQUILIBRIO DEL SISTEMA È 22,4 °C, CALCOLARE IL CALORE SPECIFICO DEL METALLO.

- NELLA FORMULA  DOBBIANO PORRE

$$m_a = 0,4 \text{ Kg}$$

$$T = 22,4 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$m_x = 0,05 \text{ Kg}$$

$$T_a = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_{lc} = 200 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Rightarrow c_x = \frac{0,4 \text{ Kg} \times 4,286 \frac{\text{J}}{\text{Kg } ^\circ\text{C}} \times (22,4 - 20) \text{ } ^\circ\text{C}}{0,05 \text{ Kg } (200 - 22,4) \text{ } ^\circ\text{C}}$$

$$= \frac{4 \cdot 10^{-2} \times 4,286 \times 2,4 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-2} \times 177,6} \frac{\text{J}}{\text{Kg } ^\circ\text{C}}$$

$$= 4,595 \cdot 10^2 \frac{\text{J}}{\text{Kg } ^\circ\text{C}}$$

]SE 17-9 [

CALORE LATENTE E CAMBIAMENTI DI FASE

- LE CARATTERISTICHE FISICHE DI UNA SOSTANZA CAMBIANO NEL PASSARE DA UNA FORMA ALL'ALTRA. TALE TRANSIZIONE E' DETTA CAMBIAMENTO DI FASE.

L'ENERGIA CHE VIENE ASSORBITA DA UNA SOSTANZA DURANTE LA FUSIONE E L'EBOLLIZZAZIONE \Rightarrow AUMENTO DELL'ENERGIA POTENZIALE INTERMOLECOLARE, MEDIANTE LA ROTTURA DEI LEGAMI

$$Q = \pm m L \quad \text{PER SOSTANZE PURE}$$

Q = ENERGIA TRASFERITA NECESSARIA PER IL CAMBIAMENTO DI FASE

L = CALORE LATENTE DELLA SOSTANZA
(DIPENDE DALLA NATURA DEL CAMBIAMENTO DI FASE
E DALLE PROPRIETA' DELLA SOSTANZA)

CALORE LATENTE DI FUSIONE L_f (CAMBIAMENTO DI FASE
DURANTE LA FUSIONE)

" " VAPORIZZAZIONE L_v (CAMBIAMENTO DI FASE
DURANTE LA VAPORIZZAZIONE)

OSSIGENO	CAL. LAT. FUSIONE $1.38 \cdot 10^4 \frac{J}{Kg}$	CAL. LAT. VAPORIZZAZIONE $2.13 \cdot 10^5 \frac{J}{Kg}$
ACQUA	$3.33 \cdot 10^5 \frac{J}{Kg}$	$2.86 \cdot 10^6 \frac{J}{Kg}$
DRO	$6.44 \cdot 10^4 \frac{J}{Kg}$	$1.58 \cdot 10^6 \frac{J}{Kg}$

ESEMPIO: EBOLIZZAZIONE

$$Q = m L_v \Rightarrow P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m L_v}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{m L_v}{P}$$

- DUNQUE, PER PAR EVAPORARE 1 Kg DI ELIO LIQUIDO
OCCORRE UN TEMPO

$$\Delta t = \frac{1 \text{ Kg } 2.09 \cdot 10^4 \text{ J/Kg}}{20 \text{ W}} = 2.09 \times 10^3 \text{ s}$$

] SE 17-11 [

LAVORO NELLE TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE

- IN UNA DESCRIZIONE MACROSCOPICA, LO STATO DI UN SISTEMA TERMODINAMICO E' DESCRISSO MEDIANTE PRESSESIONE, VOLUME, TEMPERATURA ED ENERGIA INTERNA. QUESTE GRANDEZZE SONO VARIABILI DI STATO.

N.B.: UNO STATO MACROSCOPICO DI UN SISTEMA SI PUO' IDENTIFICARE SOLO SE IL SISTEMA E' IN EQUILIBRIO TERMICO INTERNO.

ESEMPIO: PER UN GAS IN UN CONTENITORE, L'EQUILIBRIO TERMICO INTERNO \Rightarrow OGNI PARTE DEL GAS DEVE ESSERE ALLA STESSA PRESSIONE E ALLA STESSA TEMPERATURA.

- CI SONO POI LE VARIABILI DI TRASFERIMENTO, CHE SONO ASSOCIATE A UNA VARIAZIONE DELLO STATO DEL SISTEMA. UN ESEMPIO E' IL CALORE. SI PUO' ASSEGNAME UN VALORE AL CALORE SOLO SE ENERGIA, SOTTO FORMA DI CALORE, ATTRAVERSA LE SUPERFICI CHE DELIMITANO IL SISTEMA.
- VARIABILI DI STATO; CARATTERIZZANO UN SISTEMA IN EQUILIBRIO TERMICO
- VARIABILI DI TRASFERIMENTO: CARATTERIZZANO UN PROCESSO IN CUI ENERGIA VIENE TRASFERITA TRA UN SISTEMA E L'AMBIENTE CIRCONSTANTE.

ALTRA VARIABILE DI TRASFERIMENTO: IL LAVORO

- CONSIDERIAMO UN GAS IN UN CILINDRO CHIUSO DA UN PISTONE, E SIA IL GAS COMPRESO QUASI STATICAMENTE, OSSIA IN MODO SUFFICIENTEMENTE LENTO DA PERMETTERE AL SISTEMA DI RIMANERE IN EQUILIBRIO TERMICO A OGNI ISTANTE.

- PISTONE SPINTO ALL'INGU' DA UNA FORZA ESTERNA \vec{F}_{ext} PER UN TRATTO $d\vec{r} = dy \vec{j}$

\Rightarrow LAVORO FATTO SUL GAS E'

$$dW = \vec{F}_{ext} \cdot d\vec{r} = \vec{F}_{ext} \cdot \vec{j} dy$$

DVE $\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_{gas} = -PA \vec{j}$

POLCHE' IL PISTONE E' IN EQUILIBRIO A OGNI ISTANTE, PER IPOTESI.

DUNQUE:

$$dW = -PA \vec{j} \cdot \vec{j} dy = -PA dy = -PdV$$

GAS COMPRESO $\Rightarrow dV < 0 \Rightarrow dW > 0$

GAS IN ESPANSIONE $\Rightarrow dV > 0 \Rightarrow dW < 0$

VOLUME COSTANTE \Rightarrow LAVORO SUL GAS = 0

$$\text{LAVORO TOTALE} = W = - \int_{V_i}^{V_f} P dV \quad P = P(V, T)$$

IL DIAGRAMMA PV PERMETTE DI VISUALIZZARE UNA TRASFORMAZIONE A CUI E' SOTTOPOSTO IL GAS

ESEMPI:

$$W_1 = -P_i(V_f - V_i)$$

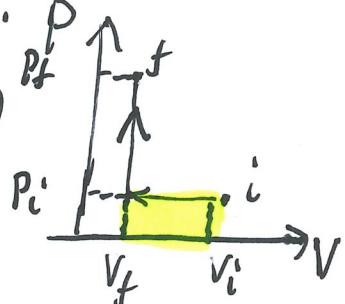


FIG. 1

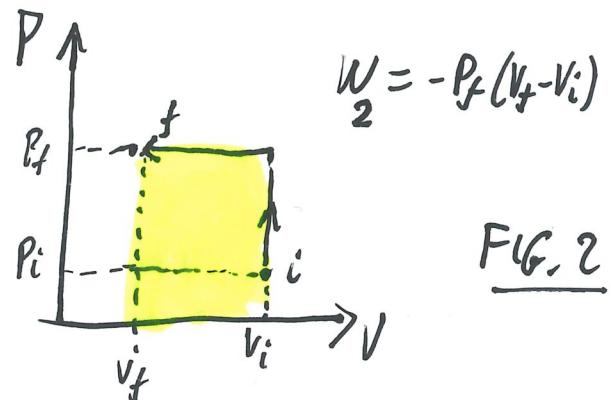


FIG. 2

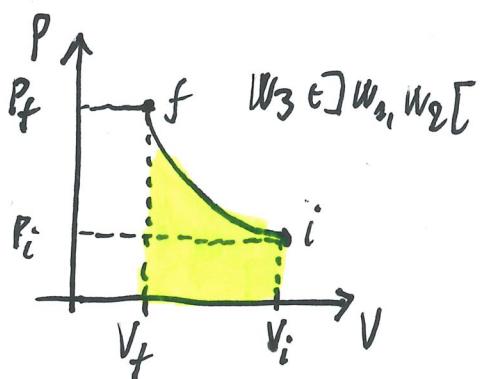


FIG. 3

IL LAVORO SVOLTO SU UN GAS NEL PORTARLO DA UNO STATO INIZIALE "i" AD UNO STATO FINALE "f" DIPENDE DAL CAMMINO FRA QUESTI STATI.

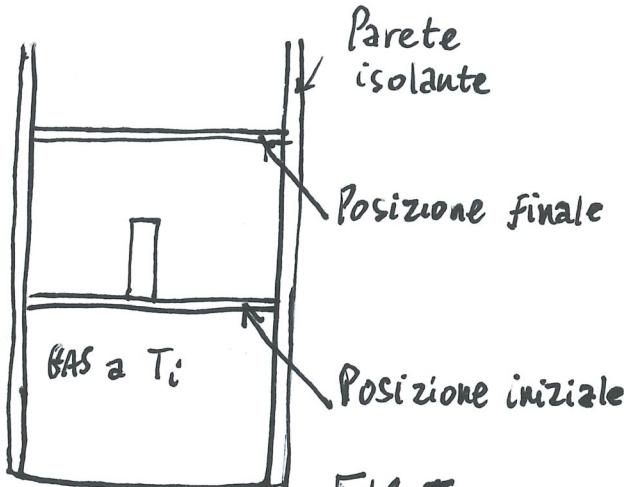


FIG. I

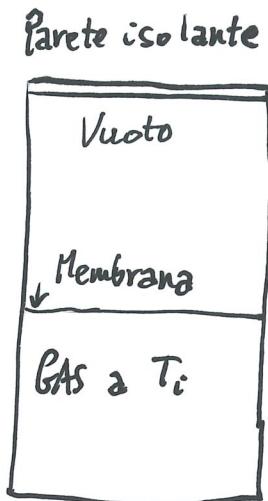


FIG. II

L'ENERGIA TRASFERITA SOTTO FORMA DI CALORE VERSO O DAL GAS DIPENDE DALLA TRASFORMAZIONE

- IN AMBO I CASI, IL GAS HA GLI STESSI VALORI INIZIALI DI (P_i, V_i, T_i) , E PER IPOTESI E' PERFETTO.

FIG. I: GAS TERMICAMENTE ISOLATO TRANNE CHE PER IL FONDO, DVE E' IN CONTATTO TERMICO CON UN SERBATOIO DI ENERGIA. TALE SERBATOIO E' COSÌ GRANDE CHE IL TRASFERIMENTO DI UNA QUANTITÀ DI ENERGIA FINITA NON CAMBIA LA SUA TEMPERATURA. SI RIDUCE LENTAMENTE LA FORZA CHE TIENE IL PISTONE \Rightarrow IL PISTONE SI SOLLEVA MOLTO LENTAMENTE FINO ALLA POSIZIONE FINALE.

PISTONE VERSO L'ALTO \Rightarrow LAVORO NEGATIVO SUL GAS
 \Rightarrow GAS COMPIE LAVORO SUL PISTONE
 \Rightarrow VIENE TRASFERITA TRAMME CALORE, UNA QUANTITÀ

DI ENERGIA DAL SERBATOIO AL GAS CHE BASTA APPENA
A MANTENERE $T = \text{COSTANTE}$

FIG. II: ROTTURA MEMBRANA \Rightarrow GAS SI ESPANDE

RAPIDAMENTE NEL VUOTO FINO A (P_f, V_f)

\Rightarrow NON SI COMPIE LAVORO SUL GAS, PERCHE' NESSUNA
FORZA AGISCE SUL GAS.

INOLTRE, NON VIENE SCAMBIATA ENERGIA ATTRAVERSO LA
PARETE TERMICAMENTE ISOLATA.

CONFRONTO: GLI STATI INIZIALE E FINALE NELLE FIG. I e II
SONO IDENTICI, MA I CAMMINI SONO DIVERSI.

FIG. I: IL GAS COMPIE LAVORO SUL PISTONE

\Rightarrow ENERGIA TRASFERITA LENTAMENTE AL GAS

FIG. II: NESSUN TRASFERIMENTO DI ENERGIA, e $W=0$

\Rightarrow L'ENERGIA TRASFERITA TRAMITE CALORE,
COME PER IL LAVORO COMPIUTO, DIPENDE DALLA
TRASFORMAZIONE FRA STATO INIZIALE e FINALE.

PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

- SUPPONIAMO CHE LA SOLA VARIAZIONE NELL'ENERGIA DI UN SISTEMA SIA LA SVA ENERGIA INTERNA, E CHE I SOLI MECCANISMI DI TRASFERIMENTO SIANO IL CALORE Q E IL LAVORO W . IN TAL CASO, IL PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA ASSEGNA CHE

$$\Delta E_{\text{int}} = Q + W \quad , \text{ OVVERO:} \quad \textcircled{K}$$

"LA VARIAZIONE DELL'ENERGIA INTERNA DI UN SISTEMA E' UGUALE ALLA SOMMA DELL'ENERGIA TRASFERITA ATTRAVERSO IL CONTORNO DEL SISTEMA TRAMITE CALORE, E DELL'ENERGIA TRASFERITA TRAMITE IL LAVORO"

- QUI IL LAVORO E' INTESO ESSERE LAVORO "SUL" SISTEMA.

- CONTROESEMPIO: L'ENERGIA INTERNA DI UN AVVOLGIMENTO DEL TOSTAPANE AUMENTA A CAUSA DELLA TRASMISSIONE ELETTRICA.

- PER TRASFORMAZIONI INFIMTESIME, LA \textcircled{K} DIVENTA

$$dE_{\text{int}} = dQ + dW$$

N.B. SU SCALA MICROSCOPICA, NON ESISTE DISTINZIONE TRA CALORE E LAVORO.

UNA VOLTA DEFINITI UNA TRASFORMAZIONE O UN CAMMINO, Q E W POSSONO ESSERE ENTRAMBI CALCOLATI O MISURATI \Rightarrow LA VARIAZIONE DI ENERGIA INTERNA E' ALLORA FORMATA DAL PRIMO PRINCIPIO.

- PER DISCUTERE LE APPLICAZIONI DEL 1° PRINCIPIO, IDENTIFicheremo 4 CLASSI DI TRASFORMAZIONI:

1) TRASFORMAZIONE ADIABATICA \Rightarrow L'ENERGIA NON ENTRA NE' ESCE DAL SISTEMA SOTTO FORMA DI CALORE $\Rightarrow Q=0$

ESEMPIO: TUTTE LE SUPERFICI DI UN PISTONE SIANO PERFETTAMENTE ISOLANTI $\Rightarrow \alpha=0$

$$\Delta E_{int} = W$$

\Rightarrow COMPRESSIONE ADIABATICA DI UN GAS

$\Rightarrow W > 0$, $\Delta E_{int} > 0$ (LAVORO COMPIUTO SUL GAS)

GAS IN ESPANSIONE ADIABATICA $\Rightarrow \Delta E_{int} < 0$ POICHÉ $W < 0$

ESEMPI: - ESPANSIONE DI GAS CALDI IN MOTORI A COMBUSTIONE INTERNA

- LIQUEFAZIONE DEI GAS IN UN SISTEMA DI RAFFREDDAMENTO
- FASE DI COMPRESSIONE IN UN MOTORE DIESEL

2) ESPANSIONE LIBERA: $Q=0$ $W=0$ $\Rightarrow \Delta E_{int}=0$

\Rightarrow IN TALI ESPANSIONI, L'ENERGIA INTERNA INIZIALE E FINALE DI UN GAS SONO EGUALI

$$\left. \begin{array}{l} E_{int} = E_{int}(T) \\ \Delta E_{int} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta T = 0 \quad \text{PER GAS PERFETTI}$$

- INVECE, PER GAS REALI, AD ALTA PRESSIONE, GLI ESPERIMENTI MOSTRANO $\Delta T > 0$ OPPURE $\Delta T < 0$ A CAUSA DELLE INTERAZIONI FRA LE MOLECOLE.

3) TRASFORMAZIONE ISOBARICA \Rightarrow AVVIENE A PRESSIONE COSTANTE

$$\Rightarrow \text{LAVORO SUL GAS} = W = -P(V_f - V_i)$$

IN UN DIAGRAMMA PV, UNA TRASFORMAZIONE ISOBARICA E' ESPRESSA DA UNA LINEA ORIZZONTALE (e.g. PRIMA PORZIONE IN FIG. 1, SECONDA PORZIONE IN FIG. 2).

4) TRASFORMAZIONE ISOCORA $\Rightarrow W=0 \Rightarrow \Delta E_{int} = Q$

\Rightarrow SE SI AGGIUNGE ENERGIA SOTTO FORMA DI CALORE A UN SISTEMA TENUTO A $V=COSTANTE$, TUTTA L'ENERGIA VA AD AUMENTARE L'ENERGIA INTERNA; NULLA ENTRA O ESCE SOTTO FORMA DI LAVORO.

ESEMPIO: LATTINA DI AEROSOL SUL FUOCO \Rightarrow ENERGIA

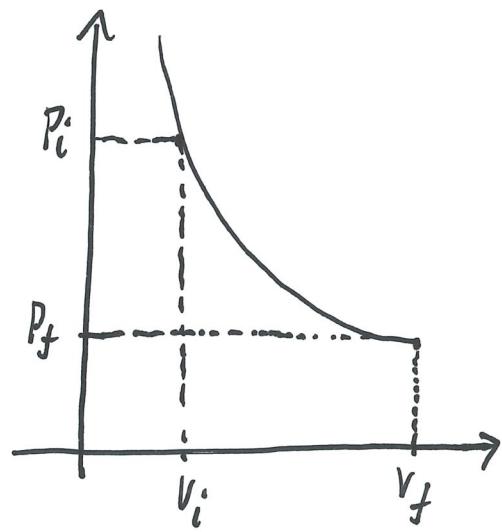
ENTRA NEL SISTEMA SOTTO FORZA DI CALORE,
ATTRaverso LE PARETI DELLA LATTINA.

$\Rightarrow T \text{ e } P$ DEL GAS AUMENTANO, FINO A
QUANDO LA LATTINA ESplode.

- IN UN DIAGRAMMA PV, L'ISOCORA E' UNA LINEA VERTICALE, COME LA SECONDA PORZIONE DI FIG. 1 O LA PRIMA PORZIONE DI FIG. 2

5) TRASFORMAZIONE ISOTERMA $\Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta E_{\text{int}} = 0$
PER GAS PERFETTI $\Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$

ESPANSIONE ISOTERMA DI UN GAS PERFETTO:



LAVORO COMPIUTO SUL GAS PERFETTO IN UNA TRASFORMAZIONE ISOTERMA:

$$W = -nRT \log\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

SI HA A CHE PARE CON UN SISTEMA NON ISOLATO IN STATO STAZIONARIO. VIENE TRASFERITA ENERGIA ATTRaverso IL CONTORNO DEL SISTEMA, MA NON SI REALIZZA ALCUNA VARIAZIONE DI ENERGIA INTERNA.

6) TRASFORMAZIONE CICLICA DI UN SISTEMA NON ISOLATO \Rightarrow LA TRASFORMAZIONE INIZIA E FINISCE NELLO STESSO STATO. $\Rightarrow \Delta E_{int} = 0$, ESSENDO E_{int} UNA VARIABILE DI STATO. $\Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W$
TAI TRASFORMAZIONI AVENGONO NEI MOTORI TERMICI, IN CUI UNA FRAZIONE DELL'ENERGIA IMMESSA TRAMITE CALORE VIENE ESTRATTA COME LAVORO MECCANICO.

ESEMPIO: IMMERSIONE DI UN BICCHIERE

UN BICCHIERE VIENE MANTENUTO CAPOVOLTO SU UNA SUPERFICIE D'ACQUA, E POI VIENE PORTATO ALLA PROFONDITÀ h SOTTO LA SUPERFICIE, INTRAPPOLANDO L'ARIA NEL BICCHIERE, MENTRE $\Delta T_{acqua} = 0$ DURANTE LA DISCESA.

Alla profondità h , quale è la frazione del volume del bicchiere occupato dall'aria?

Quando il bicchiere è fermo sulla superficie, la pressione d'aria nel bicchiere è la pressione atmosferica.

Bicchiere portato verso il basso \Rightarrow pressione in funzione della profondità in un liquido
pressione nell'acqua: $P = P_{atm} + \rho g h$

]SE 18-10[

$\Delta T = 0 \Rightarrow$ PROCESSO ISO TERMO $\Rightarrow PV = nRT =$ COSTANTE

$$\Rightarrow P_i V_i = P_f V_f \Rightarrow \frac{V_f}{V_i} = \frac{P_i}{P_f} = \frac{P_{atm}}{P_{atm} + \rho g h} = \frac{1}{1 + \frac{\rho g h}{P_{atm}}}$$

$$\Delta T = 0$$

$$\Delta E_{int} = 0 \Rightarrow Q + W = 0 \Rightarrow Q = -W = nRT \log\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

$$= nRT \log\left(\frac{P_i}{P_f}\right)$$

$Q < 0 \Rightarrow$ L'ENERGIA ESCE DALL'ARIA SOTTO FORMA DI CALORE

ARIA COMPRESSA \Rightarrow TEMPERATURA TENDEREBBE AD AUMENTARE POICHÉ DEL LAVORO VIENE FATTO SU DI ESSA DALL'ACQUA. MA, POICHÉ DEVE RESTARE COSTANTE T_1 , CIO' \Rightarrow L'ENERGIA DEVE LASCIARE L'ARIA NEL BICCHIERE SOTTO FORMA DI CALORE.

