Structuri de Date și Algoritmi Tipuri particulare de liste

Mihai Nan

Departamentul de Calculatoare Facultatea de Automatică și Calculatoare Universitatea POLITEHNICA din București



Anul Universitar 2022-2023



Conținutul cursului

- 1 Listă cu santinelă
- 2 Listă circulară
- 3 Listă dublu înlănțuită cu legături XOR
- 4 Probleme tip interviu

- În implementările de până acum a fost nevoie să tratăm separat cazurile limită (adăugarea la început / ștergerea de la început).
- Acest lucru se întâmpla, deoarece aceste operații modificau pointerul pe care îl foloseam pentru a accesa elementele din listă.

- În implementările de până acum a fost nevoie să tratăm separat cazurile limită (adăugarea la început / ștergerea de la început).
- Acest lucru se întâmpla, deoarece aceste operații modificau pointerul pe care îl foloseam pentru a accesa elementele din listă.

Pentru a scăpa de acest inconvenient, consider că lista are un nod suplimentar la început care nu conține informație utilă și pe care îl folosesc pentru a nu mai fi nevoie de modificarea lui head.

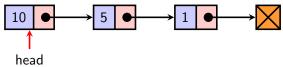
- În implementările de până acum a fost nevoie să tratăm separat cazurile limită (adăugarea la început / ștergerea de la început).
- Acest lucru se întâmpla, deoarece aceste operații modificau pointerul pe care îl foloseam pentru a accesa elementele din listă.

Pentru a scăpa de acest inconvenient, consider că lista are un nod suplimentar la început care nu conține informație utilă și pe care îl folosesc pentru a nu mai fi nevoie de modificarea lui head.

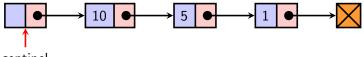
O santinelă este un nod fictiv care ne permite să simplificăm condițiile de la extreme.

Varianta simplu înlănțuită

Exemplu de listă fără santinelă

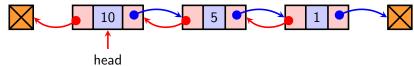


2 Exemplu de listă cu santinelă

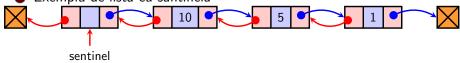


Varianta dublu înlănțuită

Exemplu de listă fără santinelă



2 Exemplu de listă cu santinelă



Listă cu santinelă – Definiția structurii

```
typedef int T;

typedef struct list {
   T value;
   struct list *next;
} *TList;
```

Listă cu santinelă – Definiția structurii

```
typedef int T;

typedef struct list {
    T value;
    struct list *next;
} *TList;
```



Cum putem inițializa o listă simplu înlănțuită cu santinelă?

Listă cu santinelă – Definiția structurii

```
typedef int T;

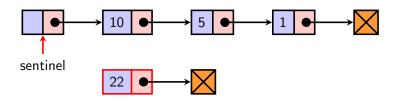
typedef struct list {
    T value;
    struct list *next;
} *TList;
```



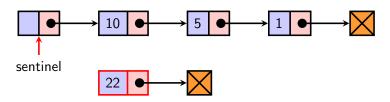
Cum putem inițializa o listă simplu înlănțuită cu santinelă?

```
7 TList initList() {
8    TList sentinel = calloc(1, sizeof(struct list));
9    return sentinel;
10 }
```

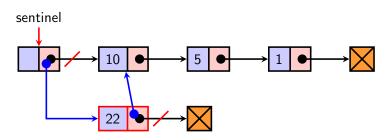
Listă cu santinelă – Adăugarea la început



Listă cu santinelă – Adăugarea la început

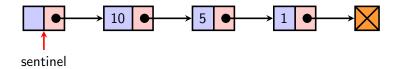


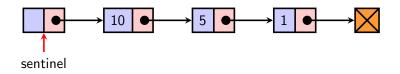
Refacerea legăturilor



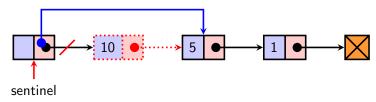
Listă cu santinelă – Adăugarea la început

```
TList createNode(T value) {
11
      TList node = malloc(sizeof(struct list));
12
      node->value = value;
13
      node->next = NULL;
14
      return node;
15
16
17
   TList insertFront(TList sentinel, T value) {
18
       TList node = createNode(value);
19
      node->next = sentinel->next:
20
       sentinel->next = node:
21
      return sentinel;
22
23
```





