Relatório do LAB 5 de CCI-22

Nicolas Adauto
Guilherme Muniz

14/05/2023

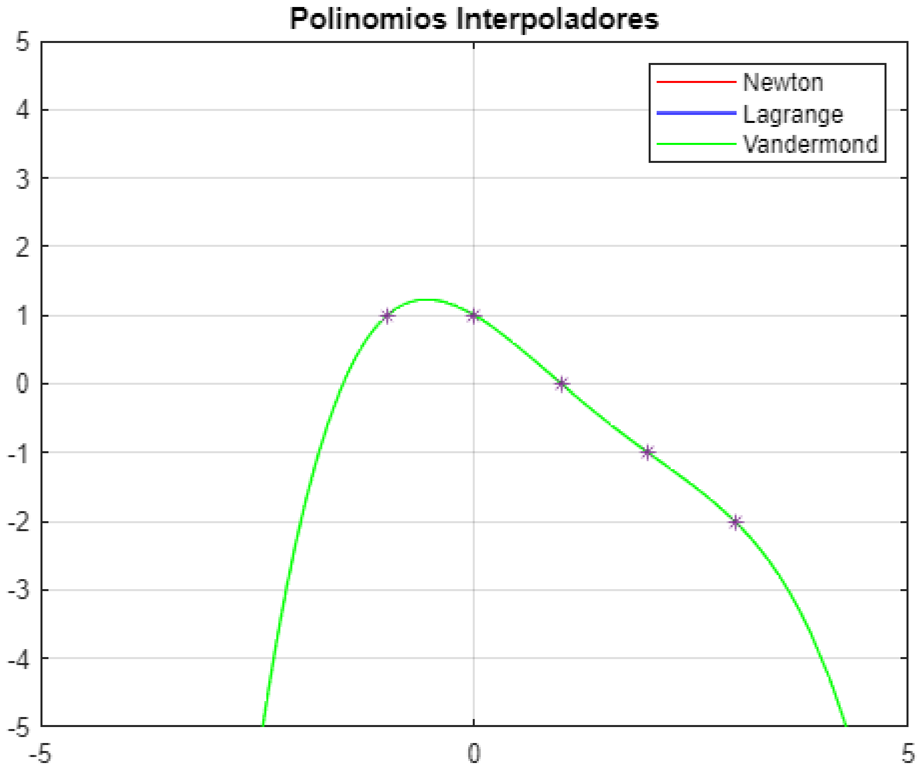
TAREFA 1

Calculando o polinômio pelos 3 métodos chegamos no mesmo resultado

g =

$$-\frac{x^4}{24}+\frac{x^3}{4}-\frac{11\,x^2}{24}-\frac{3\,x}{4}+1$$

O gráfico da plotagem desses polinômios foi o seguinte



Podemos observar que o polinômio foi idêntico nos 3 casos, tanto em Newton, Lagrange, Vandermonde. Tal qual o esperado teoricamente.

TAREFA 2

2)

a)

