

#### Đặt vấn đề

Các vấn đề nảy sinh với CSDL được thiết kế tồi:

- Dư thừa dữ liệu
- Dị thường khi sửa chữa
- Dị thường khi thêm bộ
- Dị thường khi xoá bộ

Ví dụ: CSDL gồm 1 quan hệ:

| MASV    | HOTEN          | NS     | MAHP | TENHP     | HK | TC | DIEM          |
|---------|----------------|--------|------|-----------|----|----|---------------|
| BK10000 | Nguyễn Mai Hoa | 1-5-85 | m1   | Đại số    | 1  | 4  | 6             |
| BK10000 | Nguyễn Mai Hoa | 1-5-85 | m2   | Giải tích | 1  | 3  | 7             |
| BK10000 | Nguyễn Mai Hoa | 1-5-85 | m3   | Giải tích | 2  | 4  | 5             |
| BK10001 | Trần Mạnh Dũng | 2-9-85 | m1   | Đại số    | 1  | 4  | 8             |
| BK10001 | Trần Mạnh Dũng | 2-9-85 | m2   | Giải tích | 1  | 3  | 4<br><b>2</b> |



## Khái niệm phụ thuộc hàm

- Định nghĩa. Cho tập thuộc tính U hữu hạn khác Ø. Một phụ thuộc hàm trên U có dạng X →Y, X, Y ⊆ U
- (Y phụ thuộc hàm vào X hay X quyết định Y, X là vế trái và Y là vế phải của phụ thuộc hàm)
- Cho R(U). Nói R thoả X →Y nếu ∀u, v ∈ R mà u.X = v.X thì u.Y = v.Y
- Kí hiệu R(f) quan hệ R thỏa phụ thuộc hàm f
- R thỏa tập phụ thuộc hàm F nếu R(f), với ∀f ∈ F
   kí hiệu R(F).

# M

## Lược đồ quan hệ

**Định nghĩa.** Lược đồ quan hệ  $\alpha$  là cặp hai thành phần:

$$\alpha = \langle U, F \rangle$$

trong đó U là tập thuộc tính, F là tập phụ thuộc hàm.

- Quan hệ R(U) gọi là thuộc lược đồ α nếu R(F).
- Ví dụ: Cho lược đồ α = <U, F> với
- U = { MASV, HOTEN, NS, MAHP, TENHP, HK, TC, DIEM}
- $F = \{MASV \rightarrow \{HOTEN, NS\};$   $MAHP \rightarrow \{TENHP, HK, TC\};$   $TENHP \rightarrow MAHP; \{MASV, MAHP\} \rightarrow DIEM\}$

## Suy dẫn logic

Định nghĩa . Cho lược đồ quan hệ  $\alpha$  = <U, F>;

f: phụ thuộc hàm trên U.

Nói f suy dẫn logic được từ F nếu với mọi quan hệ R thuộc  $\alpha$ , R(F) thì R(f). Kí hiệu F  $\models$  f.

Ví dụ. 
$$U = ABC$$
;  $F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C\}$ 

Chứng minh rằng  $F \models A \rightarrow C$ 

R là một quan hệ bất kì thuộc lược đồ  $\alpha = \langle U, F \rangle$ , ta có R(F). Ta sẽ chứng minh R(A  $\rightarrow$  C):

Giả sử u,  $v \in R$  mà u.A = v.A (3.1) và u. $C \neq v.C$  (3.2).

Vì R(A 
$$\rightarrow$$
 B), (3.1)  $\Rightarrow$  u.B = v.B  $\Rightarrow$  u.C = v.C (vì R(B  $\rightarrow$ C))

Mâu thuẫn với (3.2). Vậy u.C = v.C  $\Rightarrow$  R(A  $\rightarrow$  C)

## W

## Bao đóng của tập phụ thuộc hàm

• Định nghĩa. Bao đóng của tập phụ thuộc hàm F là:

$$F^+ = \{ X \rightarrow Y \mid F \models X \rightarrow Y \}$$

Khi F = F+, nói F là họ đầy đủ các phụ thuộc hàm.

Tính chất:

F và G là 2 tập phụ thuộc hàm trên tập thuộc tính U.

2. Tính đơn điệu

Nếu 
$$F \subset G$$
 thì  $F^+ \subset G^+$ 

3. Tính lũy đẳng

$$F^{++} = F^{+}$$

4. 
$$(FG)^+ \supseteq F^+ G^+$$

5. 
$$(FG)^+ = (F^+G)^+ = (FG^+)^+$$



## Hệ tiên đề cho các phụ thuộc hàm

## Hệ tiên đề Armstrong (A<sup>0</sup>)

Cho lược đồ quan hệ  $\alpha = \langle U, F \rangle$ , X, Y, Z  $\subseteq U$ .

A1) Luật phản xạ (reflexity)

Nếu 
$$Y \subseteq X$$
 thì  $X \rightarrow Y$ 

A2) Luật tăng trưởng (augmentation)

Nếu 
$$X \rightarrow Y$$
 thì  $XZ \rightarrow YZ$ 

A3) Luật bắc cầu (transitivity)

Nếu 
$$X \rightarrow Y$$
 và  $Y \rightarrow Z$  thì  $X \rightarrow Z$ 

Kí hiệu F⊢f: phụ thuộc hàm fsuy dẫn được từ F nhờ hệ tiên đề Armstrong (Bằng cách áp dụng các luật của A<sup>0)</sup>

$$F^* = \{f \mid F \vdash f\}$$

м

Ví dụ. Chứng minh  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow CD\}$  ⊢  $AC \rightarrow CD$ 

- $(1) A \rightarrow B$
- $(2) \qquad \mathsf{B} \to \mathsf{CD}$
- (3)  $A \rightarrow CD (1, 2, A3)$
- (4) AC  $\rightarrow$  CD (3, A2) (||)

#### \* Các quy tắc khác:

- A4) Luật hợp (union rule)
  - Nếu  $X \rightarrow Y$ ,  $X \rightarrow Z$  thì  $X \rightarrow YZ$
- A5) Luật tựa bắc cầu (pseudo-transitivity rule)
  - Nếu X→Y, WY→Z thì WX→Z
- A6) Luật tách (decomposition rule)

Nếu X
$$\rightarrow$$
Y, Z $\subset$  Y thì X $\rightarrow$ Z



Hệ quả: (Hệ quả quan trọng của luật hợp - tách)

Giả sử 
$$Y = A_1 A_2 ... A_n$$
 thì:

$$X \rightarrow Y \Leftrightarrow X \rightarrow A_i$$
,  $\forall i = 1,2,..n$ .