N.B. L'ENERGIA NECESSARIA PER AUMENTARE LA TEMPERATURA DI n MOLE DI GAS DA T_i A T_f DIPENDE DAL CAMMINO FRA GLI STATI INIZIALE E FINALE. SIA INFATTI $\Delta T = T_f - T_i$: LA STESSA PER TUTTE LE TRASFORMAZIONI DI UN GAS PERFETTO. $\Rightarrow \Delta E_{int}$ E' LA STESSA
MA $Q = \Delta E_{int} - W$ VARIA PER OGNI CAMMINO
POICHÉ' W E' DIVERSO PER OGNI CAMMINO
 \Rightarrow L'ENERGIA NECESSARIA PER PRODURRE UNA DATA VARIAZIONE DI TEMPERATURA NON HA SEMPRE LO STESSO VALORE.

TRASFORMAZIONI A CONFRONTO:

- UN GAS PERFETTO COMPIE 2 TRASFORMAZIONI AVENUTE

$$P_f = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}, V_f = 2 \text{ m}^3, P_i = 0,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}, V_i = 10 \text{ m}^3$$

TRASF. 1: $T = \text{COSTANTE}$

TRASF. 2: $P = \text{costante}$ $V = \text{COSTANTE}$

CALCOLARE IL RAPPORTO $\frac{(W)_{m_1}}{(W)_{m_2}}$

W ESSENDO IL LAVORO COMPIUTO SUL GAS

— — —

Tr 1: $P = \frac{nRT}{V}$ PER GAS PERFETTI

Tr 2: NON SI COMPIE LAVORO NEL TRATTO $V = \text{COSTANTE}$

$$\frac{(W)_{m_1}}{(W)_{m_2}} = \frac{-\int_{V_i}^{V_f} P dV}{-\int_{V_i}^{V_f} P_i dV + 0} = \frac{nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}}{P_i \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}}$$

$$= \frac{nRT \log(V_f/V_i)}{P_i(V_f - V_i)} = \frac{P_i V_i \log(V_f/V_i)}{P_i(V_f - V_i)}$$

$$= \frac{V_i \log(V_f/V_i)}{(V_f - V_i)} = \frac{10 \log(2/10)}{(2-10)} = -\frac{5}{4} \log \frac{1}{5}$$

$$= +\frac{5}{4} \log 5 = 2,01$$

]SE18-13[

- 0 -

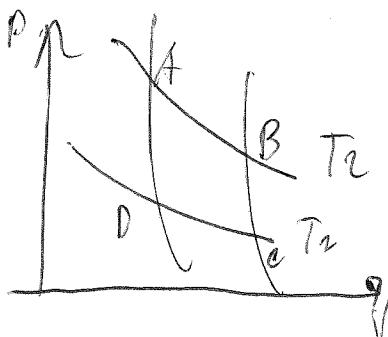
II° principio secondo Kelvin:

E' impossibile realizzare una trasformazione del gas
senza risultato se la trasformazione da lavoro
 di fatto il calore fatto da un'area soggetta a
 trasformazione uniforme

II° principio secondo Clausius:

E' impossibile realizzare una trasformazione del gas
 senza risultato se il trasferimento di calore da
 un corpo a una data temperatura a un
 corpo a temperatura più alta.

- Se Kelvin non fosse vero, potremmo realizzare una ~~lavoro~~ area
 per avere risultato se trasf. in lavoro di fatto il calore
 effettuato da un'area soggetta a trasformazione uniforme T_1 .
 potremmo poi trasferire calore, mediante
 adattamento, tale lavoro, escludendo poi il calore così prodotto per
 mantenere la temperatura T_2 di un altro, prolungare per il
 suo calore. Ma per $T_2 > T_1$ violerebbero Clausius!
- Viceversa, se Clausius non fosse vero, potremmo ~~trasferire un calore di lavoro~~
 calore da un'area soggetta a temp. costante T_2 < temperatura
 T_1 della 2^a area \Rightarrow viola Kelvin



AB: costante
 BC: adattamento
 CD: costante
 DA: adattamento

$$L = Q_2 - Q_1$$

- 1 -

$$S(A) = \int_0^A \frac{dQ}{T}$$

Proc. reversibile

$$S'(A) = \int_0^A \frac{dQ}{T}$$

Proc. reversibile

$\partial_c A = \Delta S'$ d'equilibrio
del sistema

$$S'(A) - S(A) = \int_0^A \frac{dQ}{T} - \int_0^A \frac{dQ}{T} = \int_0^A \frac{dQ}{T} + \int_A^0 \frac{dQ}{T}$$

$$= \int_0^0 \frac{dQ}{T} = - \int_0^A \frac{dQ}{T} = - S(A)$$

$$\Rightarrow S(A) - S'(A) = S(A)$$

$$f = f(x, y) \Rightarrow df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

dash linea

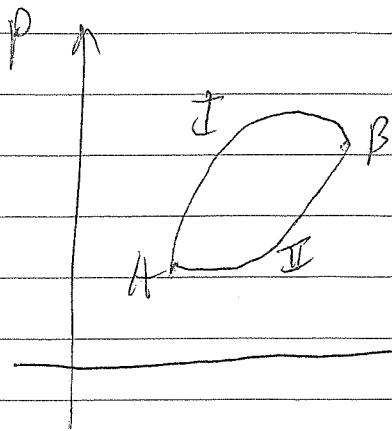
$$w = A(x, y) dx + B(x, y) dy$$

$$A = \frac{\partial f}{\partial x} \quad B = \frac{\partial f}{\partial y} \quad ?$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial A}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial x} \quad \Rightarrow \frac{\partial A}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \quad f(x, y)$$

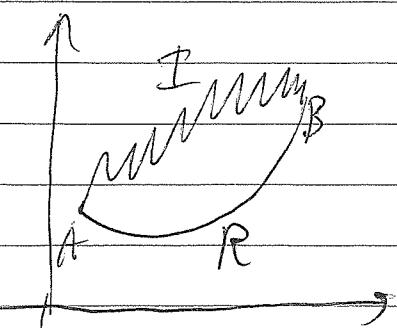


Irreversible: $\int \frac{d\alpha}{T} = \left(\int_A^B \frac{d\alpha}{T} \right)_I + \left(\int_B^A \frac{d\alpha}{T} \right)_{II} = 0$

Now $\left(\int_B^A \frac{d\alpha}{T} \right)_{II} = - \left(\int_A^B \frac{d\alpha}{T} \right)_{II}$

$$\Rightarrow \left(\int_A^B \frac{d\alpha}{T} \right)_I = - \left(\int_B^A \frac{d\alpha}{T} \right)_{II} = - \left[- \left(\int_A^B \frac{d\alpha}{T} \right)_{II} \right] = \left(\int_A^B \frac{d\alpha}{T} \right)_{II}$$

Reversible:



OR $\int \frac{d\alpha}{T} = \left(\int_A^B \frac{d\alpha}{T} \right)_{II} + \left(\int_B^A \frac{d\alpha}{T} \right)_{II}$

- 3 -

$$= \left(\int_A^B \frac{dQ}{T} \right)_I + \int_B^0 \frac{dQ}{T} + \int_0^A \frac{dQ}{T}$$

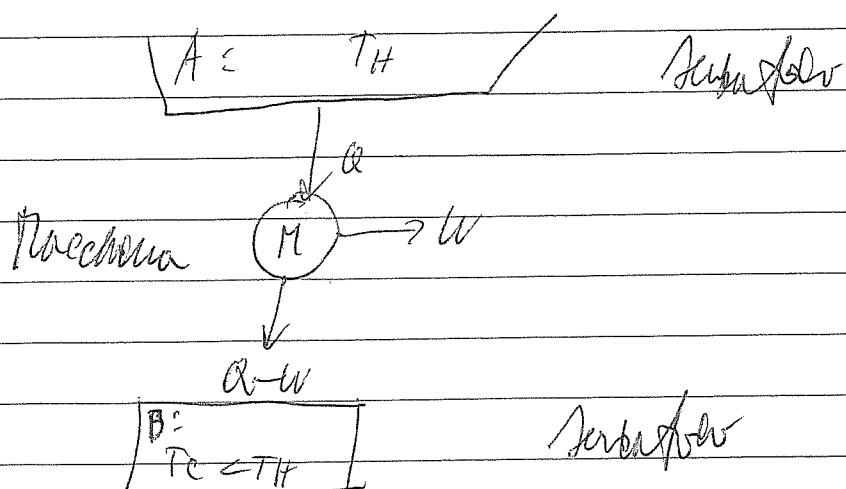
$$= \left(\int_A^B \frac{dQ}{T} \right)_I + \int_0^A \frac{dQ}{T} - \int_0^B \frac{dQ}{T}$$

$$= \int_A^B \frac{dQ}{T} + S(B) - S(A) \Rightarrow S(B) - S(A) \geq \left(\int_A^B \frac{dQ}{T} \right)_I$$

In vorstehende:

Wärmeentz. = ~~S(B) - S(A)~~ $dQ \Rightarrow S(B) \geq S(A)$

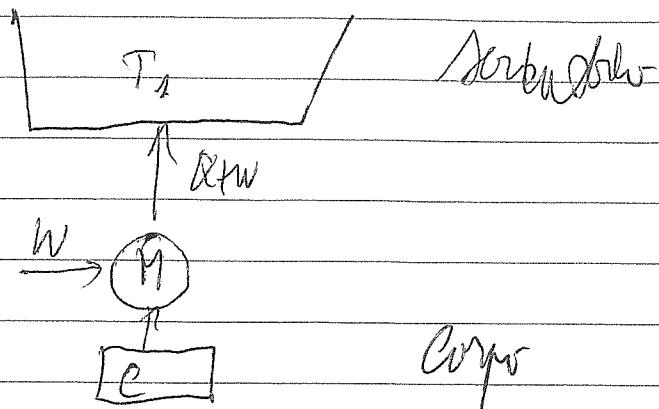
$$\Rightarrow AS = S(B) - S(A) \geq 0$$



$$AS = -\frac{Q}{T_H} + \frac{(Q-W)}{T_C} \geq 0 \Rightarrow Q \left(\frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_H} \right) \geq \frac{W}{T_C}$$

$$\Rightarrow W \leq Q \left(1 - \frac{T_C}{T_H} \right) \Rightarrow W_{max} = Q \left(1 - \frac{T_C}{T_H} \right)$$

- 4 -



$$\Delta S = \Delta S|_C + \Delta S|_{\text{Lapar}} + \Delta S|_A$$

$$= (S_2 - S_1) t_0 + \frac{\Delta Q_W}{T_2} \pi_0 \rightarrow \frac{W}{T_2} \pi_1 \frac{S_2 - S_1 - Q}{T_2}$$

$$\Rightarrow W \pi_1 T_2 (S_2 - S_1) - Q$$

$$\Rightarrow W_{\min} = t_0 (S_2 - S_1) - Q$$

FORZE ELETTRICHE E CAMPI ELETTRICI

- I FENOMENI ELETTRICI e MAGNETICI ERANO STATI STUDIATI SIN DALL'ANTICHITA', MA NELL'ERA MODERNA BISOGNA ASPETTARE IL TRATTATO SULL'ELETTRICITA' E IL MAGNETISMO DI J.-C. MAXWELL (1831-1879) PER UNA VISIONE E COMPRENSIONE COMPLETA.
- LE FORZE **INTERATOMICHE** E **INTERMOLECOLARI**, RESPONSABILI DELLA FORMAZIONE DI SOLIDI e LIQUIDI, SONO DI **ORIGINE ELETTRICA**. ELETTRICITA' e MAGNETISMO SONO FONDAMENTALI PER IL FUNZIONAMENTO DI RADIO, TELEVISORI, MOTORI ELETTRICI, CALCOLATORI, ACCELERATORI DI PARTICELLE. LA PRODUZIONE DI Onde ELETTROMAGNETICHE IN LABORATORIO COMINCIÒ CON GLI ESPERIMENTI DI HEINRICH HERTZ (1888).

STROFINAMENTO VETRO - SETA:

DEGLI ELETTRONI, AVENTI CARICA NEGATIVA, SI TRASFERISCONO DAL VETRO ALLA SETA:

VETRO $\xrightarrow{e^-}$ SETA

CARICA NEGATIVA ACQUISTATA DALLA SETA

= - (CARICA POSITIVA SULLA BACCHETTA DI RETRO)

STROFINAMENTO PELLICOLA - BACHELITE:

PELLICOLA $\xrightarrow{e^-}$ BACHELITE
JSE19-1C

- POSSIAMO TRASMETTERE CARICA ELETTRICA AL NOSTRO CORPO CAMMINANDO SU UN TAPPETO DI LANA, O SCIUDOLANDO SU UN SEDILE.
- SU BASE Sperimentale, SAPPIAMO CHE ESISTONO CARICHE ELETTRICHE DI DUE SPECIE, DETTE POSITIVE O NEGATIVE.

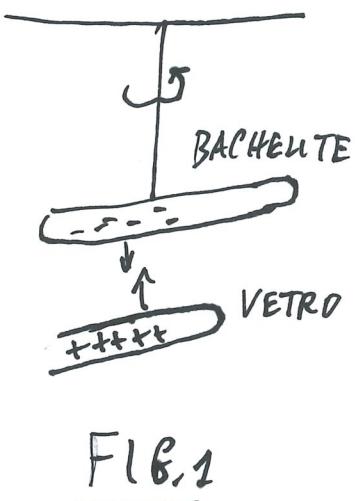


FIG. 1

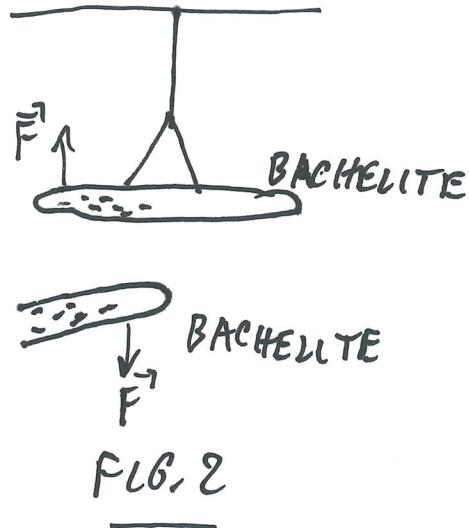


FIG. 2

- IN FIG. 1, UNA BACCHETTA DI BACHELITE STROFINATA CON PELLICCIA (O MATERIALE ACRILICO) VIENE SOSPESA A UN FILO, E LE SI AVVICINA UNA BACCHETTA DI VETRO STROFINATA CON SETA. LA BACCHETTA DI BACHELITE E' ATTRARATA DALLA BACCHETTA DI VETRO.
- IN FIG. 2, UNA BACCHETTA DI BACHELITE E' RESPINTA DA UN'ALTRA BACCHETTA DI BACHELITE.
- CONVENZIONE DI FRANKLIN: LA CARICA ELETTRICA SULLA BACCHETTA DI VETRO E' DETTA POSITIVA, MENTRE LA CARICA ELETTRICA SULLA BACCHETTA E' NEGATIVA.

- LA PLASTICA NELE LENTI A CONTATTO CONSISTE DI MOLECOLE ATTRATTI ELETTRICAMENTE DALLE MOLECOLE PRESENTI NELLE LACRIME.
 - PROPRIETA': IN UN SISTEMA ISOLATO, LA CARICA NETTA SI CONSERVA SEMPRE. \Rightarrow SE DUE OGGETTI INIZIALMENTE NEUTRI VENGONO CARICATI STROFINANDOLO, NEL PROCESSO NON VENGONO CREATE CARICHE.
 - LA CARICA ACQUISITA DA OGGETTI E' DOVUTA AL TRASFERIMENTO DI ELETTRONI DA UN CORPO A UN ALTRO.
 - QUANDO LA BACHELITE E' STROFINATA CON UNA PELLICCIA, ELETTRONI SI TRASFERISCONO DALLA PELLICCIA ALLA BACHELITE. UN OGGETTO NEUTRO CONTIENE CIRCA 10^{93} ELETTRONI. PER OGNI ELETTRONE NEGATIVO, E' PRESENTE UN PROTON CARICO POSITIVAMENTE \Rightarrow UN OGGETTO NEUTRO HA CARICA NETTA = 0.
 - LE CARICHE ELETTRICHE IN NATURA SONO TUTTE MULTIPLI INTERI DELLA CARICA DELL'ELETTRONE:
-
- $$q_e = -1.6 \cdot 10^{-19} \text{ COULOMB}$$
- ISOLANTI e CONDUTTORI
- LE CARICHE ELETTRICHE POSSONO ANCHE MUOVERSI DA UN POSTO AD UN ALTRO ALL'INTERNO DI UN OGGETTO, TALE MOTO E' LA CONDUZIONE ELETTRICA.

] SE19-3[

DEF: CONDUTTORI = MATERIALI IN CUI LE CARICHE SI MUOVONO RELATIVAMENTE LIBERE

ISOLANTI = MATERIALI IN CUI IL MOTO DELLE CARICHE ELETTRICHE NON E' LIBERO

ESEMPI: VETRO, BACHELITE e LEUCITE SONO ISOLANTI.

QUANDO LI SI CARICA PER STROFINIO, SOLO L'AREA STROFINATA SI CARICA

RAME, ALLUMINIO, ARGENTO SONO BUONI CONDUTTORI

→ SE LI SI CARICA IN UNA ZONA, PER QUANTO PICCOLA, LA CARICA SI DISTRIBUISCE RAPIDAMENTE SULL'INTERA SUPERFICIE.

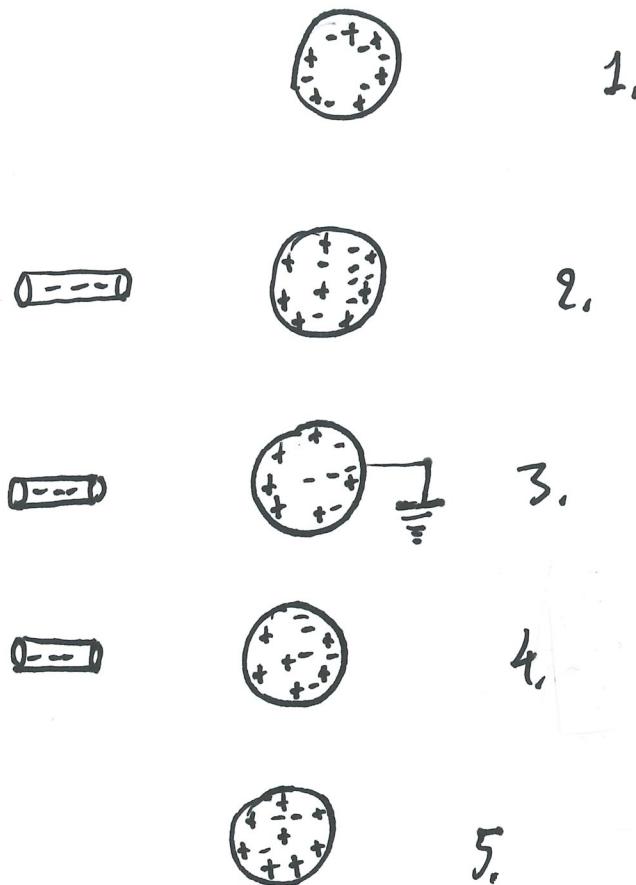
SEMICONDUTTORI: IN ESSI LE CARICHE POSSONO MUOVERSI PIUTTOSTO LIBERAMENTE, MA CI SONO MOLTE MENO CARICHE IN UN SEMICONDUTTORE CHE IN UN CONDUTTORE.

ESEMPI: SILICIO e GERMANO

CARICA PER INDUZIONE

SE COLLEGHIAMO UN CONDUTTORE ALLA TERRA MEDIANTE UN FILO CONDUTTORE, DICHIAMO CHE LO ABBIAMO MESSO A TERRA, LA TERRA PUO' RICEVERE O FORNIRE UN NUMERO ILLIMITATO DI ELETTRONI.

CARICA PER INDUZIONE DI UN CONDUTTORE



FASE 1: ABBIAMO UNA SFERA NEUTRA, CON UN EGUAL
NUMERO DI CARICHE POSITIVE E NEGATIVE

FASE 2: UNA BACCHETTA DI BACHELITE CARICA NEGATIVAMENTE VIENE AVVICINATA ALLA SFERA \Rightarrow FORZA REPULSIVA TRA GLI ELETTRONI DELLA BACCHETTA E QUELLI DELLA SFERA \Rightarrow RIDISTRIBUZIONE DELLA CARICA SULLA SFERA \Rightarrow ALCUNI ELETTRONI ^{VANNO} VERSO LA PARTE DELLA SFERA PIÙ LONTANA DALLA BACCHETTA \Rightarrow LA PARTE DI SFERA PIÙ VICINA ALLA BACCHETTA HA UN ECESSO DI CARICA POSITIVA (SI AVVICINA LA BACCHETTA MA NON e' contatto)

] SE19-5[

FASE 3: UN FILO CONDUTTORE MESSO A TERRA VIENE COLLEGATO ALLA SFERA VICINA ALLA REGIONE DI ACCUMULO DI ELETTRONI \Rightarrow ALCUNI ELETTRONI LASCIANO LA SFERA E MIGRANO VERSO TERRA

FASE 4: IL FILO COLLEGATO A TERRA VIENE RIMOSSO \Rightarrow LA SFERA CONDUTTRICE RESTA CON UN ECESSO DI CARICA POSITIVA INDOTTA

FASE 5: LA BACCHETTA DI BACHELITE VIENE ALLONTANATA \Rightarrow LA CARICA POSITIVA INDOTTA RIMANE SULLA SFERA NON COLLEGATA A TERRA.

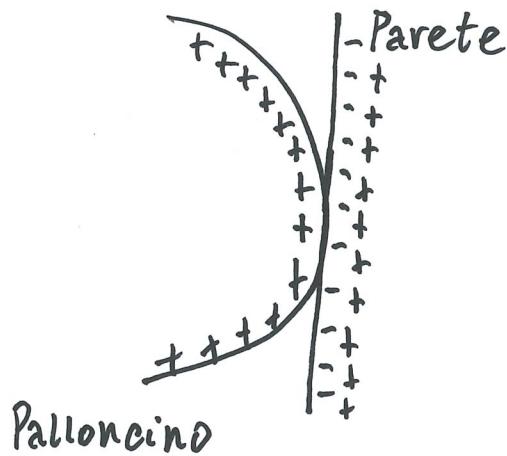
N.B. LA BACCHETTA DI BACHELITE NON PERDE CARICHE NEGATIVE, POICHÉ NON VIENE MAI IN CONTATTO CON LA SFERA.