Ștergerea nodului și refacerea legăturilor



```
TList removeFront(TList sentinel) {
TList temp = sentinel->next;
if (temp != NULL)
sentinel->next = temp->next;
free(temp);
return sentinel;
}
```

```
TList removeFront(TList sentinel) {
   TList temp = sentinel->next;
   if (temp != NULL)
       sentinel->next = temp->next;
   free(temp);
   return sentinel;
}
```



Mai este nevoie ca aceste două funcții să întoarcă un rezultat?

```
TList removeFront(TList sentinel) {
   TList temp = sentinel->next;
   if (temp != NULL)
       sentinel->next = temp->next;
   free(temp);
   return sentinel;
}
```



Mai este nevoie ca aceste două funcții să întoarcă un rezultat?

Nu mai este nevoie pentru că ele nu vor ajunge să modifice sentinel.

Listă cu santinelă – Adăugare & ștergere

Putem să le rescriem astfel încât amândouă să fie de tip void.

```
void insertFront(TList sentinel, T value) {
18
      TList node = createNode(value);
19
      node->next = sentinel->next;
20
      sentinel->next = node;
21
   }
22
   void removeFront(TList sentinel) {
23
      TList temp = sentinel->next;
24
      if (temp != NULL)
25
          sentinel->next = temp->next;
26
      free(temp);
27
28
```

Listă cu santinelă – Adăugare & ștergere

Putem să le rescriem astfel încât amândouă să fie de tip void.

```
void insertFront(TList sentinel, T value) {
18
      TList node = createNode(value);
19
      node->next = sentinel->next;
20
      sentinel->next = node;
21
   }
22
   void removeFront(TList sentinel) {
23
      TList temp = sentinel->next;
24
      if (temp != NULL)
25
          sentinel->next = temp->next;
26
      free(temp);
27
   }
28
```



Am scăpat de dublu pointer la structură!

Listă cu santinelă – Afișarea

```
void print(TList sentinel) {
TList iter = sentinel->next;
while (iter != NULL) {
    printf("%d ", iter->value);
    iter = iter->next;
}
printf("\n");
}
```

Listă cu santinelă – Dealocarea memoriei

```
TList freeList(TList sentinel) {
39
       TList temp, iter = sentinel->next;
40
       while (iter != NULL) {
41
          temp = iter;
42
          iter = iter->next;
43
          free(temp);
44
45
       free(sentinel);
46
      return NULL:
47
48
```

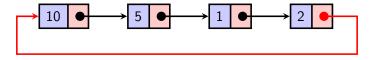
Listă cu santinelă – Exemplu

```
int main() {
41
      TList sentinel = initList();
42
       sentinel = insertFront(sentinel, 1);
43
       sentinel = insertFront(sentinel, 5);
44
       sentinel = insertFront(sentinel, 10);
45
      print(sentinel);
46
       sentinel = removeFront(sentinel);
47
      print(sentinel);
48
       sentinel = freeList(sentinel);
49
      return 0:
50
51
```

Listă circulară

- Câmpul next al ultimului nod din listă o să pointeze către primul nod.
- Trebuie să avem grijă când parcurgem lista pentru a nu traversa lista la infinit.

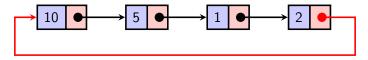
Reprezentare grafică



Listă circulară

- Câmpul next al ultimului nod din listă o să pointeze către primul nod.
- Trebuie să avem grijă când parcurgem lista pentru a nu traversa lista la infinit.

Reprezentare grafică



Definitia structurii

```
typedef int T;

typedef struct node {
   T value;
   struct node* next;
} *List;
```

Listă circulară – Inițializarea listei



Cum putem inițializa lista vidă?

