Вопросы к экзамену 2 АВТФ

1. Интерференция монохроматических волн.

Рассмотрим идеализированный случай сложения двух монохроматических волн одинаковой частоты. Уравнение плоской монохроматической волны, распространяющейся в положительном направлении оси *X*, имеет вид:

$$\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_{00}\cos(\omega t-kx+\alpha).$$

Если амплитуда E_{00} и начальная фаза α одинаковы во все моменты времени во всем пространстве, то волна называется однородной. Строго монохроматические волны никогда не могут быть точно реализованы в действительности и представляют идеализацию реальных волновых процессов. Условия применимости этой идеализации в каждой конкретной задаче требуют специального рассмотрения.

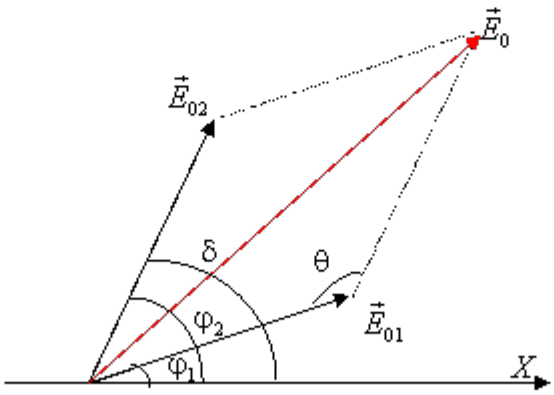


Рис. 2.4

Пусть две плоские монохроматические волны одной частоты, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления: $E_1=E_{01}\cos(\omega t-\varphi_1)$ и $E_2=E_{02}\cos(\omega t-\varphi_2)$, где $\varphi_1=kx_1-\alpha_1$, $\varphi_2=kx_2-\alpha_2$.

Для сложения колебаний воспользуемся методом векторной диаграммы. Как видно из рис. 2.4, согласно теореме косинусов амплитуда результирующего колебания будет равна

$$E_0^2=E_{01}^2+E_{02}^2-2E_{01}E_{02}\cos\theta.$$

Так как угол $\theta=\pi-\delta$, то амплитуда результирующего колебания в данной точке определится выражением: $E_0^2=E_{01}^2+E_{02}^2+2E_{01}E_{02}\cos\delta$, а интенсивность:

$$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta, \qquad (2.4)$$

где $\delta=\varphi_2-\varphi_1$.

Если $\delta=2m\pi$, $m=0,\pm1,\pm2,\dots$, то интенсивность максимальна: $I_{\max}=\left(\sqrt{I_1}+\sqrt{I_2}\right)^2$, если $\delta=(2m+1)\pi$, то интенсивность минимальна: $I_{\min}=\left(\sqrt{I_1}-\sqrt{I_2}\right)^2$.

Таким образом, при наложении двух монохроматических волн происходит устойчивое во времени перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности. В тех точках пространства, для которых $\cos\delta>0$, результирующая интенсивность $I>I_1+I_2$; в точках, где $\cos\delta<0$, результирующая интенсивность $I<I_1+I_2$.

Особенно отчетливо проявляется интерференция в том случае, когда интенсивности обеих интерферирующих волн одинаковы: $I_1=I_2$. Тогда в максимумах $I=4I_1$, в минимумах же $I = 0$. Для некогерентных волн при том же условии получается всюду одинаковая интенсивность $I = 2I_1$.

2. Оптическая разность хода.

Оптическая длина пути и разность хода

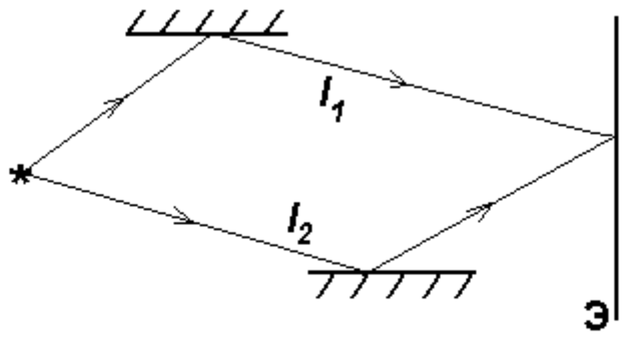


Рис.4.

Пусть две когерентные волны создаютс одним источником S, но до экрана проходят разные геометрические длины путей l_1и l_2 в средах с абсолютными показателями преломления n_1 и n_2 соответственно (рис.4).

разность фаз

$$\varphi_2 - \varphi_1 = k_2 l_2 - k_1 l_1 = \frac{2\pi}{\lambda_2} l_2 - \frac{2\pi}{\lambda_1} l_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 l_2 - n_1 l_1)$$

где $\lambda_1 = \lambda/n_1$, $\lambda_2 = \lambda/n_2$ -длины волн в средах, показатели преломления которых n_1 и n_2соответственно, λ - длина волны в вакууме.

Произведение геометрической длины пути l световой волны на абсолютный показатель преломления n называется оптической длиной пути волны.

Величину $\Delta = (n_2 l_2 - n_1 l_1)$

называют оптической разностью хода интерферирующих волн. С учетом этого разность фаз

$$\varphi_2 - \varphi_1 = (2\pi / \lambda)\Delta$$

3. Когерентные источники. Временная когерентность.