POLARIZZAZIONE

IN ATOMI E MOLECOLE NEUTRE, NELLA MAGGIORANZA DEI CASI, LA POSIZIONE MEDIA DELLE CARICHE $q > 0$ = POSIZIONE MEDIA DELLE $q < 0$
MA, IN PRESENZA DI UN OGGETTO CARICO, QUESTE POSIZIONI POSSONO SPOSTARSI LEGGERMENTE \Rightarrow C'È PIÙ CARICA POSITIVA DA UN LATO DELLA

MOLECOLA CHE DALL'ALTRO. QUESTO E' IL FENOMENO DELLA POLARIZZAZIONE. (L'OGGETTO CARICO E' FONTE DI FORZE ATTRATTIVE E REPULSIVE)

POLARIZZAZIONE DI MOLECOLE \Rightarrow STRATO DI CARICA SULLA SUPERFICIE DELL'ISOLANTE



LA CARICA + SULLA PARETE E' PIU' VICINA AL PALLONCINO DELLE CARICHE -

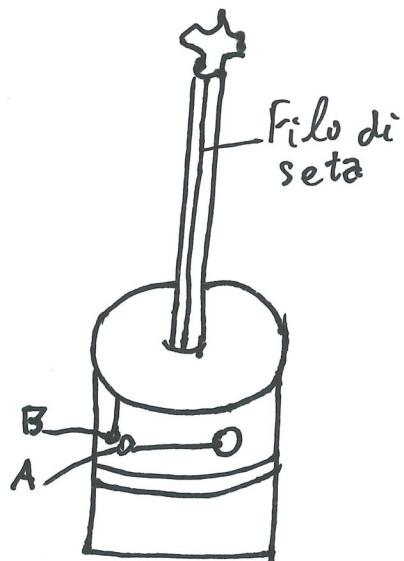
\Rightarrow FORZA ATTRATTIVA TRA CARICHE + e -
E' > FORZA REPULSIVA TRA CARICHE -

\Rightarrow FORZA RISULTANTE ATTRATTIVA FRA PALLONCINO CARICO E ISOLANTE NEUTRO \Rightarrow EFFETTO DI POLARIZZAZIONE

ESEMPI: IL PETTINE STROFINATO SUI CAPELLI ATTRAE DEI PEZZETTINI DI CARTA; IL PALLONCINO STROFINATO SUI CAPELLI PUO' ADERIRE ALLE PARETI NEUTRE.

LEGGI DI COULOMB

FU COULOMB A CONFERMARE Sperimentalmente che la FORZA ELETTRICA TRA DUE SFERE CARICHE E' PROPORTZIONALE ALL'INVERSO DEL QUADRATO DELLA LORO DISTANZA



A e B = SFERE CARICHE

$F_{AB} \Rightarrow$ ATTRAZIONE o REPULSIONE

\Rightarrow MOTO CHE PROVOCÀ LA TORSIONE
DEL FILO DI SOSPENSIONE

MOMENTO DI RICHIAMO DELLA FIBRA
RUOTATA α ANGOLO DI ROTAZIONE

- MISURANDO TALE ANGOLO, SI MISURA
DUNQUE LA FORZA F_{AB}

$$F_e = |\vec{F}_e| = k_e \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$k_e = 8.99 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} = \text{COSTANTE DI COULOMB}$$

$$k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$\epsilon_0 = \text{COSTANTE DIELETTRICA DEL VUOTO} \\ = 8.8542 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

VALORI DI CARICA e MASSA:

	CARICA (C)	MASSA (kg)
ELETTRONE	$-1.6 \cdot 10^{-19}$	$9.1 \cdot 10^{-31}$
PROTONE	$+1.6 \cdot 10^{-19}$	$1.6 \cdot 10^{-27}$
NEUTRONE	0	$1.6 \cdot 10^{-27}$

\Rightarrow UN COULOMB DI CARICA = CARICA DI $6.25 \cdot 10^{18}$ ELETTRONI

- NEGLI ESPERIMENTI DI ELETROSTATICA, SI OTTIENE UNA CARICA DI 10^{-6} C
- LA LEGGE DI COULOMB E' ESATTA SOLO PER CARICHE PUNIFORMI O PARTICELLE.

$$\vec{F}_{12} = K_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$q_2 < 0$ $q_2 > 0$ \Rightarrow FORZA ATTRATTIVA (LO STESSO PER $q_1 > 0$)
 $q_1 < 0$ $q_1 > 0$ \Rightarrow FORZA REPULSIVA

$q_1 < 0$ } opp. $q_1 > 0$ } \Rightarrow FORZA REPULSIVA
 $q_2 < 0$ $q_2 > 0$

] SEL9-9 [

SE CI SONO PIÙ DI 2 CARICHE, LA FORZA RISULTANTE
SU Ogni PARTICELLA E' UGUALE ALLA SOMMA VETTORIALE
DELLE FORZE DOVUTE A TUTTE LE ALTRE PARTICELLE.

→ PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

AD ESEMPIO, SCRIVIAMO

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

= FORZA SULLA PARTICELLA 1, DOVUTA
ALLE PARTICELLE 2, 3, 4.

FILE SE 20

ESEMPIO: ATOMO DI IDROGENO

- ELETTRONE E PROTONE IN UN ATOMO DI IDROGENO SONO SEPARATI DA UNA DISTANZA MEDIA DI $5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$. QUAL È L'INTENSITÀ DELLA FORZA ELETTROSTATICA E DELLA FORZA GRAVITAZIONALE TRA DI LORO?

FORZA ELETTRICA ATTRATTIVA:

$$|\vec{F}_e| = F_e = k_e \frac{q_e^2}{r^2}$$

$$= 8.99 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{(1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{(5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m})^2}$$

$$= 8.99 \cdot \frac{(1.6)^2}{(5.3)^2} \frac{10^9}{10^{-22}} \text{ N}$$

$$= 8.19 \cdot 10^{-1} 10^{-7} \text{ N} = 8.2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_g| = F_g = G \frac{m_e m_p}{r^2}$$

$$= 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \frac{(9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg})}{(5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m})^2}$$

] SE 20-1 [

$$= \frac{6.67 \cdot (9.11) \cdot (1.67)}{(53)^2} 10^{-69} 10^{22} N$$

$$= 3.6 \cdot 10^{-47} N$$

$$\Rightarrow \frac{F_g}{F_e} = \frac{3.6}{8.2} 10^{-39} = 4.4 \cdot 10^{-40}$$

\Rightarrow LA FORZA GRAVITAZIONALE FRA ELETTRONE e PROTONE
e' TRASCURABILE RISPETTO ALLA FORZA ELETTRICA.

NEL CASO DELLA GRAVITAZIONE, SCRIVIAMO

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m_0} \quad m_0 = \text{MASSA DI PROVA}$$

CAMPPI ELETTRICI

CONVENZIONE: UNA PARTICELLA DI PROVA TRASPORTA SEMPRE
UNA CARICA ELETTRICA POSITIVA

CAMPO ELETTRICO IN UN PUNTO DELLO SPAZIO EUCLideo R^3 :

(*) $\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0}$

\vec{F}_e = FORZA ELETTRICA AGENTE SU
UNA CARICA DI PROVA IN QUEL
PUNTO.

N.B. È \vec{E} il campo prodotto da una carica diversa dalla particella di prova.

SURGENTE = la o le particelle che creano il campo

N.B. LA PARTICELLA DI PROVA SI USA SOLO PER MISURARE LA FORZA ELETTRICA, MA IL CAMPO ELETTRICO ESISTE INDI PENDENTEMENTE DALL'INTRODUZIONE DI UNA PARTICELLA DI PROVA.

EQ. (*) \Rightarrow LA CARICA DI PROVA q_0 È ABBASTANZA PICCOLA DA NON PERTURBARE LA DISTRIBUZIONE DI CARICA CHE DÀ ORIGINE AL CAMPO ELETTRICO.

ESEMPPIO: SE UNA CARICA ESTREMAMENTE PICCOLA q_0 VIENE POSTA VICINO A UNA SFERA METALLICA UNIFORMEMENTE CARICA, LA CARICA SU TALE SFERA RESTA UNIFORMEMENTE DISTRIBUITA:



SE INVECE LA CARICA DI PROVA è $q'_0 \gg q_0$, LA CARICA SU UNA SFERA METALLICA SI REDISTRIBUISCE:



$$\text{e si ha } \frac{F'_e}{q'_0} \neq \frac{F_e}{q_0}$$

]SE 20-3 [

\Rightarrow IL CAMPO ELETTRICO CREATO DALLE CARICHE E' STAVOLTA DIVERSO DAL CAMPO ELETTRICO DA ESSE CREATO IN PRESENZA DI $q_0 \leq q_0^l$

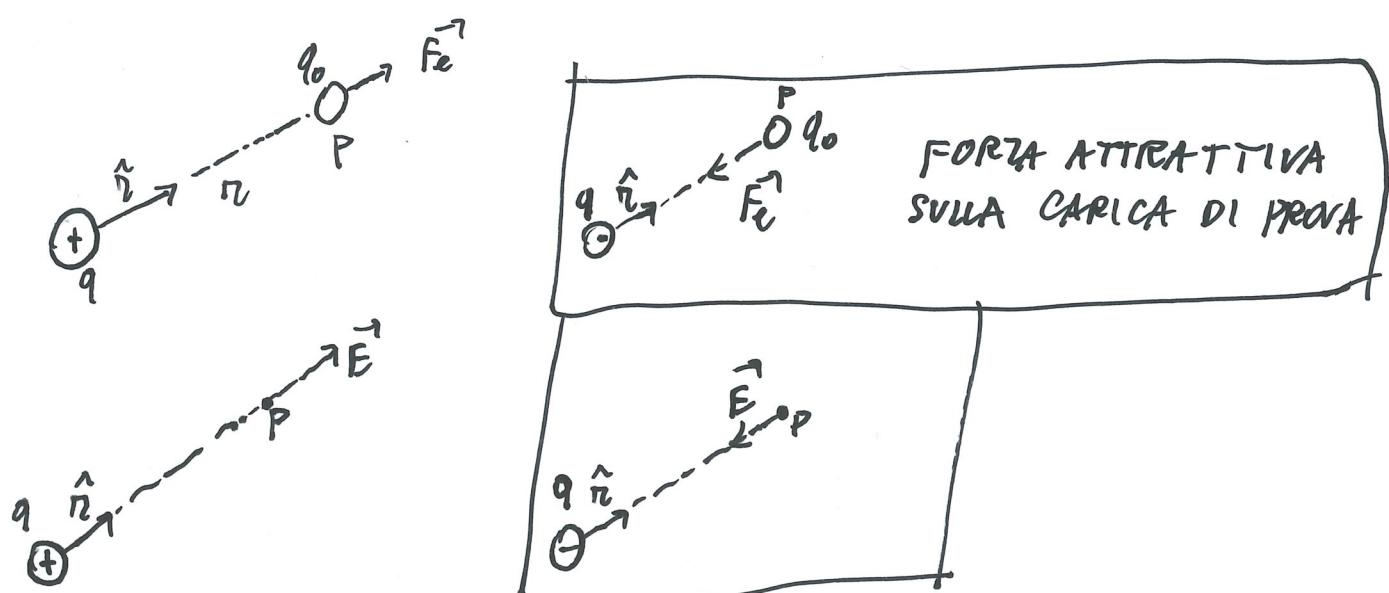
- LA FORZA SU UNA QUAISIASI PARTICELLA CON CARICA q e'

$$\vec{F}_e = q \vec{E}$$

- DATA UNA CARICA PUNIFORME q e UNA CARICA DI PROVA q_0 , SE HA

$$\vec{F}_e = K_e \frac{q q_0}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0} = K_e \frac{q}{r^2} \vec{e}_r = K_e q \frac{\vec{r}}{r^3}$$



q_0 : CARICA DI PROVA, POSTA IN P

q : CARICA PUNIFORME

$r = d_{q q_0}$ = DISTANZA DI q_0 DA q

] SE 20-4 [

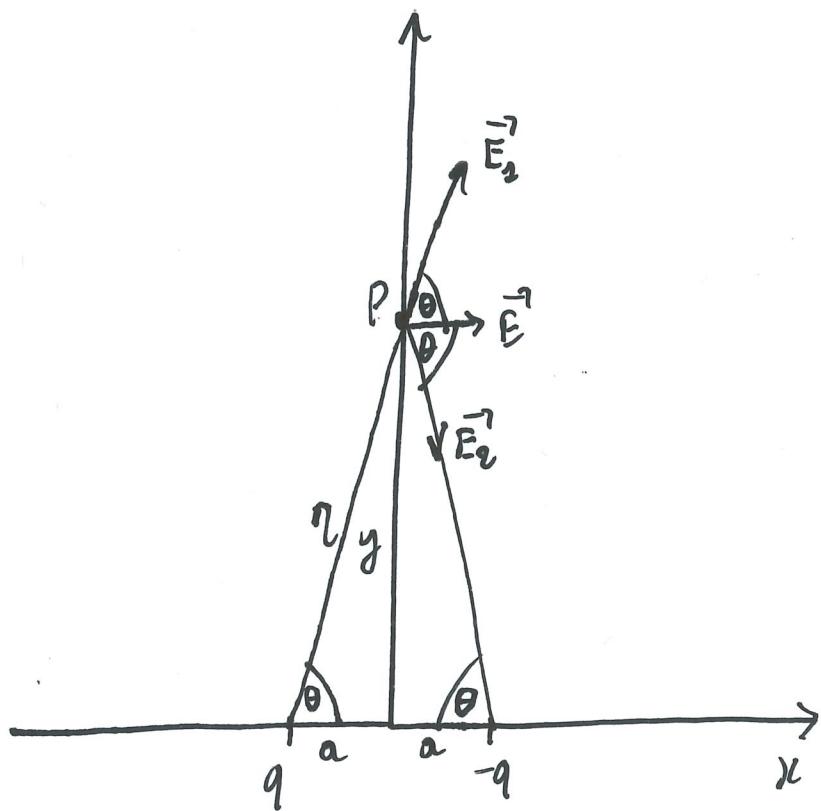
IL CAMPO ELETTRICO TOTALE IN UN DATO PUNTO DELLO SPAZIO, GENERATO DA UN INSIEME DI PARTICELLE CARICHE, E' LA SOMMA VETTORIALE DEI CAMPI ELETTRICI IN QUEL PUNTO GENERATI DA TUTTE LE PARTICELLE.

$$\Rightarrow \vec{E} = K_e \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{(r_i)^2} \vec{e}_{r_i}$$

r_i = DISTANZA DELLA i -ma CARICA q_i DAL PUNTO P

\vec{e}_{r_i} = VERSORE DIRETTO DA q_i A P

ESEMPIO: CAMPO ELETTRICO DI UN DIPOLO:



P È AQUIDISTANTE DA q E $-q$

$$\Rightarrow |\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| \text{ in } P$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$|\vec{E}_1| = E_1 = K_e \frac{q}{r^2}$$

$$= K_e \frac{q}{(y^2+a^2)}$$

$$= |\vec{E}_2| = E_2$$

$$(E_1)_y = - (E_2)_y \quad (E_1)_x = (E_2)_x$$

$$a = r \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

$$|\vec{E}| = E = 2E_1 \cos \theta = 2K_e \frac{q}{(y^2 + a^2)} \frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

$$= K_e \frac{2qa}{(y^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

- NEI PUNTI LONTANO DAL DIPOLO, DOVE SI HA PUNQUE $y \gg a$, TRONAMO

$$E = K_e \frac{2qa}{\left(y^2 + \frac{a^2}{y^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = K_e \frac{2qa}{y^3} \left(1 + \frac{a^2}{y^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$$

$$\begin{aligned} & \approx K_e \frac{2qa}{y^3} \frac{1}{\left(1 + \frac{a^2}{2y^2}\right)^3} \approx K_e \frac{2qa}{y^3} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{a^2}{y^2}\right)^{-1} \\ & = K_e \frac{2qa}{y^3} \left(1 + O\left(\frac{a}{y}\right)^2\right) \end{aligned}$$

]SE 20-6[

CAMPO ELETTRICO GENERATO DA UNA DISTRIBUZIONE CONTINUA DI CARICA

- NEL CASO DI UN OGGETTO CARICATO PER STROFINO, E IN MOLTI CASI PRACTICI ANCORA,

SEPARAZIONE MEDIA FRA LE CARICHE

1/ DISTANZA DAL PUNTO IN CUI SI VUOLE CALCOLARE IL CAMPO.

⇒ SI PUO' TRATTARE IL SISTEMA DI CARICHE COME FOSSE UN CONTINUO

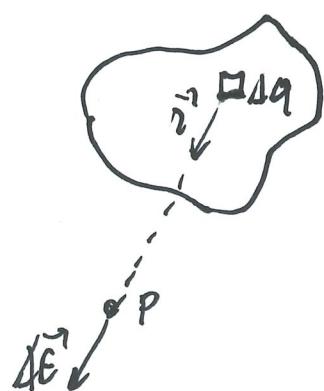
⇒ CARICHE MOLTO VICINE A CARICA TOTALE DISTRIBUITA CON CONTINUITA' IN UN DATO VOLUME O SU UNA DATA SUPERFICIE.

- DATO UN ELEMENTO DI CARICA dq_i , QUESTO PRODUCE UN CAMPO ELETTRICO NEL PUNTO P:

$$\vec{dE}_i = K_e \frac{dq_i}{(r_i)^2} \hat{e}_{r_i}$$

$i = 1, \dots, n$

CI SONO n ELEMENTI DELLA DISTRIBUZIONE



r_i = DISTANZA DELL'i-ESIMO ELEMENTO DAL PUNTO P

ISE 207

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \Delta \vec{E}_i = K_e \sum_{i=1}^n \frac{dq_i}{(r_i)^2} \hat{e}_{r_i}$$

$$\{\vec{E}\} = K_e \sum_{i=1}^n \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \frac{\Delta q_i}{(r_i)^2} \hat{e}_{r_i} = K_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{e}_r$$

L'INTEGRALE ESSENDO ESTESO A TUTTA LA CARICA CHE CREA IL CAMPO.

NOTAZIONI PER LA DENSITÀ DI CARICA:

1) SE UNA CARICA Q E' UNIFORMEMENTE DISTRIBUITA IN UN VOLUME V , LA CARICA PER UNITÀ DI VOLUME

$$\rho \text{ e}' \quad c = \frac{Q}{V}, \quad \text{MISURATA IN COULOMB PER METRO CUBO}$$

2) SE Q E' UNIFORMEMENTE DISTRIBUITA SU UNA SUPERFICIE DI AREA A , LA DENSITÀ SUPERFICIALE DI CARICA è'

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

3) SE Q E' UNIFORMEMENTE DISTRIBUITA LUNGO UNA LINEA DI LUNGHEZZA ℓ , LA DENSITÀ LINEARE DI CARICA è'

$$\lambda = \frac{Q}{\ell}$$

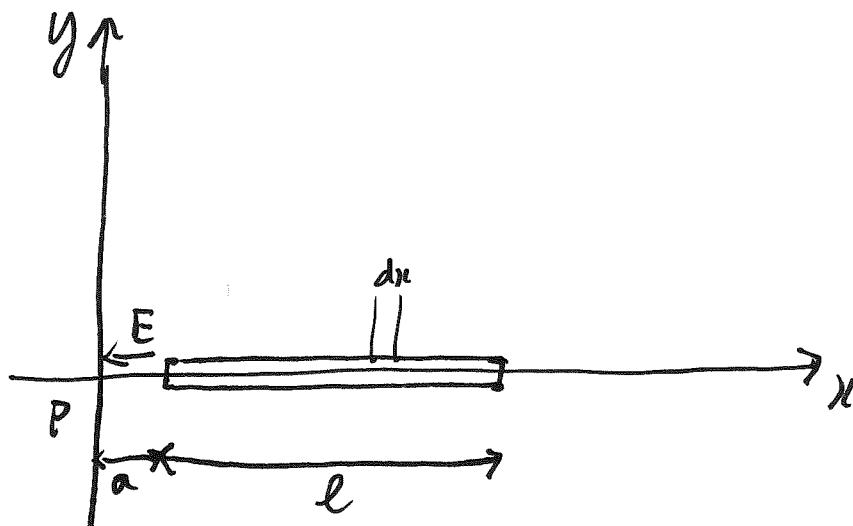
ESEMPIO: CAMPO ELETTRICO DI UNA SBARRETTA CARICA

l = LUNGHEZZA

λ = DENSITÀ LINEARE UNIFORME DI CARICA

Q = CARICA TOTALE > 0

QUAL È IL CAMPO ELETTRICO IN UN PUNTO P LUNGO L'ASSE DELLA SBARRETTA?



$$dE = K_e \frac{dq}{x^2} = K_e \lambda \frac{dx}{x^2}$$

$$\Rightarrow E = \int_a^{l+a} K_e \lambda \frac{dx}{x^2} = K_e \lambda \left[\frac{1}{x} \right]_a^{l+a} = K_e \lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_a^{l+a}$$

$$= K_e \lambda \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{l+a} \right) = K_e \frac{Q}{l} \frac{l}{a(l+a)} = \frac{K_e Q}{a(l+a)}$$

\Rightarrow SE $a \gg l \Rightarrow E \approx K_e \frac{Q}{a^2}$ = CAMPO DI UNA CARICA PUNTIFORME

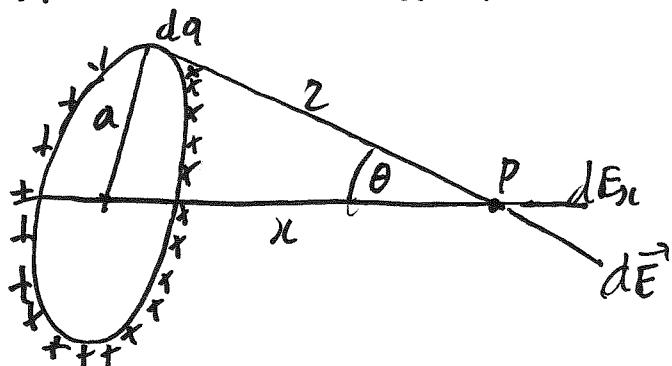
\Rightarrow A GRANDE DISTANZA DALLA SBARRETTA, LA DISTRIBUZIONE DI CARICA APPARE COME UNA CARICA PUNTIFORME Q

