

# Análise de Medidas de Centralidade Aplicadas as Redes Ópticas de Telecomunicações

Silvana Trindade<sup>1</sup>, Guilherme Bizzani<sup>1</sup>, Rodrigo Levinsk<sup>1</sup>, Watson V. C. Junior<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS)

{syletri, gaioleroo, rd.levinsk, watsonmaster}@gmail.com

## **Abstract.**

**Resumo.** *As medidas de centralidade buscam obter a relevância dos vértices, em função de algumas invariantes do grafo. A partir de um conjunto de redes ópticas de telecomunicações foi realizado uma análise sobre a influência de variáveis para cinco medidas de centralidade: a centralidade de grau, de intermediação, de eficiência e proximidade. Estas medidas podem influenciar diretamente no custo da rede e na sua performance. Sendo assim a avaliação de características relevantes podem ser utilizadas em modelos matemáticos. O presente artigo obteve uma análise de redes, possibilitando a identificação de características relevantes e que são importantes para diversos estudos práticos, podendo influenciar diretamente na implantação de uma rede. As medidas de centralidade buscam obter os vértices relevantes em função de algumas invariantes do grafo. Os estudos revelaram que a centralidade de proximidade é influenciada pelo grau médio; a centralidade de intermediação pelo número de ligações e nós, a centralidade de eficiência pelo grau médio.*

## **1. Introdução**

As redes de telecomunicações envolvem uma série de cálculos e análises prévias para sua eficiente implantação, prevenindo sobrecargas e garantindo sua integridade. Em [Pavan 2010] são apresentadas algumas características para as topologias físicas de redes reais devem respeitar alguns pré requisitos, entre eles estão: o grafo que representa a topologia deve ser 2-conexo, o grau mínimo de cada nó deve ser dois e devem existir no mínimo dois caminhos disjuntos de um nó de origem até um de destino.

A análise da confiabilidade de rede e a identificação de seus principais elementos são importantes ferramentas para diversos estudos práticos, como por exemplo, a expansão e manutenção de sistemas elétricos, de transportes e de telecomunicações [?]. Em [Pavan 2010] são identificadas características relevantes de topologias sobreviventes a partir de um conjunto de 29 topologias físicas de redes reais, com número de nós de 9 à 100 levando em consideração algumas variáveis, *INSERIR AS VARIÁVEIS.*

O método proposto faz um estudo de cinco medidas de centralidade em redes ópticas de telecomunicações. Utilizamos um conjunto de 12 redes de referência, onde para cada uma é obtido as medidas citadas. Em [Brandes 2001] é apresentado um algoritmo para obter a centralidade de intermediação do grafo,

executando em  $O(nm + n^2 \log n)$ , sendo  $m$  o número de ligações e  $n$  o número de nós. Com o algoritmo obtivemos também centralidade de eficiência e proximidade, sendo que as mesmas utilizam de caminhos mínimos para determinarem seus resultados.

O presente artigo está organizado da seguinte forma: na Seção 2 é apresentado o conceito das medidas de centralidade que são analisadas no mesmo. Posteriormente na Seção 3 será abordado o método utilizado. Na Seção 4 são apresentados os resultados. E finalmente na Seção 5 as conclusões e trabalhos futuros serão expostos.

## 2. Medidas de Centralidade

O estudo de redes é de grande interesse na área científica, dada a capacidade de uma rede poder representar por meio de modelagem diversos problemas de natureza real. Em grafos como modelos para redes, as medidas de centralidade buscam medir a variação da relevância dos vértices, em função de alguns invariantes do grafo [Freitas 2010].

Em [Freitas 2010] intuitivamente, em uma rede, os nós mais centrais são aqueles que a partir dos quais podemos atingir qualquer outro com mais facilidade ou rapidez. Buscamos com este trabalho direcionar as medidas para redes de telecomunicações as quais são influenciadas por  $n$  variáveis, grau, número de ligações, número de nós, dentre outras.

### 2.1. Centralidade de Eficiência

Em Pesquisa Operacional, alguns problemas de localização consistem em se determinar um local de modo que minimize o tempo máximo de viagem entre o mesmo e todas as demais localizações. Estes problemas possuem diversas aplicações práticas, como por exemplo, a instalação de um hospital, cujo objetivo é minimizar o tempo máximo de atendimento de uma ambulância a uma possível emergência [Freitas 2010].

