

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG  
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN I

**ĐỀ LUYỆN TẬP TRƯỚC VÒNG CHUNG KẾT KỲ THI ICPC PTIT NĂM 2025**

**Thời gian thực hiện:** 12h – 23h, Chủ nhật, ngày 14 tháng 09 năm 2025.

**Đề thi gồm có 10 câu, 09 trang. Ngôn ngữ lập trình được sử dụng:** C/C++, Java, Python 3

**MỤC LỤC**

<b>BÀI A. XÂU CON LÀ DÃY NGOẶC ĐÚNG BẬC K</b> .....	2
<b>BÀI B. CON SỐ BỊ THIẾU</b> .....	3
<b>BÀI C. TRUY VẤN ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY</b> .....	3
<b>BÀI D. ĐỒ THỊ ĐẦY ĐỦ CÓ TRỌNG SỐ</b> .....	4
<b>BÀI E. BIẾN ĐỔI DÃY SỐ</b> .....	5
<b>BÀI F. BIẾN ĐỔI XÂU</b> .....	6
<b>BÀI G. ĐƯỜNG ĐI ĐẦY ĐỦ</b> .....	6
<b>BÀI H. A MŨ B</b> .....	8
<b>BÀI I. TAM GIÁC VUÔNG</b> .....	8
<b>BÀI J. TRUY VẤN CẶP SỐ NGHỊCH THỂ</b> .....	9

## ĐỀ BÀI

### BÀI A. XÂU CON LÀ DÂY NGOẶC ĐÚNG BẬC K

Biểu thức ngoặc là chuỗi chỉ gồm các ký tự '(' hoặc ')'. Biểu thức ngoặc đúng và bậc của biểu thức ngoặc được định nghĩa một cách đệ quy như sau:

- Biểu thức rỗng là biểu thức ngoặc đúng và có bậc bằng 0,
- Nếu A là biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng k thì (A) cũng là một biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng k + 1,
- Nếu A và B là hai biểu thức ngoặc đúng và có bậc tương ứng là  $k_1$  và  $k_2$  thì AB cũng là một biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng  $\max(k_1, k_2)$ .

Ví dụ, '()' là một biểu thức ngoặc đúng có bậc bằng 2 còn '(()())' là một biểu thức ngoặc đúng và có bậc bằng 3.

**Yêu cầu:** Cho S là một chuỗi chỉ gồm các ký tự '(', ')', và số nguyên dương K, hãy đếm số chuỗi con gồm các ký tự liên tiếp khác nhau của S là biểu thức ngoặc đúng bậc K. Sự khác nhau này tính theo thứ tự từ điển. Hai chuỗi giống hệt nhau nhưng khác vị trí sẽ không được tính là 2 đáp án khác nhau.

#### Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T.
- Mỗi test bắt đầu bởi chuỗi S có độ dài không vượt quá 1000 chỉ gồm các ký tự '(', ')'.  
• Dòng thứ hai là một số nguyên dương K.

#### Output:

Với mỗi test, hãy in ra số lượng chuỗi con khác nhau của S là biểu thức ngoặc bậc K chia dư cho  $10^9 + 7$

#### Ví dụ:

Input	Output
2	2
()	1
1	
((()))	
2	

#### Giải thích test

- **Test 1:** Hai dãy ngoặc đúng thỏa mãn là () và ().
- **Test 2:** Dãy ngoặc đúng thỏa mãn là ()

## BÀI B. CON SỐ BỊ THIẾU

Alice có  $N + 1$  lá bài chứa các số nguyên dương liên tiếp, nhưng không may, anh ấy làm mất một lá bài.

Cho biết  $N$  lá bài còn lại lần lượt là  $A_1, A_2, \dots, A_N$ . Các bạn hãy giúp Alice tìm lá bài bị thiếu.

### Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng lá bài còn lại  $N$  ( $1 \leq N \leq 100$ ).
- Dòng tiếp theo gồm  $N$  số nguyên  $A_i$  ( $1 \leq A[i] \leq 1000$ ).
- Input đảm bảo các số nguyên là phân biệt, và chỉ tồn tại 1 đáp án duy nhất.