- \* Định lý. Hệ tiên đề A<sup>0</sup> là đúng và đầy đủ.
  - (i)  $A^0$  đúng:  $F^* \subseteq F^+$
  - (ii)  $A^0$  đầy đủ:  $F^* = F^+$

Chứng minh (i): Điều (i) có nghĩa:

Với F là một tập phụ thuộc hàm, R là một quan hệ bất kì và R(F), nếu F  $\vdash$  X $\rightarrow$ Y thì F  $\vDash$  X $\rightarrow$ Y hay R(X $\rightarrow$ Y)

Chứng minh (ii): Do (i) đã có  $F^* \subseteq F^+$  nên chỉ cần chứng minh  $F^+ \subseteq F^*$  hay  $\forall X \rightarrow Y \in F^+$  thì  $X \rightarrow Y \in F^*$ .



Ví dụ. U = CTHRSG  $F = \{ C \rightarrow T, HT \rightarrow R, HS \rightarrow R, CS \rightarrow G, HR \rightarrow C \}$ 

Chứng minh CH  $\rightarrow$  R và HS  $\rightarrow$  U được suy dẫn từ F nhờ hệ tiên đề Armstrong.



#### Bài toán thành viên

Cho tập thuộc tính U, F là tập phụ thuộc hàm trên U, f là một phụ thuộc hàm trên U. Hỏi  $X \rightarrow Y \in F^+$  hay không.

**Định nghĩa 3.5.** Cho F là tập phụ thuộc hàm trên tập thuộc tính U, X⊆ U. Bao đóng của X đối với F là

$$X^+_F = \{A \in U \mid F \vdash X \rightarrow A\}$$

Trong ngữ cảnh cụ thể có thể viết X+ thay cho X+F

#### Ghi nhớ:

- Các điều sau là tương đương:  $F \models X \rightarrow Y \Leftrightarrow X \rightarrow Y \in F^+$   $\Leftrightarrow F \vdash X \rightarrow Y \Leftrightarrow Y \subseteq X^+_F$ 

$$X^+ = \{A \mid F \vdash X \rightarrow A\} = \{A \mid X \rightarrow A \in F^+\}$$



#### Tính chất

U - tập thuộc tính; F - tập phụ thuộc hàm trên U; X, Y  $\subseteq$  U

- 1. Phản xạ:  $X \subset X^+$
- 2. Tính đơn điệu:  $X \subset Y$  thì  $X^+ \subset Y^+$
- 3. Tính luỹ đẳng:  $X^+ = (X^+)^+ = X^{++}$
- 4.  $(XY)^{+} \supseteq X^{+}Y^{+}$
- 5.  $(XY)^+ = (X^+Y)^+ = (XY^+)^+$
- 6.  $F \vdash X \rightarrow Y \Leftrightarrow Y \subset X^+$
- 7.  $X \rightarrow Y \Leftrightarrow Y^+ \subseteq X^+$
- 8.  $X \rightarrow X^+ \text{ và } X^+ \rightarrow X$
- 9.  $X^+ = Y^+ \Leftrightarrow X \rightarrow Y \text{ và } Y \rightarrow X$



#### Tính bao đóng của tập thuộc tính

i là số nguyên nhỏ nhất thỏa mãn (\*).

U - tập hữu hạn các thuộc tính,  $X \subseteq U$ , F - tập phụ thuộc hàm trên U.

Phương pháp tính X+:

Tính liên tiếp các tập thuộc tính X<sup>0</sup>, X<sup>1</sup>,....X<sup>i</sup>,...

1. 
$$X^0 = X$$

2.  $X^{i+1} = X^i \cup Z^i$ , với  $Z^i = \cup Y_j$  nếu  $X_j \to Y_j \in F$  và  $X_j \subseteq X^i$ Vì  $X^0 \subseteq X^1 \subseteq X^2 \subseteq \ldots \subseteq X^i \subseteq \ldots \subseteq U$ , dãy đơn điệu tăng và bị chặn trên bởi U do đó  $\exists i$ :  $X^i = X^{i+1}$  (\*). Khi đó  $X^+ = X^i$ , với

Lưu ý: Một cải thiện của thuật toán: loại bỏ một phụ thuộc hàm sau khi đã dùng nó.



Ví dụ. Cho tập phụ thuộc hàm

$$F = \{AC \rightarrow BE, ACE \rightarrow DG, B \rightarrow CE, ACD \rightarrow EGH\}$$

- a. Tính  $X^+$  với X = A
- b. Chứng tỏ rằng ABC  $\rightarrow$  EDH suy dẫn được từ F nhờ hệ tiên đề A $^0$



#### Khoá của lược đồ quan hệ

- **Định nghiã.** Cho lược đồ quan hệ  $\alpha = \langle U, F \rangle$ , K  $\subseteq U$ . K được gọi là khoá (key) của lược đồ  $\alpha$  nếu:
  - i)  $K^+ = U$
  - ii) ∄ K' ⊂ K mà K' thoả mãn (i)

Nếu K chỉ thoả mãn (i), K là siêu khoá (super key).

Ví dụ. Xét lược đồ quan hệ với  $U = \{S\#, SNAME, P\#, PNAME, QTY\}$   $F = \{S\# \to SNAME, P\# \to PNAME, \{S\#, P\#\} \to QTY\}\}$ 

Lược đồ có một khoá là {S#, P#}

**Ví dụ 1**. Cho lược đồ  $\alpha$  = <U, F> với U = {MASV, HOTEN, NS, MAHP, TENHP, HK, TC, DIEM} F = {MASV $\rightarrow$ {HOTEN,NS}; MAHP $\rightarrow$  {TENHP, HK, TC}; TENHP  $\rightarrow$  MAHP; {MASV, MAHP}  $\rightarrow$  DIEM} Lược đồ  $\alpha$  có 2 khoá là {MASV, MAHP} và {MASV, TENHP}

Ví dụ 2. U = CSZ;  $F = \{CS \rightarrow Z, Z \rightarrow C\}$ Khoá là: CS và SZ

#### \* Nhận xét:

- Mọi lược đồ quan hệ  $\alpha$  đều có ít nhất một khoá.
- Khoá của một lược đồ nói chung không duy nhất
- Các khoá không bao nhau
- Hợp của hai khóa là một siêu khoá, không là một khoá. Giao của hai khoá không là siêu khóa.