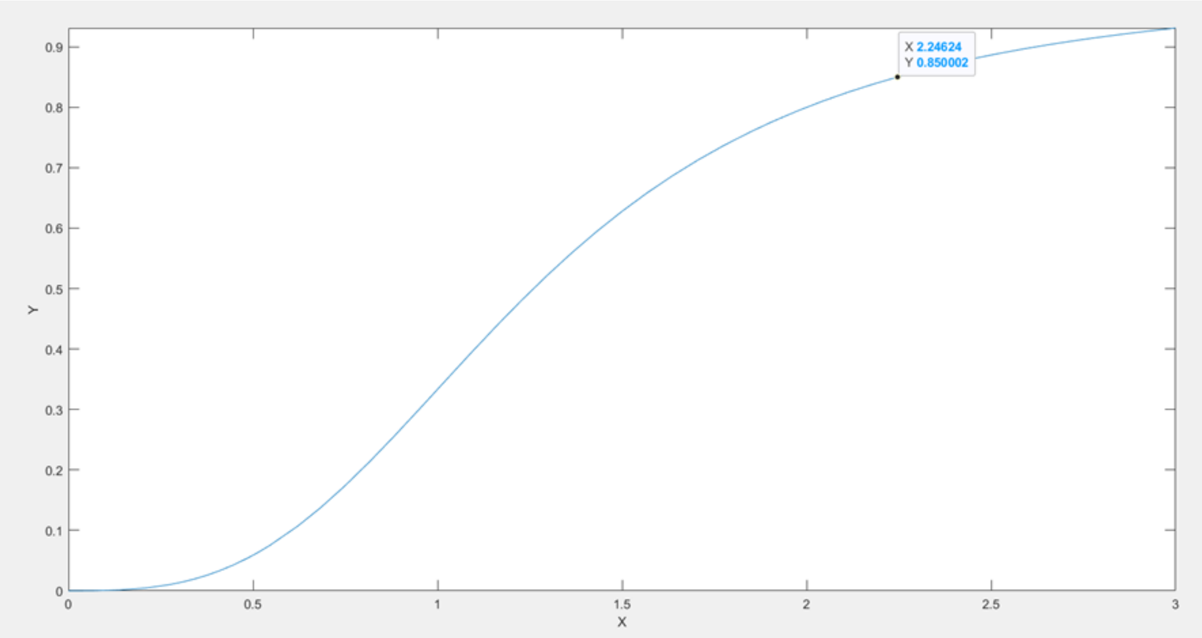


Figura 1: Gráfico da função f(x);

```
T =

    0.3330    0.4670   -0.1680
    0.8000    0.1310         0
    0.9310         0         0
```

Figura 2: Tabela dividida;

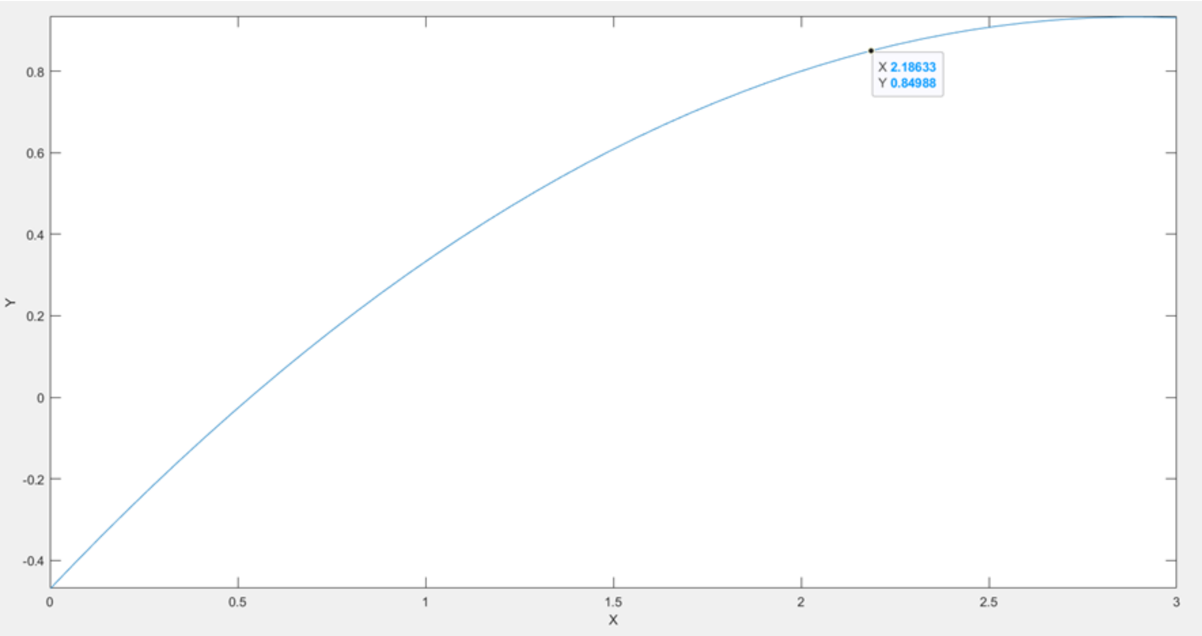


Figura 3: Gráfico do polinômio interpolador;

```
ans =

    3.5929
    2.1868
```