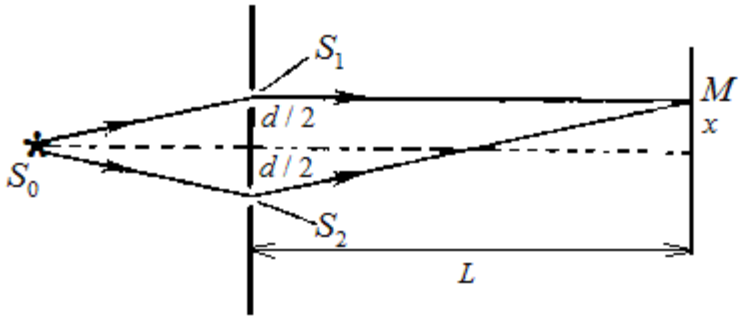
Когере́нтность — скоррелированность (согласованность) нескольких колебательных или волновых процессов во времени, проявляющаяся при их сложении. Колебания когерентны, если разность их фаз постоянна во времени и при сложении колебаний получается колебание той же частоты.

Когерентность волны означает, что в различных точках волны осцилляции происходят синхронно, то есть разность фаз между двумя точками не зависит от времени. Отсутствие когерентности, следовательно — ситуация, когда разность фаз между двумя точками не постоянна, а меняется со временем.

Понятие временной когерентности можно связать с контрастом интерференционной картины, наблюдаемой в результате интерференции двух волн, исходящих из одной и той же точки поперечного сечения пучка (полученных методом деления амплитуд). **Временная когерентность волны** характеризует сохранение взаимной когерентности при временном отставании одного из таких лучей по отношению к другому. При этом мерой временной когерентности служит **время когерентности** – максимально возможное время отставания одного луча по отношению к другому, при котором их взаимная когерентность ещё сохраняется. Временная когерентность определяется степенью монохроматичности.

4. Двухлучевая интерференция Юнга

Рассмотрим простую модель данного явления, считая, что первая щель находится примерно посередине между щелями $S_{1,2}$, а расстояние L от щелей до экрана гораздо больше расстояния d между ними (см. рис. ниже).



Поле в точке M экрана есть сумма полей, которые создают вторичные источники вблизи точек S_1 и S_2. Поскольку расстояния $S_0S_1 \approx S_0S_2$, $S_1M \approx S_2M$, затухание амплитуд этих полей с расстоянием практически не вносит вклада в их интерференцию. На интерференцию влияет только разность хода

$$\Delta = (S_0S_2 + S_2M) - (S_0S_1 + S_1M).$$

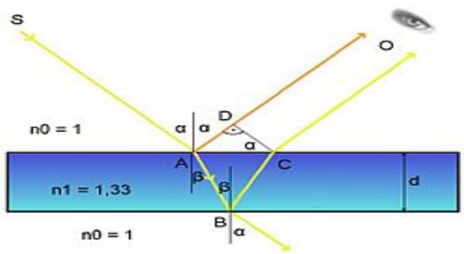
Часть этой разности, относящаяся к распространению волн *левее* ширмы, остается постоянной, поэтому может лишь сдвигать интерференционную картину на экране. Разность же хода правее экрана

$$\Delta_R = S_2M - S_1M = \sqrt{L^2 + (x + d/2)^2} - \sqrt{L^2 + (x - d/2)^2} \approx \frac{xd}{L}$$

пропорциональна расстоянию x от точки M до плоскости, относительно которой щели S_1 и S_2 симметричны друг другу. Светлым полосам соответствует разность хода $\Delta = n\lambda$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$, поэтому для соседних светлых полос разность Δ_R различается на длину волны λ. Отсюда полосы имеют равную ширину, а расстояние между ними

$$\Delta x = \frac{\lambda L}{d}.$$

5. Интерференция на тонкой пленке.



Так, интерференция возникает при разделении первоначального луча света на два луча при его прохождении через тонкую плёнку, например плёнку, наносимую на поверхность линз у просветлённых объективов. Луч света, проходя через плёнку толщиной d, отразится дважды — от внутренней и наружной её поверхностей. Отражённые лучи будут иметь постоянную разность фаз, равную удвоенной толщине плёнки, отчего лучи становятся когерентными и будут интерферировать. Полное гашение лучей произойдет при $d = \frac{\lambda}{4}$, где λ — длина волны. Если $\lambda = 550$ нм, то толщина плёнки равняется 550:4=137,5 нм.

Лучи соседних участков спектра по обе стороны от $\lambda = 550$ нм интерферируют не полностью и только ослабляются, отчего плёнка приобретает окраску. В приближении геометрической оптики, когда есть смысл говорить об оптической разности хода лучей, для двух лучей

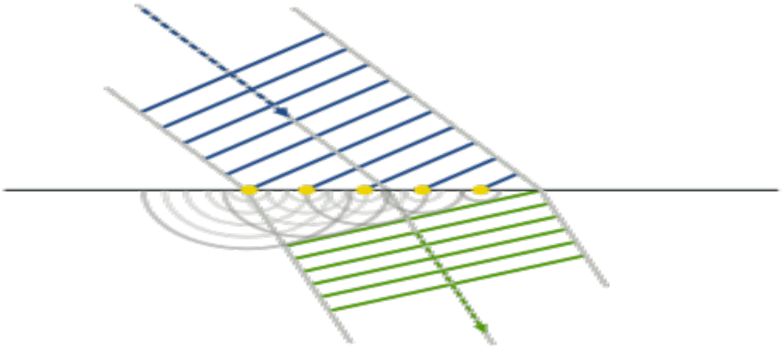
$\Delta L = L2 - L1 = k\lambda$ — условие максимума;
$\Delta L = L2 - L1 = (2k+1) * \lambda/2$ — условие минимума,

где k=0,1,2… и $L_{1,2}$ — оптическая длина пути первого и второго луча, соответственно.

