

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG

ĐỀ LUYỆN TẬP TRƯỚC VÒNG LOẠI KỲ THI ICPC PTIT NĂM 2025 – TUẦN 5

Thời gian thực hiện: 08h – 23h, Chủ nhật, ngày 24 tháng 08 năm 2025.

Đề thi gồm có 10 câu, 08 trang. Ngôn ngữ lập trình được sử dụng: C/C++, Java, Python 3

TỔNG QUAN VỀ BÀI THI

BÀI A. PHẦN TỬ MEX.....	2
BÀI B. DÃY NGOẶC ĐÚNG VÀ KÍ TỰ SAO	3
BÀI C. ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT.....	3
BÀI D. BA LÁ BÀI.....	4
BÀI E. PHÉP BIẾN ĐỔI CÂY.....	4
BÀI F. THAY ĐỔI DÃY SỐ	5
BÀI G. XÂU DOUBLE	6
BÀI H. PHẦN TỬ TRUNG VỊ.....	7
BÀI I. ĐIỂM XA NHẤT	7
BÀI J. CHUYỂN TÀU	8

ĐỀ BÀI

BÀI A. PHẦN TỬ MEX

Cho dãy số S , định nghĩa $\text{mex}(S)$ là số nguyên không âm nhỏ nhất không có trong S .

Ví dụ: $\text{mex}(\{4, 33, 0, 1, 1, 5\}) = 2$, $\text{mex}(\{1, 2, 3\}) = 0$.

Cho mảng $a[]$ gồm N số nguyên không âm và M truy vấn. Mỗi truy vấn được cho bởi một số nguyên x , bạn cần thực hiện tuần tự các bước sau:

1. Cập nhật lại mảng $a[]$: Thay thế mỗi phần tử a_i trong mảng bằng kết quả của phép toán XOR theo bit giữa a_i và x ($a_i = a_i \text{ XOR } x$).
2. In ra giá trị mex của mảng $a[]$ sau khi đã cập nhật.

Lưu ý rằng $a[]$ bị thay đổi sau mỗi truy vấn.

Input:

- Dòng đầu tiên gồm hai số nguyên N và M ($1 \leq N, M \leq 3 \cdot 10^5$).
- Dòng thứ hai gồm N số nguyên a_i ($0 \leq a_i \leq 3 \cdot 10^5$).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một số nguyên x ($0 \leq x \leq 3 \cdot 10^5$).

Output. Với mỗi truy vấn, in ra giá trị mex của mảng sau khi cập nhật trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
2 2 1 3 1 3	1 0
4 3 0 1 5 6 1 2 4	2 0 0
5 5 1 2 3 4 5 1 2 3 4 5	1 3 0 2 1

BÀI B. DÃY NGOẶC ĐÚNG VÀ KÍ TỰ SAO

Dãy ngoặc đúng được định nghĩa như sau:

- Một chuỗi rỗng được coi là một dãy ngoặc đúng.
- Nếu A và B là dãy ngoặc đúng thì chuỗi AB cũng là một dãy ngoặc đúng.
- Nếu A là dãy ngoặc đúng thì (A) cũng là một dãy ngoặc đúng.

Cho chuỗi S chứa các ký tự (,), và một ký tự *.

Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm xem có bao nhiêu cặp dấu ngoặc tương ứng xung quanh ký tự *. Cặp ký tự S_L và S_R được gọi là cặp dấu ngoặc tương ứng nếu như S_L là ký tự mở ngoặc, S_R là ký tự đóng ngoặc và chuỗi con từ vị trí S_L đến S_R khi bỏ ký tự * đi là một dãy ngoặc đúng.

Input

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 100$).
- Mỗi test gồm một chuỗi S có không quá 1000 ký tự.

Output. Với mỗi test, hãy in ra kết quả tìm được trên một dòng.

Ví dụ:

Input	Output
4	2
((*)())	1
(*)	0
((()))*	0
()*()	

BÀI C. ƯỚC CHUNG LỚN NHẤT

Cho hai số nguyên dương N và P. Hãy xác định dãy số $A[1], A[2], \dots, A[N]$ mà:

- $A[1] * A[2] * \dots * A[N] = P$
- $\text{UCLN}(A[1], A[2], \dots, A[N]) = Q$ là lớn nhất có thể

Input: Hai số nguyên dương N và P ($1 \leq N, P \leq 10^{12}$).

Output: In ra UCLN của dãy số tìm được

Ví dụ:

Input	Output
3 24	2
3 1	1
1 20	20

BÀI D. BA LÁ BÀI

Có N lá bài, mỗi lá bài có gắn với một con số nguyên dương $A[i]$.

Bạn có thể chọn ngẫu nhiên ba lá bài rồi ghép chúng với nhau theo thứ tự tùy ý để tạo thành một con số mới. Ví dụ như ba lá bài 1, 23, 4, bạn có thể tạo thành số 1234 hay 2314.

Hãy tìm số nguyên lớn nhất có thể tạo ra theo cách làm trên

Input:

- Dòng đầu tiên là số nguyên dương N ($3 \leq N \leq 2 \cdot 10^5$).
- Dòng thứ hai nhập N số nguyên $A[1], A[2], \dots, A[N]$ ($1 \leq A[i] \leq 10^6$).