Listă circulară – Inițializarea listei



Cum putem inițializa lista vidă?

```
7 List init() {
8    return NULL;
9 }
```



Cum putem crea lista care conține un singur element?

```
List createList(T data) {
List node = malloc(sizeof(struct node));
node->value = data;
node->next = node;
return node;
}
```

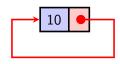
Listă circulară – Inițializarea listei



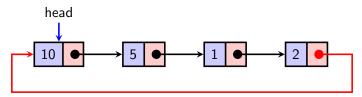
Cum putem crea lista care conține un singur element?

```
List createList(T data) {
List node = malloc(sizeof(struct node));
node->value = data;
node->next = node;
return node;
}
```

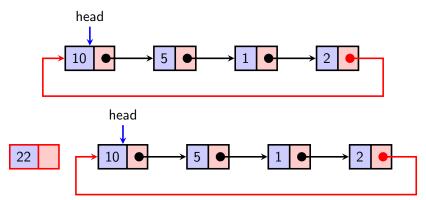
Reprezentare grafică



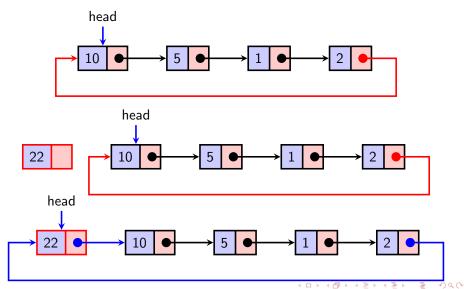
Pornesc de la următoarea listă și vreau să inserez valoarea 22 la început.



Pornesc de la următoarea listă și vreau să inserez valoarea 22 la început.



Pornesc de la următoarea listă și vreau să inserez valoarea 22 la început.



Am văzut anterior că avem de modificat două legături? Cum le putem modifica?

Am văzut anterior că avem de modificat două legături? Cum le putem modifica?



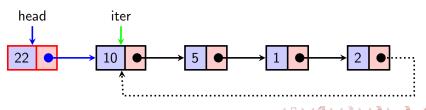
O să fie nevoie să parcurgem lista pentru a identifica *ultimul*

Am văzut anterior că avem de modificat două legături? Cum le putem modifica?



nod!

O să fie nevoie să parcurgem lista pentru a identifica $\mathit{ultimul}$

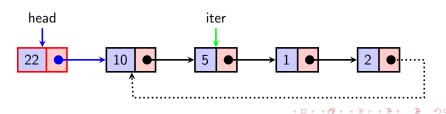


Am văzut anterior că avem de modificat două legături? Cum le putem modifica?



nod!

O să fie nevoie să parcurgem lista pentru a identifica *ultimul*

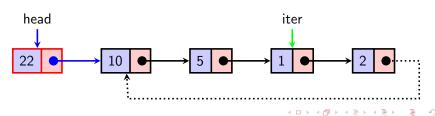


Am văzut anterior că avem de modificat două legături? Cum le putem modifica?



nod!

O să fie nevoie să parcurgem lista pentru a identifica *ultimul*

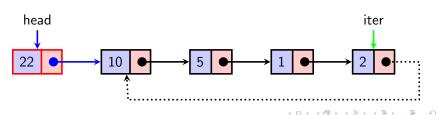


Am văzut anterior că avem de modificat două legături? Cum le putem modifica?



nod!

O să fie nevoie să parcurgem lista pentru a identifica *ultimul*





Când trebuie să mă opresc?



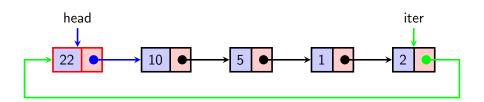
Când trebuie să mă opresc?

Atunci când iter->next o să fie egal cu adresa de început a listei în care vreau să inserez!



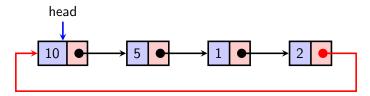
Când trebuie să mă opresc?

Atunci când iter->next o să fie egal cu adresa de început a listei în care vreau să inserez!

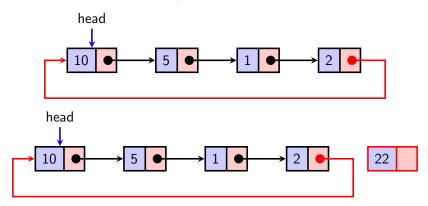


```
List insertFront(List head, T data) {
16
       List node = createList(data);
17
       if (head == NULL)
18
          return node;
19
       node->next = head;
20
       List iter = head;
21
       while (iter->next != head)
22
          iter = iter->next:
23
       iter->next = node:
24
       return node;
25
26
```

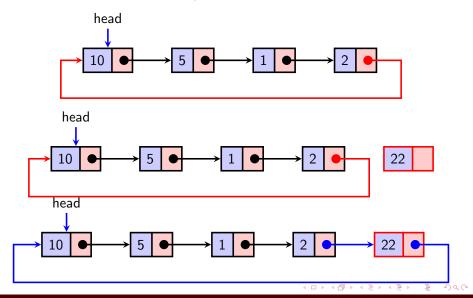
Pornesc de la următoarea listă și vreau să inserez valoarea 22 la final.