6. Дифракция волн. Принцип Гюйгенса-Френеля.

Изначально явление дифракции трактовалось как **огибание волной препятствия**, то есть проникновение волны в область геометрической тени.

Принцип Гюйгенса является развитием принципа, который ввёл Христиан Гюйгенс в 1678 году: каждая точка фронта (поверхности, достигнутой волной) является вторичным (т.е. новым) источником сферических волн. Огибающая фронтов волн всех вторичных источников становится фронтом волны в следующий момент времени.

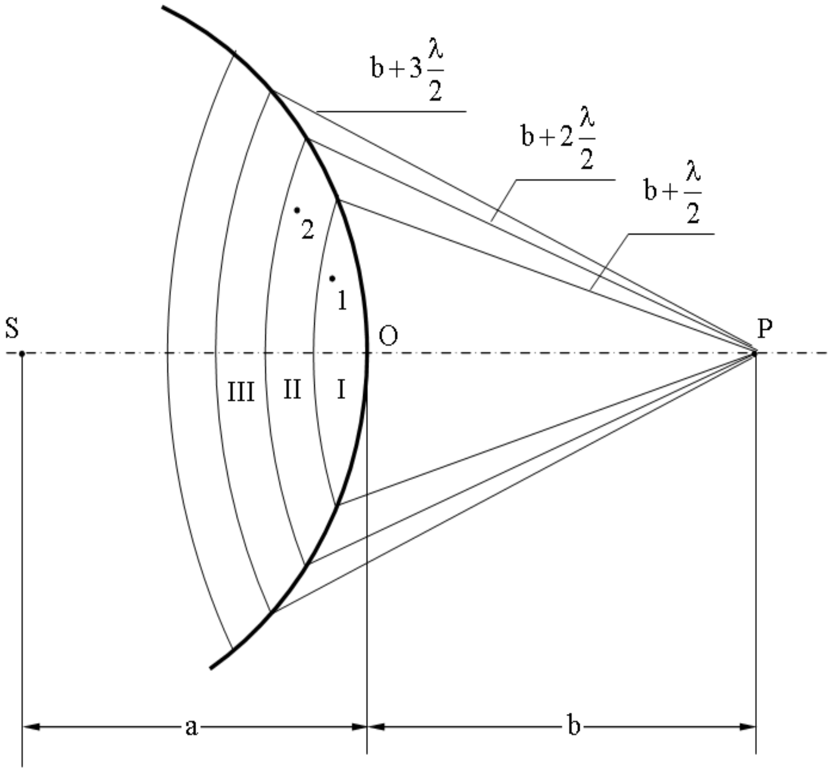


7. Метод зон Френеля

Пусть от источника света S распространяется монохроматическая сферическая волна, P - точка наблюдения. Через точку O проходит сферическая волновая поверхность. Она симметрична относительно прямой SP.

Разобьем эту поверхность на кольцевые зоны I, II, III и т.д. так, чтобы расстояния от краев зоны до точки P отличались на l/2 - половину длины световой волны. Это разбиение было предложено О. Френелем и зоны называют зонами Френеля.

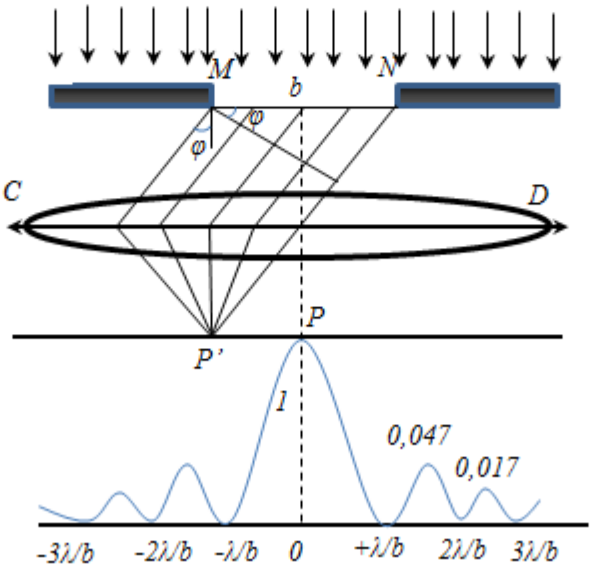
Возьмем произвольную точку 1 в первой зоне Френеля. В зоне II найдется, в силу правила построения зон, такая соответствующая ей точка, что разность хода лучей, идущих в точку P от точек 1 и 2 будет равна l/2. Вследствие этого колебания от точек 1 и 2 погасят друг друга в точке P.



Из геометрических соображениях следует, что при не очень больших номерах зон их площади примерно одинаковы. Значит каждой точке первой зоны найдется соответствующая ей точка во второй, колебания которых погасят друг друга. Амплитуда результирующего колебания, приходящего в точку P от зоны с номером m, уменьшается с ростом m, т.е.

$$A_1 > A_2 > A_3 \;.\;.\;. A_{m-1} > A_m > A_{m+1} \;.\;.\;.$$

8. Дифракция Фраунгофера на щели.



Пусть монохроматическая волна падает нормально плоскости бесконечно длинной узкой щели ($\ell \gg b$), ℓ - длина, b - ширина. Разность хода между лучами 1 и 2 в направлении φ

$$\Delta = NF = b\sin\varphi.$$

Разобьём волновую поверхность на участке щели *MN* на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру М щели. Ширина каждой полосы выбирается так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна λ/2, т.е. всего на ширине щели уложится $\Delta/(\lambda/2)$ зон. Т.к. свет на щель падает нормально, то плоскость щели совпадает с фронтом волны, следовательно, все точки фронта в плоскости щели будут колебаться синфазно. Амплитуды вторичных волн в плоскости щели будут равны, т.к. выбранные зоны Френеля имеют одинаковые площади и одинаково наклонены к направлению наблюдения.