Com o intuito de resolver este tipo de problemas foi que, em 1995, HAGE e HARARY propuseram a medida de *Centralidades de eficiência* que baseia-se no conceito de excentricidade de um vértice e pode ser definida como:

Seja  $G$  um grafo conexo com  $n$  vértices e seja  $v_k$  um vértice de  $G$ , a *centralidade de eficiência* de  $v_k$  é dada pelo inverso da excentricidade de  $v_k$ , ou seja,

$$C_{eff}(v_k) = \frac{1}{e(v_k)}, \quad (1)$$

Em nosso algoritmo desenvolvemos uma função para executar esta fórmula que de forma geral segue os seguintes passos:

1. Busca pelo maior número de saltos do vértice quanto a todos ou outros, utilizando a matriz denominada *caminhoMinimo* previamente calculada.

2. Depois efetua-se o cálculo da centralidade de eficiência de cada vértice aproveitando o laço para guardar qual é o maior valor resultante que será o valor da centralidade da rede.
3. Por último obtém-se o valor da centralidade de eficiência e todos os vértices que resultam neste valor.

## 2.2. Centralidade de Grau

Na centralidade de grau, é considerado que o grau do vértice mais centralizado como principal. Segundo [Freitas 2010] na equação o somatório onde o grau do vértice  $d_k$  é constituído pela soma da matriz de adjacência  $a_{kj}$ .

$$d_k = \sum_{j=1}^n a_{kj} \quad (2)$$

Na centralidade relativa é usada a proporção do valor do grau em relação do tamanho do grafo.

$$c'_d(v_k) = \frac{d_k}{n-1} \quad (3)$$

O algoritmo de cálculo da centralidade de grau é o seguinte:

1. Considera o grau máximo como zero.
2. Inicia um laço em uma lista de nós onde se compara o valor máximo com o valor do grau, considerando o nó atual.
3. Caso o valor do nó atual seja maior, ele substitui o valor máximo pelo seu valor.
4. Com o valor máximo já estabelecido, se usa mais um laço para listar os nós de grau máximo.

## 2.3. Centralidade de Intermediação

[Freitas 2010] cita que a centralidade de intermediação foi introduzida com o objetivo de expressar a influência que um vértice sobre seus pares em um grafo. A medida consiste em obter o número de geodésicas entre todos os pares de vértices do grafo a partir de um determinado vértice [Freitas 2010].

Portanto para calcular a centralidade de intermediação ( $C_I$ ) utiliza-se a seguinte fórmula:

$$C_I(v_k) = \sum_{i \neq j \neq v_k} \frac{b_{ij}(v_k)}{b_{ij}}, \quad (4)$$

onde  $b_{ij}$  representa o número total de geodésicas entre os vértices  $i$  e  $j$  e  $b_{ij}(v_k)$  representa o número de geodésicas entre  $i$  e  $j$  que possuem ao longo do caminho o vértice  $(v_k)$ . Sendo o nó com maior centralidade de intermediação será o mais central da rede [Vladimir Ufimtsev 2013] [Freeman 1977].

O algoritmo de [Brandes 2001] foi utilizado para calcular a centralidade de intermediação, com as seguintes etapas:

1. Obter as geodésicas de  $i$  a  $j$ .
2. Verificar se existe o nó  $v_k$  em alguma geodésica de  $i$  até  $j$ .
3. Calcular a centralidade de intermediação para todos os nós.

Onde serão repetidas de  $k = 0, 1, 2, \dots, n$ .

## 2.4. Centralidade de Proximidade

A mais simples e natural das medidas de centralidade do vértice baseada na proximidade foi chamada de centralidade de proximidade, e é baseada na soma das distâncias de um vértice em relação aos demais vértices do grafo [Freitas 2010].

Para calcular a Centralidade de Proximidade usamos a seguinte fórmula:

$$C_C(v_k) = \frac{1}{\sum_{j=1}^n dist(v_j, v_k)}, \quad (5)$$

Sendo  $G$  um grafo conexo com  $n$  vértices e seja  $v_k$  um vértice de  $G$ . A centralidade de proximidade  $v_k$  é dada pelo inverso da soma das distâncias de  $v_k$  a todos os demais vértices do grafo. Para realizarmos esta fórmula em nosso algoritmo efetuamos os seguintes passos:

1. Utiliza-se a matriz de caminhos mínimos criada anteriormente para fazer o cálculo proposto na fórmula anterior e guardar qual o menor valor encontrado.
2. Posteriormente é procurado pelo menor valor, o qual será obtido como resultado final junto com todos os vértices que possuem este valor.