### Thuật toán tìm khoá của lược đồ quan hệ

Thuật toán. Tìm một khoá của lược đồ quan hệ

Algorithm KEY1

Input U, F

Output Một khoá K của lược đồ  $\alpha = \langle U, F \rangle$ 

Method

- 1. K := U;
- 2. For each A in U do

If  $(K \setminus \{A\})^+ = U$  then  $K := K \setminus \{A\}$ ; endif;

Endfor;

3. Return (K);

End.



### Thuật toán. Tìm một khoá của lược đồ quan hệ

Algorithm KEY2

Input U, F = 
$$\{L_i \to R_i \mid i = 1, 2, ... m\}$$

Output Một khoá K của lược đồ 
$$\alpha = \langle U, F \rangle$$

Method

1. 
$$K := (U \setminus L_1R_1) \cup L_1;$$
  
/\*Giả sử  $K = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$  \*/

2. For i := 1 to n do

If  $(K \setminus \{A_i\})^+ = U$  then  $K := K \setminus \{A_i\}$ ; endif; Endfor;

3. Return (K);

End.

#### Algorithm KEY 3

Input U, F = 
$$\{L_i \rightarrow R_i \mid i = 1, 2, ...m\}$$

Output Một khoá K của lược đồ 
$$\alpha = \langle U, F \rangle$$

1. Tính giao của mọi khoá

$$I_{lpha} = U \setminus \bigcup_{i=1}^{m} (R_i \setminus L_i)$$

If  $I_{\alpha}^{+} = U$  then Return  $(I_{\alpha})$ ;

2. Tìm tập  $P \subseteq N_{\alpha}$  là tập các thuộc tính không thuộc khoá nào

$$P = \bigcup_{L_i \subset I_{ci}} (R_i \setminus L_i)$$

3. 
$$M := (I_{\alpha}P)^+ \setminus I_{\alpha}$$
 /\*  $P \subseteq M \subseteq N_{\alpha}$ \*/

- 4.  $H := U \setminus M \setminus I_{\alpha}$
- 5. Xuất phát từ  $I_{\alpha}$  bổ sung dần các thuộc tính trong H cho đến khi tìm được một khoá K.
- 6. Return (K);



- Nếu H đủ nhỏ có thể tìm được tất cả các khoá của lược đồ bằng thuật toán trên
- Nếu  $I_{\alpha}^{+}$  = U thì lược đồ có khoá duy nhất là  $I_{\alpha}^{-}$ .
- Bước 3 trong thuật toán dựa vào tính chất sau:
   Nếu X ⊆ I<sub>α</sub>, Y ⊆ N<sub>α</sub>, P = (XY)+ \ X thì Y ⊆ P ⊆ N<sub>α</sub>

**Ví dụ**. Tìm khoá của lược đồ  $\alpha$  = <U, F>, với:

a) U = CSZ, F = 
$$\{CS \rightarrow Z, Z \rightarrow C\}$$

- b) U = CTHRSG;  $F = \{C \rightarrow T, HT \rightarrow R, HS \rightarrow R, CS \rightarrow G, HR \rightarrow C\}$
- c) U = ABCDEGHIK  $F = \{ACH \rightarrow BH, BH \rightarrow ACD, ABCI \rightarrow DIK, ADEI \rightarrow BGC, CGI \rightarrow AEK, H \rightarrow BC\}$



## PHỦ CỦA TẬP PHỤ THUỘC HÀM

## Tập tối thiểu

Định nghĩa. Tập phụ thuộc hàm F là tập tối thiểu (minimal) nếu:

- 1) Mỗi vế phải của mỗi phụ thuộc hàm trong F chỉ có 1 thuộc tính.
- 2)  $\nexists X \rightarrow A \in F$  sao cho  $F^+ = (F \setminus \{X \rightarrow A\})^+$
- 3)  $\not\exists X \rightarrow A \in F \text{ mà } F^+ = (F \setminus \{X \rightarrow A\} \cup \{Z \rightarrow A\})^+,$ với  $Z \subset X$ .

## м

### Kiểm tra điều kiện 2)

Với mỗi  $X \rightarrow A \in F$ ,  $X \rightarrow A$  là dư thừa, tức là  $F^+ = F1^+$ , trong đó

$$F1 = F \setminus \{X \rightarrow A\} \Leftrightarrow A \in X^{+}_{F1}$$
.

#### Chứng minh:

(i) Nếu A  $\in$  X+<sub>F1</sub>  $\Leftrightarrow$  X  $\rightarrow$  A  $\in$  F1+.

Do  $(FG)^+ = (F^+G)^+ = (FG^+)^+ nên$ 

$$(F1 \cup \{X \rightarrow A\})^+ = (F1^+ \cup \{X \rightarrow A\})^+ = (F1^+)^+,$$

hay  $F^+ = (F1^+)^+ = F1^+$ 

 $\Rightarrow$  X  $\rightarrow$ A là dư thừa.

(ii) Nếu X →A là dư thừa, tức là F+= F1+

Do 
$$X \rightarrow A \in F \Rightarrow X \rightarrow A \in F1^+ \Rightarrow A \in X^+_{F1}$$

Từ (i) và (ii) ⇒ X→A là dư thừa ⇒ A∈ X+<sub>F1</sub>

## м

### Cách kiểm tra điều kiện 3)

Với mỗi  $X \to A \in F$ ,  $B \in X$  là dư thừa, tức là  $F^+ = (F \setminus \{X \to A\} \cup \{Z \to A\})^+$ , với  $Z = X \setminus \{B\}$   $\Leftrightarrow A \in (X \setminus \{B\})^+$ 

#### Chứng minh:

- (i) Nếu B là dư thừa, từ  $F^+ = (F \setminus \{X \rightarrow A\} \cup \{Z \rightarrow A\})^+$  $\Rightarrow Z \rightarrow A \in F^+ \Rightarrow A \in Z^+_F$
- (ii) Nếu  $A \in Z_F^+ \Rightarrow Z \rightarrow A \in F^+$ . Lại có:  $X \supset Z \Rightarrow X \rightarrow Z$  $\Rightarrow X \rightarrow A \in F^+$  (luật bắc cầu).

Mọi phụ thuộc hàm thuộc F<sup>+</sup> mà suy dẫn được từ X  $\rightarrow$  A thì cũng suy dẫn được từ Z  $\rightarrow$  A nên có thể thay X $\rightarrow$ A bởi Z $\rightarrow$ A hay B là dư thừa.

Từ (i) và (ii) ta có điều phải chứng minh. (||)



## PHỦ CỦA TẬP PHỤ THUỘC HÀM

#### Sự tương đương giữa 2 tập phụ thuộc hàm

Định nghĩa. Cho F, G là 2 tập phụ thuộc hàm trên tập thuộc tính U. F và G là tương đương nếu F+ = G+.