Output: In ra giá trị số nguyên lớn nhất tìm được.

Ví dụ:

Input	Output
6 23 54 54 98 90 11	989054
5 1 2 3 4 5	543

BÀI E. PHÉP BIẾN ĐỔI CÂY

Cho 2 cây, mỗi cây có N - 1 cạnh. Một cây có các cạnh được tô màu xanh, còn một cây có các cạnh được tô màu đỏ. Nhiệm vụ của bạn là hãy biến đổi cây màu xanh sang cây màu đỏ bằng cách sử dụng các thao tác sau đúng N - 1 lần:

- Chọn một đường đi từ $x \rightarrow y$ chứa toàn các cạnh màu xanh trên cây thứ nhất, sau đó được phép xóa bỏ 1 cạnh trên đường đi này.
- Tạo cạnh mới $x \rightarrow y$ màu đỏ với x, y là điểm đầu và điểm cuối của đường đi ở trên.

Input:

- Dòng đầu tiên là số nguyên dương N ($2 \leq N \leq 10^5$).
- N - 1 dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên mô tả một cạnh của cây thứ nhất.
- N - 1 dòng còn lại, mỗi dòng gồm 2 số nguyên mô tả một cạnh của cây thứ hai.

Output:

In ra “YES” nếu như có thể biến đổi được cây thứ nhất sang thành cây thứ hai, in ra “NO” trong trường hợp ngược lại.

Ví dụ:

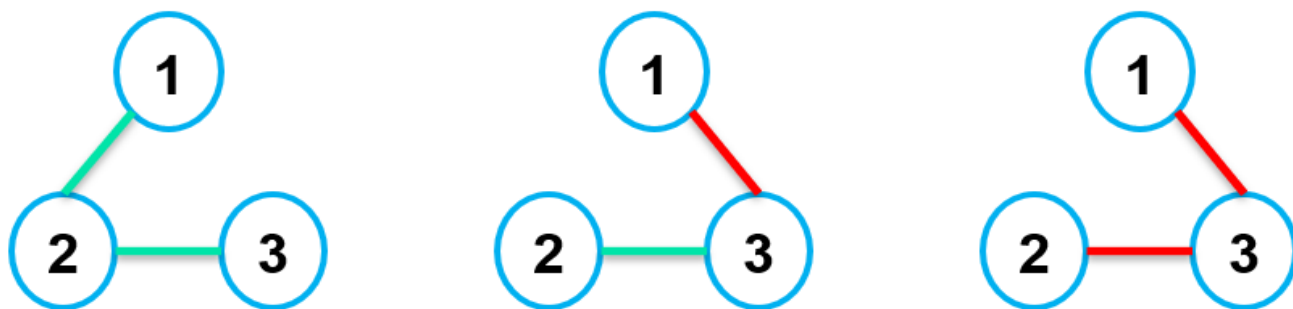
Input	Output
3 1 2 2 3 1 3 3 2	YES

5 1 2 2 3 3 4 4 5 1 4 1 5 2 4 3 4	YES
6 1 2 3 5 1 6 4 6 5 1 1 4 2 6 5 3 4 3 5 6	NO

Giải thích test 1:

Bước 1: Chọn đường đi (1, 3), xóa cạnh $1 \rightarrow 2$ và tô màu đỏ cho cạnh $1 \rightarrow 3$.

Bước 2: Chọn đường đi (2, 3), xóa chính cạnh này rồi tô bằng màu đỏ.



BÀI F. THAY ĐỔI DÃY SỐ

Cho mảng $A[]$ gồm N phần tử, ban đầu tất cả $A_i = 1$. Bạn được phép thực hiện tối đa K thao tác, mỗi thao tác như sau:

- Chọn một chỉ số i ($1 \leq i \leq N$) và một số nguyên $x > 0$.
- Cập nhật $A_i = A_i + \lfloor A_i/x \rfloor$ với $\lfloor \cdot \rfloor$ là kí hiệu của phần nguyên.

Sau khi kết thúc chuỗi các thao tác, bạn sẽ nhận được C_i xu cho mỗi cặp giá trị $A_i = B_i$.

Hãy tính số đồng xu tối đa bạn có thể nhận được.

Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 100$).
- Dòng đầu tiên của mỗi test gồm số nguyên N và K ($1 \leq N \leq 10^3$, $0 \leq K \leq 10^6$).
- Dòng thứ hai gồm N số nguyên B_1, B_2, \dots, B_N ($1 \leq B_i \leq 10^3$).
- Dòng thứ hai gồm N số nguyên C_1, C_2, \dots, C_N ($1 \leq C_i \leq 10^6$).

Output: Với mỗi test, hãy in ra số lượng đồng xu tối đa bạn nhận được.

