BÀI TẬP PP NCKH

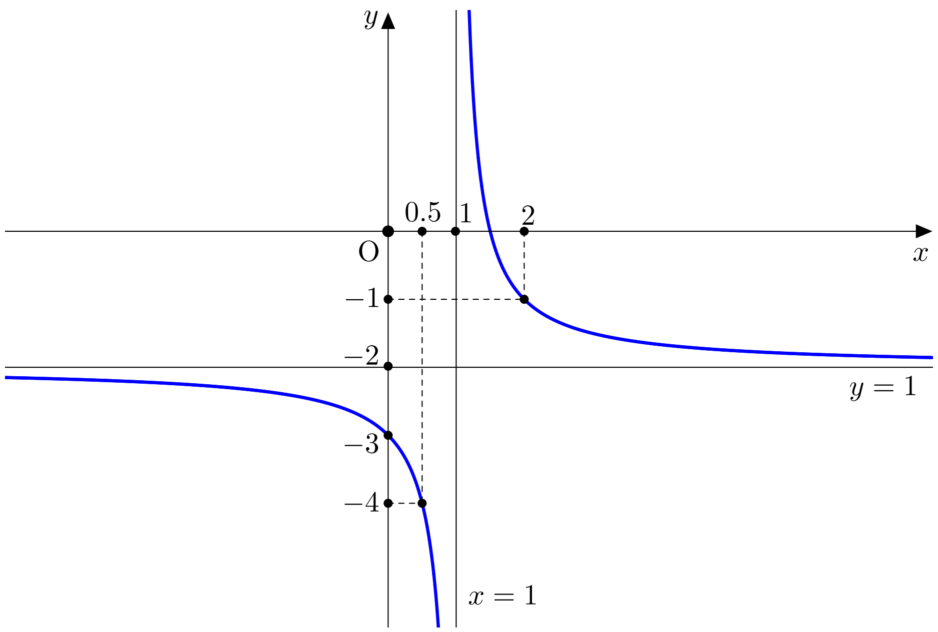
Thiết kế đề thi bằng LaTeX

ĐỀ SỐ 51

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2016

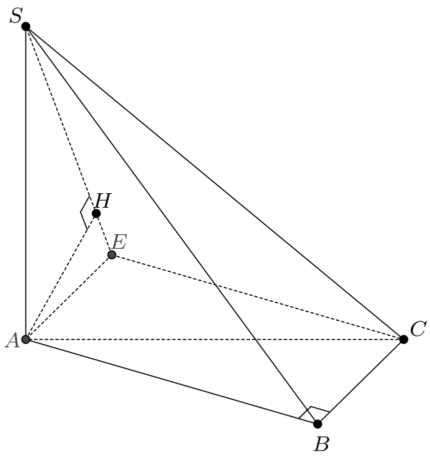
ĐÁP ÁN MÔN TOÁN

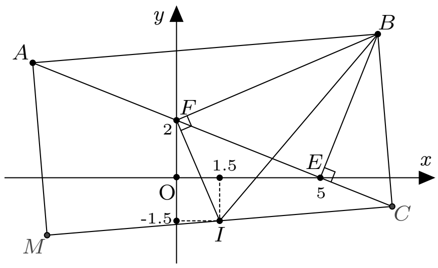
(Đáp áp gồm 06 trang)

Câu	Đáp án (Trang 01)	Điểm
1 (1,0đ)	Hàm số: $y = \dfrac{3-2x}{x-1} = \dfrac{-2x+3}{x-1}$ • Tập xác định $D = \mathbb{R} \backslash \{1\}$ • Đạo hàm: $y' = \dfrac{-1}{(x-1)^2} < 0,\ \forall x \in D$ • Hsnb trên các khoảng xác định $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ và không có đạt cực trị	0,25
	• Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} = -2; \lim\limits_{x\to+\infty} = -2 \Rightarrow y = -2$ là tiệm cận ngang. • $\lim\limits_{x\to1^-} = -\infty; \lim\limits_{x\to1^+} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.	0,25
	• Bảng biến thiên $\begin{array}{c\|lcr} x & -\infty & 1 & +\infty \\ \hline y' & - & \| & - \\ \hline y & -2 \searrow -\infty & \| & +\infty \searrow -2 \end{array}$ • Bảng giá trị $\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & 1/2 & 1 & 3/2 & 2 \\ \hline y & -3 & 1 & \| & 0 & -1 \end{array}$	0,25
	• Đồ thị  	0,25