Число зон Френеля $\Delta/(\lambda/2)$ укладывающихся на ширине щели, зависит от угла φ.

Условие минимума при дифракции Френеля:

Если число зон Френеля четное

$$b\sin\varphi = \pm 2m\frac{\lambda}{2}, \qquad m = 1, 2, 3\ldots$$

то в т. Р наблюдается дифракционный минимум.

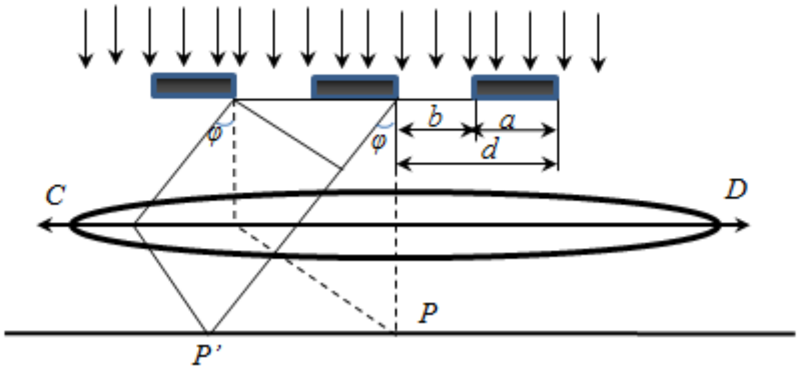
Условие максимума:

Если число зон Френеля нечетное

$$b\sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}, \qquad m = 0, 1, 2, 3\ldots$$

то наблюдается дифракционный максимум.

9. Дифракционная решетка. Условия главных максимумов и добавочных минимумов



$d = a + b$ -период или постоянная решетки.

$$d = \frac{1}{N}.$$

$$b \sin \varphi = \pm m \frac{\lambda}{2}, \qquad m = 0, 1, 2, 3...$$

- условие главных минимумов.

Условие максимумов; те случаи φ, которые удовлетворяют максимумам для одной щели, могут быть либо максимумами, либо минимумами, т.к. всё зависит от разности хода между лучами. **Условие главных максимумов:**

$$d \sin \varphi = \pm k \frac{\lambda}{2}, \qquad k = 0, 1, 2, 3...$$

Эти максимумы будут расположены симметрично относительно центрального (нулевого $k = 0$) максимума.

Условие дополнительных максимумов:

$$d \sin \varphi = \pm (2k' + 1) \frac{\lambda}{2} \frac{1}{N}, \qquad k' = 1, 2, 3...$$

$$k' \neq N-1, N, N+1; 2N-1, 2N, 2N+1...$$

Между главными максимума будут располагаться (N-1) дополнительных минимумов.

Условие дополнительных минимумов:

$$d \sin \varphi = \pm m' \frac{\lambda}{N}, \qquad m' = 1, 2, 3...$$

$$m' \neq 0, N, 2N, 3N...$$

10. Распределение интенсивности в дифракционной картине от решетки.

Отметим, что амплитуда волны, распространяющейся в направлении $\varphi=0$, пропорциональна ширине щели *b* и равна

$$A_0=CE_0b \quad (5)$$

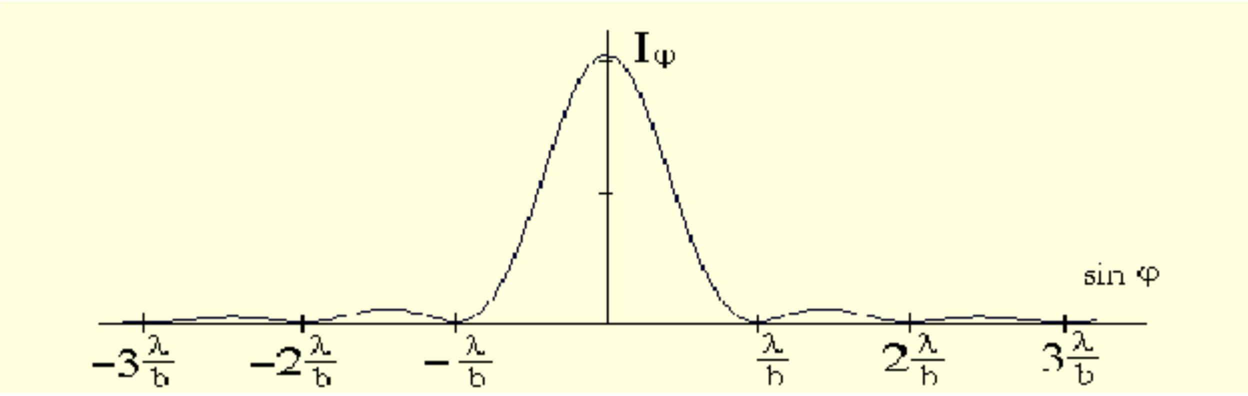
и выражение (4) можно переписать в виде

$$A_\varphi = A_0 \frac{\sin(1/2\, kb \sin\varphi)}{1/2\, kb \sin\varphi} \quad (4')$$

Интенсивность света определяется квадратом амплитуды, т.е.

$$I_\varphi = I_0 \left(\frac{\sin(1/2\, kb \sin\varphi)}{1/2\, kb \sin\varphi}\right)^2 = I_0 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2 \quad (6)$$

где I_0 - интенсивность в центре дифракционной картины, $u = 1/2\, kb Sin\varphi$.



