Imie i nazwisko	Sylwester Macura
Kierunek	Informatyka Stosowana
Rok	3
Grupa	2
Temat	Całkowanie numeryczne metodą Romberga

1.Wstęp teoretyczny

Metoda całkowanie Romberga opiera się na metodzie ekstrapolacji Richardsona. Zakłada on że kadzą funkcje możemy przybliżyć szeregiem Taylora. Szereg Taylora zawsze ma jakąś resztę. Aby tę reszte zmniejszyć bierzemy coraz więcej elementów tego szeregu. Metoda Romberga dla przedziału [a,b] wygląda następującą

$$S_{2\mathrm{n}}=\frac{1}{2}S_{2(n-1)}+h*\sum_{i=1}^{n}F(a+(2\mathrm{i}-1)*h)$$

zakładamy tez że odległość między węzłami wynosi

$$h_n=\frac{b-a}{2^n}$$

Aby obliczyć całkę wykorzystujemy funkcje rekurencyjna z wzorem trapezów

$$R_{0,0}=\frac{1}{2}(b-a)[F(a)+f(b)]$$

$$R_n,0=\frac{1}{2}R_{n-1,0}+b-\frac{a}{2^n}\sum_{i=1}^{2^n-1}f\left(a+(2\mathrm{i}-1)\frac{b-a}{2^n}\right)$$

$$R_{n,n}=R_{n,m-1}+\frac{4^m*R_{n,m-1}-R_{n-1,m-1}}{4^m-1}$$

Kolejne macierze możemy przestawić za pomocą macierzy

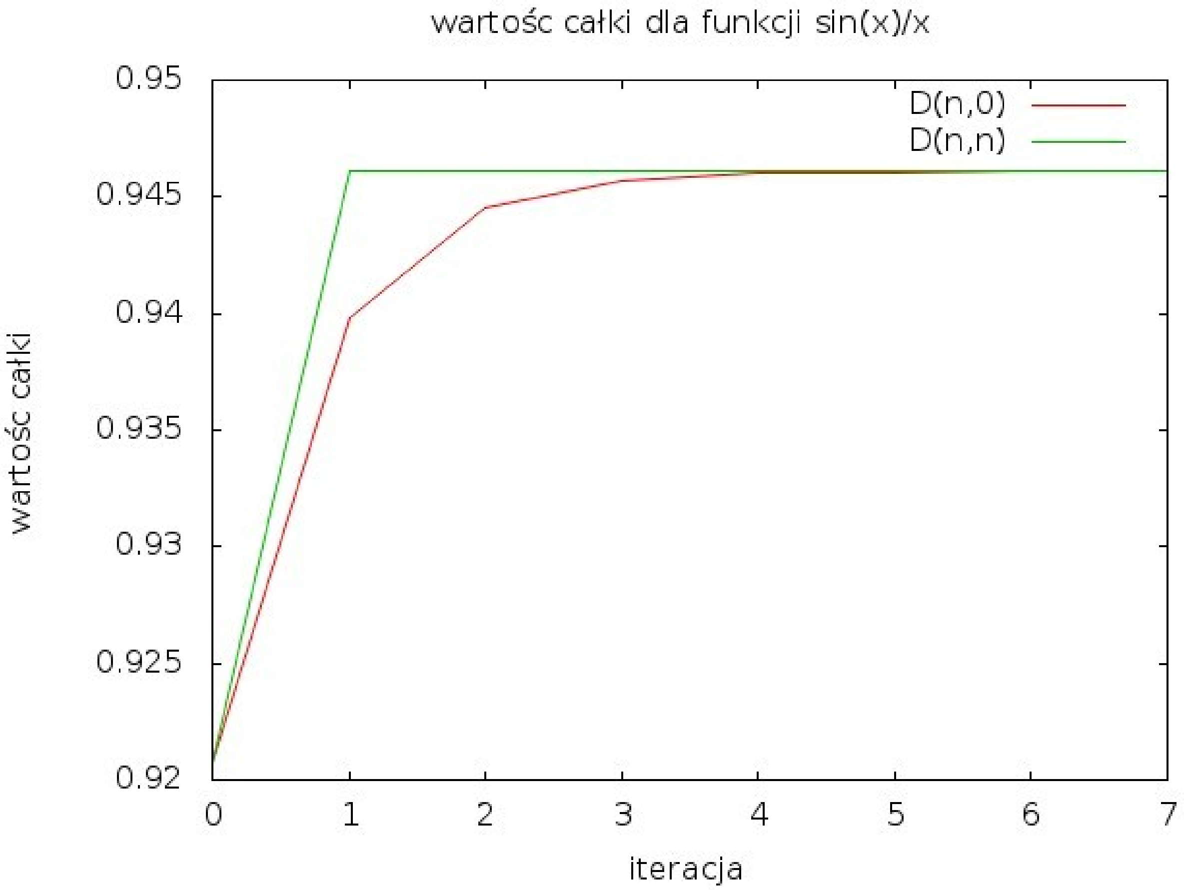
$$\begin{bmatrix} R_{00} & & \cdots & \\ & R_{11} & & \\ \vdots & & & \vdots \\ R_{m0} & R_{m1} & \cdots & R_{mm} \end{bmatrix}$$