Câu	Đáp án (Trang 02)	Điểm
2 (1,0đ)	$(C): y = \dfrac{-2x+3}{x-1}$ Gọi $M(x_0; y_0) \in (C)$ là tiếp điểm, phương trình tiếp tuyến tại M có dạng $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0 \qquad (1)$ Vì tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta : y = -x+1$ nên có hệ số góc $f'(x_0) = -1$	0,25
	$(1) \Leftrightarrow \dfrac{-1}{(x_0-1)^2} = -1 \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 - 1 = 1 \\ x_0 - 1 = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 2 \\ x_0 = 0 \end{array}\right.$	0,25
	• Với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = -1$. PTTT là: $y + 1 = -1(x-2) \Leftrightarrow y = -x + 1$ (loại)	0,25
	• Với $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -3$. PTTT là: $y + 3 = -1(x-0) \Leftrightarrow y = -x - 3$	0,25
3a (0,5đ)	Gọi số phức $z = a + bi,\ (a, b \in \mathbb{R})$. Ta có $3z + 9 = 2i.\bar{z} + 11i \Leftrightarrow 3(a+bi) + 9 = 2i(a - bi) + 11i \qquad (2)$	0,25
	$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 9 = 2b \\ 3b = 2a + 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = -9 \\ -2a + 3b = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$ Ta có $z = -1 + 3i \Rightarrow \bar{z} = -1 - 3i$	0,25
3b (0,5đ)	• Điều kiện: $\begin{cases} x^2 + 5 > 0 \\ x + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x + 5 > 0 \Leftrightarrow x > -5$ • Khi đó $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+5) + 2\log_2(x+5) = 0$ $\Leftrightarrow -\log_2(x^2+5) + \log_2(x+5)^2 = 0$ $\Leftrightarrow \log_2(x+5)^2 = \log_2(x^2+5)$	0,25
	$\Leftrightarrow (x+5)^2 = x^2 + 5 \Leftrightarrow x^2 + 10x + 25 = x^2 + 5 \Leftrightarrow 10x = -20 \Leftrightarrow x = -2$ (nhận) Vậy, phương trình có nghiệm duy nhất: $x = -2$	0,25
4 (1,0đ)	Ta có $I = \displaystyle\int_0^1 x\left(x + e^{z^2}\right)dx = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x e^{z^2} dx = I_1 + I_2$	0,25
	$I_1 = \displaystyle\int_0^1 x^2 dx = \left.\frac{x^3}{3}\right\|_0^1 = \frac{1}{3}$	0,25
	Đặt: $t = x^2 \Rightarrow dt = 2xdx \Rightarrow \dfrac{dt}{2} = xdx$. Đổi cận $\begin{array}{c\|cc} x & 0 & 1 \\ \hline t & 0 & 1 \end{array}$ $I_2 = \displaystyle\int_0^1 e^t \frac{dt}{2} = \left.\frac{1}{2}e^t\right\|_0^1 = \frac{1}{2}e - \frac{1}{2}$	0,25
	Vậy $I = I_1 + I_2 = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{2}e - \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}e - \dfrac{1}{6}$	0,25

Câu	Đáp án (Trang 03)	Điểm
5 (1,0đ)	Gọi $I(a;b;c)$ là tâm của mặt cầu (S). Vì (S) đi qua các điểm A, B, C và cắt hai mặt phẳng $(\alpha) : x+y+z+2=0$ và $(\beta) : x-y-z-4=0$ theo 2 giao tuyến là hai đường tròn có bán kính bằng nhau nên ta có hệ	0,25
	$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ d(I,(\alpha)) = d(I,(\beta)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a-7b+4c=15 \\ 3a-2b+2c=9 \\ \lvert a+b+c+2\rvert = \lvert a-b-c-4\rvert \end{cases}$ Giải hệ ta được: $\begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=3 \end{cases} \vee \begin{cases} a=\dfrac{19}{7} \\ b=-\dfrac{12}{7} \\ c=-\dfrac{9}{7} \end{cases}$	0,25
	• Với $\begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=3 \end{cases}$, viết được phương trình mặt cầu: $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=25$	0,25
	• Với $\begin{cases} a=\dfrac{19}{7} \\ b=-\dfrac{12}{7} \\ c=-\dfrac{9}{7} \end{cases}$, viết được phương trình mặt cầu: $\left(x-\dfrac{19}{7}\right)^2+\left(y+\dfrac{12}{7}\right)^2+\left(z+\dfrac{9}{7}\right)^2=\dfrac{1237}{49}$	0,25
6a (0,5đ)	Ta có $(\sin x+\cos x)^2 = 1+\cos x \Leftrightarrow 1+2\sin x\cos x = 1+\cos x \Leftrightarrow \cos x(2\sin x-1)=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \quad (k\in\mathbb{Z}) \\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.$ Vậy phương trình đã cho có 3 họ nghiệm.	0,25
6b (0,5đ)	• Phép thử: "Sắp 12 học sinh vào 3 nhóm khác nhau" $\Rightarrow$ Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathbf{C}_4^{12}.\mathbf{C}_4^{8}.\mathbf{C}_4^{4} = 34\ 650$ • Gọi A là biến cố: "Sắp 12 học sinh vào 3 nhóm khác nhau có đúng 1 nữ" $\Rightarrow$ Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = \mathbf{C}_1^{3}.\mathbf{C}_3^{9}.\mathbf{C}_1^{2}.\mathbf{C}_3^{6}.\mathbf{C}_1^{1}.\mathbf{C}_3^{3} = 10\ 080$	0,25
	Xác suất của biến cố là $P(A) = \dfrac{n(\Omega)}{n(A)} = \dfrac{10\ 080}{34\ 650} = \dfrac{16}{55}$ Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{16}{55}$	0,25