Ví dụ:

Input	Output
4	7
4 4	0
2 7 5 2	30
3 6 4 2	159
3 0	
3 5 2	
5 4 9	
5 9	
5 2 5 6 3	
5 9 1 9 7	
6 14	
12 5 6 4 8 15	
44 35 6 41 18 39	

BÀI G. XÂU DOUBLE

Một xâu được gọi là xâu lặp lại hay xâu Double nếu như nó độ dài chẵn và nửa trái của xâu giống với nửa bên phải còn lại. Ví dụ như `abcbabc`, `dd`, `efef` là các xâu Double.

Cho một xâu S cho trước, nhiệm vụ của bạn là hãy đếm số cách chọn ra 2 xâu con liên tiếp riêng biệt và khác rỗng để có thể ghép lại thành một xâu Double. (Thứ tự 2 xâu con vẫn giữ nguyên theo vị trí xuất hiện của chúng trong xâu S ban đầu).

Ví dụ như với $S = \text{"aaaa"}$, chúng ta có 9 cách chọn:

- Tạo ra xâu Double `"aa"`: có 6 cách với các tổ hợp chọn kí tự (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4).
- Tạo ra xâu Double `"aaaa"` có 3 cách: `"a" + "aaaa"`, `"aa" + "aa"`, `"aaa" + "a"`.

Input: Xâu S có độ dài không vượt quá 1000 kí tự, chỉ gồm các chữ cái thường.

Output: In ra một số nguyên là số cách ghép tạo ra xâu Double tìm được.

Ví dụ:

Input	Output
aaaa	9
aeacebdebdeb	32

BÀI H. PHẦN TỬ TRUNG VỊ

Cho bảng số nguyên không âm kích thước $M \times N$ và hai số lẻ r, c . Hãy tìm bảng con kích thước $r \times c$ để giá trị trung vị của các số trong bảng con là nhỏ nhất.

Input

- Dòng đầu tiên gồm 4 số nguyên M, N, r, c ($1 \leq M, N \leq 1000$).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm N số nguyên không âm mô tả bảng số, các số không vượt quá 10^9 .

Output. In ra giá trị phần tử trung vị nhỏ nhất tìm được.

Ví dụ:

Input	Output
5 5 3 3 5 11 12 16 25 17 18 2 7 10 4 23 20 3 1 24 21 19 14 9 6 22 8 13 15	9

BÀI I. ĐIỂM XA NHẤT

Trên mặt phẳng Oxy, cho N điểm $P[i]$. Tọa độ của giữa 2 điểm (x_1, y_1) và (x_2, y_2) được tính

theo khoảng cách Euclidean: $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

Với mỗi điểm, bạn hãy tìm chỉ số ID của điểm xa nhất với nó.

Input

- Dòng đầu tiên là số nguyên dương N ($2 \leq N \leq 100$).
- N dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên x_i, y_i mô tả tọa độ của một điểm.
- Các điểm có tọa độ phân biệt và giá trị tuyệt đối không quá 10000

Output. In ra N dòng, dòng thứ i là ID của điểm cách xa điểm P_i nhất. Nếu có nhiều đáp án, hãy in ra điểm có ID nhỏ hơn.

Ví dụ:

Input	Output
4 0 0 2 4 5 0 3 4	3 3 1 1
5 1 1 2 2 3 3 4 4 5 5	5 5 1 1 1

BÀI J. CHUYẾN TÀU

Đất nước Byteland có N thành phố và M tuyến đường hai chiều. Tuyến đường thứ i kết nối thành phố $A[i]$ với $B[i]$. Tại các mốc thời gian $0, K[i], 2 \cdot K[i], \dots$ (Mốc thời gian là bội của $K[i]$) sẽ có một chuyến tàu di chuyển từ thành phố $A[i]$ tới $B[i]$ và một chuyến tàu cho chiều ngược lại. Thời gian để mỗi chuyến tàu có thể tới đích là $T[i]$.

Hiện tại, bạn đang ở thành phố X . Hãy tính xem thời gian sớm nhất bạn có thể tới được thành phố Y là bao nhiêu? Thời gian chuyển tiếp giữa các chuyến tàu có thể bỏ qua, tức là bạn có thể lên một chuyến tàu mới ngay lập tức sau khi vừa kết thúc một chuyến tàu cũ.

Input:

- Dòng đầu tiên chứa 4 số nguyên N, M, X và Y ($2 \leq N \leq 10^5, 0 \leq M \leq 10^5, 1 \leq X, Y \leq N$).
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 4 số nguyên $A[i], B[i], T[i]$ và $K[i]$ ($A[i]$ khác $B[i], 1 \leq T[i], K[i] \leq 10^9$).

Output:

In ra một số nguyên là thời gian sớm nhất bạn có thể tới được thành phố Y . Nếu không tồn tại đáp án, hãy in ra -1 .

Ví dụ:

Input	Output
3 2 1 3 1 2 2 4 2 3 4 4	8
3 2 3 1 1 2 2 3 2 3 3 4	5
3 0 3 1	-1

Giải thích test 1:

- Lên tàu tại mốc thời gian $t = 0$ từ thành phố 1 tới thành phố 2 tại $t = 2$
- Đợi tới thời điểm $t = 4$, bạn lên chuyến tàu từ thành phố 2 tới thành phố 3
- Tới nơi tại thời điểm $t = 8$.

-----HẾT-----