Pornesc de la următoarea listă și vreau să inserez valoarea 22 la final.



Pornesc de la următoarea listă și vreau să inserez valoarea 22 la final.



```
List insertRear(List head, T data) {
27
      List node = createList(data);
28
       if (head == NULL)
29
          return node;
30
      node->next = head;
31
      List iter = head;
32
      while (iter->next != head)
33
          iter = iter->next:
34
       iter->next = node:
35
      return head;
36
37
```

Listă circulară – Inserare la început / final



Care sunt diferențele între cele două tipuri de inserare?

```
List insertFront(List head, T data){ 27 List insertRear(List head, T data){
16
        List node = createList(data):
                                                    List node = createList(data):
17
                                            28
18
        if (head == NULL)
                                            29
                                                    if (head == NULL)
19
           return node:
                                            30
                                                       return node:
20
       node->next = head:
                                            31
                                                    node->next = head;
       List iter = head;
                                                    List iter = head;
                                            32
22
       while (iter->next != head)
                                            33
                                                    while (iter->next != head)
           iter = iter->next;
                                                       iter = iter->next;
23
                                            34
24
        iter->next = node:
                                            35
                                                    iter->next = node:
25
       return node:
                                            36
                                                   return head:
                                                }
26
                                            37
```

Listă circulară – Inserare la început / final



Care sunt diferențele între cele două tipuri de inserare?

```
List insertFront(List head, T data){ 27
                                                List insertRear(List head, T data){
16
        List node = createList(data):
                                                    List node = createList(data):
17
                                            28
18
        if (head == NULL)
                                            29
                                                    if (head == NULL)
                                                       return node;
19
           return node:
                                            30
20
       node->next = head:
                                            31
                                                    node->next = head:
       List iter = head;
                                                    List iter = head;
                                            32
       while (iter->next != head)
                                            33
                                                    while (iter->next != head)
           iter = iter->next;
                                                       iter = iter->next;
23
                                            34
24
        iter->next = node:
                                            35
                                                    iter->next = node:
                                                   return head:
25
       return node:
                                            36
26
                                            37
```



Diferă doar nodul pe care îl returnăm!

Listă circulară – Afișarea elementelor

```
void printList(List head) {
38
       if (head == NULL) {
39
          printf("NULL\n");
40
          return;
41
       List iter = head;
       do ₹
          printf("%d ", iter->value);
45
          iter = iter->next;
46
       } while (iter != head):
47
       printf("\n");
48
49
```

Listă circulară – Dealocarea memoriei

```
List freeList(List head) {
50
       if (head == NULL)
51
          return head;
52
       List temp, iter = head;
53
       do {
54
          temp = iter;
55
          iter = iter->next;
56
          free(temp);
57
       } while (iter != head);
58
       return NULL;
59
60
```

Listă circulară – Exemplu

```
int main() {
61
      List head = init():
62
      head = insertFront(head, 1);
63
      head = insertFront(head, 2);
64
      head = insertFront(head, 3);
65
      printList(head);
66
      printList(head->next);
67
      printList(head->next->next);
68
       head = freeList(head);
69
      return 0;
70
```

Listă circulară – Exemplu

```
int main() {
61
      List head = init():
62
      head = insertFront(head, 1);
63
      head = insertFront(head, 2);
64
      head = insertFront(head, 3);
65
      printList(head);
66
      printList(head->next);
67
      printList(head->next->next);
68
       head = freeList(head);
69
       return 0;
70
                   head
```

- Operația de adăugare la începutul listei are complexitatea O(N)
- ullet Operația de adăugare la finalul listei are complexitatea O(N)

- Operația de adăugare la începutul listei are complexitatea O(N)
- ullet Operația de adăugare la finalul listei are complexitatea O(N)



Putem optimiza cumva aceste două operații?

- ullet Operația de adăugare la începutul listei are complexitatea O(N)
- ullet Operația de adăugare la finalul listei are complexitatea O(N)



Putem optimiza cumva aceste două operații?

Problema apare, deoarece trebuie să determinăm *ultimul* nod din listă.

- Operația de adăugare la începutul listei are complexitatea O(N)
- Operația de adăugare la finalul listei are complexitatea O(N)



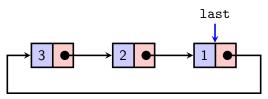
Putem optimiza cumva aceste două operații?