Câu	Đáp án (Trang 04)	Điểm
7 (1,0đ)	 • Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{cases}$ $\Rightarrow SA \perp AB \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB lên (ABC), do đó $\widehat{SBA} = 30^0$ • Tam giác SAB vuông tại A nên $$\cot \widehat{SBA} = \frac{AB}{SA}$$ $\Rightarrow BC = AB = SA. \cot \widehat{SBA}$ $= a. \cot 30^0 = a\sqrt{3}$	0,25
	• $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{1}{2}a\sqrt{3}.a\sqrt{3} = \frac{3a^2}{2}$ • Vậy thể tích khối $S.ABC$ là $$V = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.a.\frac{3a^2}{2} = \frac{a^3}{2}$$	0,25
	• Trong mp(ABC), kẻ $AI \parallel BC$ và kẻ $CI \parallel AB$ $\Rightarrow ABCI$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ • Trong mp(SAI), kẻ AH vuông góc với SI, ta có $\begin{cases} AH \perp SI \\ AH \perp CI \ \Big(CI \perp (SAI)\Big) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SIC)$ Nên $d(AB, SC) = d\Big(A; (SIC)\Big) = AH$	0,25
	• Tam giác SAI vuông tại A nên $$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2}$$ $$\Rightarrow AH = \frac{AI.SA}{\sqrt{AI^2 + SA^2}} = \frac{a.a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$ Vậy khoảng cách của AB và SC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$	0,25

Câu	Đáp án (Trang 05)	Điểm
8 (1,0đ)	 • Do F là trung điểm AE nên đỉnh $A(-5;4)$ $\Rightarrow$ phương trình đường thẳng (AC) : $$2x+5y-10=0$$	0,25
	• Ta đi chứng minh: $BF\perp IF$. Thật vậy ta có $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BE}\right)$ $\overrightarrow{FI}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{FD}+\overrightarrow{FC}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{EC}\right)$ $\Rightarrow 4\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{FI}=\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BE}\right)\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{EC}\right)$ $=\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{EC}$ $=\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{AD}$ $=\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{BE}.\overrightarrow{BC}$ $=-\overrightarrow{BE}^2+\overrightarrow{BE}^2=0$	0,25
	• $BF\perp IF$ nên có phương trình: $7x+3y-6=0$ • BE đi qua E và vuông góc EF nên có phương trình: $5x-2y-25=0$ Do đó $B(7;5)$	0,25
	• Từ đây tìm được phương trình (CD) : $$2x-24y-39=0$$	0,25
9 (1,0đ)	• ĐK: $x\geq 1$. Bất phương trình đã cho tương đương với $$\Leftrightarrow \frac{(2x-3)\left(2\sqrt{x-1}-1\right)}{x}\geq \frac{9x^2-4(2x-1)}{3x+2\sqrt{2\sqrt{2x-1}}}$$ $$\Leftrightarrow \frac{(2x-3)\left(2\sqrt{x-1}-1\right)}{x}\geq 3x-2\sqrt{2x-1} \qquad (3)$$	0,25
	$(3)\Leftrightarrow (2x-3)\left(2\sqrt{x-1}-1\right)\geq 3x^2-2x\sqrt{2x-1}\ (x\geq 1)$ $$\Leftrightarrow 2\left(x-1-\sqrt{x-1}\right)^2+\left(x-\sqrt{2x-1}\right)^2+2\left(\sqrt{x-1}+x-1\right)\leq 0 \qquad (4)$$	0,25
	Ta có nhận xét sau: $\begin{cases}\left(x-1-\sqrt{x-1}\right)^2\geq 0\\ \left(x-\sqrt{2x-1}\right)^2\geq 0\\ \left(\sqrt{x-1}+x-1\right)\geq 0\ (\text{do } x\geq 1)\end{cases} \Rightarrow \mathrm{VT}_{(4)}\geq 0$	0,25
	Vậy để (4) xảy ra thì $\Leftrightarrow \mathrm{VT}=0\Leftrightarrow \begin{cases}x-1=\sqrt{x-1}\\ x=\sqrt{2x-1}\\ x-1=0\end{cases}\Leftrightarrow x=1$	0,25