Figura 4: Valores de x tais que f(x) = 0.85;

Entramos 2.1868, contra 2.2462 que é a raiz exata, tendo então 2.64% de erro relativo e 0.0594 de erro absoluto.
O método utilizado para cálculo da raiz foi encontrando a raiz da função: g(x)=f(x)-0.85 utilizando a função roots (Figura 4).
Perceba que a precisão encontrada foi excelente, mas é visível que se a escolha dos pontos fosse diferente poderíamos ter um erro bem maior, mas como f(2) é bem próximo de 0.85, caso ele seja escolhido para efetuar a interpolação teremos muito provavelmente uma precisão considerável.

b)

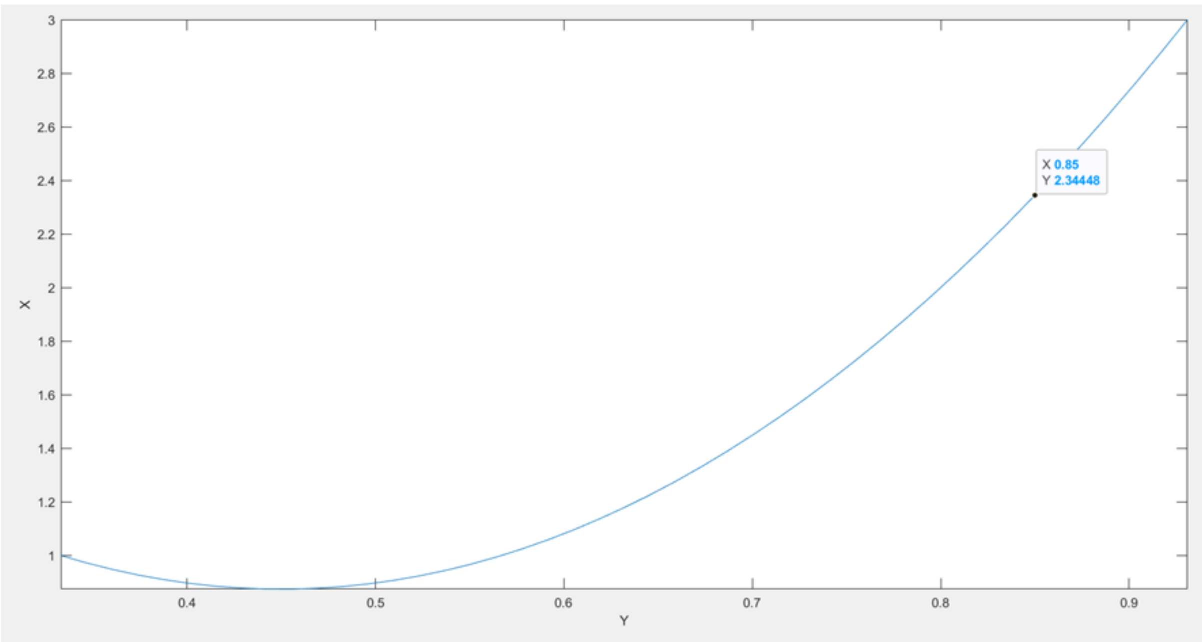


Figura 5: Gráfico da interpolação de f^(-1) (x);

```
T =

    1.0000    2.1413    9.1844
    2.0000    7.6336         0
    3.0000         0         0
```

Figura 6: Tabela de diferenças divididas;