ESEMPIO: CAMPO ELETTRICO DI UN ANELLO UNIFORMEMENTE CARICO

a = RAGGIO DELL'ANELLO

Q = CARICA TOTALE

QUAL E' IL CAMPO ELETTRICO IN UN PUNTO P
A DISTANZA x DAL CENTRO DELL'ANELLO?



$$x = r \cos \theta \quad r = \sqrt{x^2 + a^2}$$

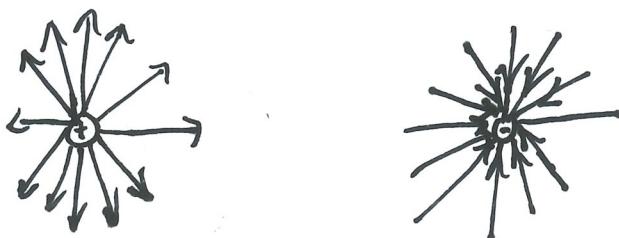
$$dE_x = dE \cos \theta = k_e \frac{dq}{r^2} \frac{x}{r} = \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dq$$

$$\Rightarrow E_x = \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \int_0^Q dq = \frac{k_e x Q}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

LINEE DI CAMPO ELETTRICO

DEF. LE LINEE CHE HANNO IN OGNI PUNTO LA DIREZIONE ORIENTATA DEL VETTORE CAMPO ELETTRICO SONO LE LINEE DI CAMPO ELETTRICO PROPRIETA'

- i) IL VETTORE \vec{E} e' TANGENTE ALLE LINEE DI FORZA IN OGNI PUNTO
- ii) IL NUMERO DI LINEE DI FORZA PER UNITA' D'AREA CHE ATTRaversano UNA SUPERFICIE PERPENDICOLARE ALLE LINEE STESSE E' PROPORTZIONALE ALL'INTENSITA' DEL CAMPO ELETTRICO IN QUELLA REGIONE
→ \vec{E} e' INTENSO DOVE LE LINEE DI FORZA SONO PIU' TIEDE; e' DEBOLE DOVE QUESTE SI DIRADANO



NEL CASO DI UNA SUPERFICIE SFERICA, IL NUMERO DI LINEE PER UNITA' D'AREA SU UNA SUPERFICIE e' $\frac{N}{4\pi r^2}$

$E \propto$ NUMERO DI LINEE PER UNITA' D'AREA

$$\Rightarrow E \propto \frac{1}{r^2}, \text{ IN ACCORDO CON } E = k_e \frac{q}{r^2}$$

REGOLE PER DISEGNARE LE LINEE DI FORZA:

I) LE LINEE DI FORZA PER CARICHE PUNIFORMI DEVONO ORIGINARE DALLE CARICHE POSITIVE, E TERMINARE SULLE CARICHE NEGATIVE. SE C'E' ECCESSO DI CARICA DI UN TIPO, alcune linee iniziano e terminano all'infinito

II) # LINEE DI FORZA USCENTI DA CARICA POSITIVA $\propto q$
" " " ENTRANTI IN CARICA NEGATIVA $\propto q$

III) DUE LINEE DI FORZA NON SI POSSONO INTERSECARSI

MOTO DI PARTICELLE CARICHE IN CAMPO ELETTRICO UNIFORME

PARTICELLA IN CAMPO ELETTRICO:

$$\vec{F}_e = q \vec{E} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

ESEMPIO: CARICA $q > 0$ PUNIFORME IN CAMPO \vec{E} LUNGO x .
SI DESCRIVA IL MOTO

MOTO RETTILINEO LUNGO L'ASSE $x \Rightarrow$

]SE 80-12[

$$\Rightarrow x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v_f = v_i + at$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

IPOTESI: $x_i = 0$
 $v_i = 0$

$$x_f = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{qE}{2m} t^2$$

$$v_f = at = \frac{qE}{m} t$$

$$v_f^2 = 2a x_f = 2 \frac{qE}{m} x_f$$

$$E_k = \frac{m}{2} v^2 = \frac{m}{2} \frac{2qE}{m} x = qEx$$

= ENERGIA CINETICA DI UNA CARICA DOPO AVER PERCORSO UNA DISTANZA $\Delta x = x_f - x_i$

PARTICELA = SISTEMA NON ISOLATO

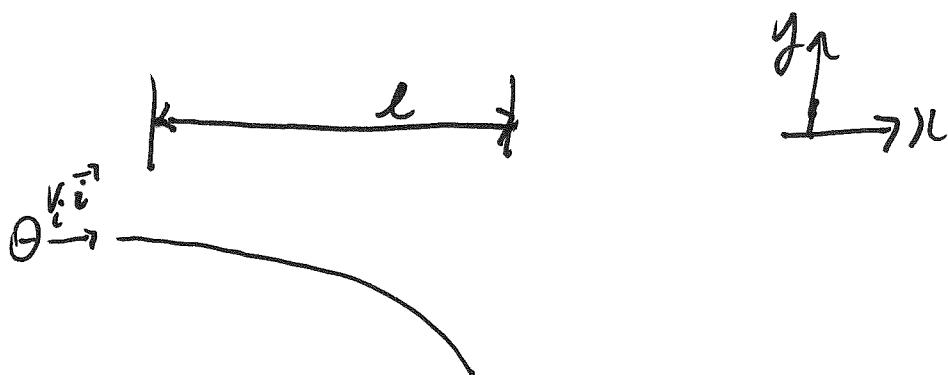
L'ENERGIA E' TRASFERITA DAL CAMPO ELETTRICO TRAMITE IL LAVORO

\vec{E} UNIFORME $\Rightarrow \vec{E}$ e' COSTANTE IN modulo, DIREZIONE e VERSO $\Rightarrow \vec{a}$ e' COSTANTE

$q > 0 \Rightarrow$ LA ACCELERAZIONE DI UNA PARTICELA e' NEL VERSO DEL CAMPO ELETTRICO

$q < 0 \Rightarrow$ " VERSO OPPOSTO

ESEMPIO: CAMPO ELETTRICO TRA DUE PIASTRE METALLICHE CARICHE DI SEGNO OPPOSTO



L'ELETTRONE DI CARICA $q_e < 0$ VIENE SPARATO ORIZZONTALMENTE CON VELOCITA' INIZIALE $\vec{V}_i = v_i \hat{i}$

È → NEL VERSO POSITIVO DI y

⇒ L'ACCELERAZIONE DELL'ELETTRONE È NEL VERSO NEGATIVO DI y :

$$\vec{a} = \frac{q_e E}{m_e} \hat{j} = -\frac{|q_e| E}{m_e} \hat{j} \text{ è COSTANTE,}$$

INOLTRE $v_{xi} = v_i, v_{yi} = 0$

$$\left. \begin{aligned} v_{xi}(t) &= v_i = \text{costante} \\ v_{yi}(t) &= a_y t = -\frac{|q_e| E}{m_e} t \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_f = v_i t$$

$$y_f = \frac{1}{2} a_y t^2 = -\frac{1}{2} \frac{|q_e| E}{m_e} t^2 \quad \left. \right\}$$

$$t = \frac{y_f}{v_i} \Rightarrow y_f = -\frac{1}{2} \frac{|q_e| E}{m_e} \frac{(v_i)^2}{(v_i)^2} \Rightarrow \text{LA TRAIETTORIA E' UNA PARABOLA}$$

\Rightarrow ANALOGIA FORMALE CON LA TRAIETTORIA IN CAMPO GRAVITAZIONALE UNIFORME

- LONTANO DAL CAMPO ELETTRICO, L'ELETTRONE CONTINUA A MUOVERSI \rightarrow DI MOTO RETTILINEO

N.B. PER UN CAMPO ELETTRICO DI $10^4 \frac{N}{C}$, SI HA

$$\frac{|\vec{F}_e|}{F_g} = \frac{|q_e| E}{mg} \approx 10^{24} . \quad \begin{aligned} &\text{PER UN PROTONE, TALE} \\ &\text{RAPPORO E' DELL'ORDINE} \\ &\text{DI } 10^{11} \end{aligned}$$

\Rightarrow SI PUO' TRASCURARE L'EFFETTO DELLA FORZA DI GRAVITA' SULLE EQUAZIONI DEL MOTO

ESEMPIO: ELETTRONE ACCELERATO

SIA $v_i = 3 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$ $E = 900 \frac{N}{C}$, $l = 0.1 m$

$$\Rightarrow \vec{a} = -\frac{q e l}{m} \vec{E}$$

$$= -\frac{1.6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^2}{9.11 \times 10^{-31}} \vec{j} \text{ ms}^{-2}$$

$$= -\frac{3.2}{9.11} \cdot 10^{24} \vec{j} \cdot \text{ms}^{-2} = -3.51 \cdot 10^{13} \vec{j} \text{ ms}^{-2}$$

TEMPO SPESO ALL'INTERNO DI \vec{E} :

$$\Delta t = \frac{l}{v_i} = \frac{0.1 m}{3 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-7} s = 3.33 \cdot 10^{-8} s$$

SPOSTAMENTO VERTICALE DELL'ELETTRONE
DOPO AVER ATTRAVERSATO IL CAMPO ELETTRICO:

$$\Delta y = \frac{1}{2} a_y t^2 = -\frac{1}{2} 3.51 \times 10^{13} \times (3.3 \cdot 10^{-8})^2 \text{ m}$$

$$= -\frac{3.51}{2} (3.3)^2 \cdot 10^{-3} \text{ m} = -1.9 \times 10^{-2} \text{ m}$$

] SE 20-16 [

NEI TUBI A RAGGI CATODICI, PONENDO UNA CARICA
POSITIVA SU UNA DELLE PLACCHE DI DEFLESSIONE
ORIZZONTALE, E NEGATIVA SULL'ALTRA PLACCA,
SI CREA UN CAMPO ELETTRICO CHE PERMETTE AL
FASCIO DI ESSERE DEFLESSO DA UN LATO ALL'
ALTRO. LO STESSO DI DEFLESSIONE VERTICALE,
AGISCONO ALLO STESSO MODO.

FILE SE 21

DIFFERENZA DI POTENZIALE E POTENZIALE ELETTRICO

- CARICA PUNTI FORME q_0 IMMERSA IN CAMPO ELETROSTATICO \vec{E}
- \Rightarrow FORZA ELETTRICA SULLA CARICA $q_0 \vec{E}$
- = SOMMA VETTORIALE DELLE SINGOLE FORZE ESERCITATE SU q_0 DALLE VARIE CARICHE CHE GENERANO \vec{E}
- \Rightarrow LA FORZA $q_0 \vec{E}$ E' CONSERVATIVA POICHÉ LE SINGOLE FORZE SONO CONSERVATIVE, ESSENDO GOVERNATE DALLA LEGGE DI COULOMB (L'ENERGIA MECCANICA SI CONSERVA, DUNQUE NON SI TRASFORMA IN ENERGIA INTERRNA)
- IN UN SISTEMA CHE CONSISTE DELLA CARICA PUNTI FORME E DELLE CARICHE SORGENTI, POICHÉ È RAPPRESENTATA L'EFFETTO DELLE CARICHE SORGENTI, POSSIAMO EQUIVALENTEMENTE RAGIONARE IN TERMINI DI q_0 E DI \vec{E} .
- SE q_0 SI MUOVE PER EFFETTO DI \vec{E} , IL CAMPO ELETTRICO COMPIE SU q_0 IL LAVORO

$$\vec{F}_e \cdot d\vec{s} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

NEL CASO GRAVITAZIONALE, ABBIAMO TROVATO

$$\Delta M_g = -\Delta W$$

QUI, IN ANALOGIA, TROVIAMO CHE

$$dM = -dW = -q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- NEL CASO DI UNO SPOSTAMENTO FINITO TRA I PUNTI A e B,
LA VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE DEL SISTEMA
CARICA-CAMPO è

$$\Delta U = V_B - V_A = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$
(*)

q_0 È CONSERVATIVA \Rightarrow L'INTEGRALE DI UNA IN (*)
NON DIPENDE DAL CAMMINO PER ANDARE DA A A B.

- SI PUÒ RIMUOVERE L'EFFETTO DELLA CARICA DI PROVA
DIVIDENDO L'ENERGIA POTENZIALE PER q_0 :

POTENZIALE ELETTRICO $V = \frac{U}{q_0}$

PER COSTRUZIONE, IL POTENZIALE V È UNA PROPRIETÀ
DEL SOLO CAMPO ELETTRICO. ANCHE SE TOGLIESSIMO LA
CARICA DI PROVA DAL CAMPO, IL POTENZIALE ELETTRICO
ESISTEREBBE ANCORA NEL PUNTO OCCUPATO DALLA
CARICA DI PROVA, E SAREBBE DOVUTO ALLE CARICHE
SORGENTI.

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\text{DIFFERENZA DI}}{\text{POTENZIALE}}$$

] SE 22-2[

PER CONVENZIONE, FISSIAMO = 0 IL POTENZIALE IN UN PUNTO INFINITAMENTE LONTANO DALLE CARICHE SORGENTI

→ "IL POTENZIALE ELETTRICO DI UN PUNTO ARBITRARIO

$E' = \text{LAVORO PER UNITA' DI CARICA PER PORTARE UNA PARTICELLA DI PROVA DALL'INFINITO AL PUNTO, DIVISO PER } q_0$ "

$$V_A = 0 \Rightarrow V_p = - \int_{\infty}^P \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

= DIFFERENZA DI POTENZIALE FRA UN PUNTO P E UN PUNTO ALL'INFINITO

$$1 \text{ VOLT} = \frac{1 \text{ J}}{\text{C}}$$

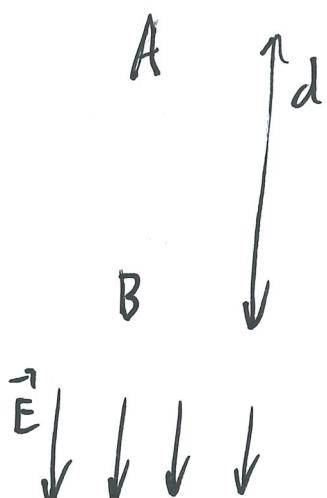
$$\frac{1 \text{ volt}}{\text{m}} = \frac{1 \text{ N}}{\text{C}} \Rightarrow \text{IL CAMPO ELETTRICO SI OTTIENE DAL GRADIENTE SPAZIALE DEL POTENZIALE ELETTRICO}$$

$$1 \text{ eV} = (1e) / (1V) = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad \frac{1 \text{ J}}{\text{C}} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

]SE21-3[

DIFFERENZA DI POTENZIALE IN CAMPO ELETTRICO

UNIFORME



CAMPO ELETTRICO UNIFORME
LUNGO L'ASSE Y LO

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= \Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \\ &= - \int_A^B E_{\text{costo}} ds = - \int_A^B E ds \\ &= - E \int_A^B ds = - Ed \\ &\quad (V_B < V_A) \end{aligned}$$

LE LINEE DI CAMPO
ELETTRICHE SONO
SEMPRE NELLA DIREZIONE
DI UN POTENZIALE
DECRESCENTE.

SE ORA UNA PARTICELLA DI PROVA DI CARICA q_0
SI MUOVE DA A A B, SI HA

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 Ed$$

DUNQUE $q_0 > 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \Rightarrow$ "QUANDO UNA CARICA
POSITIVA SI MUOVE NEL VERSO DEL CAMPO
ELETTRICO, L'ENERGIA POTENZIALE ELETTRICA
DEL SISTEMA CARICA-CAMPO DIMINUISCE"

\Rightarrow COMPLETA ANALOGIA COL CASO GRAVITAZIONALE

] SE 21-4 [

- PARTICELLA DI CARICA $q_0 > 0$, IN QUIETE, POSTA IN CAMPO ELETTRICO UNIFORME \Rightarrow ESSA SUBLISCE UNA FORZA $q_0 \vec{E}$ NEL VERSO DI \vec{E} \Rightarrow ESSA ACCELERA VERSO IL BASSO GUADAGNANDO ENERGIA CINETICA \Rightarrow IL **SISTEMA CARICA - CAMPO PERDE UNA EGUALE QUANTITA' DI ENERGIA POTENZIALE**
- INVECE: $q_0 < 0 \Rightarrow$ LA PARTICELLA VIENE ACCELERATA IN VERSO OPPOSTO AL CAMPO ELETTRICO
 \Rightarrow IL **SISTEMA CARICA - CAMPO GUADAGNA ENERGIA POTENZIALE ELETTRICA** QUANDO UNA CARICA < 0 SI MUOVE NEL VERSO OPPOSTO AL **CAMPO ELETTRICO**.

$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \vec{E} \cdot \int_A^B d\vec{s} = - \vec{E} \cdot \vec{dr}$$

$$\Rightarrow \Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 \vec{E} \cdot \vec{dr}$$

$$V_B - V_A = -\vec{E} \cdot \vec{dr} = -Ed \cos\theta = -Ed = V_C - V_A$$

$\Rightarrow V_B = V_C \Rightarrow$ TUTTI I PUNTI CHE GIACCIONO IN UN PIANO

PERPENDICOLARE A UN CAMPO ELETTRICO UNIFORME SONO ALLO STESSO POTENZIALE

DEF. **SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE** = QUALSI VOGLIA SUPERFICIE I CUI PUNTI HANNO LO STESSO POTENZIALE ELETTRICO

$\Delta M = q_0 \Delta V \Rightarrow$ NON SI COMPIE LAVORO SE UNA PARTICELLA DI PROVA SI MUOVE TRA 2 PUNTI QUALSIASI DI UNA SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE

CAMPO ELETTRICO UNIFORME \Rightarrow LE SUPERFICI EQUIPOTENZIALI SONO PIANI TUTTI PERPENDICOLARI AL CAMPO.

ESEMPIO MOTO DI UN PROTONE IN UN CAMPO ELETTRICO UNIFORME:

UN PROTONE IN QUIETE E' POSTO IN CAMPO ELETTRICO UNIFORME DI $8 \cdot 10^4 \frac{V}{m}$, DIRETTO LUNGO L'ASSE $x > 0$

IL PROTONE SI SPOSTA DUNQUE DI MEZZO METRO NELLA DIREZIONE DI \vec{E}

① LA DIFFERENZA DI POTENZIALE FRA I PUNTI A e B e'

$$\Delta V = -Ed = -8 \cdot 10^4 \frac{V}{m} \frac{1}{2} m = -4 \cdot 10^4 V$$

② NE RISULTA UNA VARIAZIONE DI ENERGIA POTENZIALE DEL SISTEMA CARICA-CAMPO

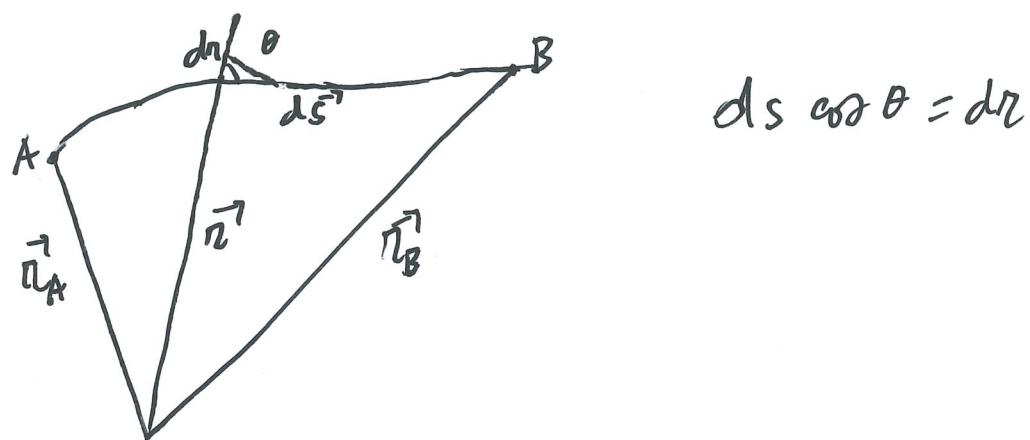
$$\Delta M = q \Delta V = e \Delta V = -e Ed$$

$$= 1,6 \cdot 10^{-19} C \times (-4 \cdot 10^4 V) = -6,4 \times 10^{-25} J$$

$\Delta M < 0 \Rightarrow$ L'ENERGIA POTENZIALE DEL SISTEMA DIMINUISCE QUANDO IL PROTONE SI MUOVE NEL VERSO DI \vec{E} .

INFATTI, PIÙ IL PROTONE È ACCELERATO NEL VERSO DEL CAMPO, PIÙ AUMENTA LA SVA ENERGIA CINETICA \Rightarrow PIÙ IL SISTEMA PERDE ENERGIA POTENZIALE.

POTENZIALE ELETTRICO ED ENERGIA POTENZIALE ELETTRICA DI CARICHE PUNIFORMI



$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

PER CARICA PUNIFORME: $\vec{E} = K_e \frac{q}{r^2} \hat{e}_r$

$$\Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = K_e \frac{q}{r^2} \hat{e}_r \cdot d\vec{s}$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = - \int_{r_A}^{r_B} K_e \frac{q}{r^2} dr = - K_e q \left[\frac{1}{r} \right]_{r_A}^{r_B} = K_e q \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right)$$

$$= f(r_A, r_B)$$

PER CONVENZIONE, POTENZIALE NULLO PER $r_A = \infty$

$\Rightarrow V = K_e \frac{q}{r}$ r = DISTANZA FRA IL PUNTO e LA CARICA

$\Rightarrow V$ è COSTANTE SU UNA SUPERFICIE SFERICA DI RAGGIO r .
 \Rightarrow LE SUPERFICI EQUIPOTENZIALI PER UNA CARICA PUNTI FORME ISOLATA SONO UNA FAMIGLIA DI SFERE CONCENTRICHE AILLA CARICA.