11. Разрешающая способность дифракционной решетки

Разрешающая способность дифракционной решётки определяется безразмерной величиной

$$R=\lambda/\delta\lambda,$$

где $\delta\lambda$ - минимальная разность длин волн спектральных составляющих источника излучения, при которых эти составляющие ещё воспринимаются раздельно.

12. Поляризация света. Поляризованный и естественный свет.

Испускание кванта света происходит в результате перехода электрона из возбужденного состояния в основное. Электромагнитная волна, испускаемая в результате этого перехода, является поперечной, то есть вектора $\vec{E}$ и $\vec{H}$ взаимно перпендикулярны и перпендикулярны направлению распространения. Колебания вектора $\vec{E}$ происходят в одной плоскости. Свет, в котором вектор $\vec{E}$ колеблется только в одном направлении, называется плоско поляризованным светом (или электромагнитной волной). **Поляризованным** называется свет, в котором направления колебания вектора $\vec{E}$ упорядочены каким-либо образом.

Свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества атомов. Атомы излучают световые волна независимо друг от друга, поэтому световая волна, излучаемая телом в целом, характеризуется всевозможными равновероятными колебаниями светового вектора $\vec{E}$. Свет со всевозможными равновероятными ориентациями вектора называется **естественным**. Свет, в котором имеется преимущественное направление колебаний вектора $\vec{E}$ и незначительная амплитуда колебаний вектора $\vec{E}$ в других направлениях, называется **частично поляризованным**. В плоско поляризованном свете плоскость, в которой колеблется вектор $\vec{E}$, называется плоскостью поляризации, плоскость, в которой колеблется вектор $\vec{H}$, называется плоскостью колебаний.

Вектор $\vec{E}$ называют световым вектором потому, что при действии света на вещество основное значение имеет электрическая составляющая поля волны, действующая на электроны в атомах вещества.

13. Поляризация. Закон Малюса.

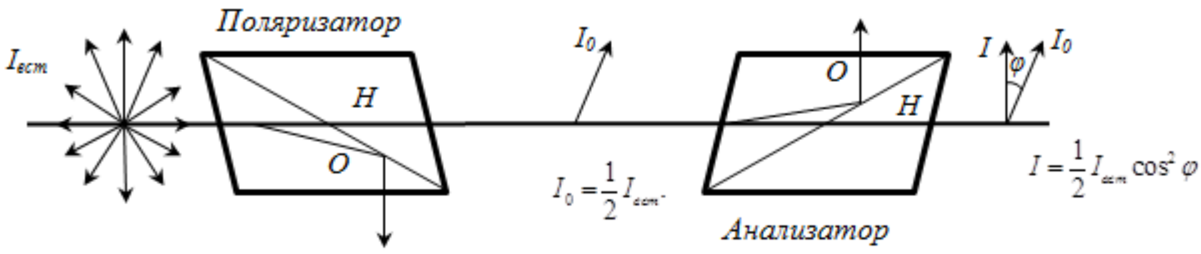
$I = I_0 \cos^2 \varphi$ **- закон Малюса**

Закон Малюса: Интенсивность света, прошедшего через поляризатор, прямо пропорциональна произведению интенсивности падающего плоско поляризованного света I_0 и квадрату косинуса угла между плоскостью падающего света и плоскостью поляризатора.

Если на поляризатор падает естественный свет, то интенсивность вышедшего из поляризатора света I_0 равна половине $I_{ест}$, и тогда из анализатора выйдет

$$I = I_0 \cos^2 \varphi = I_{ест} \cos^2 \varphi,$$

$$I_0 = \frac{1}{2} I_{ест}.$$

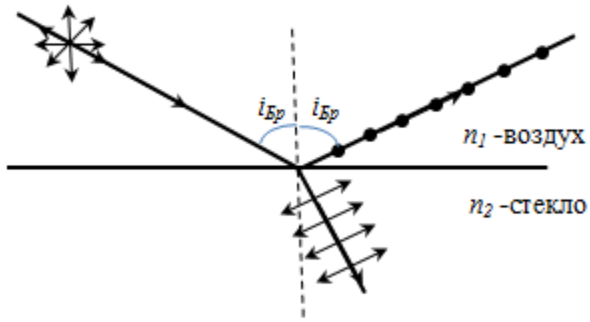


14. Поляризация при отражении. Закон Брюстера.

Закон Брюстера:

При угле падения, равном углу Брюстера $i_{Бр}$: 1. отраженный от границы раздела двух диэлектриков луч будет полностью поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения; 2. степень поляризации преломленного луча достигает максимального значения меньшего единицы; 3. преломленный луч будет поляризован частично в плоскости падения; 4. угол между отраженным и преломленным лучами будет равен 90°; 4. тангенс угла Брюстера равен относительному показателю преломления

$$tgi_{Бр} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}$$



- закон Брюстера.
n_{12} - показатель преломления второй среды относительно первой. **Угол падения** (отражения) - угол между падающим (отраженным) лучом и нормалью к поверхности. **Плоскость падения** - плоскость, проходящая через падающий луч и нормаль к поверхности.

15. Законы теплового излучения. Формула Планка.