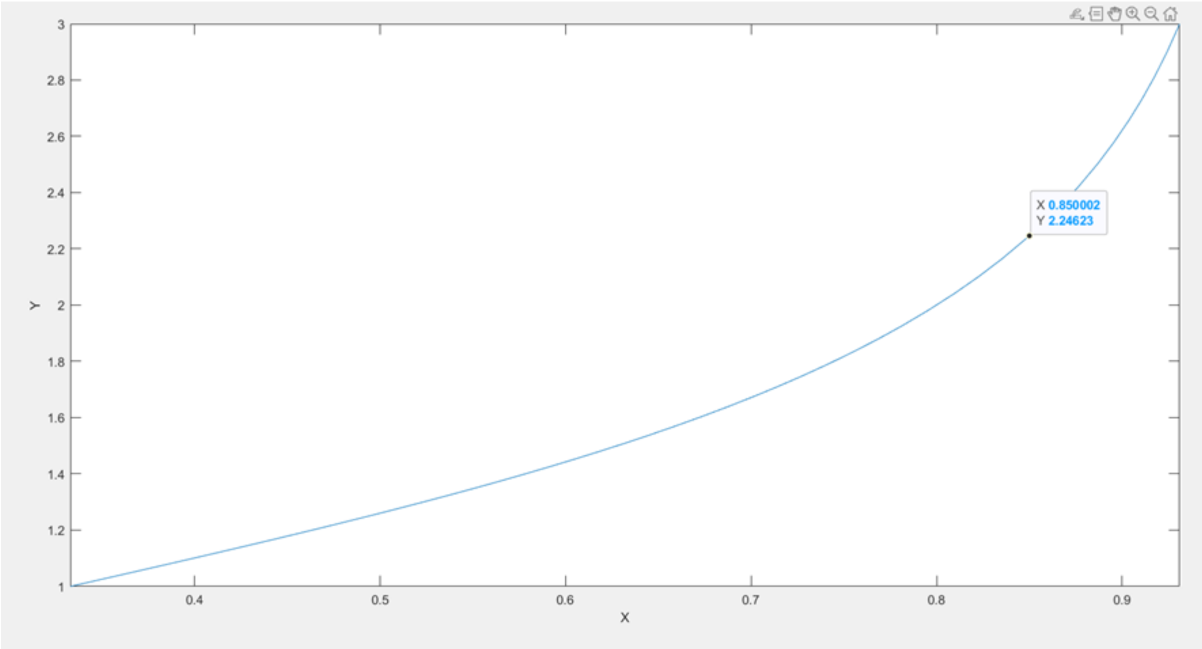


Figura 7: Gráfico da função f^(-1);

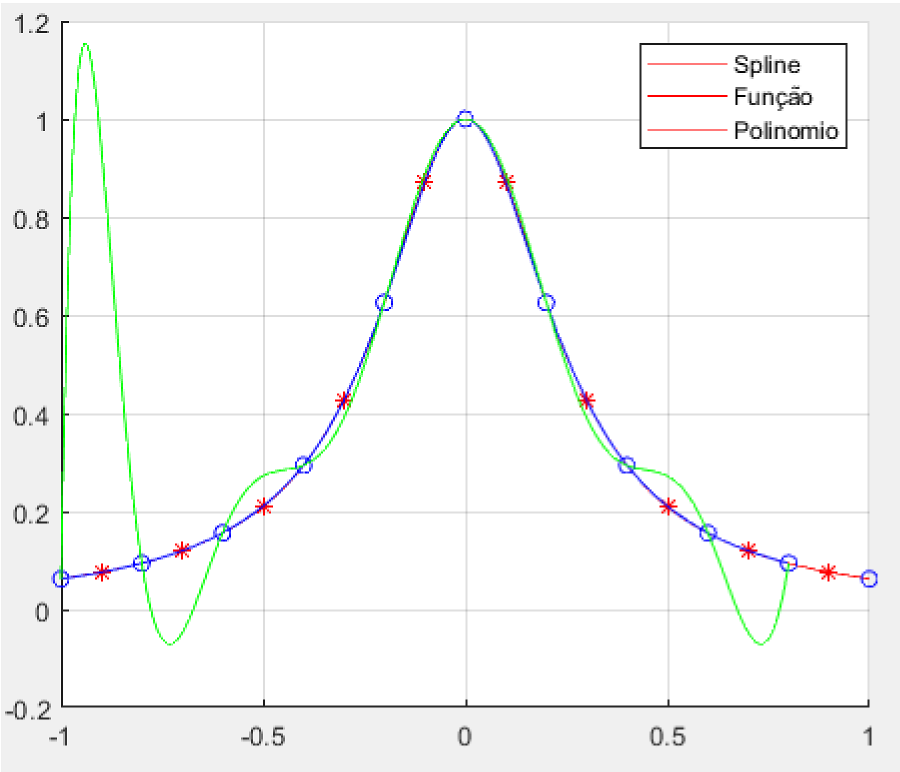
```
ans =

    2.3445
```

Figura 8: Valor de f^(-1) (0.85).