- NEL CASO DI DUE O PIU' CARICHE PUNTI FORME, VALE IL PRINCIPIO DI SOVRAPPPOSIZIONE, SECONDO IL QUALE:

$$V = k_e \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

r_i = DISTANZA DELLA CARICA i -ma q_i DAL PUNTO P

E' SENZ'ALTRO PIU' FACILE CALCOLARE LA SOMMA  CHE LA SOMMA VETTORIALE DEI CAMPI ELETTRICI

SIA ORA V_2 = POTENZIALE ELETTRICO DOVUTO ALLA CARICA q_2 IN UN PUNTO P.

$q_1 V_2$ = LAVORO NECESSARIO PER PORTARE UNA SECONDA CARICA q_2 DALL'INFINTO IN P SENZA ACCELERAZIONE.

= ENERGIA IMMAGazzinata NEL SISTEMA COME ENERGIA POTENZIALE M DEL SISTEMA (q_1, q_2)

$$\Rightarrow M = q_1 V_2 = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} = \text{ENERGIA POTENZIALE}$$

DI UNA COPPIA DI PARTICELLE CARICHE

N.B. SE SEGNO $q_1 =$ SEGNO q_2

$\Rightarrow M > 0$, IN ACCORDO COL FATTO CHE CARICHE DELLO STESSO SEGNO SI RESPINGONO \Rightarrow BISOGNA COMPIERE LAVORO > 0 SUL SISTEMA PER AVVICINARE LE CARICHE

INVECE: SEGNO $q_1 = -$ SEGNO q_2

\Rightarrow FORZA ATTRATTIVA, e $M < 0$

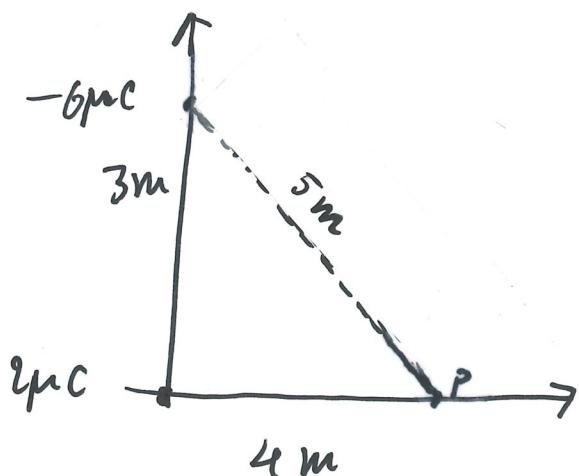
\Rightarrow SI DEVE COMPIERE UN LAVORO < 0 PER AVVICINARE DUE CARICHE DI SEGNO OPPOSTO

\Rightarrow UN LAVORO < 0 NENE COMPIUTO DA UN AGENTE ESTERNO CONTRO LA FORZA ATTRATTIVA TRA LE 2 CARICHE.

ESEMPIO: POTENZIALE DI 2 CARICHE PUNTIFORMI

UNA CARICA DI $2 \mu C$ E' POSTA NELL'ORIGINE, E UNA CARICA DI $-6 \mu C$ E' SULL'ASSE Y NEGLI POSIZIONE $(0, 3) m$

QUALE' IL POTENZIALE ELETTRICO DOVUTO A QUESTE CARICHE NEL PUNTO $P = (4, 0) m$?



$$r_1 = 4 \text{ m}$$

$$r_2 = \sqrt{9+16} \text{ m} = 5 \text{ m}$$

\Rightarrow

] SER 21-9 [

$$\Rightarrow V_p = K_e \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$

$$= 8.99 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \left(\frac{2 \cdot 10^{-6} C}{4m} + \frac{-6 \cdot 10^{-6} C}{5m} \right)$$

$$= 8.99 \cdot \left(\frac{1}{2} - 1.2 \right) 10^3 V = -6.29 \cdot 10^3 V$$

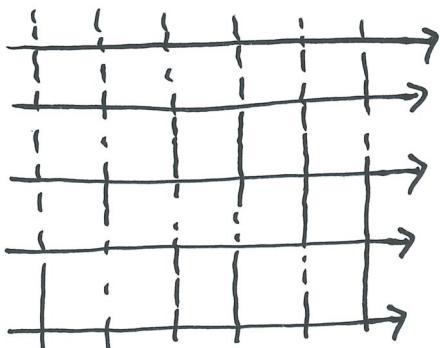
CALCOLO DEL CAMPO ELETTRICO SE E' NOTO IL POTENZIALE

DEFINIZIONE DI $V \Rightarrow dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$

$$\text{SE } \vec{E} = (E_x, 0, 0), \text{ ALLORA } dV = -E_x dx = \underbrace{\frac{dV}{dx}}_{\downarrow} dx$$

$$\Rightarrow E_x = -\frac{dV}{dx}$$

A CAUSA DEL PRODOTTO SCALARE $\vec{E} \cdot d\vec{s}$, LA VARIAZIONE DI POTENZIALE E' NULLA \neq SPOSTAMENTO PERPENDICOLARE AL CAMPO ELETTRICO. INFATTI SAPPIAMO CHE LE SUPERFICI EQUIPOTENZIALI DEVONO ESSERE PERPENDICOLARI AL CAMPO.



QUI LE SUPERFICI EQUIPOTENZIALI SONO RAPPRESENTATE DA LINEE TRATTEGGIATE, MENTRE LE LINEE DI FORZA SONO QUELLE CONTINUE

CAMPUS ELETTRICO UNIFORME
PRODOTTO DA CARICA
SUPERFICIALE PIANA INFINTA

] SE 21 - 20 [

NEL CASO DI DISTRIBUZIONE DI CARICA A SIMMETRIA SPERICA
 $(\Rightarrow \rho(r) = \rho(r)) \Rightarrow$ CAMPO ELETTRICO RADIALE

$$\Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = E_r dr, \Rightarrow dV = -E_r dr = \frac{dV}{dr} dr$$

$$\Rightarrow E_r = -\frac{dV}{dr}$$

$$SE V = k_e \frac{q}{r} \Rightarrow E_r = \frac{k_e q}{r^2}$$

LE SUPERFICI EQUIPOTENZIALI SONO UNA FAMIGLIA DI SFERE CONCENTRICHE

IN GENERALE, IN \mathbb{R}^3 , $V = V(x, y, z)$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

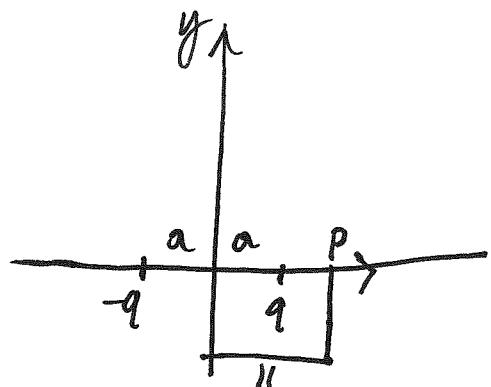
ESEMPIO: $V = 3x^2y + y^2 + yz$

$$\Rightarrow E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -6xy$$

$$E_y = -3x^2 - 2y - z$$

$$E_z = -y$$

ESEMPIO: POTENZIALE ELETTRICO DI UN DIPOLO



POTENZIALE:

$$V = k_e \sum_{i=1}^2 \frac{q_i}{r_i} = k_e \left(\frac{q}{x-a} + \frac{-q}{x+a} \right) = k_e q \left(\frac{x+a - x+a}{(x-a)(x+a)} \right)$$

$$= \frac{2k_e q a}{(x^2 - a^2)}$$

CAMPIONE ELETTRICO:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{d}{dx} \left(2k_e q a (x^2 - a^2)^{-1} \right)$$

$$= \frac{4k_e q a x}{(x^2 - a^2)^2}$$

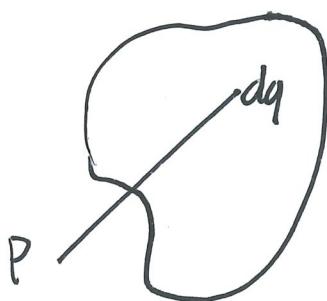
IN PARTICOLARE:

PLANTANO DAL DIPOLO $\Rightarrow x \gg a$

$$\rightarrow E_x \approx \frac{4k_e q a x}{x^4} = \frac{4k_e q a}{x^3}$$

]SE22-22[

CAMPIONE ELETTRICO DI DISTRIBUZIONI CONTINUE DI CARICA



$$dV = K_e \frac{dq}{r} \Rightarrow V = K_e \int \frac{dq}{r}$$

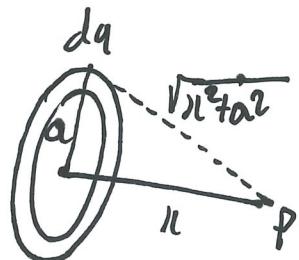
OVVERO IL POTENZIALE

TOTALE SI OTTIENE

INTEGRANDO $\frac{dq}{r}$

LA SOMMA DELLE DISTRIBUZIONI DISCRETE E'
STA SOSTITUITA DALL'INTEGRALE DELLE DISTRIBUZIONI
CONTINUE

ESEMPIO: POTENZIALE DI UN ANELLO UNIFORMEMENTE
CARICO



$$V = K_e \int_0^Q \frac{dq}{r} = K_e \int_0^Q \frac{dq}{\sqrt{r^2 + a^2}}$$

IL POTENZIALE
E' QUELLO CHE CORRISPONE
AD UN PUNTO P POSTO
SULL'ASSE DI UN ANELLO
UNIFORMEMENTE CARICO

DENTRO ELEMENTO DI CARICA dq SI TROVA
ALLA STESSA DISTANZA DA P

$$\Rightarrow V = \frac{K_e}{\sqrt{r^2 + a^2}} \int_0^Q dq = \frac{K_e Q}{\sqrt{r^2 + a^2}}$$

] SE 21-13 [

$$\Rightarrow E_{nl} = -\frac{\partial V}{\partial r} = -k_e Q \frac{d}{dr} (r^2 + a^2)^{-\frac{1}{2}}$$
$$= -k_e Q \left(\frac{1}{2}\right) (r^2 + a^2)^{-\frac{3}{2}} e_r = \frac{k_e Q r}{(r^2 + a^2)^{3/2}}$$

] SE 21-14 [

TEOREMA DI GAUSS: ATTRAVERSO UNA QUALEUNQUE SUPERFICIE CHIUSA Σ SI HA

$$\int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{n} dA = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

\vec{n} = VERSORE NORMALE ALLA SUPERFICIE Σ

q_{in} = CARICA TOTALE INTERNA ALLA SUPERFICIE Σ

\vec{E} = CAMPO ELETTRICO IN OGNI PUNTO DELLA SUPERFICIE

- LA Σ VA SCEGLTA IN MODO CHE IL VALORE COSTANTE DEL CAMPO ELETTRICO SU Σ SIA DEBITO PER SIMMETRIA,
E INOLTRE $\vec{E} \cdot \vec{n} dA = E dA$, ESSENDO \vec{E} E \vec{n} PARALLELI

- CARICA PUNTIFORME q : Σ = SUPERFICIE SFERICA DI RAGGIO r , CENTRATA SULLA CARICA PUNTIFORME.
PER SIMMETRIA, \vec{E} e' COSTANTE SU Σ

$$\Rightarrow \int_{\Sigma} \vec{E} \cdot \vec{n} dA = E \int_{\Sigma} dA = E 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k_e \frac{q}{r^2}$$

CAMPO ELETTRICO ALL'INTERNO DI UNA SFERA DI RAGGIO R :
SCEGLIAMO Σ = SUPERFICIE SFERICA DI RAGGIO $r < R$,
CONCENTRICA CON LA SFERA ISOLANTE DI RAGGIO R .

$$q_{in} = C \frac{4}{3} \pi r^3$$

PER SIMMETRIA, \vec{E} HA MODULO COSTANTE IN OGNI PUNTO

DI Σ , e $\vec{E} \cdot \vec{dA} = E dA$

$$\Rightarrow E \int_{\Sigma} dA = E 4\pi r^2 = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q_{in}}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{C \frac{4}{3} \pi r^3}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{C}{3\epsilon_0} r$$

INOLTRE $c = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3Q}{4\pi R^3}$

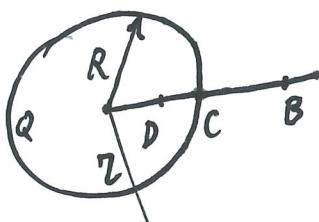
$$\Rightarrow E = \frac{Q r}{4\pi \epsilon_0 R^3} = k_e \frac{Q}{R^3} r$$

] SERV-O [

ES POTENZIALE DI UNA SFERA UNIFORMEMENTE CARICA

UNA SFERA ISOLANTE DI RAGGIO R HA UNA DENSITÀ DI CARICA PER UNITÀ DI VOLUME POSITIVA e UNIFORME, e UNA $q_{\text{TOT}} = Q$

① CALCOLARE IL POTENZIALE ELETTRICO IN UN PUNTO AL DI FUORI DELLA SFERA, OVVERO PER $r > R$ O COMUNQUE $r > R$, SI ASSUMA $V(r=\infty) = 0$



INVERO, SAPPIAMO CHE

$$E_r = K_e \frac{Q}{r^2} \quad \forall r > R$$

(VEDASI]SE22-0[)

$$\Rightarrow V_B = - \int_{\infty}^r E_r dr = - K_e Q \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = K_e \frac{Q}{r} \quad \forall r > R$$

$$\text{CONTINUITÀ IN } r=R \Rightarrow V_C = K_e \frac{Q}{R} \quad \text{in } r=R$$

② CALCOLARE IL POTENZIALE IN UN PUNTO D INTERNO ALLA SFERA $\Rightarrow r < R$

INVERO, IL CAMPO ELETTRICO ALL'INTERNO DI UNA SFERA UNIFORMEMENTE CARICA è¹, COME SAPPIAMO DA]SE22-0[

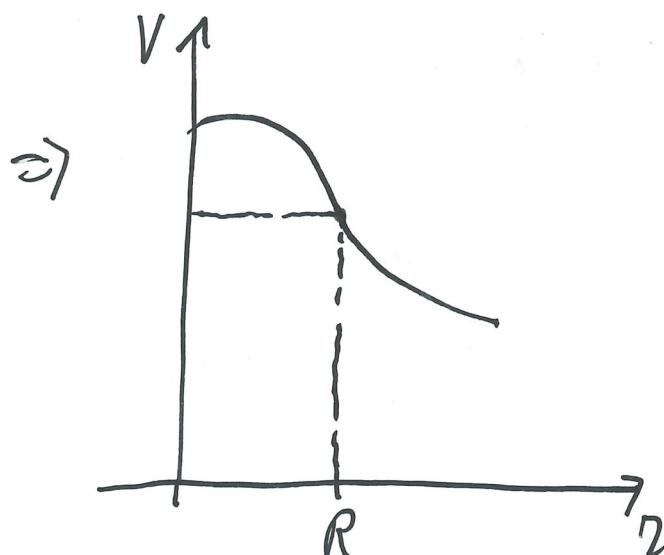
$$E_r = K_e \frac{Q r}{R^3} \quad \forall r < R$$

]SE22-1[

$$\Rightarrow V_D - V_C = - \int_{R}^{\infty} \frac{E_r}{r} dr = - \frac{K_e Q}{R^3} \int_R^{\infty} \frac{1}{r} dr = \frac{K_e Q}{2R^3} (R^2 - r^2)$$

$$\Rightarrow V_D = V_C + \frac{K_e Q}{2R^3} (R^2 - r^2) = \frac{K_e Q}{R} + \frac{K_e Q}{2R^3} (R^2 - r^2)$$

$$= \frac{K_e Q}{2R} \left(3 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad r < R$$



POTENZIALE ELETTRICO DI UN CONDUTTORE CARICO

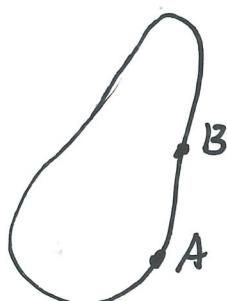
TEOREMA "OGNI PUNTO SULLA

SUPERFICIE DI UN CONDUTTORE

CARICO IN EQUILIBRIO

ELETROSTATICO SI TROVA

ALLO STESSO POTENZIALE"



DIM SCEGLI DVE PUNTI QUAISIVOGLIA SULLA SUPERFICIE

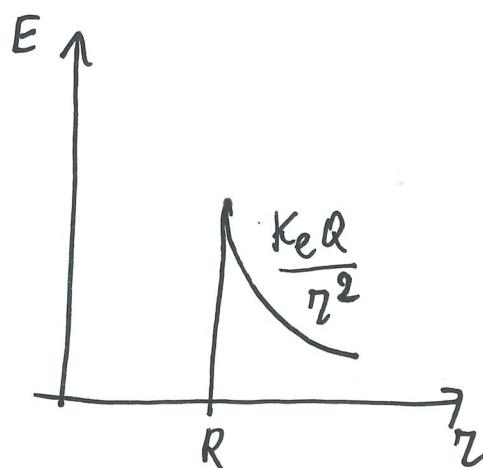
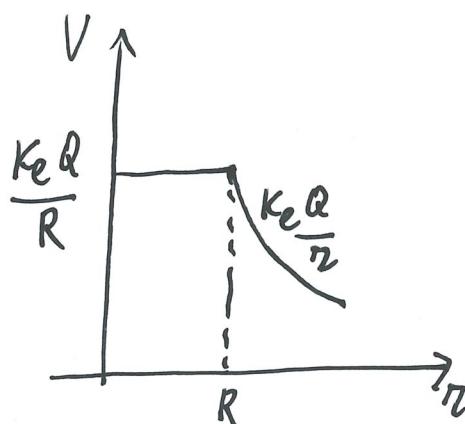
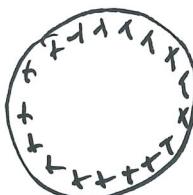
DI UN CONDUTTORE CARICO, COME A, B IN FIGURA, IL CAMPO ELETTRICO \vec{E} È SEMPRE PERPENDICOLARE ALLA SUPERFICIE LUNGO UN PERCORSO SULLA SUPERFICIE DEL CONDUTTORE

$$\Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

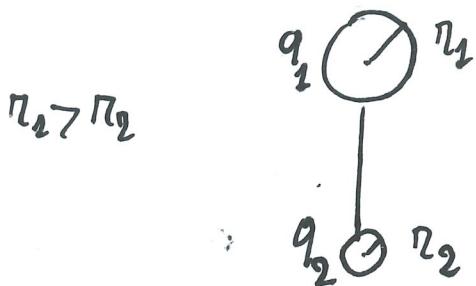
$$\Rightarrow V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow V_B = V_A$$

LA SUPERFICIE DI UN CONDUTTORE CARICO IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO È UNA SUPERFICIE EQUIPOTENZIALE.

ESEMPIO: SFERA CONDUTTRICE METALLICA DI RAFFIO R



ESEMPIO: CONDUTTORE NON SFERICO



DUE SFERE CONDUTTRICI CARICHE
DI RAGGI r_1, r_2 SONO COLLEGATE
DA UN SOTTILE FILO CONDUTTORE.

LE SFERE SIANO ABBASTANZA DISTANTI, COSÌ CHE IL CAMPO ELETTRICO
DELL'UNA NON INFLUENZA QUELLO DELL'ALTRA.

\Rightarrow IL CAMPO È DI OLTRENCUNA SFERA È QUELLO DOVUTO AD
UNA DISTRIBUZIONE DI CARICA A SIMMETRIA SFERICA

- PRESENZA DEL FILO \Rightarrow L'INTERO SISTEMA È UN SOLO CONDUTTORE,
E TUTTI I SUOI PUNTI DEVONO ESSERE ALLO STESSO POTENZIALE.

\Rightarrow POTENZIALE SU SUPERFICIE PRIMA SFERA

$$= " \quad " \quad \text{SECONDA} \quad "$$

$$\Rightarrow K_e \frac{q_1}{r_1} = K_e \frac{q_2}{r_2} \Rightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow q_1 = \frac{r_1}{r_2} q_2 \quad q_2 > q_1$$

MA:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{\frac{q_2}{4\pi(r_2)^2}}{\frac{q_1}{4\pi(r_1)^2}} = \frac{q_2}{q_1} \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = \frac{r_2}{r_1} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{r_2}{r_1} > 1$$

\Rightarrow LA SFERA PIÙ PICCOLA HA DENSITÀ SUPERFICIALE
DI CARICA MAGGIORE (SEBBENE ABbia CARICA)
MINORE

\Rightarrow IL CAMPO ELETTRICO VICINO ALLA SFERA PIÙ PICCOLA È MAGGIORRE DEL CAMPO ELETTRICO VICINO ALLA SFERA PIÙ GRANDE, IN VIRTÙ DELLA RELAZIONE

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

\Rightarrow "IL CAMPO ELETTRICO DOVUTO A UN CONDUTTORE CARICO È MAGGIORRE IN PROSSIMITÀ DELLE SUPERFICI CONVESSE DEL CONDUTTORE CHE HANNO UN PICCOLO RAGGIO DI CURVATURA, ED È MINORE IN PROSSIMITÀ DELLE SUPERFICI CONVESSE DI UN CONDUTTORE CHE HANNO UN GRANDE RAGGIO DI CURVATURA"

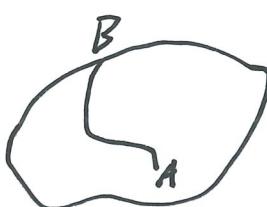
CAVITA' ALL'INTERNO DI UN CONDUTTORE IN EQUILIBRIO

TEOR. DATO UN CONDUTTORE DI FORMA ARBITRARIA, CONTENENTE UNA CAVITA', IL CAMPO ELETTRICO ALL'INTERNO DELLA CAVITA' $E' = 0$

DIM RICORDIAMO CHE OGNI PUNTO SUL CONDUTTORE SI TROVA ALLO STESSO POTENZIALE

$$\Rightarrow V_B - V_A = 0 \quad \forall A, B$$

D'ALTRONDE, È ANCHE $V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$



$$\Rightarrow \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad \forall A, B \Rightarrow \vec{E} = \vec{0}$$

\Rightarrow IL CAMPO ELETTRICO SI ANNULLA IN TUTTI I PUNTI DENTRO LA CAVITÀ

\Rightarrow UNA CAVITÀ CIRCONDATA DA PARETI CONDUTTRICI È LIBERA DA CAMPI, FINO A CHE NON CI SONO CARICHE AL SUO INTERNO

\Rightarrow SI PUÒ SCHERMARE UN CIRCUITO ELETTRONICO O UN INTERO LABORATORIO, CIRCONDANDOLO DI PARETI CONDUTTRICI

\Rightarrow DURANTE UN TEMPORALE, IL LUOGO PIÙ SICURO È L'INTERNO DI UNA AUTOMOBILE (POICHÉ IL METALLO DELLA CARROZZERIA GARANTISCE CHE $E = 0$ ALL'INTERNO).