Bổ đề. Mọi tập phụ thuộc hàm F đều tương đương với một tập phụ thuộc hàm G mà vế phải của các phụ thuộc hàm trong G bao gồm không quá 1 thuộc tính.



#### Chứng minh:

Xây dựng G là tập:

$$G = \{X \rightarrow A_i\}$$
, với mỗi  $X \rightarrow Y \in Fvà Y = \{A_1, ..., A_n\}$ .  
Ta chứng minh  $F^+ = G^+$ .

- (i) Chứng minh  $G^+ \subseteq F^+$ 
  - Do  $X \to Y \vdash X \to A_i$  (luật tách) nên  $G \subseteq F^+$  suy ra  $G^+ \subseteq F^+$ .
- (ii) Chứng minh F+ ⊆ G+

Ta có 
$$\{X \to A_1, \dots, X \to A_n\} \vdash X \to Y \in F$$
 (luật hợp)  $\Rightarrow F \subseteq G^+ \Rightarrow F^+ \subseteq G^+$ 

$$T\dot{w}$$
 (i)  $v\dot{a}$  (ii) suy ra  $F^+ = G^+$ . (||)



## Phủ tối thiểu (minimal cover)

**Định nghĩa.** Cho F là một tập phụ thuộc hàm. Tập phụ thuộc hàm G gọi là phủ tối thiểu của F nếu:

- 1) G tương đương F,
- 2) G là tập tối thiểu.

#### Nhận xét:

- Luôn tìm được ít nhất 1 phủ tối thiểu cho F.
- Một tập phụ thuộc hàm F có thể có nhiều phủ tối thiểu.

М

Thuật toán. Tìm một phủ tối thiểu

Algorithm Minimal Cover

Input F

Output Tập G là phủ tối thiểu của F

Method

- 1. G := F;
- 2. Thay mỗi phụ thuộc hàm  $X \to \{A_1...A_n\} \in G$  bằng n phụ thuộc hàm  $X \to A_1, X \to A_2,..., X \to A_n$
- 3. For each  $X \rightarrow A$  in G do

  If  $X \rightarrow A$  là dư thừa then  $G := G \setminus \{X \rightarrow A\}$ ;
- For each X → A in G do
   For each B in X do

If B là dư thừa then

$$G := G \setminus \{X \rightarrow A\} \cup \{X \setminus \{B\} \rightarrow A\};$$

5. Return (G);



#### Ví dụ 1:

$$F = \{A \rightarrow B, B \rightarrow A, B \rightarrow C, A \rightarrow C, C \rightarrow A\}$$

Loại 2 phụ thuộc hàm (theo thứ tự): $B \to A$ ,  $A \to C$  được phủ tối thiểu  $\{A \to B, B \to C, C \to A\}$ .

Nếu loại B → C được phủ tối thiểu:

$$\{A \rightarrow B, B \rightarrow A, A \rightarrow C, C \rightarrow A\}.$$

#### Ví dụ 2:

$$F = \{AB \rightarrow C, A \rightarrow B, B \rightarrow A\}$$

Có thể loại A hoặc B từ AB  $\rightarrow$  C nhưng không thể loại đồng thời cả hai.

#### Ví du 3:

$$F = \{ AB \rightarrow C, C \rightarrow A, BC \rightarrow D, ACD \rightarrow B, D \rightarrow E, \\ D \rightarrow G, BE \rightarrow C, CG \rightarrow B, CG \rightarrow D, CE \rightarrow A, CE \rightarrow G \}$$

Loại các phụ thuộc hàm theo thứ tự

 $ACD \rightarrow B$ ,  $CG \rightarrow D$ ,  $CE \rightarrow A$  được phủ tối thiểu là:

$$G = \{ AB \rightarrow C, C \rightarrow A, BC \rightarrow D, D \rightarrow E, D \rightarrow G, \\ BE \rightarrow C, CG \rightarrow B, CE \rightarrow G \}.$$

Nếu thứ tự loại các phụ thuộc hàm là:  $CE \rightarrow A$ ,  $CG \rightarrow B$  và loại A khỏi ACD  $\rightarrow B$  (thay ACD  $\rightarrow B$  bằng CD  $\rightarrow B$ ) được kết quả là:

$$G = \{ AB \rightarrow C, C \rightarrow A, BC \rightarrow D, D \rightarrow E, D \rightarrow G, \\ BE \rightarrow C, CD \rightarrow B, CG \rightarrow D, CE \rightarrow G \}.$$

## M

## PHÉP TÁCH LƯỢC ĐÒ QUAN HỆ

 Hình chiếu của tập phụ thuộc hàm trên một tập thuộc tính

Cho tập phụ thuộc hàm F trên tập thuộc tính U,

$$Z \subseteq \mathsf{U}$$

$$\Pi_Z(F) = \{X \rightarrow Y \in F^+ | XY \subseteq Z\}$$

Phép tách lược đồ quan hệ

Cho lược đồ quan hệ  $\alpha = \langle U, F \rangle$ . Phép tách lược đồ  $\alpha$  là thay  $\alpha$  bằng tập các lược đồ quan hệ  $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_k$  sao cho:  $\alpha_i = \langle U_i, F_i \rangle$ , i = 1,2,...,k, trong đó  $U_i \subseteq U$ ,  $F_i = \prod_{U_i} (F)$ .

• Ký hiệu phép tách là  $\delta = [U_1, U_2, ..., U_k]$ 

м

Cho lược đồ α = <U, F> với

U = {MASV, HOTEN, NS, MAHP, TENHP, HK, TC, DIEM}

 $F = \{MSV \rightarrow \{HOTEN, NS\};$ 

 $MAHP \rightarrow \{TENHP, HK, TC\};$ 

TENHP → MAHP; {MASV, MAHP} → DIEM}

■ Xét phép tách  $\delta = [U_1, U_2, U_3]$ :

 $U_1 = \{MASV, HOTEN, NS\}$ 

 $U_2 = \{MAHP, TENHP, HK, TC\}$ 

 $U_3 = \{MASV, MAHP, DIEM\}$ 

 $F_1 = \{MASV \rightarrow \{HOTEN, NS\}\}$ 

 $F_2 = \{MAHP \rightarrow \{TENHP, HK, TC\}; TENHP \rightarrow MAHP\}$ 

 $F_3 = \{\{MASV, MAHP\} \rightarrow DIEM\}$ 



• Cho lược đồ  $\alpha$  = <U, F> với

$$U = CSZ; F = \{CS \rightarrow Z, Z \rightarrow C\}$$

Xét phép tách  $\rho = [CS, ZC]$ 

$$U_1 = CS;$$
  $F_1 = \emptyset$ 

$$F_1 = \emptyset$$

$$U_2 = ZC$$
;

$$U_2 = ZC;$$
  $F_2 = \{Z \rightarrow C\}$ 

Nhận xét:

- Với phép tách  $\rho$ ,  $F_1 \cup F_2 \not\vdash F$ 

$$F_1 \cup F_2 \not\vdash F$$

- Với phép tách  $\delta$ ,  $F_1 \cup F_2 \cup F_3 \vdash F$ 

$$F_1 \cup F_2 \cup F_3 \vdash F$$

Phép tách bảo toàn tập phụ thuộc hàm

(Dependency Preservation)

Cho lược đồ quan hệ  $\alpha$  = <U, F> và một phép tách  $\delta$  = [U<sub>1</sub>,...,U<sub>k</sub>] của  $\alpha$ . Khi đó  $\delta$  là phép tách bảo toàn tập phụ thuộc hàm F nếu:

$$\cup F_i \vdash F$$



### Phép tách không mất thông tin

(Lossles - Join Decomposition)

Ví dụ: Quan hệ T trên lược đồ  $\alpha$  sau khi tách và kết nối lại có thể nảy sinh những bộ mới:

| T (A B C)     | T <sub>1</sub> (A B)          | T <sub>2</sub> (B C)                        |
|---------------|-------------------------------|---|
| $A_1 b_1 c_1$ | a <sub>1</sub> b <sub>1</sub> | <b>b</b> <sub>1</sub> <b>c</b> <sub>1</sub> |
| $a_1 b_2 c_1$ | a <sub>1</sub> b <sub>2</sub> | $\mathbf{b_2}  \mathbf{c_1}$                |
| $a_2 b_2 c_2$ | $a_2 b_2$                     | $b_2 c_2$                                   |

$$T_1 * T_2 \supset \{(a_1, b_2, c_2), (a_2, b_2, c_1)\}, \text{ trong } do (a_2, b_2, c_1) \notin T$$

Phép tách không mất thông tin đảm bảo 1 quan hệ có thể khôi phục lại từ các phần chiếu của nó (bằng phép kết nối)

# M

#### Định nghĩa

Phép tách  $\delta = [U_1, U_2,...,U_k]$  của lược đồ quan hệ  $\alpha = \langle U, F \rangle$  là không mất thông tin nếu với  $\forall$  R thuộc  $\alpha$ :

$$R=R_1 * R_2 * ... * R_k,$$
 
$$trong \ d\acute{o} \ R_i=R[U_i], \ i=1,\,2,...,\ k$$
 
$$K\acute{y} \ hiệu \ R_1 * R_2 * ... * R_k=m_\delta(R)$$

- **Bổ đề**. Cho lược đồ quan hệ  $\alpha = \langle U, F \rangle$  và phép tách  $\delta = [U_1, U_2, ..., U_k]$  của lược đồ  $\alpha$ . Khi đó, với mọi quan hệ R của lược đồ  $\alpha$  ta có:
- 1.  $R \subseteq m_{\delta}(R)$
- 2. Nếu S =  $m_{\delta}$  (R) thì với i = 1,2,..,k, ta có: S[U<sub>i</sub>]= R[U<sub>i</sub>]
- 3.  $m_{\delta}$  ( $m_{\delta}$  (R)) =  $m_{\delta}$ (R)



## Thuật toán kiểm tra phép tách không mất thông tin

Algorithm Lossles - Join Decomposition

Input Lược đồ quan hệ  $\alpha = \langle U, F \rangle$ ,

 $U = \{A_1, \dots, A_n\},\$ 

phép tách  $\delta = [U_1, U_2, ..., U_k]$ 

Output Kết luận  $\delta$  có là phép tách có kết nối không mất thông tin hay không

#### **Method**

1. Xây dựng bảng n cột, k hàng, cột j ứng với thuộc tính Aj  $\in$  U, hàng i ứng với lược đồ quan hệ  $\alpha$ i. Ở hàng i, cột j ghi kí hiệu:

$$\begin{array}{lll} + \ a_j & \text{n\'eu} & A_j \in U_i \\ + \ b_{ij} & \text{n\'eu} & A_j \not \in U_i \end{array}$$



- 2. Biến đổi bảng trên theo qui tắc:
- Với mỗi phụ thuộc hàm  $X \rightarrow Y \in F$

Xét các hàng, nếu có 2 hàng i, t giống nhau trên X thì làm chúng giống nhau trên Y theo cách:

- + Nếu 1 trong 2 kí hiệu là a<sub>i</sub> thì thay kí hiệu kia là a<sub>i</sub>
- + Nếu 2 ký hiệu là bij và btj thì thay cả 2 ký hiệu là  $b_{ij}$  hoặc  $b_{ti}$  đều được.
- Quá trình dừng khi không làm thay đổi bảng được nữa.
- 3. Xem bảng kết quả

Nếu xuất hiện 1 hàng gồm toàn kí hiệu  $a_1$ ,  $a_2$ ,... $a_n$  thì phép tách  $\delta$  là có kết nối không mất mát thông tin (ngược lại,  $\delta$  không là phép tách không mất thông tin).



Ví dụ 1. 
$$\alpha$$
 =  , U = SAIP, F = {S  $\rightarrow$ A, SI  $\rightarrow$ P}  $\delta$  = [U1, U2] , U1 = SA , U2 = SIP

Ví dụ 2. U = ABCDE, F = {C 
$$\rightarrow$$
D, A  $\rightarrow$ C, B  $\rightarrow$ C, DE  $\rightarrow$ C, CE  $\rightarrow$ A}  
 $\delta$  = [AC, BC, CD, DEC, CEA)

Ví dụ 3. U = ABCDE, F = {C 
$$\rightarrow$$
D, A  $\rightarrow$ C, B  $\rightarrow$ C, , DE  $\rightarrow$ C, CE  $\rightarrow$ A}  $\delta$  = [ AC, BC , CD, DEC, CEA, BE]



- Định lý. δ = [U1, U2] là phép tách của α = <U, F> δ là phép tách có kết nối không mất thông tin nếu U1 ∩ U2 →U1 \ U2 ∈ F+ (hoặc U1 ∩ U2 →U2 \ U1 ∈ F+)
- Ví dụ 1.  $\alpha = \langle U, F \rangle$ , U = SAIP,  $F = \{S \rightarrow A, SI \rightarrow P\}$   $\delta = [U1, U2]$ , U1 = SA, U2 = SIP $U1 \cap U2 = \{S\}$ ;  $U1 \setminus U2 = \{A\}$