Encontramos 2.3445, enquanto o valor real é 2.2462, tendo então, obtivemos 4.38% de erro relativo e 0.0983 de erro absoluto.
O método utilizado para tal cálculo foi utilizar o polyval(p, 0.85)], encontrando assim o seu valor pela função inversa.
Os pontos utilizados foram os de x = 1, 2 e 3.
Perceba que a precisão foi menor que a do método anterior, entretanto não muito discrepante e não temos muitas formas de analisar cada método apenas com os casos testes. Entretanto, pela análise teórica de cada um deles, podemos concluir que eles são praticamente equivalentes, e sua precisão depende principalmente dos pontos escolhidos para fazer a análise.

TAREFA 3

a)



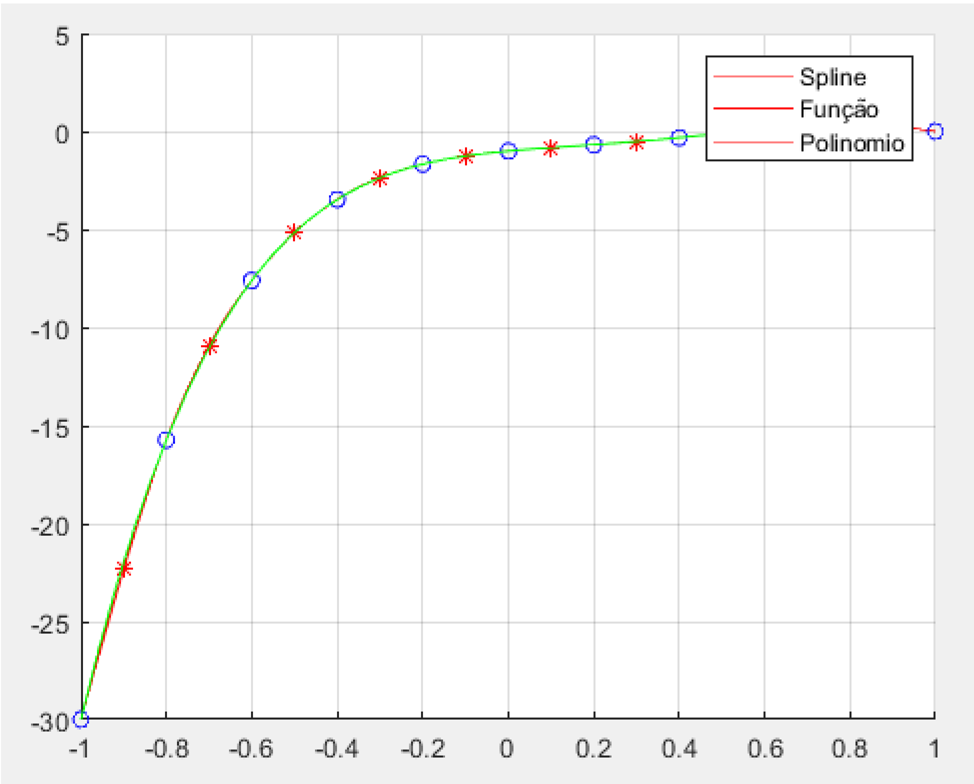

```
T1 =

    0.0625    0.1592    0.3759    0.9560    1.8534   -8.7793   -0.9145   41.1530  -94.3090  128.6031 -128.6031
    0.0943    0.3096    0.9495    2.4387   -6.9259   -9.8767   56.6997 -109.7413  137.1767 -128.6031         0
    0.1562    0.6893    2.4127   -3.1020  -16.8026   58.1629  -96.9382  109.7413  -94.3090         0         0
    0.2941    1.6544    0.5515  -16.5441   41.3603  -58.1629   56.6997  -41.1530         0         0         0
    0.6250    1.8750   -9.3750   16.5441  -16.8026    9.8767   -0.9145         0         0         0         0
    1.0000   -1.8750    0.5515    3.1020   -6.9259    8.7793         0         0         0         0         0
    0.6250   -1.6544    2.4127   -2.4387    1.8534         0         0         0         0         0         0
    0.2941   -0.6893    0.9495   -0.9560         0         0         0         0         0         0         0
    0.1562   -0.3096    0.3759         0         0         0         0         0         0         0         0
    0.0943   -0.1592         0         0         0         0         0         0         0         0         0
    0.0625         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
```