IL CONCETTO DI CAPACITÀ

- PER CIRCUITO SI INTENDE UN CERTO NUMERO DI COMPONENTI ELETTRICI COLLEGATI FRA LORO DA FILI CONDUTTORI, CHE FORMANO UNO O PIÙ CIRCUITI CHIVSI.

PRIMO ELEMENTO DI CIRCUITO: IL CONDENSATORE

= DUE CONDUTTORI DI FORMA QUALSIASI, TRA I quali ESISTE UNA DIFFERENZA DI POTENZIALE AV.

- COLLEGANDO I DUE CONDUTTORI SCARICHI AI POLI DI UNA BATTERIA, POSSANO FARSI CHE ABBIANO CARICHE OPPoste IN SEGNO MA DI UGUAL MODULO.

POI SI SCOLLEGA LA BATTERIA \Rightarrow LE CARICHE RIMANGONO SUI CONDUTTORI \Rightarrow IL CONDENSATORE IN MAGAZZINA CARICHE

$$\Delta V = |V_1 - V_2| = \text{DIFFERENZA DI POTENZIALE}$$

DEF CAPACITÀ DI UN CONDENSATORE $= C = \frac{Q}{\Delta V}$

PER DEFINIZIONE, $Q > 0$ SEMPRE

\Rightarrow C MISURA LA QUANTITÀ DI CARICA CHE PUO' ESSERE INMAGAZZINATA NEL CONDENSATORE PER UNA DATA ΔV

ESEMPIO: CONDUTTORE SFERICO ISOLATO DI RAGGIO R e CARICA Q

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{k_e \frac{Q}{R}} = \frac{R}{k_e} = k \pi \epsilon_0 R$$

\Rightarrow LA CAPACITÀ DI UNA SFERA CARICA ISOLATA
NON DIPENDE NE' DALLA CARICA NE' DALLA
DIFFERENZA DI POTENZIALE

] SE 22-7 [

CONDENSATORE PIANO : DUE PIASTRE PARALLELE

DELLA STESSA AREA A SEPARATE DA UNA DISTANZA d .

IPOTESI: IL CAMPO ELETTRICO SIA UNIFORME FRA LE PIASTRE E ZERO ALTROVE

FRA LE ARMATURE:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

$$\Rightarrow \Delta V = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0 A} \quad \text{ESSENDO } \vec{E} \text{ UNIFORME}$$

$$\Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

\Rightarrow "LA CAPACITÀ DI UN CONDENSATORE PIANO È PROPORZIONALE ALL'AREA DELLE ARMATURE, E INVERSALEMENTE PROPORZIONALE ALLA LORO DISTANZA"

\Rightarrow UN CONDENSATORE CON ARMATURE DI GRANDE AREA PUÒ ACCUMULARE UNA GRANDE QUANTITÀ DI CARICA

ESEMPIO: UN CONDENSATORE PIANO ABBAIA UN'AREA $A = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, e $d = 1 \text{ mm}$ = DISTANZA FRA LE ARMATURE

$$\Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2}{\text{Nm}^2} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{10^{-3} \text{ m}} = 1.77 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

CONDENSATORE CILINDRICO: UN CONDUTTORE CILINDRICO DI RAGGIO a e CARICA Q e' CONTENUTO IN UN ALTRO CONDUTTORE CILINDRICO COASSIALE DI RAGGIO b e CARICA $-Q$ LUNGHEZZA $\frac{l}{a} \gg 1, \frac{l}{b} \gg 1$. TRASCURANDO GLI EFFETTI AI BORDI, IL CAMPO ELETTRICO e' PERPENDICOLARE ALL'ASSE DEI CILINDRI, CONFINATO FRA ESSI

$$V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \vec{E} = \text{CAMPO ELETTRICO} \\ \pi \epsilon [a, b]$$

PER UN CILINDRO AVENTE CARICA PER UNITA' DI LUNGHEZZA λ , IL CAMPO \vec{E} HA MODULO $E = 2k_e \frac{\lambda}{r}$

LO STESSO SI PUO' USARE QUI, PERCHE' IL CILINDRO ESTERNO NON CONTRIBUISCE AL CAMPO AL SUO INTERNO
 \vec{E} e' DIRETTO RADIALMENTE VERSO IL CILINDRO ESTERNO

$$V_b - V_a = -2k_e \lambda \int_a^b \frac{dr}{r} = -2k_e \lambda \log\left(\frac{b}{a}\right)$$

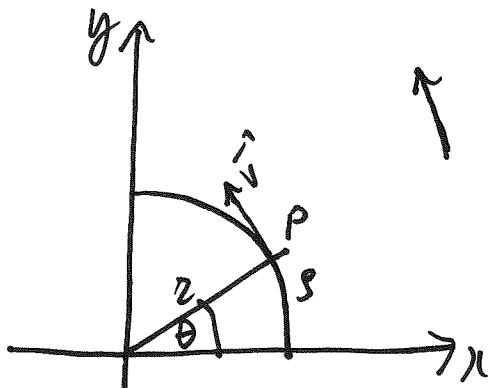
$$\Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{2k_e \frac{\lambda}{e} \log\left(\frac{b}{a}\right)} = \frac{e}{2k_e \log\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$\Rightarrow \frac{C}{e} = \frac{1}{2k_e \log\left(\frac{b}{a}\right)}$$

] SE 22-9 [

FILE SEMI

SE UNA PARTICELLA DI UN CORPO RIGIDO RUOTA SUL BORDO DI UN CERCHIO DI RAGGIO r ATTORNO ALL'ASSE Z;



L'ASSE Z NON
E' MOSTRATO
IN FIGURA

IL VETTORE VELOCITA' TRASLAZIONALE e' SEMPRE TANGENTE ALLA TRAIETTORIA \Rightarrow LO DIREMO VELOCITA' TANGENZIALE

- IL MODULO DI TAUE VELOCITA' e' $v = \frac{ds}{dt}$

s = SPAZIO PERCORSO DALLA PARTICELLA LUNGO LA CIRCONFERENZA $= r\theta$ $(r = \text{costante})$

$$\Rightarrow v = \frac{ds}{dt} = r \frac{d\theta}{dt} = r\omega \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha \quad \left| \begin{array}{l} \alpha = \\ \text{ACCELERAZIONE} \\ \text{ANGOLARE} \end{array} \right.$$

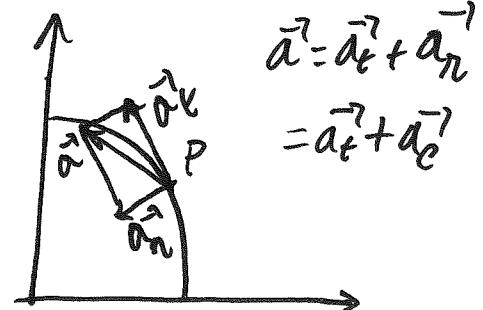
- SUPPONIAMO ORA CHE UN CORPO RIGIDO CONSISTE DI UN INSIEME DI PARTICELLE, e CHE ESSO RUOTT ATTORNO AD UN ASSE FISSO Z CON VELOCITA' ANGOLARE ω .

CORPO RIGIDO
 $\Rightarrow \theta_i = \theta + \dot{\theta}t$
 $\omega_i = \omega + \dot{\omega}t$
 $\alpha_i = \alpha + \dot{\alpha}t$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

$$a = \sqrt{(a_t)^2 + (a_c)^2} = r\sqrt{\dot{\omega}^2 + \dot{\alpha}^2 t^2}$$

] SEMI - 1 [



$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

$$= \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

DENOTANDO CON m_i LA MASSA INERZIALE DELLA i -ma PARTICELLA, e con v_i IL MODULO DELLA SUA VELOCITA' TANGENZIALE, LA SUA ENERGIA CINETICA e'

$$(E_K)_i = \frac{1}{2} m_i (v_i)^2$$

L'ENERGIA CINETICA TOTALE $(E_K)_R$ DEL CORPO RIGIDO IN ROTAZIONE VALE ALLORA

$$\begin{aligned} (E_K)_R &= \sum_{i=1}^n (E_K)_i = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i (v_i)^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i (r_i \omega)^2 \\ &= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n m_i (r_i)^2 \right) \omega^2 \end{aligned}$$

OVE

$$I = \sum_{i=1}^n m_i (r_i)^2 \quad \text{e' il momento d'inerzia}$$

$$\Rightarrow (E_K)_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$

INTERPRETAZIONE FISICA: I FORNISCE UNA MISURA DELL'OPPOSIZIONE DEL SISTEMA ALLA VARIAZIONE DELLA SUA VELOCITA' ANGOLARE. ESSO DI PENDE DALLE MASSE E DALLA LORO DISTRIBUZIONE ATTORNO ALL'ASSE DI ROTAZIONE.

] SEMI-E[

SE ABBIANO A CHE FARE CON UN CORPO ESTESO E CONTINUO, POSSIANO CALCOLARE IL MOMENTO D'INERZIA DIVIDENDO L'OGGETTO IN MOLTI PICCOLI ELEMENTI DI MASSA dm : ALL'INFITTIRSI DELLA SUDDIVISIONE IN ELEMENTI DI MASSA, SI HA DUNQUE

$$I = \int_{\text{CORPO}} r^2 dm$$

STUDIAMO ORA COME CALCOLARE IL MOMENTO D'INERZIA IN DUE CASI DI INTERESSE NELLE APPLICAZIONI.

MOMENTO D'INERZIA DI UN CILINDRO

CONSIDERIAMO UN CILINDRO DI MASSA M , RAGGIO R , ALTEZZA H , PER CUI $M = \rho V = \rho(\pi R^2)H = \rho \pi R^2 H$
 $\Rightarrow dm = d(\rho \pi r^2 H) = \rho 2\pi(2dr)H = \rho H r 2\pi dr$

$$\Rightarrow I_2 = \int_0^R \rho r^2 H r 2\pi dr = 2\pi \rho H \int_0^R r^3 dr$$

$$= 2\pi \rho H \frac{R^4}{4} = \frac{\pi}{2} \rho H R^4 = \frac{MR^2}{2}$$

] SEMI-3 [

MOMENTO D'INERZIA DI UNA SFERA

IL MOMENTO D'INERZIA DI UNA SFERA SI OTTIENE SOMMANDO I MOMENTI D'INERZIA DEI DISCHI DI SPESSORE INFINITESIMO dx , FISSANDO L'ORIGINE DEL SISTEMA DI RIFERIMENTO AL CENTRO DELLA SFERA, ORIENTATO VERSO L'ALTO. IL RAFFGO DI UN SINGOLO DISCO VARIA DA UN MINIMO DI 0, SE $x=R$, A UN MASSIMO DI R .

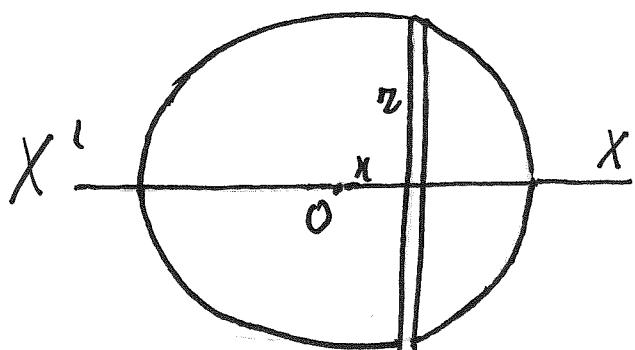
- ELEMENTO DI MASSA INFINESIMO = ρ X VOLUME DEL CILINDRO DI ALTEZZA dx
- INTEGRANDO IL MOMENTO D'INERZIA DEL DISCO DA $-R$ A $+R$, SI TROVA:

$$dI = \frac{r^2}{2} dm \quad dm = \rho \pi r^2 dx$$

$$r = \sqrt{R^2 - x^2}$$

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi R^3}$$

MOMENTO D'INERZIA
ATTORNO AD UN
DIAMETRO $X'OX$



- DISCO DI RAGGIO r
E SPESSORE dx ,
PERPENDICOLARE AD
 OX , E DISTANTE
IL DAL CENTRO

- SFERA DI MASSA M ,
RAFFGO R .

]SEMI-4[

$$\Rightarrow I = \int_{-R}^R \frac{C\pi}{2} (R^2 - x^2)^2 dx$$

$$= \frac{C\pi}{2} \int_{-R}^R (R^4 + x^4 - 2R^2x^2) dx$$

$$= \frac{C\pi}{2} \left\{ \left[R^4 x \right]_{x=-R}^{x=R} - 2R^2 \left[\frac{x^3}{3} \right]_{x=-R}^{x=R} + \left[\frac{x^5}{5} \right]_{x=-R}^{x=R} \right\}$$

$$= \frac{3M}{4\pi R^3} \frac{\pi}{2} \left[2R^5 - \frac{4}{3} R^5 + \frac{2}{5} R^5 \right]$$

$$= \frac{3M}{8R^3} \left[\frac{30 - 20 + 6}{25} \right] R^5 = \frac{3M}{8R^3} \frac{16}{25} R^5$$

$$= \frac{2}{5} MR^2$$

] SEMI-5[

IL MOMENTO DI UNA FORZA \vec{F} E' IL VETTORE $\vec{\tau}$
DEFINITO DALL'EQUAZIONE

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

OVE

\vec{r} = VETTORE POSIZIONE CHE LOCALIZZA IL PONTO DI APPLICAZIONE DELLA FORZA



$$\tau = |\vec{\tau}| = r F \sin \phi$$

$F \sin \phi = d$ = BRACCIO DEL MOMENTO
= BRACCIO DELLA FORZA

- PER OGNI PARTICELLA DI UN CORPO RIGIDO IN ROTAZIONE, SI HA (i ESSENDO L'INDICE CHE ENUMERA LE PARTICELLE)

$$(F_t)_i = m_i (\alpha_t)_i \Rightarrow r_i (F_t)_i = \tau_i = r_i m_i (\alpha_t)_i$$

$$= r_i m_i r_i \alpha_i = m_i (r_i)^2 \alpha_i$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n \tau_i = \sum_i m_i (r_i)^2 \alpha_i$$

$$CORPO RIGIDO \Rightarrow \alpha_i = \alpha \quad \forall i \Rightarrow \sum_{i=1}^n \tau_i = \sum_i m_i (r_i)^2 \alpha = I \alpha$$

MOMENTO ANGOLARE ISTANTANEO

$$\vec{L} = \vec{r} \times (\underline{m} \vec{v}) = \vec{r} \times \vec{p}$$

$\vec{p} = m \vec{v}$: QUANTITA' DI MOTO

$$\Rightarrow \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m \vec{a} = \vec{F}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{v} \times m \vec{v} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt}$$

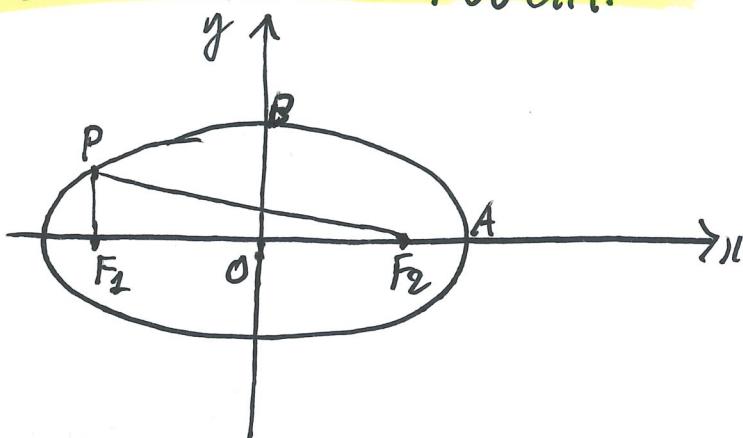
$$= \vec{0} + \vec{r} \times \vec{F} = \vec{\tau} \Rightarrow \vec{\tau} = \frac{d}{dt} \vec{L}$$

] SEMI-7 [

FILE SEKL

LO STUDIO DEI MOTI PLANETARI NEL SISTEMA SOLARE FU UNA DELLE GRANDI CONFIRMEE DELLA TEORIA DI NEWTON DELLA GRAVITAZIONE. LE LEGGI DEL MOTO DEI PLANETI FURONO SCOPERTE DA JOHANNES KEPLER (1571 - 1630), E SONO DETTE "LEGGI DI KEPLERO".

PRIMA LEGGE DI KEPLERO: "CLASCUN PIANETA NEL SISTEMA SOLARE SI MUOVE SU VN'ORBITA ELLITTICA, CON IL SOLE IN UNO DEI FUOCHI."



$$r_1 = d(P, F_1) \quad r_2 = d(P, F_2) \quad F_1(-c, 0)$$

$$c = d(F_1, O) = d(F_2, O) \quad F_2(c, 0)$$

$$\text{ELLISSE} = \left\{ P(x, y) : d(P, F_1) + d(P, F_2) = \text{costante} \right\}$$

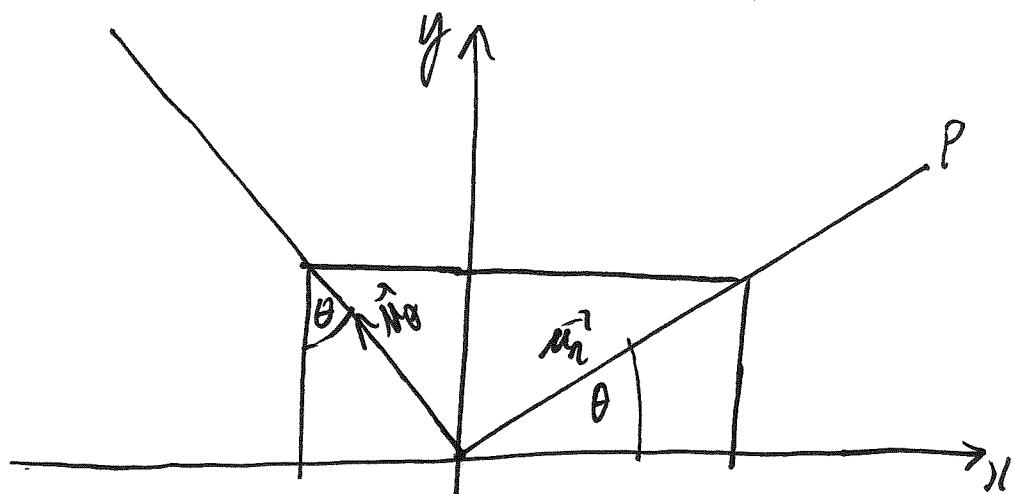
$$\text{ELLITICITÀ} = e = \frac{c}{a} \quad a^2 = b^2 + c^2$$

$$\text{CIRCONFERENZA: } a = b \Rightarrow c = 0 \quad a = \text{SEMIASSE MAGGIORE}$$

$$b = \text{SEMIASSE MINORE}$$

]SEKL-1[

DIMOSTRIANDO ORA LA PRIMA LEGGE DI KEPLERO
 A TAL FINE, STUDIANO LA RELAZIONE TRA I VERSORI
 (\vec{i}, \vec{j}) NEL PIANO (X, Y) E I VERSORI $(\vec{m}_r, \vec{m}_\theta)$, E SFRUTTANO
 LA NATURA VETTORIALE DI VELOCITA' E ACCELERAZIONE,
 E ALFINE LA LEGGE DI GRAVITAZIONE UNIVERSALE.



$$\vec{R} = R \vec{m}_r \quad (\vec{m}_r, \vec{m}_\theta) = 0$$

$$\vec{m}_r = \vec{i} \cos \theta + \vec{j} \sin \theta = \vec{m}_r(\theta(t))$$

$$\vec{m}_\theta = -\vec{i} \sin \theta + \vec{j} \cos \theta = \vec{m}_\theta(\theta(t))$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{m}_r}{d\theta} = \vec{m}_\theta \quad \frac{d\vec{m}_\theta}{dt} = -\vec{m}_r \quad \left. \right\}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d}{dt}(R \vec{m}_r) = R \frac{d}{dt} \vec{m}_r + \frac{dR}{dt} \vec{m}_r$$

$$= R \frac{d\vec{m}_r}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} + \frac{dR}{dt} \vec{m}_r = R \vec{m}_\theta \frac{d\theta}{dt} + \frac{dR}{dt} \vec{m}_r$$

] SEKEZ

$$\vec{m}_n = (\vec{m}_n)_x + (\vec{m}_n)_y = \vec{i} \cos\theta + \vec{j} \cos(\frac{\pi}{2} - \theta)$$

$$= \vec{i} \cos\theta + \vec{j} \sin\theta$$

$$\vec{m}_\theta = (\vec{m}_\theta)_x + (\vec{m}_\theta)_y = \vec{i} (-\cos(\frac{\pi}{2} - \theta)) + \vec{j} \cos\theta$$

$$= -\vec{i} \sin\theta + \vec{j} \cos\theta$$

$$\vec{m}_n \cdot \vec{m}_n = (\vec{i} \cos\theta + \vec{j} \sin\theta) \cdot (\vec{i} \cos\theta + \vec{j} \sin\theta)$$

$$= \vec{i} \cdot \vec{i} \cos^2\theta + 0 + 0 + \vec{j} \cdot \vec{j} \sin^2\theta =$$

$$= \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$$

$$\vec{m}_\theta \cdot \vec{m}_\theta = (-\vec{i} \sin\theta + \vec{j} \cos\theta) \cdot (-\vec{i} \sin\theta + \vec{j} \cos\theta)$$

$$= \vec{i} \cdot \vec{i} \sin^2\theta + 0 + 0 + \vec{j} \cdot \vec{j} \cos^2\theta$$

$$= \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$(\vec{m}_n \cdot \vec{m}_\theta) = (\vec{i} \cos\theta + \vec{j} \sin\theta) \cdot (-\vec{i} \sin\theta + \vec{j} \cos\theta)$$

$$= -\vec{i} \cdot \vec{i} \cos\theta \sin\theta + 0 + 0 + \vec{j} \cdot \vec{j} \sin\theta \cos\theta$$

$$= -\cos\theta \sin\theta + \sin\theta \cos\theta = 0$$

$$\begin{aligned}
 \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(R \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_\theta + \frac{dR}{dt} \vec{u}_r \right) \\
 &= \frac{dR}{dt} \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_\theta + R \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_\theta + R \frac{d\theta}{dt} \frac{d\vec{u}_\theta}{dt} + \frac{d^2R}{dt^2} \vec{u}_r + \frac{dR}{dt} \frac{d\vec{u}_r}{dt} \\
 &= \cancel{\frac{dR}{dt} \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_\theta} + R \cancel{\frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_\theta} + R \frac{d\theta}{dt} (-\vec{u}_r) \frac{d\theta}{dt} \\
 &\quad + \cancel{\frac{d^2R}{dt^2} \vec{u}_r} + \cancel{\frac{dR}{dt} \frac{d\theta}{dt} \vec{u}_\theta} \\
 &= \left(R \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dR}{dt} \frac{d\theta}{dt} \right) \vec{u}_\theta + \left[\frac{d^2R}{dt^2} - R \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] \vec{u}_r = \vec{a}_\theta + \vec{a}_r
 \end{aligned}$$

