

Дискретная математика – 2021

Вопросы к экзамену

Модуль 1. Теория множеств

1. Способы задания множеств. Универсальное, конечное, пустое, равные множества. Включения и подмножества. Диаграмма Эйлера–Венна. Мощность конечного множества.
2. Операции над множествами. Свойства операций над множествами.
3. Упорядоченные пары и кортежи. Прямое (декартово) произведение множеств, его свойства и геометрическая интерпретация.
4. Отображения и соответствия. Инъективное, сюръективное, биективное отображения. Обратное соответствие. Сечение соответствия.
5. Способы задания соответствий. Бинарные отношения. Способы задания бинарных отношений.
6. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, иррефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность, плотность. График отношения.
7. Классы отношений: эквивалентность, толерантность. Отношения порядка.
8. Разбиение множества. Классы эквивалентности. Фактор-множество. Связь понятий отображения, разбиения, эквивалентности.
9. Отношения порядка и сопоставленные им отношения. Упорядоченные множества.
10. Наибольший, максимальный, наименьший, минимальный элементы упорядоченного множества. Верхние и нижние грани множества. Точные верхняя и нижняя грани. Принцип двойственности для упорядоченных множеств. Вполне упорядоченное множество.
11. Индуктивные упорядоченные множества. Теорема о неподвижной точке.
12. Диаграммы Хассе для конечных упорядоченных множеств.
13. Мощность множеств. Отношение равномощности. Счетные множества. Нумерации.
14. Свойства счетных множеств. Равномощные множества.
15. Свойства счетных множеств при сравнении их мощностей. Теорема Кантора–Бернштейна. Теорема о квадрате.
16. Композиция соответствий: понятие и порядок построения.
17. Обобщенная композиция соответствий. Свойства композиции соответствий. Композиция бинарных отношений.

Дискретная математика – 2021

Вопросы к экзамену

Модуль 2. Теория графов

18. Понятие графа. Ориентированные и неориентированные графы. Мультиграф. Простой, полный, дополнительный графы.
19. Отношения смежности и инцидентности в графах. Порядок графа, степень и полустепени вершин.
20. Способы задания графов.
21. Части графа: подграфы и суграфы. Изоморфизм графов.
22. Теоретико-множественные операции на графах.
23. Маршрут, цепь, цикл, путь, контур в графе. Прямое и обратное транзитивные замыкания.
24. Понятие связности. Простая и сильная связность. Компонента связности. Алгоритм Мальгранжа разложения орграфа на компоненты сильной связности.
25. Соответствие понятий маршрута и связности. Точка сочленения графа и теорема о ней. i -связный граф.
26. Порядковая функция орграфа без контуров. Алгоритм Демукрона отыскания порядковой функции орграфа.
27. Теорема (Эйлера) об эйлеровом цикле в связном неографе.
28. Эйлеров обход в графе. Алгоритм Флэри построения эйлерова цикла в связном неографе.
29. Гамильтоновы графы. Классические задачи о гамильтоновом цикле. Теорема Оре о гамильтоновом графе.
30. Эйлеровость и гамильтоновость в орграфах.
31. Паросочетания. Задача о назначениях. Двудольные графы (графы Кёнига).
32. Планарные графы. Понятие грани. Теорема Эйлера о плоском графе и следствия из нее. Теорема «о пяти красках».
33. Гомеоморфизм графов. Теорема Понтрягина–Куратовского о планарном графе. Искаженность и толщина графа.
34. Деревья. Основные свойства деревьев. Ориентированные деревья. Бинарные деревья. Дерево решений.
35. Остовы. Циклический и коциклический ранги. Задача Штейнера.
36. Задача об остове экстремального веса. Алгоритм Прима.
37. Кратчайшие пути в графе: постановка задачи. Отыскание кратчайшего пути в невзвешенном графе.
38. Алгоритм Дейкстры отыскания кратчайшего пути во взвешенном графе.
39. Алгоритм Беллмана–Форда отыскания кратчайшего пути во взвешенном графе.
40. Поток в транспортной сети: постановка задачи. Полный и максимальный поток в сети.

41. Поток в транспортной сети: увеличивающий маршрут и алгоритм его построения. Алгоритм Форда–Фалкерсона отыскания максимального потока в сети.

42. Понятие разреза транспортной сети. Минимальный разрез. Теорема Форда–Фалкерсона о максимальном потоке в сети.

Дискретная математика – 2021

Вопросы к экзамену

Модуль 3. Теория булевых функций

43. Понятие булевой функции. Способы задания булевых функций. Существенные и несущественные переменные. Элементарные булевы функции одной и двух переменных.

44. Логические формулы. Соотношение понятий функции и формулы. Булев базис и булева алгебра. Свойства булевых операций.

45. Алгебра и полином Жегалкина. Свойства операций базиса Жегалкина. Приведение булевой функции к полиномиальному представлению. Теорема о полиноме Жегалкина.

46. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы булевых функций. Методика приведения булевой функции, заданной произвольной формулой, к ДНФ и КНФ.

47. Совершенные ДНФ и КНФ. Методика приведения булевой функции к СДНФ и СКНФ.

48. Минимизация булевых функций: постановка задачи. Импликанты. Простые импликанты. Сокращенная, тупиковая и минимальная формы булевой функции (в классе ДНФ).

49. Этапы получения минимальной ДНФ булевой функции. Единичный гиперкуб. Геометрическая интерпретация задачи минимизации булевой функции.

50. Метод карт Карно (диаграмм Вейча) минимизации булевой функции в классе ДНФ. Обоснование сокращения ранга покрывающих импликант.

51. Метод Квайна–Мак-Класки минимизации булевой функции в классе ДНФ.

52. Классы Поста булевых функций: сохраняющих константу нуля и константу единицы, линейных и монотонных.

53. Двойственность булевых функций. Способ отыскания функции, двойственной к заданной. Теоремы о двойственности. Класс Поста самодвойственных функций.

54. Замкнутый класс. Полные системы булевых функций. Теорема Поста. Примеры полных систем булевых функций.