Problema apare, deoarece trebuie să determinăm *ultimul* nod din listă.

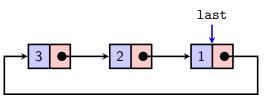


În loc să reținem primul nod din listă, îl reținem pe ultimul!

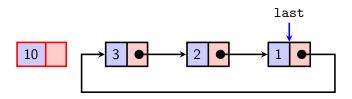
Pornim de la următoarea listă și inserăm la început.



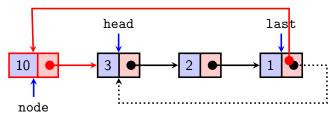
Pornim de la următoarea listă și inserăm la început.



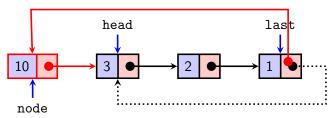
Construim un nod nou



Refacem legăturile



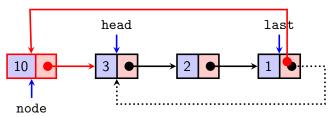
Refacem legăturile





Ce legături trebuie să refacem?

Refacem legăturile





Ce legături trebuie să refacem?

```
node = createList(data);
head = last->next;
node->next = head;
last->next = node;
```

```
List insertFront(List last, T data) {
List node = createList(data);
if (last == NULL)
return node;
List head = last->next;
node->next = head;
last->next = node;
return last;
}
```

```
List insertFront(List last, T data) {
List node = createList(data);
if (last == NULL)
return node;
List head = last->next;
node->next = head;
last->next = node;
return last;
```



Ce complexitate avem acum?

```
List insertFront(List last, T data) {
List node = createList(data);
if (last == NULL)
return node;
List head = last->next;
node->next = head;
last->next = node;
return last;
```

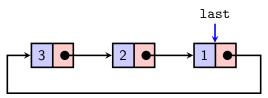


Ce complexitate avem acum?

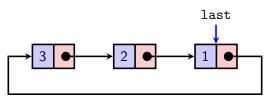


Complexitatea nu mai depinde de numărul de elemente: O(1)

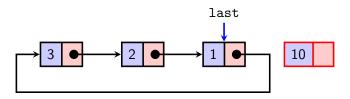
Pornim de la următoarea listă și inserăm la început.

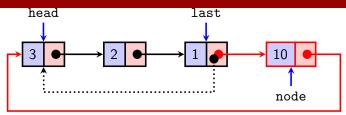


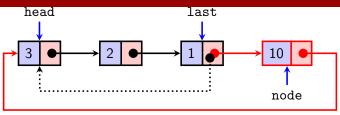
Pornim de la următoarea listă și inserăm la început.



Construim un nod nou

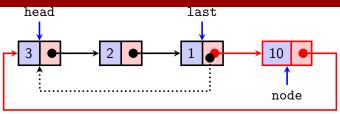








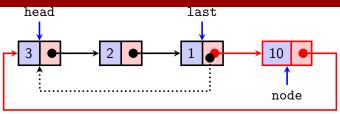
Ce legături trebuie să refacem?





Ce legături trebuie să refacem?

```
node = createList(data);
head = last->next;
node->next = head;
last->next = node;
```





Ce legături trebuie să refacem?

```
node = createList(data);
head = last->next;
node->next = head;
last->next = node;
```



Către cine trebuie să pointeze last?

```
List insertRear(List last, T data) {
10
       List node = createList(data);
11
       if (last == NULL)
12
          return node;
13
       List head = last->next;
14
       node->next = head:
15
       last->next = node;
16
       return node;
17
18
```

```
List insertRear(List last, T data) {
List node = createList(data);
if (last == NULL)
return node;
List head = last->next;
node->next = head;
last->next = node;
return node;
return node;
}
```



Ce complexitate avem acum?

```
List insertRear(List last, T data) {
List node = createList(data);
if (last == NULL)
return node;
List head = last->next;
node->next = head;
last->next = node;
return node;
return node;
}
```



Ce complexitate avem acum?