Формула Планка — выражение для спектральной плотности мощности излучения (Спектральной Плотности Энергетической Светимости) абсолютно чёрного тела, которое было получено Максом Планком. Для плотности энергии излучения $u(\omega, T)$

$$u(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{\hbar\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$
:

В связи с этим Планк в 1900 году сделал предположение, противоречащее классической физике, о том, что электромагнитное излучение испускается в виде отдельных порций энергии (квантов), величина которых связана с частотой излучения выражением:

$$\varepsilon = \hbar\omega$$

Коэффициент пропорциональности $\hbar$ впоследствии назвали постоянной Планка, $\hbar$ = 1.054 · 10^{-27} эрг·с. Это предположение позволило объяснить наблюдаемый спектр излучения теоретически.

16. Фотоэффект. Законы Столетова. Формула Эйнштейна.

Фотоэффе́кт, **Фотоэлектрический эффект** — испускание электронов веществом под действием света (или любого другого электромагнитного излучения). В конденсированных (твёрдых и жидких) веществах выделяют внешний и внутренний фотоэффект.

Законы Столетова для фотоэффекта:

Формулировка **1-го закона фотоэффекта**: *Сила фототока прямо пропорциональна плотности светового потока*.

Согласно **2-му закону фотоэффекта**, *максимальная кинетическая энергия вырываемых светом электронов линейно возрастает с частотой света и не зависит от его интенсивности*.

3-й закон фотоэффекта: *для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, то есть минимальная частота света* ν_0 *(или максимальная длина* *волны λ_0), при которой ещё возможен фотоэффект, и если $\nu < \nu_0$, то фотоэффект уже не происходит*.

Теоретическое объяснение этих законов было дано в 1905 году Эйнштейном. Согласно ему, электромагнитное излучение представляет собой поток отдельных квантов (фотонов) с энергией $h\nu$ каждый, где h — постоянная Планка. При фотоэффекте часть падающего электромагнитного излучения от поверхности металла отражается, а часть проникает внутрь поверхностного слоя металла и там поглощается. Поглотив фотон, электрон получает от него энергию и, совершая работу выхода ф, покидает металл: $h\nu = \varphi + W_e$, где W_e — максимальная кинетическая энергия, которую имеет электрон при вылете из металла.

17. Корпускулярно-волновой дуализм света. Фотоны.

Корпускуля́рно-волново́й дуали́зм (или **Ква́нтово-волново́й дуали́зм**) — принцип, согласно которому любой физический объект может быть описан как с использованием математического аппарата, основанного на волновых уравнениях, так и с помощью формализма, основанного на представлении об объекте как частице или системе частиц. В частности, волновое уравнение Шрёдингера не накладывает ограничений на массу описываемых им частиц, и следовательно, любой частице, как микро-, так и макро-, может быть поставлена в соответствие волна де Бройля. В этом смысле любой объект может проявлять как волновые, так и корпускулярные свойства.

Фото́н (от др.-греч. φῶς, род. пад. φωτός, «свет») — элементарная частица, квант электромагнитного излучения(в узком смысле — света). Это безмассовая частица, способная существовать в вакууме только двигаясь со скоростью света. Электрический заряд фотона также равен нулю. Фотон может находиться только в двух спиновых состояниях с проекцией спина на направление движения (спиральностью) ±1. В физике фотоны обозначаются буквой γ.

18. Эффект Комптона

Эффе́кт Ко́мптона — некогерентное рассеяние фотонов на свободных электронах. Эффект сопровождается изменением частоты фотонов, часть энергии которых после рассеяния передается электронам.

При рассеянии фотона на покоящемся электроне частоты фотона ν и ν' (до и после рассеяния соответственно) связаны соотношением:

$$\nu' = \nu \ \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)},$$

где θ — угол рассеяния (угол между направлениями распространения фотона до и после рассеяния).

Перейдя к длинам волн:

$$\lambda' - \lambda = \lambda_k(1 - \cos\theta),$$

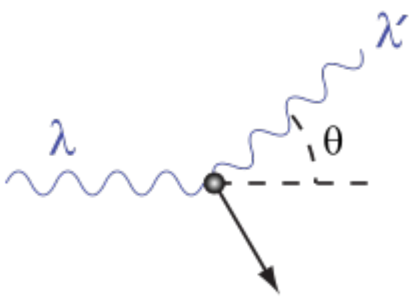
где $\lambda_k = \dfrac{h}{m_e c}$ — комптоновская длина волны электрона, равная $\lambda_k = 2,4263 \cdot 10^{-12}$ м.

Уменьшение энергии фотона в результате комптоновского рассеяния называется **комптоновским сдвигом**. Объяснение эффекта Комптона в рамках классической электродинамики невозможно, так как рассеяние электромагнитной волны на заряде (томсоновское рассеяние) не меняет её частоты.

Эффект Комптона является одним из доказательств справедливости корпускулярно-волнового дуализма микрочастиц и подтверждает существование фотонов.

Закон сохранения энергии в случае эффекта Комптона можно записать следующим образом[1]:

$$\frac{hc}{\lambda} + m_e c^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$



19. Волновые свойства микрочастиц. Формула де Бройля

Свет обладает как волновыми, так и корпускулярными свойствами. Волновые свойства проявляются при ***распространении света*** (интерференция, дифракция). Корпускулярные свойства проявляются при ***взаимодействии света*** с веществом (фотоэффект, излучение и поглощение света атомами).

Свойства фотона как частицы (энергия E и импульс p) связаны с его волновыми свойствами (частотой ν и длиной волны λ) соотношениями

$$E = h\nu; \quad p = h\nu/c = h/\lambda,$$

где $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – ***постоянная Планка***.