**Output:** In ra một số nguyên là con số còn thiếu trong tập bài.

### Ví dụ:

Input	Output
4 2 3 5 6	4
8 3 4 5 1 6 9 2 8	7

## BÀI C. TRUY VẤN ĐƯỜNG ĐI TRÊN CÂY

Cho một cây có  $N$  đỉnh được đánh số từ 1 đến  $N$  và gốc tại đỉnh 1. Đỉnh cha của đỉnh  $i$  là  $p_i$ , và trọng số của nó bằng  $a_i$ . Định nghĩa  $p_1 = 0$ .

Với hai đỉnh  $X$  và  $Y$  có cùng độ sâu, hàm  $f(X, Y)$  được định nghĩa như sau:

- Khởi tạo  $ans = 0$ .
- While ( $X$  khác 0 và  $Y$  khác 0):
  - $ans = ans + a_X * a_Y$
  - $X \leftarrow p_X$  (gán  $X$  bằng đỉnh cha của  $X$ )
  - $Y \leftarrow p_Y$  (gán  $Y$  bằng đỉnh cha của  $Y$ )
- Giá trị của  $f(x,y)$  là giá trị cuối cùng của  $ans$ .

Có  $Q$  truy vấn, truy vấn thứ  $i$  cho hai đỉnh có cùng độ sâu là  $X$  và  $Y$ , nhiệm vụ của bạn là hãy tính giá trị  $f(X, Y)$ .

### Input

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $N$  và  $Q$  ( $2 \leq N \leq 10^5$ ,  $1 \leq Q \leq 10^5$ ).
- Dòng thứ hai chứa  $N$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^5$ ).
- Dòng thứ ba chứa  $N - 1$  số nguyên  $p_2, \dots, p_n$  ( $1 \leq p_i < i$ ).
- $Q$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên  $X$  và  $Y$  ( $1 \leq X, Y \leq N$ ) mô tả một truy vấn. Input đảm bảo rằng  $X$  và  $Y$  có cùng độ sâu.

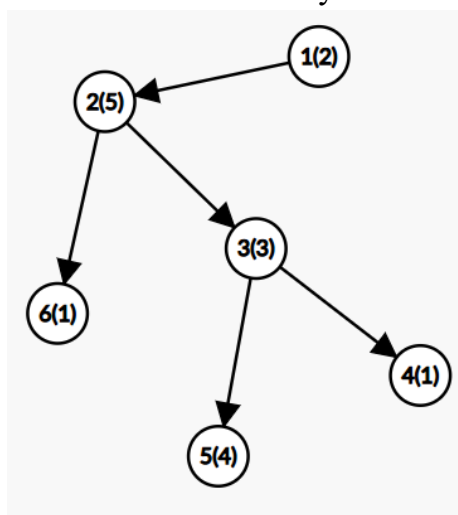
**Output.** Với mỗi truy vấn, hãy in ra đáp án tìm được trên một dòng.

### Ví dụ:

Input	Output
6 2 2 5 3 1 4 1 1 2 3 3 2 4 5 6 6	42 30

### Giải thích test:

- Có 6 đỉnh và 2 truy vấn



### Ký hiệu:

- 1(2) tức là đỉnh 1 có trọng số 2
- 1 → 2 có nghĩa 1 là cha trực tiếp của 2

### Truy vấn 1: X = 4, Y = 5

- $ans = 0; ans = ans + a_4 * a_5 = 0 + 1 * 4 = 4$
- $p_4 = 3, p_5 = 3;$   
 $ans = ans + a_3 * a_3 = 4 + 3 * 3 = 13$
- $p_3 = 2; ans = ans + a_2 * a_2 = 13 + 5 * 5 = 38$
- $p_2 = 1; ans = ans + a_1 * a_1 = 38 + 2 * 2 = 42$

### Truy vấn 2: X = 6, Y = 6

- $ans = 0; ans = ans + a_6 * a_6 = 0 + 1 * 1 = 1$
- $p_6 = 2; ans = ans + a_2 * a_2 = 1 + 5 * 5 = 26$
- $p_2 = 1; ans = ans + a_1 * a_1 = 26 + 2 * 2 = 30$

## BÀI D. ĐỒ THỊ ĐẦY ĐỦ CÓ TRỌNG SỐ

Cho đồ thị đầy đủ vô hướng với N đỉnh. Cạnh nối đỉnh thứ i với đỉnh thứ j có trọng số bằng  $D_{i,j}$ . Nhiệm vụ của bạn là hãy chọn một tập cạnh, sao cho không có đỉnh nào được chọn 2 lần và tổng trọng số các cạnh được chọn là lớn nhất có thể.

