Tartalomjegyzék

Tétel 8: Adatcsatorna tétel

A csatornák fogalma ehhez a tételhez is illik, de korábbi tételben már kifejtésre került, így nem lett itt is leírva.

Legyen F egy hosszú számítás, ami felbontható kis lépések kompoziciójára: $F = f_n \circ \cdots \circ f_0$. F-et a $D = \langle d_1, \ldots, d_m \rangle$ sorozat elemeire szeretnénk elemenként alkalmazni. Tegyük fel, hogy $m \gg n$, azaz nagyságrenddel több adatpontunk van, mint alkalmazandó függvényünk.

Célunk a számítás optimalizálása. Az egyik megközelítés, hogy j felé osztjuk az m adatpontot és mindegyik darabot (batch-et) egy külön számítási egységnek (például processzornak) adunk (j jelölje a processzorok számát), amik mind ugyan azt a programot futtatják: F-et alkalmazzák a batch-re.

Egy másik megközelítés, hogy n processzort használunk, mindegyik csak egy f_i függvény alkalmazásáért felel. Ezeket a processzorokat pipeline-szerűen egymás után helyezzük és csatornákkal összekötjük, így $n + m$ lépésben (feltéve, hogy az f_i függvények számítási ideje körülbelül azonos) előállítható az eredmény szemben az egyprocesszoros $n * m$ műveletigénnyel. Az adatcsatorna tétel ezt a megközelítést formalizálja.

Adatcsatorna specifikáció

$A = \overset{Ch(T)}{x_0} \times \overset{Ch(T)}{\overline{x_0}} \times \overset{Ch(T)}{x_{n+1}} \times \overline{\overset{Ch(T)}{x_{n+1}}}$

$B = \overset{Ch(T)}{x'_0} \times \overset{Ch(T)}{\overline{x'_0}} \times \overset{Ch(T)}{x'_{n+1}} \times \overline{\overset{Ch(T)}{x'_{n+1}}}$

Számomra teljes mértékben felfoghatatlan, hogy a paramétertér miért nem csupán egy D-t tartalmazó változóból áll.

- $Q = (x_0 = \overline{x_0} = x'_0 = \overline{x'_0} = D) \wedge (x_{n+1} = \overline{x_{n+1}} = x'_{n+1} = \overline{x'_{n+1}} =<>)$
- $Q \in INIT_h$
- $FP_h \Rightarrow \overline{x_{n+1}} = F(D)$ (utolsó csatornán a kimenet előáll)
- $Q \in TERM_h$
- $(\overline{x_0} = \overline{x'_0} = D) \in inv_h$ (D-n túl nem kerül feldolgozásra más elem)

Probléma: hiányoznak a köztes komponensek.

Adatcsatorna finomítás

A megoldás megtalálása érdekében bővítjük az állapotteret köztes csatornaváltozókkal és finomítjuk a specifikációt a fixpontfeltétel finomításának tétele alapján.

$A = (\times_{i=0}^{n+1} \overset{Ch(T)}{x_i} \times \overset{Ch(T)}{\overline{x_i}})$

$B = \overset{Queue(T)}{D}$

- $Q = (x_0 = \overline{x_0} = D) \wedge (x_{n+1} = \overline{x_{n+1}} =<>)$
- $Q \in INIT_h$

- $Q \in TERM_h$
- $(\overline{x_0} = D) \in inv_h$ (D-n túl nem kerül feldolgozásra más elem: zajmentesség egyik része)
- $FP_h \Rightarrow \forall i \in [0..n] : x_i = <>$
- $\forall i \in [0..n] : (f_i(\overline{x_i} - x_i) = \overline{x_{i+1}}) \in inv_h$ (sorrendhelyesség, veszteségmentesség, zajmentesség másik része)

A $FP_h \Rightarrow \overline{x_{n+1}} = F(D)$ állítás már nem része a specifikációnak, de belátható (fixpontfeltétel finomítás tétellel), hogy ez következik a specifikáció állításaiból.

A megfelelés bizonyításához variánsfüggvényt használhatunk. Legyen $t = \sum_{i=0}^{n} |x_i| * (m+1)^{n-i}$, azaz egy n helyiértékű, m+1 számrendszerbeli szám, amely számjegyei rendre a $|x_0|, \ldots, |x_n|$ csatornahosszak. Amikor egy adatpont az adatcsatornán a következő csatornára átadásra került, akkor a variánsfüggvény értéke csökken: egy nagyobb helyiértékű számjegy csökken és (ha nem a kimeneti csatornára került az adatpont) egy kisebb helyiértékű számjegy nő.

Adatcsatorna megoldás

$S = (\|_{i=1}^{n}\ x_i := <>;\ \left\{\Box_{i=1}^{n} x_i, x_{i+1} := lorem(x_i), hiext(x_{i+1}, f_i(lov(x_i))),\text{ ha } x_i \neq <>\right\})$