2. Zadania do wykonania

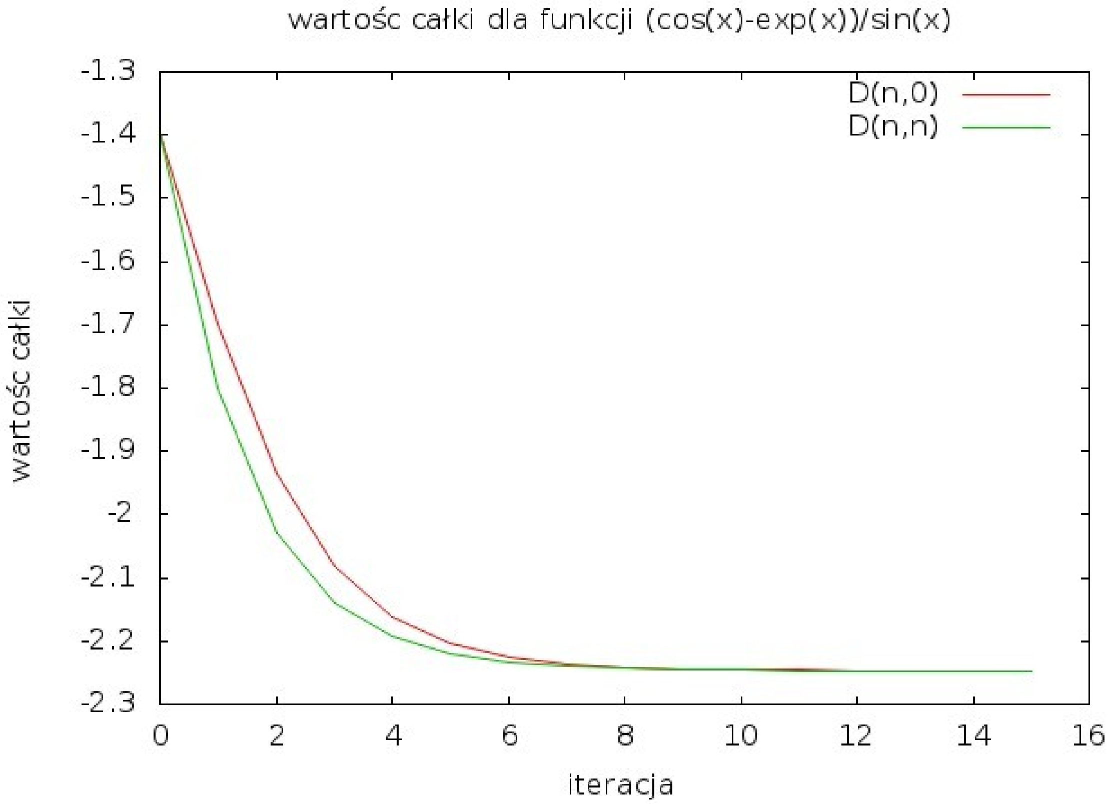
- obliczyć wartość całki $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}$
- obliczyć wartość całki $\int_{-1}^1 \frac{\cos(x)-e^x}{\sin(x)}$
- obliczyć wartość całki $\int_1^\infty \frac{1}{x*e^x}$
- przeanalizować zbieżność elementów $R_{n,0}$ i $R_{n,n}$

