Example of discrete distribution:

I. Uniform distribution:

Tung xúc xắc, xác suất xuất hiện một mặt bất kỳ là 1/6 (xúc xắc có 6 mặt).

II. Bernoulli distribution:

Tung một đầu xu không đồng chất, xác suất ra mặt sấp là 0.7, ra mặt ngửa là 0.3 thì ta có phân phối cho biến ngẫu nhiên A là sự kiện ra mặt sấp (A = 1 nếu mặt sấp, A = 0 nếu mặt ngửa) là Bernoulli Bern(p) với p = 0.7 và 1 – p = 0.3.

Một hộp đựng bi có 10 bi đỏ và 5 bi vàng thì biến ngẫu nhiên A là sự kiện lấy ra bi đỏ thành công (A = 1 hoặc A = 0) là phân phối Bernoulli với p = 10/15 và q = 1 – p = 5/15.

III. Binomial distribution:

Quay lại với đồng xu không đồng chất, sấp 0.7 và ngửa 0.3 ở trên, tung đồng xu 7 lần, biến ngẫu nhiên A là số lần ra mặt ngửa có phân phối nhị thức với n = 7, p = 0.3, ta có:

P(A = 3) = 7C3 * 0.3^3 * 0.7^4

P(A = 7) = 7C7 * 0.3^7 * 0.7^1

IV. Multinomial distribution:

Quay lại với hộp đựng bi, giả sử có 4 bi đỏ, 5 bi vàng, 6 bi xanh trong hộp, lấy bi ra có hoàn lại, gọi vector ngẫu nhiên A là số bi các màu lấy ra sau khi lấy 9 lần (có hoàn lại) từ trong hộp, khi đó: $A = [A1, A2, A3]^T$ với A1 là số bi đỏ được lấy ra, A2 là số bi vàng được lấy ra, A3 là số bi xanh được lấy ra.

A1 + A2 + A3 = 9

Vì lấy có hoàn loại nên mỗi lần lấy thì xác suất luôn giữ nguyên là: xác suất lấy ra bi đỏ: 4/15, bi xanh 5/15 và bi vàng 6/15.

4/15 + 5/15 + 6/15 = 1

Vì mỗi lần lấy (trong 9 lần) chỉ có một màu bi có thể xuất hiện (không có 1 bi 2 màu) => mutual exclusion

Và xác suất các màu mỗi lần lấy độc lạc lẫn nhau => independent

Vậy ta có vector ngẫu nhiên A tuân theo phân phối Multinomial(n, p)

với $p = [4/15, 5/15, 6/15]^T$ và n = 9

Ví dụ ta muốn tính xác suất sau 9 lần lấy có hoàn lại các viên bi có 2 bi đỏ, 3 bi vàng và 4 xanh:

$P(A = [2, 3, 4]^T) = \frac{9!}{2!3!4!}(4/15)^2(5/15)^3(6/15)^4$

V. Hypergeometric distribution:

Lại là cái hộp với mấy viên bi, 8 bi đỏ và 12 bi vàng, nhưng lần này ta lấy không hoàn lại (lấy ra 1 viên thì số lượng và tỉ lệ màu sẽ khác => xác suất lần lấy thứ n + 1 ≠ lần thứ n => xác suất có điều kiện), vì chỉ có 2 lựa chọn và chúng loại trừ lẫn nhau (giống phân phối nhị thức). Gọi biến ngẫu nhiên A là sự kiện số bi đỏ lấy được sau 10 lần đấy ta có phân phối siêu bội

Hypergeometric(N, n, K) với N là 20 (tổng bi), K = 8 là số bi đỏ, và n = 10 là số bi lấy ra hay số lần lấy.

Xác suất: P(A = 6) = $\frac{8C6 * 12C4}{20C10}$

VI. Multivariate Hypergeometric distribution:

Lại là cái hộp và mấy viên bi, lại là Hypergeometric, nhưng lần này nhiều màu hơn, ta có được Multivariate Hypergeometric distribution.

8 bi đỏ, 10 bi vàng và 12 bi xanh, A là vector ngẫu nhiên với A = $[A1, A2, A3]^T$ và A1 A2 A3 lần lượt là số bi đỏ vàng xanh sau n = 15 lần lấy, giống như phân phối nhị thức đa biến nhưng lần này ta không hoàn lại giống như đã làm với phân phối siêu bội.

P(A = $[4, 5, 6]^T$) = $\frac{8C4 * 10C5 * 12C6}{20C10}$

VII. Geometric distribution:

Quay lại đồng xu không đồng chất – sấp 0.7 và ngửa 0.3, vậy xác suất lần ngửa đầu tiên xuất hiện sau 3 lần tung đồng xu là ??? Ta gọi biến ngẫu nhiên X là số lần ra mặt ngửa trước khi ra lần sấp đầu tiên hoặc là số lần tung (tính từ lần đầu là lần 0) để có mặt sấp thì ta có X tuân theo phân phối hình học với p = 0.7. Ví dụ:

P(A = 8) = 0.7 * 0.3 ^ 8

- nghĩa là có 8 lần ra mặt ngửa trước khi ra lần sấp đầu tiên (n = number of failures), hay là số lần tung là 8 lần để có lần sấp đầu tiên (lần 0 – 7 là ngửa, lần thứ 8 là sấp)

VIII. Negative Binomial distribution:

Lại là đồng xu không đồng chất, lại sấp 0.7 và ngửa 0.3. Ta muốn biết xác suất lần thứ 3 ra mặt xấp là lần tung thứ 9 của đồng xu (tính từ lần đầu là 1) hoặc tương đương lần thứ 3 ra mặt xấp đã có 6 lần đồng xu ra ngửa.

Gọi X là biến ngẫu nhiên số lần đồng xu ra ngửa trước khi đồng xu ra đủ 3 lần xấp (num of failures).

P(X = 6) = 8C6 * (0.7 ^ 3) * (0.3 ^ 6)