x	**-0.9**	**-0.7**	**-0.5**	**-0.3**	**-0.1**	**0.1**	**0.3**	**0.5**	**0.7**	**0.9**
f(x)	0.0760	0.1198	0.2105	0.4255	0.8696	0.8696	0.4255	0.2105	0.1198	0.0760

p(x)	0.9405	-0.0474	0.2723	0.3906	0.8860	0.8860	0.3906	0.2723	-0.0474	0.9405
s(x)	0.0765	0.1197	0.2097	0.4263	0.8721	0.8721	0.4263	0.2097	0.1197	0.0765

Podemos ver que a spline a função coincidem quase perfeitamente, não sendo visivelmente distinguível as duas curvas, já o polinômio interpolador apresentou maior diferença em relação as duas curvas.

b)



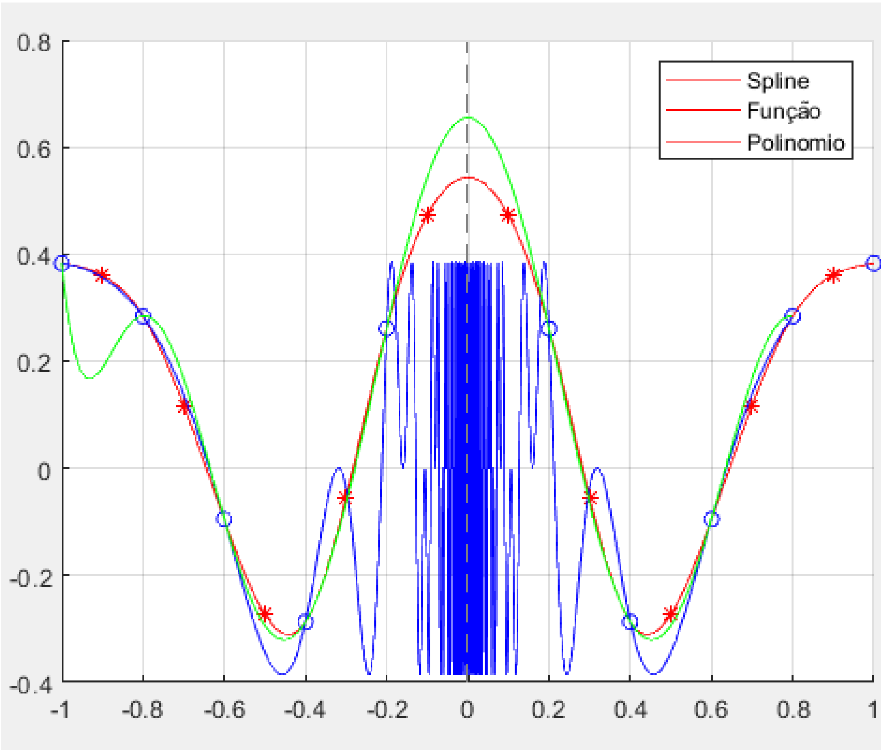

```
T2 =

  -30.0000   71.3616  -76.8800   45.0000  -13.0000    1.0000    0.0000   -0.0000    0.0000   -0.0000    0.0000
  -15.7277   40.6096  -49.8800   34.6000  -12.0000    1.0000   -0.0000    0.0000   -0.0000   -0.0000         0
   -7.6058   20.6576  -29.1200   25.0000  -11.0000    1.0000    0.0000    0.0000   -0.0000         0         0
   -3.4742    9.0096  -14.1200   16.2000  -10.0000    1.0000    0.0000   -0.0000         0         0         0
   -1.6723    3.3616   -4.4000    8.2000   -9.0000    1.0000   -0.0000         0         0         0         0
   -1.0000    1.6016    0.5200    1.0000   -8.0000    1.0000         0         0         0         0         0
   -0.6797    1.8096    1.1200   -5.4000   -7.0000         0         0         0         0         0         0
   -0.3178    2.2576   -2.1200  -11.0000         0         0         0         0         0         0         0
    0.1338    1.4096   -8.7200         0         0         0         0         0         0         0         0
    0.4157   -2.0784         0         0         0         0         0         0         0         0         0
         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
```

