

CEL PROJEKTU

Celem projektu jest symulacja nieustalonego przepływu ciepła w zadanych danych początkowych z wykorzystaniem metody elementów skończonych.

Stworzono siatkę gdzie pojedynczy element ma zadane cztery węzły a równania rozwiązałyśmy za pomocą eliminacji Gaussa.

Wstęp teoretyczny

Równanie Fouriera dla procesu niestacjonarnego (nieustalonego) ma postać:

$$\operatorname{div}(k(t)\operatorname{grad}(t)) + Q = c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau},$$

albo w przypadku anizotropowych własności cieplnych:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x(t) \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y(t) \frac{\partial t}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z(t) \frac{\partial t}{\partial z} \right) + \left(Q - c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} \right) = 0.$$

wyznaczanie temperatury t_1

$$\left([H] + \frac{[C]}{\Delta \tau} \right) \{t_1\} - \left(\frac{[C]}{\Delta \tau} \right) \{t_0\} + \{P\} = 0.$$

W takim przypadku wyznaczenie $\{t_1\}$ wymaga rozwiązania układu równań
Zgodnie z otrzymanymi wzorami można zapisać macierz $[C]$:

macierz sztywności H

$$[H] = \int_V k \left(\left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \right\} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial x} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right\} \left\{ \frac{\partial \{N\}}{\partial y} \right\}^T \right) dV + \\ + \int_S \alpha \{N\} \{N\}^T dS,$$

$$[C] = \int_V c \rho \{N\} \{N\}^T dV.$$

- $$-H ([H]+[C]/dt)-----$$

[illegible]

```

----- P ({P}+{[C]/dt}*{T0}) -----
15033.333 18066.667 18066.667 15033.333 18066.667 12133.333 12133.333 18066.667
18066.667 12133.333 12133.333 18066.667 15033.333 18066.667 18066.667 15033.333

```

- Ostatnia iteracja dt=500

```

----- H ([H]+[C]/dt)-----
36.815 4.241 0.000 0.000 4.241 -4.963 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
4.241 66.963 4.241 0.000 -4.963 5.148 -4.963 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 4.241 66.963 4.241 0.000 -4.963 5.148 -4.963 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 4.241 36.815 0.000 0.000 -4.963 4.241 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
4.241 -4.963 0.000 0.000 66.963 5.148 0.000 0.000 4.241 -4.963 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
-4.963 5.148 -4.963 0.000 5.148 120.593 5.148 0.000 -4.963 5.148 -4.963 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 -4.963 5.148 -4.963 0.000 5.148 120.593 5.148 0.000 -4.963 5.148 -4.963 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 -4.963 4.241 0.000 0.000 5.148 66.963 0.000 0.000 -4.963 4.241 0.000 0.000 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 4.241 -4.963 0.000 0.000 66.963 5.148 0.000 0.000 4.241 -4.963 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 -4.963 5.148 -4.963 0.000 5.148 120.593 5.148 0.000 -4.963 5.148 -4.963 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -4.963 5.148 -4.963 0.000 5.148 120.593 5.148 0.000 -4.963 5.148 -4.963
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -4.963 4.241 0.000 0.000 5.148 66.963 0.000 0.000 -4.963 4.241
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 4.241 -4.963 0.000 0.000 36.815 4.241 0.000 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -4.963 5.148 -4.963 0.000 4.241 66.963 4.241 0.000
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -4.963 5.148 -4.963 0.000 4.241 66.963 4.241
0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 0.000 -4.963 4.241 0.000 0.000 4.241 36.815
----- P ({P}+{[C]/dt}*{T0}) -----
35785.031 56372.405 56372.405 35785.031 56372.405 81538.939 81538.939 56372.405
56372.405 81538.939 81538.939 56372.405 35785.031 56372.405 56372.405 35785.031

```

Temperatury

krok dt=50s	temperatura minimalna	temperatura maksymalna
1. 50s	110.04	365.82
2. 100s	168.84	502.59
3. 150s	242.80	587.37
4. 200s	318.61	649.39
5. 250s	391.26	700.07
6. 300s	459.04	744.06
7. 350s	521.59	783.38
8. 400s	579.03	818.99
9. 450s	631.69	851.43
10. 500s	679.91	881.06

Porównanie z przykładowymi wynikami niżej:

Max and min temperature in each step

Time[s]	MinTemp[s]	MaxTemp[s]
50	110.038	365.815
100	168.837	502.592
150	242.801	587.373
200	318.615	649.387
250	391.256	700.068
300	459.037	744.063
350	521.586	783.383
400	579.034	818.992
450	631.689	851.431
500	679.908	881.058

Wyniki są prawie identyczne z przykładowymi zarówno w pierwszej jak i ostatniej iteracji. Gdzie w ostatnim kroku maksymalna temperatura 881.058 == 881.06, minimalna 679.908 == 679.91. Tak samo wyniki macierzy H i wektora P.

Wyniki programu są w znacznym stopniu zbliżone do przykładowych wyników w udostępnionych przypadkach testowych. Błędy całkowania i błędy zaokrągleń będą wpływają na wynik końcowy.