ESSENDO LA GRAVITAZIONE UNA FORZA CENTRALE,
SI HA

$$\vec{a}_\theta = 0 \Rightarrow R \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2 \frac{dR}{dt} \frac{d\theta}{dt} = 0 \Rightarrow R^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} + 2R \frac{dR}{dt} \frac{d\theta}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt} \left(R^2 \frac{d\theta}{dt} \right) = 0 \Rightarrow R^2 \frac{d\theta}{dt} = \text{costante} = K$$

dA = ELEMENTO DI AREA SPAZZATA

$$dA = \frac{1}{2} R^2 d\theta = \frac{1}{2} R^2 \frac{d\theta}{dt} dt = \frac{1}{2} K dt$$

$$\Rightarrow \int dA = A(t_2) - A(t_1) = \frac{K}{2} (t_2 - t_1).$$

] SEKL-3 [

$$\vec{F} = m\vec{a} = 0 + m\vec{a}_n = m \left[\frac{d^2 R}{dt^2} - R \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] \vec{n}_2 = -\frac{GMm}{R^2} \vec{n}_2$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 R}{dt^2} - R \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -\frac{GM}{R^2} \quad (\star)$$

PONIAMO ORA:

$$\frac{1}{R} = f(\theta(t)) = Z \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{R^2} = KZ^2$$

$$\Rightarrow \frac{dR}{dt} = \frac{dR}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = KZ^2 \frac{d}{d\theta} Z^{-2} = -KZ^2 Z^{-2} \frac{dZ}{d\theta} = -K \frac{dZ}{d\theta}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 R}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(-K \frac{dZ}{d\theta} \right) \frac{d\theta}{dt} = KZ^2 (-K) \frac{d^2 Z}{d\theta^2} = -K^2 Z^2 \frac{d^2 Z}{d\theta^2}$$

\Rightarrow LA (\star) DIVENTA

$$-K^2 Z^2 \frac{d^2 Z}{d\theta^2} - \frac{1}{2} K^2 Z^4 = -GMZ^2$$

$$\Rightarrow K^2 \frac{d^2 Z}{d\theta^2} + K^2 Z = GM \Rightarrow \left(\frac{d^2}{d\theta^2} + 1 \right) Z = \frac{GM}{K^2}$$

$\Rightarrow Z =$ INTEGRALE GENERALE DEL'OMOGENEA ASSOCIAATA
+ INTEGRALE PARTICOLARE DEL'EQ. COMPLETA

$$= A \sin \theta + B \cos \theta + \frac{GM}{K^2} = B \cos \theta + \frac{GM}{K^2}$$

] SENZA T

$$\Rightarrow R = \frac{1}{Z(\theta)} = \frac{1}{\frac{GM}{k^2} + B \cos \theta} = \frac{k^2 / GM}{1 + \frac{k^2}{GM} B \cos \theta} = \frac{P}{2e \cos \theta}$$

$$P = \frac{k^2}{GM} ; e = \frac{k^2}{GM} B = PB$$

- LA  E' PROPRIO L'EQUAZIONE DI UN'ELLISSE
IN COORDINATE POLARI.

SECONDA LEGGE DI KEPLERO: "IL RAGGIO VETTORE
TRACCIATO DAL SOLE VERSO UN QUALUNQUE PIANETA SPAZZA
AREE UGUALI IN INTERVALLI DI TEMPO UGUALI"

- QUESTA LEGGE DISCENDE UNCAMENTE DALLA NATURA
CENTRALE DELLA FORZA GRAVITAZIONALE, E L'ABBIAMO DI
FATTO GIA' DIMOSTRATA NELLA SECONDA META' DI
PAGINA SEK-3. QUI POSSIAMO UTILMENTE AGGIUNGERE
ALTRI CONSIDERAZIONI.

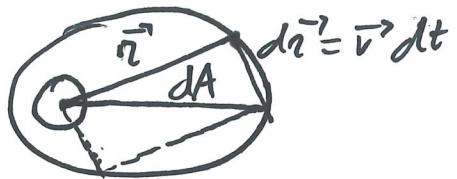
- MOMENTO DELLA FORZA GRAVITAZIONALE AGENTE SUL PIANETA:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times F(2) \vec{m}_p \approx 0 = \frac{d\vec{l}}{dt}$$

\Rightarrow IL MOMENTO ANGOLARE E' UNA COSTANTE DEL MOTORE

$$\Rightarrow \vec{l} = \vec{r} \times \vec{p} = m_p \vec{r} \times \vec{v} = COSTANTE$$

]SEK-5[



IN UN INTERVALLO DI TEMPO dt , IL RAGGIO VETTORE \vec{r} SPAZZA L'AREA dA , CHE E' UGUALE A METÀ' DELL'AREA $(\vec{r} \times d\vec{r})$ DEL PARALLELOGRAMMA FORMATO DAL VETTORI \vec{r} e $d\vec{r}$.

D'ALTRONDE, NELL'INTERVALLO dt , IL PIANETA SI SPOSTA $d\vec{r} = \vec{v} dt$

$$\Rightarrow dA = \frac{1}{2} |\vec{r} \times d\vec{r}| = \frac{1}{2} |\vec{r} \times \vec{v} dt| = \frac{L}{2m_p} dt$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m_p} = \text{COSTANTE} \quad (\text{q.e.d.})$$

TERZA LEGGE DI KEPLERO: "IL QUADRATO DEL PERIODO

ORBITALE DI OGNI PIANETA E' PROPORZIONALE AL CUBO
DEL SEMIASSE MAGGIORE DELL'ORBITA ELLITICA"

DIMOSTRAZIONE SENPLIFICATA: POICHE' LE ECCENTRICITA' SONO PICCOLE, SI CONSIDERANO ORBITE CIRCOLARI

$$\Rightarrow -\frac{GM_S m_p}{r^2} + \frac{m_p v^2}{r} = 0 \Rightarrow \frac{GM_S m_p}{r^2} = \frac{m_p v^2}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{GM_S}{r^2} = \frac{v^2}{r} = \frac{(2\pi r/T)^2}{r} = \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

SEKLE-6

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_S} r^3 = \mu_S r^3 \quad \mu_S \equiv \frac{4\pi^2}{GM_S}$$

- NEL CASO DELLE ORBITE ELLITTICHE, SI HA

$$r \geq a$$

$$\Rightarrow T^2 = \mu_S a^3$$

VELOCITA' DI FUGA:

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m_i (v_i)^2 - \frac{GM_T m}{R_T} = 0 - \frac{GM_T m}{r_{max}}$$

POLCHE' $v_f = 0$ SE $r = r_{max}$

$$\Rightarrow (v_i)^2 = 2GM_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r_{max}} \right) \quad k = \text{QUOTA MASSIMA} \\ = r_{max} - R_T$$

$$\text{FUGA} \Rightarrow r_{max} \rightarrow \infty \Rightarrow v_{\text{fuga}} = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

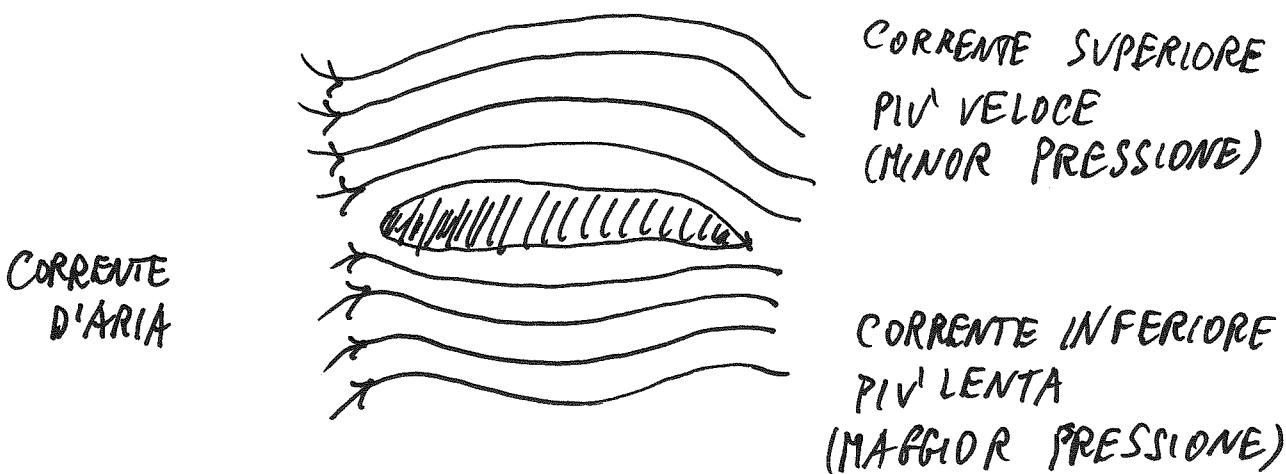
] SENZA [

PRINCIPI FISICI DEL VOLO DEGLI AEREI:

- PER POTER COMPRENDERE COME L'ARIA POSSA SOSTENERE UN AEROPLANO, RITAGLIAMO UNA STRISCIA DI CARTA LARGA POCO PIÙ DI UN CENTIMETRO E LUNGA CIRCA 20 CM. PONIAMO POI UNA ESTREMITÀ PRESSO IL MENTO E SOFFIAMO SULLA CARTA.

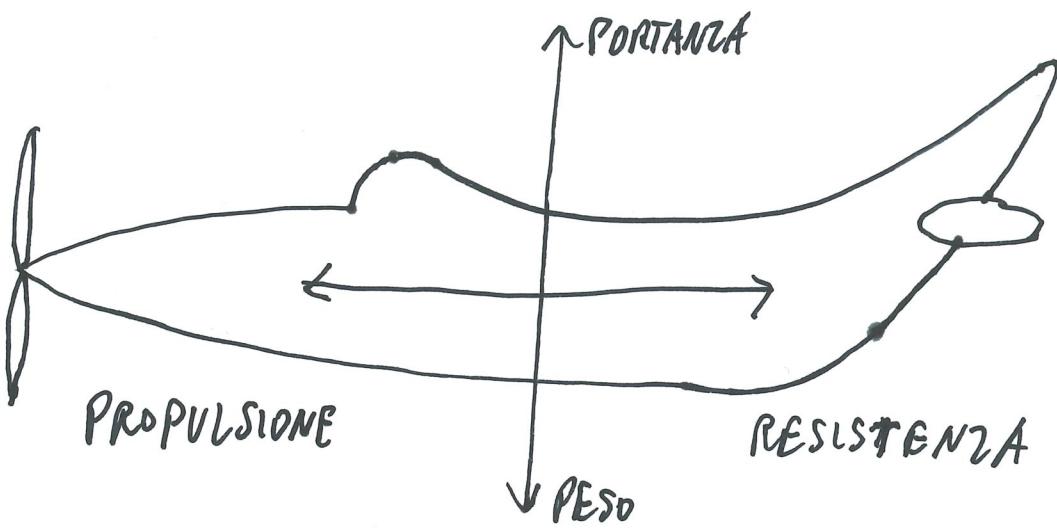
LA PRESSIONE DELL'ARIA SULLA PARTE SUPERIORE DI MINUISCE \Rightarrow LA PRESSIONE CHE AGISCE SULLA PARTE INFERIORE DELLA STRISCIA RIESCE A SPINGERE LA STRISCIA VERSO L'ALTO

- SINTESI: LA CORRENTE SUPERIORE, PIÙ VELOCE, HA MINOR PRESSIONE, MENTRE LA CORRENTE INFERIORE, PIÙ LENTA, HA MAGGIOR PRESSIONE E SOSTIENE LA STRISCIA DI CARTA. (BERNOULLI)



$$\text{PRESSIONE} = \text{FORZA PER UNITÀ DI SUPERFICIE} = p = \frac{F}{A}$$

] SEFL-1[



- QUANDO L'AEREO SI MUOVE, IL BORDO ANTERIORE DI CLASCUA ALA DIVIDE L'ARIA IN DUE CORRENTI:

UNA CHE PASSA SOPRA L'ALA, L'ALTRA CHE PASSA SOTTO L'ALA. LE DUE CORRENTI SI INCONTRANO DI NUOVO POSTERIORMENTE. DATA LA FORMA DELL'ALA CHE E' RICURVA SOPRA E PIATTA SOTTO, LA CORRENTE SUPERIORE E' PIU' VELOCE ED HA QUINDI MINOR PRESSIONE. INVECE LA CORRENTE INFERIORE, DOVENDO PERCORRERE UN TRATTO PIU' BREVE, E' PIU' LENTA \Rightarrow HA MAGGIOR PRESSIONE E RIESCE A SOSTENERE L'APPARECCHIO.

N.B. NON E' L'ARIA CHE SI MUOVE, MA E' L'ALA CHE AVANZA NELL'ARIA, PERO' TUTTO AVVIENE "COME SE L'ALA POSSE FERMATA", IMMERSA IN UNA CORRENTE D'ARIA.

Esercizi per la Lezione 1

(L1.1) Calcolare i rapporti

(anni della Terra)/(anni dell'Universo), (massa della Terra)/(massa del Sole),

(massa del Sole)/(massa dell'Universo Visibile),

(massa dell'elettrone)/(massa dell'atomo di idrogeno).

(L1.2) Quale frazione della massa del sistema solare risiede nel Sole?

(L1.3) Come si esprime il numero reale associato ad ogni grandezza fisica dimensionale? È definita l'operazione di somma o differenza di grandezze aventi dimensione fisica diversa?

(L1.4) Sono definite le operazioni di prodotto o rapporto di grandezze aventi dimensione fisica diversa? In caso affermativo, si facciano esempi.

(L1.5) Convertire in metri al secondo una velocità di 60 miglia all'ora.

(L1.6) Si ripeta per una settimana la misura del diametro del Sole, riportando i singoli risultati D_i e la loro media aritmetica

$$\overline{D} = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{n},$$

ove n indica il numero di misure effettuate.

(L1.7) Si consideri il sistema Luna (L), Terra (T), Sole (S). Supponendo che l'angolo

$$S\hat{L}T = \frac{\pi}{2},$$

e detto α l'angolo $L\hat{T}S$, come si ricava la distanza Terra-Sole se è nota la distanza Terra-Luna?

Esercizi per la Lezione 2

(L2.1) Si calcoli il rapporto

(ordine di grandezza di 0.0091)/(ordine di grandezza di 0.0039).

(L2.2) Esprimete la vostra età E nella forma

$$E = \alpha_E 10^{b_E}.$$

Quanto vale il rapporto $(b_E)_{\text{studente}}/(b_E)_{\text{docente}}$?

(L2.3) Si calcoli la somma $137 + 11.22 + 5.1$.

(L2.4) Si arrotondino 8.86 e 5.43.

(L2.5) Si calcoli l'area di un piatto rettangolare di lati 10.69 cm e 5.41 cm.

(L2.6) Per una particella in moto lungo una retta, sia $x_i = -2m$, $x_f = 7m$. Quanto vale lo spostamento?

(L2.7) Siano \vec{A} e \vec{B} due vettori nello spazio euclideo tridimensionale, di componenti (A_x, A_y, A_z) e (B_x, B_y, B_z) in coordinate cartesiane ortogonali. Il loro prodotto vettoriale si può ottenere dalla definizione

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \vec{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \vec{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \vec{k}.$$

Si calcoli dunque il prodotto vettore di $\vec{A}(2, 1, 3)$ e $\vec{B}(1, 4, 5)$.

(L2.8) Assegnati due vettori non nulli \vec{A} e \vec{B} , quando è massimo il rapporto

$$\frac{|\vec{A} \cdot \vec{B}|}{|\vec{A} \times \vec{B}|}$$

? Quanto vale tale massimo?

(L2.9) Si sommino nel piano i vettori

$$\vec{A} = \vec{i} + 6\vec{j}, \quad \vec{B} = -2\vec{i} + 5\vec{j}.$$

(L2.10) Una particella compie tre spostamenti consecutivi (in unità di metri, non indicati):

$$\vec{S}_1 = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k}, \quad \vec{S}_2 = 4.4\vec{i} - 5.6\vec{j} + 8\vec{k}, \quad \vec{S}_3 = -4\vec{i} + 6\vec{j}.$$

Si calcoli lo spostamento totale risultante, e il suo modulo.

Esercizi per la Lezione 3

(L3.1) Un punto materiale compie un moto rettilineo, e nel primo tratto ha una velocità media di 7ms^{-1} per 5 minuti, mentre nel secondo tratto ha una velocità media di 8ms^{-1} per 4 minuti. Si calcolino gli spostamenti nei due tratti, e la velocità media risultante. Si confronti la velocità media con la media aritmetica delle due velocità.

(L3.2) Un punto materiale compie un moto rettilineo seguendo la legge oraria $x(t) = 4t^2$, in unità adimensionali. Si calcolino la velocità media e la velocità istantanea.

(L3.3) Una particella si muove lungo l'asse x con legge oraria (in metri)

$$x(t) = 2t + 6t^2.$$

Calcolare spostamento e velocità media negli intervalli (in secondi) $t \in [0, 1]$, $t \in [1, 4]$. Si calcoli inoltre la velocità istantanea come funzione del tempo, e il suo valore dopo 3 secondi.

(L3.4) La velocità di un'auto passa dal valore iniziale di 20ms^{-1} al valore finale di 55ms^{-1} in 20s . Si calcoli l'accelerazione media.

(L3.5) In un moto lungo l'asse x , sia (in metri al secondo) $v_x = 20 - 7t^2$. Si calcoli l'accelerazione media nell'intervallo (in secondi) $t \in [0, 4]$, e la si confronti col valore dell'accelerazione istantanea dopo 4 secondi.

Esercizi per la Lezione 4

(L4.1) In un tubo a raggi catodici, un elettrone accelera uniformemente in linea retta da una velocità di $2.5 \cdot 10^4 ms^{-1}$ a una velocità di $5.5 \cdot 10^6 ms^{-1}$ lungo un percorso di 3 cm. Per quanto tempo è stato accelerato l'elettrone?

(L4.2) Un'auto viaggia a velocità costante di $50ms^{-1}$, e una moto della polizia inizia a inseguirla dopo un secondo, con accelerazione di $4ms^{-2}$. Dopo quanto tempo la polizia raggiunge l'auto?

(L4.3) Una pietra viene lanciata verso l'alto con velocità iniziale di $25ms^{-1}$, da un edificio alto $48m$. Dopo quanto tempo la pietra raggiunge la massima altezza? Qual è dunque l'altezza massima raggiunta? Quanto tempo impiega la pietra per tornare al livello del lanciatore? Qual è la velocità della pietra all'istante in cui è tornata al livello del lanciatore? Calcolare velocità e posizione della pietra dopo 6 secondi, e discutere il risultato.

Esercizi per la Lezione 5

(L5.1) Una particella si trova all'origine del sistema xy al tempo $t = 0$, con velocità iniziale $\vec{v}_i = (10\vec{i} - 12\vec{j})ms^{-1}$, e si muove nel piano con accelerazione costante $\vec{a} = 5ms^{-2}\vec{i}$.

(i) Calcolare le componenti della velocità in funzione del tempo, e dunque la velocità in funzione del tempo. (ii) Calcolare la velocità dopo $7s$, e il suo modulo dopo $7s$. (iii) Calcolare l'angolo

$$\theta = \arctan \left(\frac{v_y}{v_x} \right)$$

dopo $7s$.

(L5.2) Una pietra viene scagliata verso l'alto dalla sommità di un edificio, con un angolo di 25 gradi rispetto all'orizzontale, e con velocità iniziale di $18ms^{-1}$. Si trascuri la resistenza dell'aria e la variazione dell'accelerazione di gravità con la distanza dal suolo. (i) Se l'edificio è alto $48m$, per quanto tempo la pietra rimane in volo? (ii) Calcolare la velocità lungo l'asse y e il modulo della velocità totale della pietra appena di colpire il suolo.

(L5.3) Si fornisca la formula e poi il valore dell'accelerazione centripeta della Terra nel suo moto orbitale attorno al Sole.

Esercizi per la Lezione 6

(L6.1) Se due auto percorrono un tratto di autostrada a 90 Km/h, un osservatore sul ciglio della strada assegna ad una di esse la velocità di 90 Km/h, mentre un osservatore che viaggia nell'altra auto vede che la prima auto è sempre nella stessa posizione relativa, e le assegna una velocità nulla. Si sviluppi una descrizione vettoriale di tale situazione, e poi ci si riduca per semplicità ad un moto unidimensionale.

Esercizi per la Lezione 7

(L7.1) Come si definisce un sistema di riferimento inerziale? Perché è importante questo concetto? Come si può dunque enunciare la prima legge di Newton? Si fornisca almeno un esempio di sistema di riferimento approssimativamente inerziale.

(L7.2) Un astronauta ha una massa di 65.7 Kg sulla Terra. Qual è dunque il suo peso sulla Terra? E quale sarebbe il suo peso sulla Luna?