Complexitatea nu mai depinde de numărul de elemente: O(1)

Listă circulară – Afișarea elementelor

```
void printList(List last) {
19
       if (last == NULL) {
20
          printf("NULL\n");
21
          return;
22
23
       List head = last->next, iter = head;
24
       do {
25
          printf("%d ", iter->value);
26
          iter = iter->next;
27
       } while (iter != head);
28
       printf("\n");
29
30
```

Listă circulară – Dealocarea memoriei

```
List freeList(List last) {
19
       if (last == NULL)
20
          return last;
      List temp, head = last->next, iter = head;
22
      do {
23
         temp = iter;
24
          iter = iter->next;
25
          free(temp);
26
      } while (iter != head);
27
      return NULL;
28
29
```

Proprietățile operației XOR

Comutativitate

$$A \cap B = B \cap A$$

Asociativitate

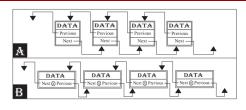
$$A ^ (B ^ C) = (A ^ B) ^ C$$

Element neutru

$$A \cap O = A$$

Propriul invers

$$A \cap A = 0$$



```
#define XOR(a, b) (List)((intptr_t)(a)^(intptr_t)(b))
   typedef struct node {
      int val;
3
      struct node *link;
4
   } *List;
   List initList(int val) {
      List list = malloc(sizeof(struct node));
8
      list->val = val;
      list->link = NULL;
9
   return list;
10
```

Inserarea la început

```
List insertHead(List head, int data) {
12
      List newNode = initList(data);
13
       if (head == NULL) {
14
          return newNode;
15
      } else {
16
         /* Update original link of head node */
17
          head->link = XOR(head->link, newNode);
18
          newNode->link = head:
19
          return newNode;
20
21
22
```

Ștergerea de la început

```
List deleteHead(List head) {
23
       if (!head)
24
          return head;
25
       List tmp = head->link;
26
       /* Update the link of new head */
27
       if (tmp)
28
          tmp->link = XOR(head, tmp->link);
29
       free(head);
30
       return tmp;
31
32
```

Afișarea listei

```
void printXorList(List head) {
33
       printf("NULL ");
34
       if (!head)
35
          return;
36
       List prev = NULL;
37
       while (head) {
38
          List tmp = head;
39
          printf("<- %d -> ", head->val);
40
          head = XOR(prev, head->link);
41
          prev = tmp;
42
43
       printf("NULL\n");
44
45
```

Dealocarea memoriei

```
List freeList(List head) {
46
       if (!head)
47
          return head;
48
       List prev = NULL;
49
       while (head) {
50
          List tmp = head;
51
          head = XOR(prev, head->link);
52
          if (prev != NULL) {
53
              free(prev);
54
55
          prev = tmp;
56
57
       if (prev != NULL)
58
          free(prev);
59
   }
60
```

```
int main() {
61
       int keys[] = \{1, 2, 3, 4, 5\};
62
       int n = sizeof(keys)/sizeof(keys[0]);
63
64
      List head = NULL:
65
       for (int i = n - 1; i >= 0; i--)
66
          head = insertHead(head, keys[i]);
67
68
       printXorList(head);
69
70
       head = freeList(head);
71
      return 0;
72
```

Enunț: Dându-se o listă simplu înlănțuită, determinați valoarea nodului din mijlocului listei cât mai eficient posibil. **NU** ne putem folosi de lungime în implementare.

Enunț: Dându-se o listă simplu înlănțuită, determinați valoarea nodului din mijlocului listei cât mai eficient posibil. **NU** ne putem folosi de lungime în implementare.



Ne vom folosi de doi pointeri pentru a parcurge lista: slow și



Când știm că am ajuns la mijloc?



Când fast ajunge la final, slow este la mijloc.

Enunț: Dându-se o listă simplu înlănțuită, determinați valoarea nodului din mijlocului listei cât mai eficient posibil. **NU** ne putem folosi de lungime în implementare.

Ne vom folosi de doi pointeri pentru a parcurge lista: slow și fast. Primul pointer sare peste un element la fiecare iterație, iar cel de-al doilea pointer sare peste 2 elemente la fiecare iterație.

Enunț: Dându-se o listă simplu înlănțuită, determinați valoarea nodului din mijlocului listei cât mai eficient posibil. **NU** ne putem folosi de lungime în implementare.

Ne vom folosi de doi pointeri pentru a parcurge lista: slow și fast. Primul pointer sare peste un element la fiecare iterație, iar cel de-al doilea pointer sare peste 2 elemente la fiecare iterație.



Când știm că am ajuns la mijloc?