### Input:

- Dòng đầu tiên là số nguyên dương N ( $2 \leq N \leq 16$ ).
- Tiếp theo gồm N-1 dòng, mỗi dòng gồm N - 1, N - 2, ..., 1 số nguyên dương có giá trị không vượt quá  $10^9$ , mô tả trọng số các cạnh của đồ thị theo hình tam giác sau:

$D_{1,2} D_{1,3} \dots D_{1,N}$

$D_{2,3} \dots D_{2,N}$

⋮

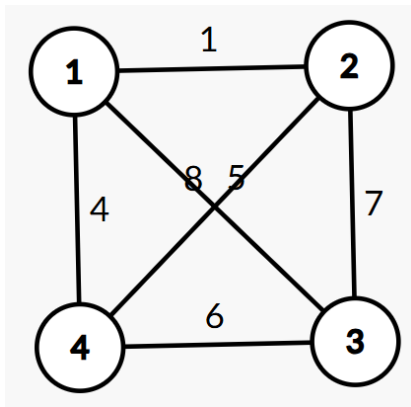
$D_{N-1,N}$

**Output:** In ra một số nguyên là tổng trọng số lớn nhất tìm được.

### Ví dụ:

Input	Output
4 1 5 4 7 8 6	13
5 1 2 3 4 2 3 4 3 4 4	7

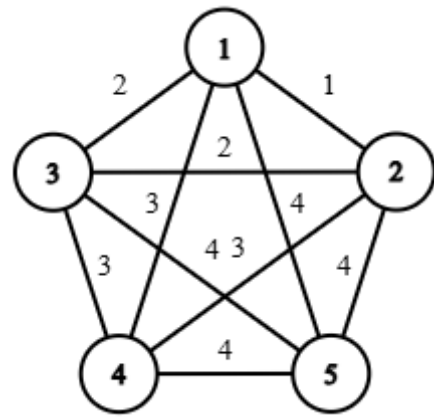
## Giải thích test



Chọn cạnh (1, 3) và cạnh (2, 4).

Tổng trọng số là:  $5 + 8 = 13$

```
1 2 1
1 3 2
1 4 3
1 5 4
2 3 2
2 4 3
2 5 4
3 4 3
3 5 4
4 5 4
```



Chọn cạnh (1, 5) và (3, 4).

Tổng trọng số là  $3 + 4 = 7$

## BÀI E. BIẾN ĐỔI DÃY SỐ

Cho dãy số  $A[]$  gồm  $N$  phần tử. Tại mỗi bước bạn có thể chọn một chỉ số  $i$  ( $2 \leq i \leq N-1$ ) và biến đổi  $A[i]$  thành  $A[i+1] + A[i-1] - A[i]$ .

Cho thêm dãy số  $B[]$ . Hãy kiểm tra xem liệu có thể biến đổi dãy số  $A[]$  thành dãy số  $B[]$  sau một số lần hữu hạn (Có thể không thực hiện) thao tác trên hay không?

### Input:

- Dòng đầu tiên nhập số nguyên  $N$  ( $2 \leq N \leq 10^5$ ).
- Dòng thứ hai nhập  $N$  số nguyên  $A[1], A[2], \dots, A[N]$  ( $0 \leq A[i] \leq 2 \cdot 10^9$ ).
- Dòng thứ ba nhập  $N$  số nguyên  $B[1], B[2], \dots, B[N]$  ( $0 \leq B[i] \leq 2 \cdot 10^9$ ).

### Output:

In ra “Yes” nếu có thể biến đổi dãy số  $A[]$  thành dãy số  $B[]$ , ngược lại hãy in ra “No”.

### Ví dụ:

Input	Output
4 7 2 4 12 7 15 10 12	Yes
3 4 4 4 1 2 3	No

## Giải thích test

- Test 1:** Ta có thể biến đổi như sau:  
 Bước 1:  $[7, 2, 4, 12] \rightarrow [7, 2, 10, 12]$   
 Bước 2:  $[7, 2, 10, 12] \rightarrow [7, 15, 10, 12]$
- Test 2:** Chỉ có thể biến đổi số ở giữa là  $A[2]$  nên không có cách nào biến đổi cả dãy  $A$  thành dãy  $B$

## BÀI F. BIẾN ĐỔI XÂU

Cho một chuỗi  $S$  có độ dài  $N$  chỉ chứa 3 loại ký tự A, B và C. Bạn được phép thực hiện hai loại thao tác sau, không hạn chế số lượng cũng như thứ tự thực hiện:

- **Thao tác 1:** Chọn một ký tự 'A' trong chuỗi  $S$ , xóa bỏ nó rồi thay bằng hai ký tự "BB".
- **Thao tác 2:** Chọn vị trí có hai ký tự "BB" cạnh nhau, xóa bỏ chúng rồi thay bằng một ký tự 'A'.