## 3. Metodologia

Em [Brandes 2001] é apresentada uma proposta de algoritmo para calcular a centralidade de intermediação de um vértice em um grafo. O mesmo utiliza do método dos caminhos de Dijkstra com a modificação, busca todos os caminhos mínimos ao invés de um único entre um vértice origem  $s$  em um de destino  $t$ .

As medidas de centralidade apresentadas neste artigo utilizam de caminhos mínimos, assim fez-se o uso do algoritmo de [Brandes 2001] para obter as geodésicas dos grafos que representam as redes de telecomunicações. A execução deste algoritmo resulta em um conjunto de dados que são apresentados na Tabela 1.

a centralidade de intermediação pelo número de ligações e nós, a centralidade de eficiência pelo grau médio.

Tabela 1. CONJUNTO DE REDES REAIS DE REFERÊNCIA

Número	Rede	$N$	$L$	$\langle\delta\rangle$	$C_G$	$C_R$	$C_E$	$C_P$	$C_I$
1	Abilenecore	10	13	2.6	3	0.33	0.33	0.0625	12.58
2	RNP	10	12	2.4	3	0.33	0.33	0.0588	10.5
3	Learn	10	11	2.2	3	0.33	0.33	0.0555	11.5
4	Bren	10	11	2.2	3	0.33	0.33	0.0555	11.5
5	Germany	17	26	3.06	6	0.37	0.33	0.0333	47.93
6	Arnes	17	20	2.35	5	0.31	0.33	0.0312	74.83
7	Arpanet	20	32	3.2	4	0.21	0.33	0.0232	35.4
8	Sweden	20	24	2.4	4	0.21	0.2	0.0161	53
9	Metrona	33	41	2.48	5	0.16	0.17	0.0094	239.5
10	Loni	33	37	2.24	6	0.19	0.11	0.0078	247.67
11	Internet2	56	61	2.18	3	0.05	0.1	0.003	631.42
12	Coronet	75	97	2.59	5	0.07	0.11	0.0029	1034.95
13	Usa	100	171	3.42	6	0.06	0.11	0.0022	1720.56

A centralidade de proximidade  $C_P$  é diretamente influenciada pelo grau médio da rede  $\langle\delta\rangle$ , quanto maior o grau médio maior será o valor da centralidade de proximidade em redes com o mesmo número de nós. Esta medida pode ser considerada estável quanto a variações não contendo grandes diferenças entre redes de maior pra menor porte e vice-versa.

Da mesma forma, a centralidade de eficiência  $C_E$  é influenciada pelo grau médio  $\langle\delta\rangle$ , porém a centralidade de eficiência sofre menos oscilações pelo grau médio variando de  $0 > C_E \leq 0.5$ , onde 0.5 é considerada uma eficiência ótima para este conjunto de dados.

Já a centralidade de grau  $C_G$  não sofre influência de outras invariantes da rede além do próprio grau do nó. A centralidade relativa de grau  $C_R$  é influenciada pelo grau máximo e pelo número de vértices, quanto maior o número de ligações da rede menor é a medida.

#### 4. Resultados e Discussões

#### 5. Conclusão e Trabalhos Futuros

#### Referências

- Brandes, U. (2001). A faster algorithm for betweenness centrality. *Journal of Mathematical Sociology*, 25:163–177.
- Freeman, L. C. (1977). A set of centrality based on betweenness. *Sociometry*, pages 35–41.
- Freitas, L. Q. d. (2010). Medidas de centralidade em grafos. Master's thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Pavan, Claunir, M. R. J. d. R. P. A. (2010). Generation realistic optical transport network topologies. *IEEE/OSA Journal of Optical Communications and Networking*, 2:80–90.

Vladimir Ufimtsev, A. S. B. (2013). Identifying high betweenness centrality vertices in large noisy networks. *IEEE 27th International Symposium on Parallel & Distributed Processing Workshops and PhD Forum*, pages 2234–2237.