x	**-0.9**	**-0.7**	**-0.5**	**-0.3**	**-0.1**	**0.1**	**0.3**	**0.5**	**0.7**	**0.9**

f(x)	-21.9395	-11.0451	-5.1563	-2.3674	-1.2530	-0.8290	-0.5146	-0.0938	0.3231	0.3375
p(x)	-21.9395	-11.0451	-5.1563	-2.3674	-1.2530	-0.8290	-0.5146	-0.0938	0.3231	0.3375
s(x)	-22.3385	-10.9364	-5.1837	-2.3586	-1.2539	-0.8278	-0.5126	-0.0976	0.3412	0.2729

Note que o polinômio e a função coincidem com muita exatidão, não sendo distinguível visivelmente, enquanto a spline entre -1 e -0.8 apresenta certa distinção, após esse intervalo as 3 curvas seguem muito próximas.

c)



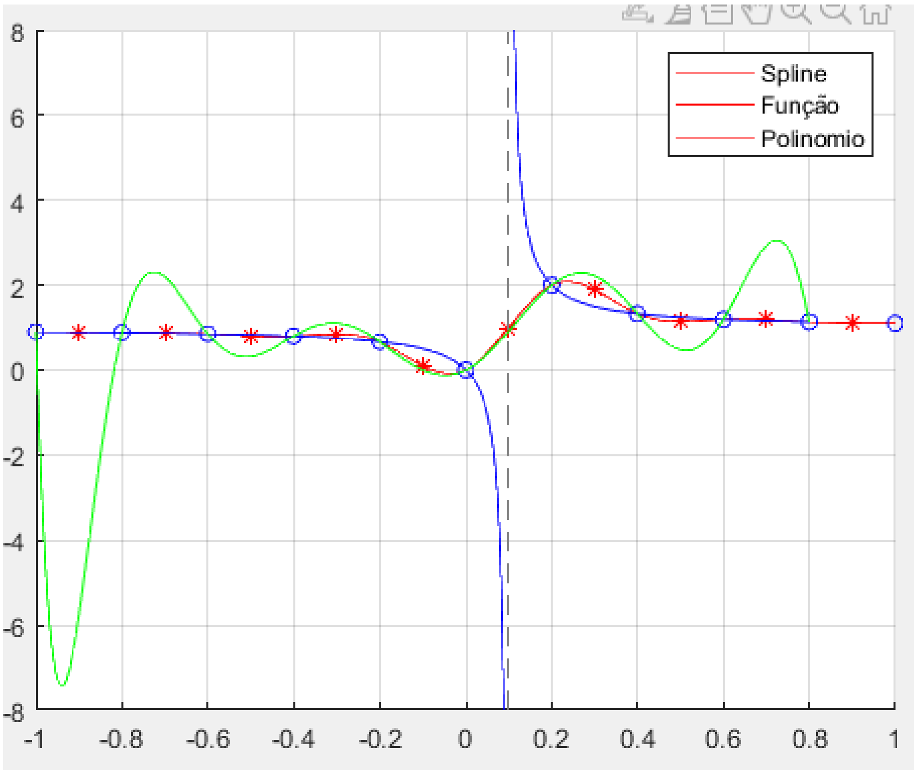

```
T3 =

    0.3826   -0.4930   -3.5027    9.7278    2.2456  -25.8637   45.8893  -45.8154   25.4530         0
    0.2840   -1.8941    2.3340   11.5242  -28.7909   38.3813  -27.4152         0   25.4530         0
   -0.0948   -0.9605    9.2485  -17.2667   17.2667         0  -27.4152   45.8154         0         0
   -0.2869    2.7389   -4.5649         0   17.2667  -38.3813   45.8893         0         0         0
    0.2608         0   -4.5649   17.2667  -28.7909   25.8637         0         0         0         0
    0.2608   -2.7389    9.2485  -11.5242    2.2456         0         0         0         0         0
   -0.2869    0.9605    2.3340   -9.7278         0         0         0         0         0         0
   -0.0948    1.8941   -3.5027         0         0         0         0         0         0         0
    0.2840    0.4930         0         0         0         0         0         0         0         0
    0.3826         0         0         0         0         0         0         0         0         0
```