Enunț: Dându-se o listă simplu înlănțuită, determinați valoarea nodului din mijlocului listei cât mai eficient posibil. **NU** ne putem folosi de lungime în implementare.

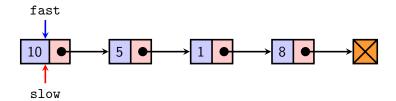
Ne vom folosi de doi pointeri pentru a parcurge lista: slow și fast. Primul pointer sare peste un element la fiecare iterație, iar cel de-al doilea pointer sare peste 2 elemente la fiecare iterație.

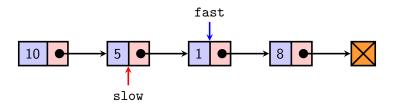


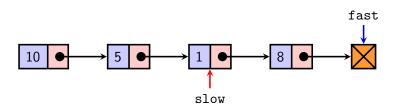
Când stim că am ajuns la mijloc?



Când fast ajunge la final, slow este la mijloc.

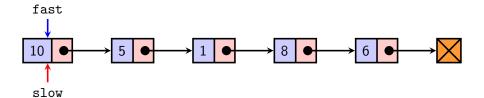


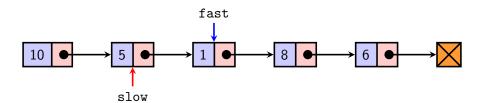


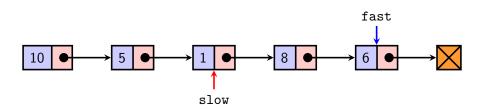


Observație

O să considerăm că în cazul în care lista are număr par de elemente acesta este elementul din *mijloc*.







Observație

În cazul în care lista are număr impar de elemente, ne oprim când fast->next == NULL.

Enunț: Implementați o funcție care primește o listă simplu înlănțuită cu N noduri și un număr natural k, ce se garantează că este mai mic sau egal cu N, și afișează ultimele k valori din listă în ordine inversă.

Exemple: list: 1->2->3->4->5, k = 2 output: 5 4

list: 3->10->6->9->12->2->8, k = 4

output: 8 2 12 9

Enunt: Implementati o functie care primeste o listă simplu înlăntuită cu N noduri si un număr natural k, ce se garantează că este mai mic sau egal cu N, si afisează ultimele k valori din listă în ordine inversă.

output: 5 4

list: 3->10->6->9->12->2->8, k = 4

output: 8 2 12 9



Ce concept ne-ar ajuta să implementăm această funcție?

Enunt: Implementați o funcție care primește o listă simplu înlănțuită cu N noduri si un număr natural k, ce se garantează că este mai mic sau egal cu N, si afisează ultimele k valori din listă în ordine inversă.

output: 5 4

list: 3->10->6->9->12->2->8, k = 4

output: 8 2 12 9



Ce concept ne-ar ajuta să implementăm această functie?



```
void printLastKRev(TList head, int *count, int k) {
   if (head == NULL)
        return;
   printLastKRev(head->next, count, k);
   (*count)++;
   if (*count <= k)
        printf("%d ", head->value);
}
```

```
void printLastKRev(TList head, int *count, int k) {
   if (head == NULL)
        return;
   printLastKRev(head->next, count, k);
   (*count)++;
   if (*count <= k)
        printf("%d ", head->value);
}
```



Cum pot apela această funcție?

```
void printLastKRev(TList head, int *count, int k) {
   if (head == NULL)
        return;
   printLastKRev(head->next, count, k);
   (*count)++;
   if (*count <= k)
        printf("%d ", head->value);
}
```



Cum pot apela această funcție?

```
int count = 0;
printLastKRev(head, &count, k);
```

Enunț: Implementați o funcție care inversează o listă dublu înlănțuită fără a folosi memorie suplimentară.

Enunț: Implementați o funcție care inversează o listă dublu înlănțuită fără a folosi memorie suplimentară.

Algorithm 1 Reverse

```
1: procedure Reverse(list)
 2:
          temp \leftarrow NULL
         current \leftarrow list
 3:
 4:
         while current \neq NULL do
              temp \leftarrow current \rightarrow prev
 5.
              current \rightarrow prev \leftarrow current \rightarrow next
 6:
 7:
              current \rightarrow next \leftarrow temp
 8:
              current \leftarrow current \rightarrow prev
         if temp \neq NULL then
 9:
10:
              list \leftarrow temp \rightarrow prev
         return list
```

Vă mulțumesc pentru atenție!