(L7.3) Un disco da hockey su ghiaccio viene colpito simultaneamente da due mazze diverse, alle quali corrispondono rispettivamente una forza \vec{F}_1 di modulo 4 Newton e una forza \vec{F}_2 di modulo 9 Newton. Si supponga che il vettore \vec{F}_1 giaccia nel quarto quadrante del piano xy , e che formi un angolo di 30 gradi con l'asse x , mentre il vettore \vec{F}_2 giaccia tutto nel primo quadrante e formi un angolo di 50 gradi con l'asse x . (i) Si calcoli la forza totale lungo l'asse x . (ii) Si calcoli la forza totale lungo l'asse y . (iii) Si calcolino le accelerazioni lungo gli assi x ed y , e il modulo dell'accelerazione totale del disco. (iv) Si calcoli l'angolo

$$\theta = \arctan \left(\frac{a_y}{a_x} \right).$$

(L7.4) (i) Si calcoli come il modulo dell'accelerazione di gravità dipende dalla massa M_T della Terra e dal raggio R_T della Terra sulla superficie terrestre. (ii) Detto $g(0)$ tale valore, si calcoli poi $g(h)$, ovvero il modulo dell'accelerazione di gravità ad una quota h rispetto alla superficie terrestre. (iii) Indi si calcoli il rapporto

$$\frac{g(h)}{g(0)}$$

per ogni valore di h e di R_T , e se ne fornisca un valore approssimato. (iv) A quale quota dovremmo volare per ottenere una riduzione del nostro peso del 5 per cento rispetto al valore $mg(0)$ sulla superficie terrestre?

(L7.5) Immaginiamo che venga scoperto un altro pianeta PX del sistema solare, con raggio pari al doppio del raggio terrestre. Quale dovrebbe essere la massa di tale pianeta, al fine di garantire un ugual peso sulla superficie della Terra e sulla superficie di PX ?

Esercizi per la Lezione 8

(L8.1) Un corpo di massa m_1 venga portato alla quota H , e un corpo di massa m_2 venga portato alla quota h . Detto ρ il rapporto dei rispettivi pesi, si scriva la formula che esprime come ρ dipende da m_1, m_2, h, R_T . A quale forma si riduce ρ in prima approssimazione?

(L8.2) Si confrontino: la forza agente su un proiettile in caduta libera, e l'associata forza di reazione; la forza esercitata da un martello su un chiodo, e la forza esercitata dal chiodo sul martello; la forza esercitata dalla Terra sul monitor di un computer fermo su un tavolo, e la forza di reazione che il monitor esercita sulla Terra.

(L8.3) Si consideri un blocco che scivola su una superficie scabra inclinata rispetto all'orizzontale. Sia l'asse x giacente su tale superficie, e dunque sia l'asse y perpendicolare a tale superficie. Inoltre, sia θ l'angolo formato dalla forza peso con l'asse y . (i) Qual è la formula per il coefficiente d'attrito statico μ_s , correlato all'angolo critico θ_c per il quale il blocco inizia a muoversi? (ii) Come si può misurare il coefficiente d'attrito dinamico μ_d ? (iii) Per una cassa in moto con accelerazione costante $a = \alpha g(0)$ lungo uno scivolo che forma un angolo di 45 gradi col piano del pavimento, si calcoli μ_d in funzione di α . (iv) In quale intervallo giacciono i valori di α ammissibili?

Esercizi per la Lezione 9

(L9.1) Un corpo di massa m è sospeso ad un filo di lunghezza L . Il corpo ruota su una circonferenza di raggio r nel piano, con velocità costante in modulo, pari a v . Il filo descrive la superficie di un cono, e si parla dunque di pendolo conico. (i) Detto θ l'angolo formato dal filo con la verticale, si calcoli come v dipende da L e da θ . (ii) Si calcoli $v(L)$ quando $\theta = 45$ gradi. (iii) Fissato il valore di L , esiste un valore di θ che rende massimo v ? (iv) Qual è il tempo necessario a completare una rivoluzione, per L e θ arbitrari?

(L9.2) Si consideri un'auto in moto su una strada sopraelevata di un angolo θ . (i) Qual è la componente orizzontale della forza normale? (ii) Quando la forza di attrito statico si annulla, come si esprime l'accelerazione centripeta? (iii) Qual è la condizione di equilibrio nella direzione verticale? (iv) Come dipende l'angolo di sopraelevazione dalla velocità dell'auto?

(L9.3) Un pilota di massa m esegue su un jet il cosiddetto *giro della morte*, ovvero percorre il bordo di un cerchio di raggio 2.5 Km, alla velocità di modulo costante $= 220ms^{-1}$. (i) Qual è la forza del sedile sul pilota nel punto più basso della circonferenza? (ii) Qual è invece la forza normale nel punto più alto della circonferenza?

(L9.4) Una sfera di massa m è legata all'estremità di un filo di lunghezza R che ruota sul bordo di un cerchio di centro O . (i) Detto θ l'angolo fra la tensione \vec{T} del filo e la forza peso, calcolare l'accelerazione tangenziale e il modulo T della tensione. (ii) Qual è il valore massimo di T , e per quale valore di θ viene raggiunto?

(L9.5) Per un oggetto di massa m che cade in un fluido a bassa velocità, si assuma una forza di viscosità

$$\vec{R} = -b\vec{v},$$

ove il parametro b dipende dalle proprietà del mezzo e dalla forma e dimensioni dell'oggetto. Tale forza ha verso opposto alla forza peso. (i) Si calcoli come la velocità dell'oggetto dipende dal tempo e dal rapporto $\tau = \frac{m}{b}$. (ii) Quando la forza viscosa eguaglia il peso, qual è il valore della velocità limite? (iii) Qual è il significato di τ ?

Esercizi per la Lezione 10

(L10.1) Si considerino nel piano i vettori che, in coordinate cartesiane, sono espressi nella forma

$$\vec{A} = 4\vec{i} + 5\vec{j}, \vec{B} = 2\vec{i} - 6\vec{j}.$$

Si calcoli l'angolo formato da tali vettori.

(L10.2) Si dimostri che, quando viene svolto lavoro su un sistema, e la sola variazione nel sistema è il modulo della sua velocità, il lavoro compiuto dalla forza risultante egualia la variazione dell'energia cinetica del sistema.

(L10.3) Una molla avente costante elastica $k = 75$ Newton/metro è tenuta fissa ad una estremità, mentre una forza esterna viene applicata all'estremità libera, e si ha

$$x_A = 0, x_B = 5 \text{ cm.}$$

Qual è il lavoro svolto dalla forza esterna sulla molla?

(L10.4) Una molla di costante elastica $1.5 \cdot 10^3$ N/m è in posizione verticale su un tavolo. Un blocco di massa 1.8 Kg viene tenuto a 2 metri sopra l'estremità libera della molla. Se il blocco cade verticalmente sulla molla, qual è la massima compressione della molla?

Esercizi per la Lezione 11

(L11.1) Un blocco di 5 Kg, inizialmente fermo, viene tirato verso destra da una forza orizzontale costante di 11 N. Sia $\mu_d = 0.16$ il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e superficie. (i) Qual è la variazione di energia cinetica del blocco dopo che si è spostato di 4 metri? (ii) Qual è dunque la velocità finale del blocco?

(L11.2) Un blocco di massa 1.8 Kg è legato ad una molla orizzontale che ha una costante elastica di $2 \cdot 10^3$ N/m. La molla viene compressa di 3 cm e poi rilasciata. Qual è la velocità del blocco quando passa attraverso la posizione d'equilibrio $x = 0$ se la superficie è priva di attrito?

(L11.3) Un ascensore di massa $1.2 \cdot 10^3$ Kg ha una portata massima di 850 Kg, e una forza d'attrito costante di $3.5 \cdot 10^3$ N ritarda il suo moto verso l'alto. Quale deve essere la minima potenza erogata dal motore per far salire l'ascensore con velocità $3.2 ms^{-1}$?

(L11.4) Come si può esprimere l'energia potenziale gravitazionale di un sistema corpo-terra per oggetti vicini alla superficie terrestre? Si usi la formula del lavoro svolto nel sollevare il corpo.

Esercizi per la Lezione 12

(L12.1) Una palla di massa M cade da un'altezza h rispetto al suolo. (i) Trascurando la resistenza dell'aria, determinare la velocità della palla quando si trova ad una quota y rispetto al suolo. (ii) Qual è invece la velocità v_f della palla in y se la sua velocità iniziale v_i è non nulla in $y_i = h$? (iii) Si calcoli il valore di v_f se $v_i = 15ms^{-1}$, $h = 20$ metri, $y = 10$ metri.

(L12.2) Una cassa di 4 Kg scivola giù lungo una rampa lunga 2 metri, e inclinata di 45 gradi. La cassa parte da ferma e subisce una forza di attrito costante di 4 Newton. Qual è la velocità della cassa quando raggiunge la base della rampa?

(L12.3) Un bambino di massa M scende lungo uno scivolo di altezza $h = 2$ metri. Se il bambino parte da fermo, qual è la sua velocità nel punto più basso, nell'ipotesi che l'attrito sia nullo?

(L12.4) Un blocco di massa 0.7 Kg ha velocità iniziale $V_A = 1.3ms^{-1}$ verso destra e urta contro una molla leggera di costante elastica $K = 45$ N/m. Se la superficie fosse senza attrito, quale sarebbe la massima compressione della molla dopo l'urto?

(L12.5) Si calcoli l'energia potenziale che compete ad una forza elastica in problemi unidimensionali.

Esercizi per la Lezione 13

- (L13.1) (i) Ricordando la forma della forza di gravità che, secondo Newton, agisce su una particella di massa m ad opera della Terra, si ricavi l'energia potenziale gravitazionale ad essa associata. (ii) Se tale particella viene spostata di δy in prossimità della superficie terrestre, si dimostri che l'associata variazione di energia potenziale gravitazionale è proporzionale a δy .
- (L13.2) Nel caso del pendolo semplice con piccoli valori dell'angolo θ , ovvero $\theta < 0.2$ radianti, si risolva l'equazione differenziale per θ con le condizioni iniziali $\theta(0) = 0.15$ radianti, $\dot{\theta}(0) = 0.10$.
- (L13.3) Nel caso del pendolo fisico, sotto le stesse ipotesi sull'angolo θ fatte in (L13.2), si ricavi la relazione fra il periodo T e il momento d'inerzia. Come si può dunque misurare il momento d'inerzia di un corpo rigido planare?
- (L13.4) Si dimostri che la pressione in un liquido dipende solamente dalla profondità.

Esercizi per la Lezione 14

(L14.1) In un elevatore per auto, dell'aria compressa esercita una forza su un pistone di raggio 6 cm. Tale pressione viene poi trasmessa a un secondo pistone di raggio 18 cm.

(i) Quale forza deve esercitare l'aria compressa per sollevare un'auto che pesa $1.36 \cdot 10^4$ Newton? (ii) Quale pressione sarà prodotta da tale forza?

(L14.2) Dell'acqua arriva a un'altezza H di una diga lunga L . Qual è la forza risultante sulla diga?

(L14.3) Si consideri un oggetto completamente immerso in un liquido. Sotto quale condizione l'oggetto accelera verso l'altro? Sotto quale ipotesi, invece, l'oggetto affonda? Come fa dunque un pesce a nuotare a varie profondità?

(L14.4) Qual è invece la condizione di galleggiamento di un oggetto solo parzialmente immerso in acqua?

(L14.5) Quali forze agiscono su una corona di materiale ignoto immersa in acqua? Come si può calcolare il volume della corona? E la sua densità?

Esercizi per la Lezione 15

- (L15.1) In una cisterna viene inserito un rubinetto collegato ad un tubo, col quale si riesce a riempire un barile da 35 litri in 6 minuti. Si determini la sua portata.
- (L15.2) Un rubinetto ha una portata di 0.03 litri al secondo. Si determini il tempo necessario per riempire una cisterna da 600 litri.
- (L15.3) Si consideri dell'acqua in moto stazionario attraverso un tubo di sezione variabile. Si calcoli come la velocità di fuoriuscita dipende dalle aree delle sezioni in ingresso e in uscita, e dalla velocità iniziale.
- (L15.4) Un fluido scorre alla velocità di $6m\ s^{-1}$ in un tubo avente sezione di $16m^2$. Ad un certo punto il tubo si restringe e la sua sezione diventa di soli $4m^2$. Si determini la velocità con cui si muove il fluido nel punto più stretto.
- (L15.5) Un pescatore colpisce per errore una imbarcazione con la sua fiocina. Se la variazione di quota risultante è 12 metri, si calcoli la velocità con la quale l'acqua entra nell'imbarcazione.
- (L15.6) Se un serbatoio viene aperto in atmosfera, la velocità del liquido in uscita da un foro a distanza h sotto la superficie egualia la velocità acquistata da un oggetto in caduta libera lungo una distanza verticale. (i) Si ottenga la formula per la posizione orizzontale di una particella di fluido all'istante in cui colpisce il tavolo. (ii) Posto $h = y_2 - y_1$, quale valore di y_1 massimizza tale posizione orizzontale? Dunque, dove deve trovarsi il foro di uscita?

Esercizi per la Lezione 16

(L16.1) Durante il mese di Giugno, la temperatura a Napoli può raggiungere i 38 gradi Celsius. Si converta tale valore in Kelvin e in Fahrenheit.

(L16.2) Durante lavori domestici, una goccia di pittura cade sul bulbo caldo di una lampadina accesa. Si descriva il processo che può condurre alla rottura del vetro.

(L16.3) Cosa si intende per gas perfetto? Come si definisce la mole di una sostanza?

(L16.4) L'equazione di stato è una equazione che lega tra loro pressione P , volume V e temperatura T , ovvero

$$f(P, V, T) = 0.$$

(i) Qual è la forma di f per un gas perfetto? (ii) Nel caso di gas Elio trattato come gas perfetto, imponendo che non esca gas dalla bombola che lo contiene, si ottenga come la temperatura finale T_f dipende dalla temperatura iniziale T_i , e dai valori iniziali e finali di pressione e volume. (iii) Imponendo che una bomboletta spray contenga un gas a volume costante, si ottenga come la pressione finale dipende dalla pressione iniziale e dai valori iniziale e finale della temperatura.

Esercizi per la Lezione 17

(L17.1) Uno studente mangia smoderatamente e assume 2200 Cal. Poi decide di sollevare un oggetto di 52 Kg per una altezza di 2.2 metri per smaltire tale eccesso. Quante volte dovrebbe sollevare il peso? Si assuma un ritmo idealizzato di un sollevamento ogni 6 secondi.

(L17.2) Se il sole cede quantità eguali di energia alla spiaggia e all'acqua, perché l'aria al di sopra del suolo raggiunge una temperatura più alta dell'aria al di sopra dell'acqua? E perché durante il giorno si ha una brezza dal mare verso terra? Di notte, invece, si raffredda più rapidamente la sabbia o l'acqua?

(L17.3) Un lingotto di metallo di 0.04 Kg viene riscaldato a 190 Celsius e poi lasciato cadere in un secchio termicamente isolato contenente 0.35 Kg d'acqua inizialmente a 19 Celsius. Se la temperatura finale di equilibrio del sistema è 22.1 Celsius, calcolare il calore specifico del metallo.

(L17.4) Quanto tempo occorre per far evaporare 1.2 Kg di elio liquido?

Esercizi per la Lezione 18

(L18.1) Si riportino in una tabella le equazioni che caratterizzano le seguenti trasformazioni: adiabatiche, espansione libera, isobare, isocore, isoterme, cicliche.

(L18.2) Un bicchiere viene mantenuto capovolto su una superficie d'acqua, e poi viene portato alla profondità h sotto la superficie, intrappolando l'aria nel bicchiere, mentre la temperatura dell'acqua non varia durante la discesa. (1) Qual è la frazione del volume del bicchiere occupato dall'aria alla profondità h ? (2) L'associata quantità di calore è positiva o negativa? Come si interpreta il suo segno?

(L18.3) L'energia necessaria per aumentare la temperatura di n moli di gas da T_i a T_f può essere resa indipendente dal cammino fra gli stati iniziale e finale? Perché?

Esercizi per la Lezione 19

(L19.1) Si discutano in dettaglio le 5 fasi del processo di carica per induzione di un conduttore.

(L19.2) Come si può comprendere il fenomeno della polarizzazione di molecole?

(L19.3) Si calcoli il rapporto tra il modulo della forza gravitazionale e il modulo della forza elettrostatica tra un elettrone e un protone in un atomo d'idrogeno, che hanno una separazione media di $5.3 \cdot 10^{-11}$ metri. Cosa ci indica tale risultato?

Esercizi per la Lezione 20

(L20.1) Si calcoli la forma esatta del modulo del campo elettrico di un dipolo, denotando con a la distanza delle cariche q e $-q$ dall'origine, e con y l'ordinata del punto P equidistante da q e da $-q$. Nei punti lontano dal dipolo, dove si ha dunque $y \gg a$, a quale forma si riduce il modulo del campo elettrico?

(L20.2) Si consideri una sbarretta carica, e siano l la lunghezza della sbarretta, a la sua distanza dall'origine nel piano XY , λ la densità lineare uniforme di carica, Q la carica totale positiva. Qual è il campo elettrico in un punto P lungo l'asse della sbarretta? A quale forma si riduce tale campo elettrico se $a \gg l$?

(L20.3) Si consideri un anello uniformemente carico, e siano a il raggio dell'anello e Q la carica totale. Si calcoli il campo elettrico in un punto P a distanza x dal centro dell'anello.

(L20.4) Una carica q puntiforme è soggetta ad un campo elettrico costante in modulo, direzione e verso lungo l'asse x . (i) Si risolva l'equazione del moto con le condizioni iniziali $x_i = 0$ e $v_i = 0$. (ii) Quanto vale l'energia cinetica della carica dopo aver percorso una distanza $x = x_f - x_i$? (iii) Che relazione esiste tra accelerazione della particella e verso del campo elettrico?

(L20.5) Si consideri il campo elettrico tra due piastre metalliche cariche di segno opposto. L'elettrone di carica q_e viene sparato orizzontalmente con velocità iniziale $\vec{v}_i = v_i \hat{i}$. Il campo elettrico è nel verso positivo di y , e sia

$$x_i = 0, v_{x_i} = v_i, v_{y_i} = 0.$$

Si calcoli ascissa e ordinata della posizione dell'elettrone dopo un tempo t .

(L20.6) Per un elettrone soggetto ad un campo elettrico uniforme di 10^4 N/C, si calcoli il rapporto tra il modulo della forza elettrica e il modulo della forza peso.

(L20.7) Un elettrone soggetto ad un campo elettrico

$$\vec{E} = 200 \text{ N/C} \vec{j}$$

per un tratto orizzontale $l = 0.15$ metri, possiede velocità la cui componente costante lungo l'asse x è

$$v_x(t) = v_i = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s.}$$

Si calcoli l'accelerazione dell'elettrone lungo l'asse y , il tempo speso all'interno del campo elettrico e il suo spostamento verticale dopo aver attraversato il campo elettrico.

Esercizi per la Lezione 21

- (L21.1) Si converta un Volt/metro in unità di Newton/Coulomb.
- (L21.2) Un protone in quiete è posto in campo elettrico uniforme di $7 \cdot 10^4$ Volt/metro, diretto lungo il semiasse $x > 0$. Il protone si sposta dunque di 0.6 metri nella direzione del campo elettrico. (i) Si calcoli la differenza di potenziale che ne risulta. (ii) Qual è la variazione di energia potenziale del sistema carica-campo?
- (L21.3) Si dimostri che, per una carica puntiforme isolata, le superfici equipotenziali sono una famiglia di sfere concentriche alla carica.
- (L21.4) Una carica di $3 \mu\text{C}$ è posta nell'origine, e una carica di $-7 \mu\text{C}$ è sull'asse y nella posizione $(0, 4)$ metri. Qual è il potenziale elettrico dovuto a queste cariche nel punto $P = (5, 0)$ metri?
- (L21.5) Nello spazio euclideo tridimensionale è assegnato il potenziale elettrico
- $$V = 5x^2y + 3y^2 + 4yz.$$
- Si calcolino le componenti E_x, E_y, E_z del campo elettrico risultante.
- (L21.6) Sull'asse x si realizza un dipolo mediante una carica q di coordinate $(a, 0)$ e una carica $-q$ di coordinate $(-a, 0)$. (i) Si calcoli il risultante potenziale elettrico V in un punto P di coordinate $(x, 0)$, ove $x > a$. (ii) Si calcoli il campo elettrico in P e la sua forma limite lontano dal dipolo, ovvero quando $x \gg a$.
- (L21.7) Si consideri un anello uniformemente carico, e un punto P a distanza x dal centro dell'anello, che a sua volta dista a dai punti sul bordo dell'anello. Ogni elemento di carica dq si trova alla stessa distanza da P . Si calcoli il potenziale elettrico in P e il campo elettrico in P .

Esercizi per la Lezione 22

(L22.1) Una sfera isolante di raggio R ha una densità di carica per unità di volume positiva e uniforme, e una carica totale Q . (i) Calcolare il potenziale elettrico in un punto al di fuori della sfera, ovvero per $r \gg R$ o comunque $r > R$. Si assuma che il potenziale si annulla se $r = \infty$. (ii) Quanto vale il potenziale in $r = R$, e perché? (iii) Calcolare il potenziale in un punto D interno alla sfera, ossia per $r < R$.

(L22.2) Si dimostri che ogni punto sulla superficie di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico si trova allo stesso potenziale.

(L22.3) Due sfere conduttrici cariche di raggi r_1, r_2 sono collegate da un sottile filo conduttore. Le sfere siano abbastanza distanti, così che il campo elettrico dell'una non influenzi quello dell'altra. La presenza del filo rende possibile trattare l'intero sistema come un solo conduttore. (i) Si dimostri che la sfera più piccola ha densità superficiale di carica maggiore. (ii) Il campo elettrico vicino alla sfera più piccola è maggiore o minore del campo elettrico vicino alla sfera più grande?

(L22.4) Si dimostri che, dato un conduttore di forma arbitraria, contenente una cavità, il campo elettrico all'interno della cavità si annulla. Dunque, durante un temporale, conviene restare all'interno o all'esterno della nostra automobile?