3.Wykonanie zadania

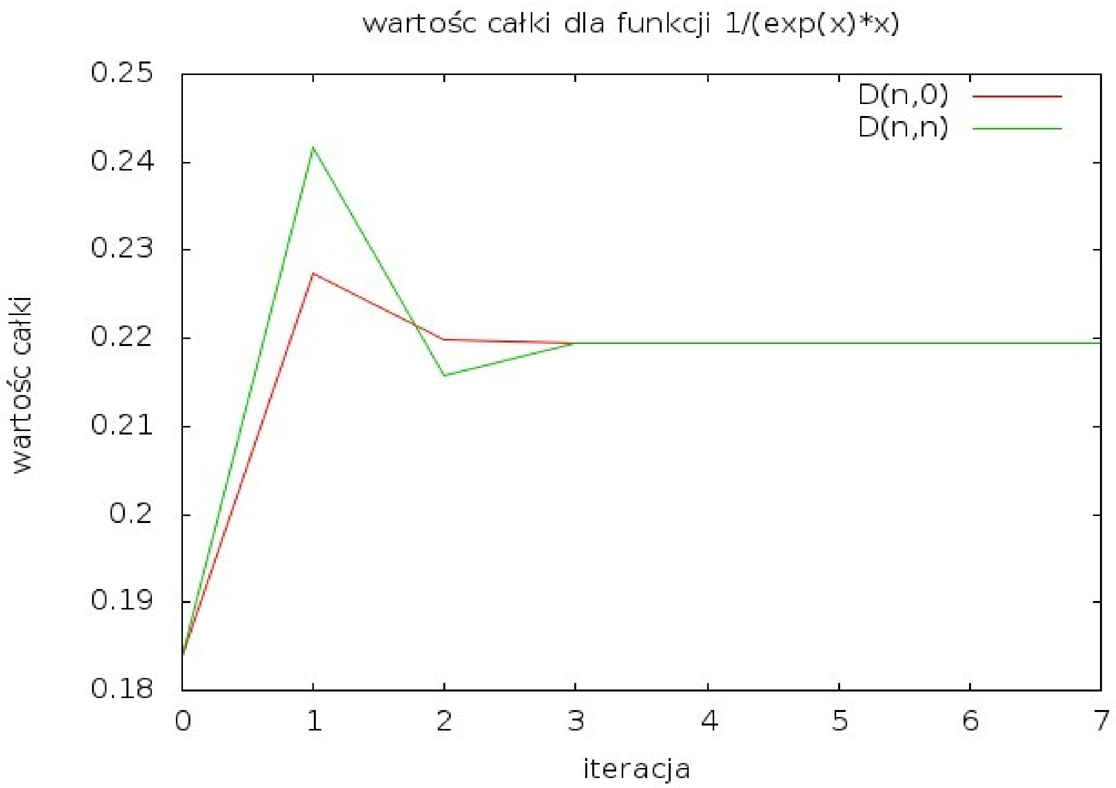
- wynik dla $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}=0.946082$
- wynik dla $\int_{-1}^1 \frac{\cos(x)-e^x}{\sin(x)}=-2.246568$
- wynik dla $\int_1^\infty \frac{1}{x*e^x}=0.219384$
- Zbieżność elementów $R_{n,0}$ i $R_{n,n}$ dla $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x}$



- Zbieżność elementów $R_{n,0}$ i $R_{n,n}$ dla $\int_{-1}^{1} \frac{\cos(x)-e^x}{\sin(x)}$



- Zbieżność elementów $R_{n,0}$ i $R_{n,n}$ dla $\int_{1}^{\infty} \frac{1}{x*e^x}$



4.Wnioski

Można zauważyć że w samo zwiększanie liczby węzłów($R_{n,0}$) jest mniej skuteczne od równoczesnego zwiększania węzłów oraz długości szeregu Taylora($R_{n,n}$). Jednak dla całek niewymiernych obie metody spisały się równie dobrze. Podsumowując najlepiej dla całek oznaczonych stosować w kolejnych przybliżeni zarówno zwiększanie ilości węzłów oraz przybliżenie funkcji podcałkowej