#### DẠNG CHUẨN

- Dạng chuẩn 1 (1NF)
- Dạng chuẩn 2 (2NF)
- Dạng chuẩn 3 (3NF)
- Dạng chuẩn Boyce-Codd (BCNF)
- Dạng chuẩn 4
- Dạng chuẩn 5



## Dạng chuẩn 1 (1NF-The first normal form)

- Lược đồ quan hệ α =<U, F> ở dạng chuẩn 1NF nếu mỗi thuộc tính A∈U có miền trị chỉ chứa các giá trị nguyên tố.
- Thuộc tính 'không nguyên tố' có thể là thuộc tính đa trị (multivalued attribute) hoặc thuộc tính phức/ghép (composite attribute) hoặc kết hợp 2 loại thuộc tính trên



#### Ví dụ về lược đồ không ở 1NF

Ví dụ 1

| S | (S#, | SNAME, | CITY)           |
|---|------|--------|-----------------|
|   | S1   | Smith  | {London, Paris} |
|   | S2   | Jones  | {Rome}          |

■ Ví dụ 2

**SHHSX CQD DCHI** SX(SHMH, SL)  $S_1$ Hà Nội  $(H_1, 250)$ A  $S_1$ Hà Nội  $(H_2, 300)$ A  $S_2$ Hà Nội  $(H_1, 100)$ A Hải Phòng **S**3  $(H_3, 200)$ B

Thuộc tính ghép

Thuộc tính đa trị

## M

## Đưa quan hệ chưa chuẩn hoá về dạng chuẩn 1

- Ví dụ 1
  - 1. Tách làm 2 quan hệ:

```
S (S#, SNAME) có khoá là S#
```

S\_CITY (S#, CITY) có khoá là {S#, CITY}

2. Quan hệ S trở thành:

S (S#, CITY, SNAME)

S1 London Smith

S1 Paris Smith

S2 Rome Jones

- Khoá: {S#, CITY}
- Nhược điểm: dư thừa dữ liệu



## Đưa quan hệ chưa chuẩn hoá về dạng chuẩn 1

3. Biến đổi quan hệ S thành:

| S (S#, | CITY1, | CITY2, | CITY3, | SNAME) |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| S1     | London | Paris  |        | Smith  |
| S2     | Rome   |        |        | Jones  |



### Đưa quan hệ chưa chuẩn hoá về dạng chuẩn 1

 Cách 1: Biến đổi thành một quan hệ phẳng (flat realation)

HSX(SHHSX, CQD, DCHI, SHMH, SL)

- □ Nhược điểm: Dư thừa dữ liệu
- Cách 2: Đưa các thuộc tính lồng thành một quan hệ mới và được kết quả CSDL gồm 2 quan hệ sau:

HSX(SHHSX, CQD, DCHI)

SX(SHHSX, SHMH, SL)

## N

### Dạng chuẩn 1

- Lược đồ α = <U, F>,
   U = {SHHSX, CQD, DCHI, SHMH, SL}
   F = {SHHSX → DCHI, DCHI →CQD, {SHHSX, SHMH}→SL}
- Nhận xét: α ở 1NF
   Khoá duy nhất là {SHHSX, SHMH}
- Các thuộc tính không khoáNα = {CQD, DCHI, SL}
- Dư thừa dữ liệu dẫn đến dị thường cập nhật, loại bỏ, bổ sung.



| SHHSX      | CQD | DCHI      | SHMH  | SL  |
|------------|-----|-----------|-------|-----|
| $S_1$      | A   | Hà Nội    | $H_1$ | 250 |
| $S_1$      | A   | Hà Nội    | $H_2$ | 300 |
| $S_2$      | A   | Hà Nội    | $H_1$ | 100 |
| <b>S</b> 3 | В   | Hải Phòng | $H_3$ | 200 |

- $F = \{SHHSX \rightarrow DCHI, DCHI \rightarrow CQD, \{SHHSX, SHMH\} \rightarrow SL\}$
- Khoá duy nhất: {SHHSX, SHMH}
- Các thuộc tính không khoá:  $N\alpha = \{CQD, DCHI, SL\}$
- Dư thừa dữ liệu dẫn đến dị thường cập nhật, loại bỏ, bổ sung.



## DẠNG CHUẨN 2 (2NF)

- Định nghĩa. Phụ thuộc đầy đủ (full functional dependency)
- Cho phụ thuộc hàm X →Y, Y được gọi là phụ thuộc đầy đủ vào X (hay X →Y là phụ thuộc hàm đầy đủ) nếu !∃ Z ⊂ X mà Z →Y.
- **Định nghĩa**. Lược đồ  $\alpha$  = <U, F> ở 2NF nếu:
  - $+ \alpha \dot{o} 1NF$
  - + Mọi thuộc tính không khoá phải phụ thuộc đầy đủ vào khoá



Ví dụ.

• Lược đồ α = <U, F>,  $U = \{SHHSX, CQD, DCHI, SHMH, SL\}$   $F = \{SHHSX → DCHI, DCHI → CQD, \{SHHSX, SHMH\} → SL\}$ 

Tách thành 2 lược đồ ở 2NF:

```
+ \alpha1 =<U1, F1>,

U1 = {SHHSX, CQD, DCHI},

F1 = {SHHSX \rightarrowDCHI, DCHI \rightarrow CQD}

+ \alpha2 = <U2, F2>,

U2 = {SHHSX, SHMH, SL}

F2 = {{SHHSX, SHMH} \rightarrow SL}
```

M

Nhận xét: α1 còn dư thừa dữ liệu: ở những địa chỉ giống nhau thì CQD giống nhau, gây khó khăn khi cập nhật dữ liệu.

| SHHSX      | CQD | DCHI      |
|------------|-----|-----------|
| $S_1$      | A   | Hà Nội    |
| $S_1$      | A   | Hà Nội    |
| $S_2$      | A   | Hà Nội    |
| <b>S</b> 3 | В   | Hải Phòng |

# М

## DẠNG CHUẨN 3 (3NF)

■ Định nghĩa. (Phụ thuộc bắc cầu)

Cho  $\alpha$  = <U, F>, A  $\in$  U, X  $\subseteq$  U. Nói A phụ thuộc bắc cầu vào X nếu  $\exists$  Y  $\subseteq$  U:

- 1.  $X \rightarrow Y$
- 2.  $Y \rightarrow A$
- 3. Y *→* X
- 4. A ∉ XY
- **Định nghĩa.** Lược đồ  $\alpha = \langle U, F \rangle$  ở 3NF nếu:
  - $+ \alpha \mathring{o} 1NF$
  - + Mọi thuộc tính không khoá không phụ thuộc bắc cầu vào khoá.



```
\alpha 1 = \langle U1, F1 \rangle, U1 = \{SHHSX, CQD, DCHI\}, F1 = \{SHHSX \rightarrow DCHI, DCHI \rightarrow CQD\} \alpha 2 = \langle U2, F2 \rangle, U2 = \{SHHSX, SHMH, SL\} F2 = \{\{SHHSX, SHMH\} \rightarrow SL\}
```

- $\blacksquare$   $\alpha$ 2  $\dot{\sigma}$  3NF.
- α1 không ở 3NF (CQD phụ thuộc bắc cầu vào khoá)
- Tách α1 thành: α11 và α12

$$U_{11} = \{SHHSX, DCHI\},$$
  $U_{12} = \{CQD, DCHI\}$   
 $F_{11} = \{SHHSX \rightarrow DCHI\},$   $F_{12} = \{DCHI \rightarrow CQD\}$ 

м

**SHHSX** 

 $\mathbf{S}_1$ 

S<sub>2</sub>
S3

| SHHSX            | CQD                    | DCHI  | SHMH   | SL ←                   | Lunga đầ                        |
|------------------|------------------------|---|--|------------------------|---------------------------------|
| $S_1$            | A                      | Hà Nội  | $\mathrm{H}_1$   | 250                    | Lược đồ<br>α = <u, f=""></u,>   |
| $S_1$            | A                      | Hà Nội  | $H_2$  | 300                    | $\alpha = \langle 0, 1 \rangle$ |
| $S_2$            | A                      | Hà Nội  | $H_1$  | 100                    |                                 |
| <b>S</b> 3       | В                      | Hải Phò                                       | ng H <sub>3</sub>                                      | 200                    |                                 |
| Lu               | ợc đồ                  |   | Lược đồ  |                        |                                 |
| DCHI \alpha_{11} | = <u<sub>11, F</u<sub> | ; <sub>11</sub> >                             | Lược đồ $\alpha_{12} = \langle U_{12}, F_{12} \rangle$ | -<br>1 <sub>12</sub> > |                                 |
| Hà Nội           |                        |   |  | DCHI                   | CQD                             |
| Li Na:           |                        | Lược đồ $\alpha_2 = \langle U_2, F_1 \rangle$ |  | Hà Nội                 | A                               |
|                  |                        | $\alpha_2 = \langle U_2, F$                   | = <sub>2</sub> >                                       | •                      |                                 |
| Hải Phòng        |                        |   |  | Hải Phòng              | g B                             |
|                  | SHH                    | ISX SHM                                       | IH SL  |                        |                                 |
|                  | $\mathbf{S}_1$         | $H_1$   | 250  |                        |                                 |
|                  | $\mathbf{S}_1$         | $H_2$   | 300  |                        |                                 |
|                  | $\mathbf{S}_2$         | $\mathbf{H}_1$                                | 100  |                        |                                 |

200

**S**3

 $H_3$ 



■ Xét lược đồ quan hệ α=<U, F>, U =CSZ,

$$F = \{Z \rightarrow C, CS \rightarrow Z\}$$

(trong đó C: City, S: Street, Z: Zipcode)

- Khoá của lược đồ: CS, SZ
- $N\alpha = \phi$
- $\blacksquare$   $\alpha$   $\dot{\sigma}$  2NF và 3NF
- Còn dư thừa dữ liệu, chẳng hạn như:

| C     | S     | Z     |
|-------|-------|-------|
| $c_1$ | $s_1$ | $z_1$ |
| $c_1$ | $S_2$ | $z_1$ |



#### Dạng chuẩn Boyce - Codd (BCNF) [1974]

Lược đồ α = <U, F> ở BCNF nếu có X ⊆ U, A ∈ U và A
 ∉ X mà X→A∈ F+ thì X phải là siêu khoá.

Có thể xem 3NF là dạng đơn giản của BCNF vì dạng phát biểu tổng quát của 3NF là: ∀ X →A ∈ F⁺ thì hoặc X là siêu khoá hoặc A là thuộc tính khoá. Trong dạng chuẩn BCNF không cho phép A là thuộc tính khoá). M

■ Bài tập. Cho lược đồ α = <U, F>,

U = SIDM, trong đó:

S: Store I: Item

D: Department M: Manager

 $F = \{SI \rightarrow D, SD \rightarrow M\}$ 

Kiểm tra dạng chuẩn của lược đồ α



- Xét quan hệ R (CTX), trong đó:
- C: Course; T: Teacher; T: Text
- Giả thiết: Mỗi môn học có nhiều giáo viên dạy
  - Mỗi môn học sử dụng nhiều loại SGK
  - Giáo viên và SGK không phụ thuộc nhau

| R | С    | T        | X                     |
|---|------|----------|-----------------------|
|   | CSDL | GS. Hùng | Nhập môn CSDL         |
|   | CSDL | GS. Hùng | Nguyên lý các hệ CSDL |
|   | CSDL | GS. Dũng | Nhập môn CSDL         |
|   | CSDL | GS. Dũng | Nguyên lý các hệ CSDL |

# М

#### Phụ thuộc đa trị

- Định nghĩa. Cho lược đồ quan hệ α = <U, F>, X, Y ⊆ U
  Z = U XY
- Quan hệ R trên α thoả phụ thuộc đa trị (MVD)
  X →→Y nếu với bất kỳ t1, t2 ∈ R mà t1.X = t2.X
  thì ∃ t3 ∈ R: t1.Y = t3.Y , t1.X = t3.X, t2.Z = t3.Z.
- Do tính đối xứng của t1, t2, còn ∃ t4 ∈ R: t4.X = t2.X, t4.Y = t2.Y, t4.Z = t1.Z
- Kí hiệu X→→ Y|Z



Ví dụ.

|       | R (C  | T | Н  | R  | S | <b>G</b> ) |
|-------|-------|---|----|----|---|------------|
| $t_1$ | CS101 | D | M9 | 22 | K | В          |
| $t_4$ | CS101 | D | W9 | 33 | K | В          |
|       | CS101 | D | F9 | 22 | K | В          |
| $t_3$ | CS101 | D | M9 | 22 | L | C          |
| $t_2$ | CS101 | D | W9 | 33 | L | C          |
|       | CS101 | D | F9 | 22 | L | C          |