x	-0.9	-0.7	-0.5	-0.3	-0.1	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
f(x)	0.356	0.138	-0.34	-0.03	-0.24	-0.24	-0.03	-0.34	0.138	0.356

	3	9	41	57	83	83	57	41	9	3
p(x)	0.1817	0.1678	-0.2938	-0.0670	0.5439	0.5439	-0.0670	-0.2938	0.1678	0.1878
s(x)	0.3608	0.1170	-0.2730	-0.0547	0.4726	0.4726	-0.0547	-0.2730	0.1170	0.3608

Note que há uma descontinuidade da função no ponto x = 0, por isso o comportamento aleatório da função quando se aproxima de 0 tanto pela direita quanto pela esquerda. Por isso, nesse intervalo perto do 0 há tantas distinções entre o polinômio interpolador, a função e a spline. Fora desse intervalo as 3 curvas se adequam

d)




```
T4 =

   1.0e+03 *

    0.0009   -0.0001   -0.0001   -0.0003   -0.0010   -0.0096    0.0962   -0.3207    0.6413   -0.9162    1.0180
    0.0009   -0.0002   -0.0003   -0.0011   -0.0106    0.1058   -0.3527    0.7055   -1.0078    1.1198         0
    0.0009   -0.0003   -0.0010   -0.0095    0.0952   -0.3175    0.6349   -0.9070    1.0078         0         0
    0.0008   -0.0007   -0.0067    0.0667   -0.2222    0.4444   -0.6349    0.7055         0         0         0
    0.0007   -0.0033    0.0333   -0.1111    0.2222   -0.3175    0.3527         0         0         0         0
         0    0.0100   -0.0333    0.0667   -0.0952    0.1058         0         0         0         0         0
    0.0020   -0.0033    0.0067   -0.0095    0.0106         0         0         0         0         0         0
    0.0013   -0.0007    0.0010   -0.0011         0         0         0         0         0         0         0
    0.0012   -0.0003    0.0003         0         0         0         0         0         0         0         0
    0.0011   -0.0002         0         0         0         0         0         0         0         0         0
    0.0011         0         0         0         0         0         0         0         0         0         0
```

x	-0.9	-0.7	-0.5	-0.3	-0.1	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9

f(x)	0.9000	0.8750	0.8333	0.7500	0.5000	-3.6029e+15	1.5000	1.2500	1.1667	1.1250
p(x)	-5.7651	2.1905	0.3175	1.1111	-3.2196e-16	0.9091	0.9091	2.2222	2.9206	-7.2063
s(x)	0.8972	0.8872	0.8056	0.8538	0.1032	1.0000	1.8968	1.1462	1.1948	1.1160

Nesse caso o polinômio não apresenta tanta exatidão em relação a função. Observamos que quando x se aproxima de 0.01 tanto pela esquerda quanto pela direita a função e o polinômio tendem a +inf e a -inf respectivamente. Mas note que a spline acompanha com certa exatidão a função.