Французский физик де Бройль в 1924 г. высказал предположение, что сочетание волновых и корпускулярных свойств присуще не только свету, но и любому материальному телу. Согласно де Бройлю, каждому телу массой m, движущемуся со скоростью υ, соответствует волновой процесс с длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\upsilon}$$

(нерелятивистское приближение $\upsilon << c$).

Наиболее отчетливо волновые свойства проявляются у элементарных частиц. Это происходит потому, что из-за малой массы частиц длина волны оказывается сравнимой с расстоянием между атомами в кристаллических решетках. В этом случае при взаимодействии пучка частиц с кристаллической решеткой возникает ***дифракция***.

20. Дифракция электронов. Опыт Джермера-Дэвиссона.

Проводилось исследование отражения электронов от монокристалла никеля. Установка включала в себя монокристалл никеля, сошлифованный под углом и установленный на держателе. На плоскость шлифа направлялся перпендикулярно пучок монохроматических электронов. Скорость электронов определялась напряжением U на электронной пушке:

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}.$$

Под углом θ к падающему пучку электронов устанавливался цилиндр Фарадея, соединённый с чувствительным гальванометром. По показаниям гальванометра определялась интенсивность отражённого от кристалла электронного пучка. Вся установка находилась в вакууме.

В опытах измерялась интенсивность рассеянного кристаллом электронного пучка в зависимости от угла рассеяния $0 < \theta < 90^o$, от азимутального угла $0 < \varphi < 360^o$, от скорости v электронов в пучке.

Опыты показали, что имеется ярко выраженная селективность (выборочность) рассеяния электронов. При различных значениях углов и скоростей, в отражённых лучах наблюдаются максимумы и минимумы интенсивности. Условие максимума:

$$\Delta = 2d\sin\theta = \lambda n, n = 1, 2, ...$$

Здесь d — межплоскостное расстояние.

21. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Если имеется несколько (много) идентичных копий системы в данном состоянии, то измеренные значения координаты и импульса будут подчиняться определённому распределению вероятности — это фундаментальный постулат квантовой механики. Измеряя величину среднеквадратического отклонения Δx координаты и среднеквадратического отклонения Δp импульса, мы найдем что:

$$\Delta x \Delta p \geqslant \frac{\hbar}{2},$$

где $\hbar$ — приведённая постоянная Планка.

22. Волновая функция. Уравнение Шредингера

Пусть волновая функция задана в n-мерном конфигурационном пространстве, тогда в каждой точке с координатами $\vec{r}(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, в определенный момент времени *t* она будет иметь вид $\Psi(\vec{r}, t)$. В таком случае уравнение Шрёдингера запишется в виде:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(\vec{r},t) + E_p(\vec{r},t)\Psi(\vec{r},t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r},t), \qquad (1)$$

где $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h — постоянная Планка; m — масса частицы, $E_p(\vec{r}, t)$ — внешняя по отношению к частице потенциальная энергия в точке $\vec{r}(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ в момент времени t, Δ — оператор Лапласа (или лапласиан), эквивалентен квадрату оператора набла и в n-мерной системе координат имеет вид:

$$\Delta \equiv \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \ldots + \frac{\partial^2}{\partial x_n^2}.$$

23. Стационарное уравнение Шредингера

Форма уравнения Шрёдингера показывает, что относительно времени его решение должно быть простым, поскольку время входит в это уравнение лишь через первую производную в правой части. Действительно, частное решение для специального случая, когда E_p не является функцией времени, можно записать в виде:

$$\Psi(\vec{r},t) = \psi(\vec{r})e^{-iEt/\hbar}, \qquad (2)$$

где функция $\psi(\vec{r})$ должна удовлетворять уравнению:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r}) + E_p(\vec{r})\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}), \qquad (3)$$

которое получается из уравнения Шрёдингера *(1)* при подстановке в него указанной выше формулы для Ψ *(2)*. Заметим, что это уравнение вообще не содержит времени; в связи с этим оно называется *стационарным уравнением Шрёдингера (уравнение Шрёдингера, не содержащее времени)*.

24. Движение свободной микрочастицы

Пусть частица с энергией Е движется в направлении x. Тогда уравнение Шредингера принимает очень простой вид

$$E\psi + \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0.$$

Частным решением этого уравнения является функция $\psi = Ae^{ikx}$ с собственным значением энергии $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (в этом можно убедиться подстановкой), где $k = \frac{p}{\hbar} = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$.

Полная волновая функция свободной частицы имеет вид

$$\Psi = \psi e^{-i\frac{E}{\hbar}t} = Ae^{-i(\omega t - kx)},$$

т.е. свободная частица на языке квантовой механики отображается как плоская монохроматическая волна с циклической частотой w = E/ħ и волновым числом k = p/ħ.

Вероятность обнаружения частицы в какой-либо области пространства определяется величиной ïуï2. В данном случае $\psi = Ae^{ikx}$. Квадрат модуля функции у равен:

$$|\psi|^2 = \psi\psi^* = Ae^{ikx}Ae^{-ikx} = A^2 = \mathrm{const}.$$

25. Электрон в прямоугольной потенциальной яме

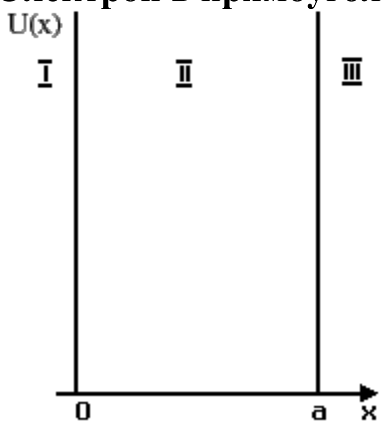


Рис.1 Потенциальная энергия как фунция координаты

выражение для энергии

$$E = \frac{h^2}{8ma^2}n^2, \quad n = 1, 2, \ldots$$

Расстояние между соседними уровнями энергии

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{h^2}{8ma^2}(2n + 1)$$

.