#### Quan hệ R trên thoả C→→HR

$$t1 = (CS101, D, M9, 22, K, B)$$

$$t2 = (CS101, D, W9, 33, L, C)$$

$$t3 = (CS101, D, M9, 22, L, C)$$

$$t4 = (CS101, D, W9, 33, K, B)$$

Một số phụ thuộc đa trị khác được thoả trên R:  $C \rightarrow SG$ , HR  $\rightarrow SG$ 



|       | R (C  | T | Н  | R  | S | <b>G</b> ) |
|-------|-------|---|----|----|---|------------|
| $t_1$ | CS101 | D | M9 | 22 | K | В          |
| $t_4$ | CS101 | D | W9 | 33 | K | В          |
|       | CS101 | D | F9 | 22 | K | В          |
| $t_3$ | CS101 | D | M9 | 22 | L | C          |
| $t_2$ | CS101 | D | W9 | 33 | L | C          |
|       | CS101 | D | F9 | 22 | L | C          |

Quan hệ R không thoả:  $C \rightarrow \rightarrow H$ ,  $C \rightarrow \rightarrow R$ 

chẳng hạn, nếu thoả C  $\rightarrow \rightarrow$ H thì với t1, t2 trên phải tìm được t3 = (CS101, D, M9, 33, L, C)  $\in$  R, nhưng trong CSDL có: t = (CS101, D, M9, 22, L, C)

Nếu có cả 2 bộ này trong R thì mâu thuẫn với HS→R



#### Dạng chuẩn 4 (4NF)

Lược đồ quan hệ α =<U, D> ở 4NF nếu với mỗi X→→Y,
Y ⊈X, XY≠ U thì X là siêu khoá của α.



### Phụ thuộc kết nối và dạng chuẩn 5

- Định nghĩa. Một phụ thuộc kết nối (JD-Join Dependency) kí hiệu là JD(U1,...,Un) của lược đồ quan hệ α trên U xác định một ràng buộc trên các quan hệ R của α sao cho: ∀R: R= R[U1]\*R[U2]\*....\*R[Un]
- Định nghĩa. Lược đồ α ở dạng chuẩn 5 đối với tập F các FD, MVD, JD, nếu mỗi JD(U1,...,Un) trong F+, U<sub>i</sub> đều là siêu khoá của α.

# M

#### CHUẨN HOÁ THÀNH BCNF

■ **Bổ đề**. Cho lược đồ quan hệ  $\alpha = \langle U, F \rangle$ ,

 $\delta$  =[U1, U2,...,Uk] là phép tách không mất thông tin của  $\alpha$ ,  $\delta$ i = [U<sub>i1</sub>, U<sub>i2</sub>..., U<sub>it</sub>] là phép tách không mất thông tin của lược đồ  $\alpha$ i = <Ui, Fi>.

Khi đó phép tách

 $\delta = [U_1, U_2, ..., U_{i-1}, U_{i1}, U_{i2}, ..., U_{it}, U_{i+1}, ..., U_k]$  của lược đồ  $\alpha$  là không mất thông tin.



- Nhận xét: Nếu lược đồ α = <U, F> chưa ở BCNF
  ∃ X →A ∈ F⁺ mà X không là khoá.
- Đặt XA =U1 , U \ {A} =U2
   Ta có: U1 ∩ U2 = X, U1 \ U2 = A và X →A ∈ F+
- Theo định lý 3.2, phép tách  $\delta$  =[U1, U2] của  $\alpha$  là không mất thông tin. Dễ thấy  $\alpha$ 1 = <U1, F1> ở BCNF.

- М
  - Thuật toán 3.6. Tách lược đồ quan hệ thành các lược đồ con ở BCNF.
  - Input Lược đồ quan hệ α = <U, F>
  - Output Một phép tách không mất thông tin của lược
     đồ α sao cho các lược đồ con ở BCNF
  - Method
  - 1. Nếu  $\alpha$  không ở BCNF thì tách đôi  $\alpha$  thành  $\alpha$ 1,  $\alpha$ 2 theo cách:

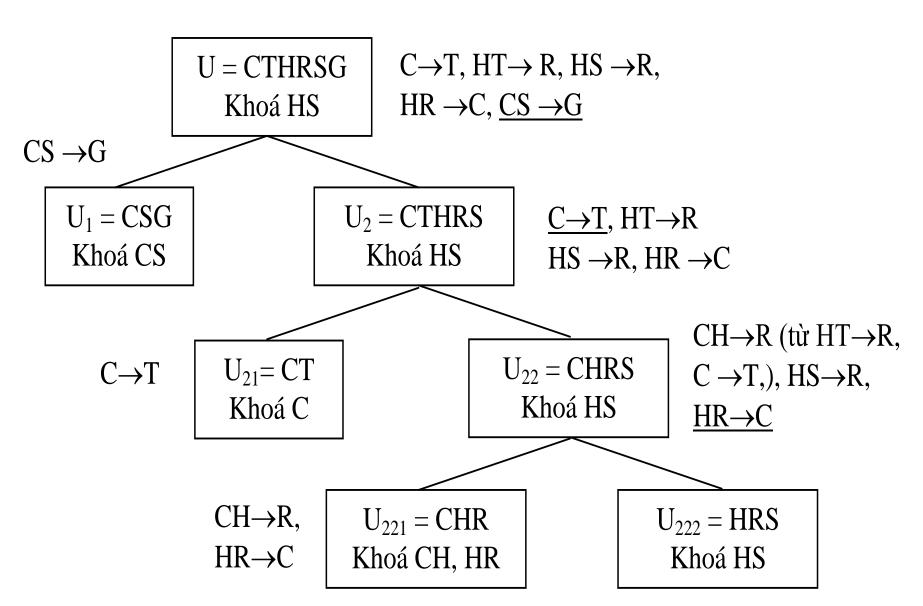
Chọn  $X \rightarrow A \in F$  mà X không là siêu khoá.

Khi đó phép tách là  $\delta$  =[U1, U2],

trong đó U1 = XA, U2 = U \  $\{A\}$ 

2. Tiếp tục quá trình trên đối với  $\alpha$ 1và  $\alpha$ 2 cho đến khi các lược đồ con nhận được đều ở BCNF.







#### CHUẨN HOÁ THÀNH 3NF

- Input  $\alpha = \langle U, F \rangle$
- Output Một phép tách α bảo toàn tập phụ thuộc hàm,
   có các lược đồ con ở 3NF.
- Method
- 1. Tính G là phủ tối thiếu của F.
- 2. Với mỗi X là vế trái của một phụ thuộc hàm trong G, tạo lược đồ quan hệ trên tập thuộc tính  $XA_1A_2...A_k$ , trong đó  $X \rightarrow A_1,..., X \rightarrow A_k \in G$