Câu	Đáp án (Trang 06)	Điểm
10 (1,0đ)	• Ta có $\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{c+a}}=\frac{a^2}{a\sqrt{a(b+c)}}+\frac{b^2}{b\sqrt{b(c+a)}}\ge\frac{(a+b)^2}{a\sqrt{a(b+c)}+b\sqrt{b(c+a)}}$ $\frac{(a+b)^2}{a\sqrt{a(b+c)}+b\sqrt{b(c+a)}}\ge\frac{(a+b)^2}{\sqrt{(a+b)\left[a^2(b+c)+b^2(c+a)\right]}}\qquad(5)$ • Mặt khác, Vì $c=\min\{a,b,c\}\Rightarrow a+b-2c\ge 0$. Nên ta có $a^2(b+c)+b^2(c+a)=ab(a+b-2c)+c(a+b)^2\le\left(\frac{a+b}{2}\right)^2(a+b-2c)+c(a+b)^2$ $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2(a+b-2c)+c(a+b)^2=\frac{(a+b)^3+2c(a+b)^2}{4}\qquad(6)$ Từ (5) và (6) suy ra $\sqrt{\frac{a}{b+c}}+\sqrt{\frac{b}{c+a}}\ge 2\sqrt{\frac{a+b}{a+b+2c}}$	0,25
	Ta lại có $\ln\left[\frac{6(a+b)+4c}{a+b}\right]=\ln\left[2\left(\frac{a+b+2c}{a+b}+2\right)\right]\ge\ln\left[\left(\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}}+\sqrt{2}\right)^2\right]\qquad(7)$ Mặt khác: vì $c=\min\{a,b,c\}\Rightarrow 2c\le a+b$. Nên ta có $\sqrt[4]{\frac{8c}{a+b}}\le\sqrt[4]{2\cdot\frac{a+b+2c}{a+b}}\le\frac{1}{2}\left(\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}}+\sqrt{2}\right)\qquad(8)$	0,25
	• Từ (6), (7), (8) ta được $P\ge\frac{2}{\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}}}+\frac{8\ln\left(\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}}+\sqrt{2}\right)}{\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}}+\sqrt{2}}$ Đặt $t=\sqrt{1+\frac{2c}{a+b}}$, do $c=\min\{a,b,c\}\Rightarrow\frac{2c}{a+b}\le 1\Rightarrow t\le\sqrt{2}$ • Xét hàm $f(t)=\frac{2}{t}+\frac{8\ln\left(t+\sqrt{2}\right)}{t+\sqrt{2}}$, trên $t\in\left(0;\sqrt{2}\right]$ • Ta có $f'(t)=\frac{-2}{t^2}+\frac{8}{\left(t+\sqrt{2}\right)^2}-\frac{8\ln\left(t+\sqrt{2}\right)}{\left(t+\sqrt{2}\right)^2}$ $=\frac{\left(t-\sqrt{2}\right)\left(3t+\sqrt{2}\right)}{t^2\left(t+\sqrt{2}\right)^2}-\frac{8\ln\left(t+\sqrt{2}\right)}{\left(t+\sqrt{2}\right)^2},\ \forall t\in\left(0;\sqrt{2}\right]$ Suy ra: $f(t)\ge f(\sqrt{2})=2\left(1+\ln 8\right)$	0,25
	Vậy $P_{\min}=2\left(1+\ln 8\right)$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c$.	0,25

Lưu ý: Học sinh có lời giải khác với đáp án chấm thi nếu có lập luận đúng dựa vào SGK hiện hành và có kết quả chính xác đến ý nào thì cho điểm tối đa ở ý đó.