26. Туннельный эффект.

Тунне́льный эффект, **туннели́рование** — преодоление микрочастицей потенциального барьера в случае, когда её полная энергия (остающаяся при туннелировании неизменной) меньше высоты барьера. Туннельный эффект — явление исключительно квантовой природы, невозможное в классической механике и даже полностью противоречащее ей.

Туннельный эффект можно объяснить соотношением неопределённостей.[1] Записанное в виде:

$$\Delta x \Delta p \geqslant \frac{\hbar}{2},$$

оно показывает, что при ограничении квантовой частицы по координате, то есть увеличении её определённости по **x**, её импульс **p** становится менее определённым. Случайным образом неопределённость импульса Δp может добавить частице энергии для преодоления барьера. Таким образом, с некоторой вероятностью квантовая частица может проникнуть через барьер, а средняя энергия частицы останется неизменной.

27. Атом водорода.

28. Принцип Паули.

При́нцип Па́ули (принцип запрета) — один из фундаментальных принципов квантовой механики, согласно которому два и более тождественных фермиона (частиц с полуцелым спином) не могут одновременно находиться в одном квантовом состоянии.

29. Ядерные силы. Энергия связи ядра.

Ядерные силы

Протоны, имеющиеся в ядре, отталкиваются друг от друга кулоновскими силами. Однако это не приводит к разрушению ядер. Очевидно, между нуклонами в ядре действуют силы притяжения ***неэлектрической природы.*** Эти силы получили название **ядерных**. Взаимодействие нуклонов получило название ***сильного взаимодействия***.

Свойства ядерных сил:

1. *зарядовая независимость;*
2. *короткодействующий характер (ядерные силы действуют на расстояниях, не превышающих $2 \cdot 10^{-15}$ м);*
3. *насыщаемость (ядерные силы удерживают друг возле друга не больше определенного числа нуклонов).*

Энергия связи ядра

Энергия, которую надо затратить, чтобы, преодолев ядерные силы, расщепить ядро на отдельные нуклоны, называется **энергией связи** атомного ядра. Как следует из закона сохранения энергии, если ядро образуется из отдельных нуклонов, то энергия связи ядра в момент его формирования выделяется в виде излучения.

Из закона взаимосвязи массы и энергии следует, что

$E_{св}=\Delta m\cdot c^2$, *где* Δm*-дефект массы ядра*.

Что такое дефект массы? Рассчитаем суммарную массу покоя нуклонов, входящих в ядро какого-либо элемента: ($Z\cdot m_p+(A-Z)\cdot m_n$). Сравним получившееся число с массой ядра $M_я$. Оказалось, что для всех элементов таблицы Менделеева масса ядра меньше суммарной массы частиц, входящих в состав ядра. Разница этих значений и называется дефектом массы:

$\Delta m=Z\cdot m_p+(A-Z)\cdot m_n-M_я$

Итак, формула, по которой можно вычислить энергию связи, имеет вид:

$E_{св}=(Z\cdot m_p+(A-Z)\cdot m_n-M_я)\cdot c^2$

Энергия связи, приходящаяся на один нуклон, называется **удельной энергией связи**: $\delta E=\Delta E/A$

Удельная энергия связи равна энергии, которую необходимо затратить. чтобы удалить из ядра 1 нуклон.

30. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада

Существует несколько формулировок закона, например, в виде дифференциального уравнения:

$$\frac{dN}{dt}=-\lambda N,$$

которое означает, что число распадов $-dN$, произошедшее за короткий интервал времени dt, пропорционально числу атомов N в образце.

Таким образом, число радиоактивных атомов уменьшается со временем по экспоненциальному закону. Скорость распада, то есть число распадов в единицу времени $\mathrm{I}(t)=-\frac{dN}{dt}$, также падает экспоненциально. Дифференцируя выражение для зависимости числа атомов от времени, получаем:

$$\mathrm{I}(t)=-\frac{d}{dt}(N_0e^{-\lambda t})=\lambda N_0e^{-\lambda t}=\mathrm{I}_0e^{-\lambda t},$$

где I_0 — скорость распада в начальный момент времени $t=0.$

Таким образом, зависимость от времени числа нераспавшихся радиоактивных атомов и скорости распада описывается одной и той же постоянной λ.

31. Ядерные реакции

Я́дерная реа́кция — это процесс взаимодействия атомного ядра с другим ядром или элементарной частицей, сопровождающийся изменением состава и структуры ядра и выделением большого количества энергии.

Энергия возбуждения E^* составного ядра, образовавшегося при поглощении свободного нуклона, равна сумме энергии связи E_c нуклона и части его кинетической энергии $E^{'}$:

$$E^* = E_c + E'$$

$$^{23}_{11}\mathrm{Na} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \to {}^{27}_{13}\mathrm{Al}^*$$

$$^{26}_{12}\mathrm{Mg} + {}^{1}_{1}\mathrm{H} \to {}^{27}_{13}\mathrm{Al}^*$$

$$^{26}_{13}\mathrm{Al} + {}^{1}_{0}\mathrm{n} \to {}^{27}_{13}\mathrm{Al}^*$$

$$^{27}_{13}\mathrm{Al} + \gamma \to {}^{27}_{13}\mathrm{Al}^*$$