Nhiệm vụ của bạn là hãy tìm ra chuỗi có thứ tự từ điển nhỏ nhất có thể thu được từ chuỗi  $S$  sau khi sử dụng các thao tác trên.

### Input:

- Dòng đầu tiên là độ dài chuỗi  $N$  ( $1 \leq N \leq 2 \cdot 10^5$ ).
- Dòng tiếp theo là chuỗi  $S$ , chỉ gồm 3 loại ký tự A, B và C.

**Output:** Hãy in ra chuỗi có thứ tự từ điển nhỏ nhất tìm được.

### Ví dụ:

Input	Output
5 CBACA	CABCA
1 B	B
6 BBAABC	AAABC

### Giải thích test:

- **Test 1:** Bước 1: CBACA  $\rightarrow$  CBBBCA; Bước 2: CBBBCA  $\rightarrow$  CABCA
- **Test 3:** BBAABC  $\rightarrow$  AAABC

## BÀI G. ĐƯỜNG ĐI ĐẦY ĐỦ

Cho đồ thị vô hướng  $G$  có  $N$  đỉnh và  $M$  cạnh, cạnh thứ  $i$  kết nối hai đỉnh  $u_i$  và  $v_i$ .

Cho tập cạnh  $S = \{x_1, x_2, \dots, x_K\}$ . Nhiệm vụ của bạn là hãy xác định xem có tồn tại đường đi nào đó trên đồ thị  $G$  thỏa mãn đi qua mỗi cạnh trong tập  $S$  một lần duy nhất.

**Lưu ý:** Đường đi này có thể đi qua các cạnh không thuộc  $S$  bao nhiêu lần cũng được.

### Input:

- Dòng đầu tiên là số lượng đỉnh của đồ thị  $N$  và số lượng cạnh  $M$  ( $2 \leq N, M \leq 2 \cdot 10^5$ ).
- $M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên  $u, v$  mô tả một cạnh của đồ thị.
- Tiếp theo là số nguyên  $K$  ( $1 \leq K \leq M$ ).
- Dòng tiếp theo gồm  $K$  số nguyên  $x_1, x_2, \dots, x_K$ .
- Input đảm bảo các cạnh là phân biệt, và đồ thị đã liên thông.

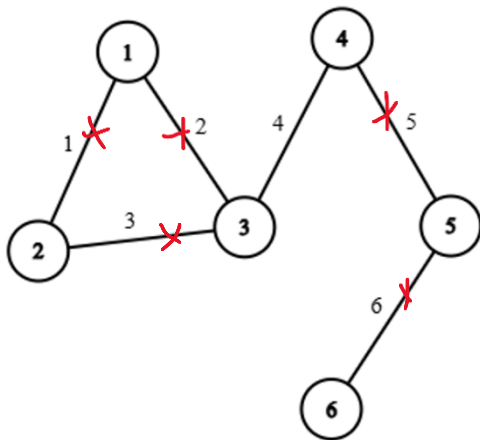
### Output:

In ra "Yes" nếu như tồn tại đường đi thỏa mãn yêu cầu, "No" trong trường hợp ngược lại.

Ví dụ:

Input	Output
6 6 1 2 1 3 2 3 3 4 4 5 5 6 5 1 2 3 5 6	Yes
5 4 1 2 1 3 1 4 1 5 3 1 2 3	No

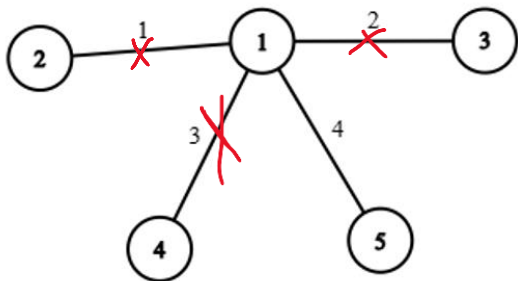
**Giải thích test:**



Số ghi giữa mỗi cạnh là STT cạnh

Tập cạnh S là: (1, 2); (1, 3); (2, 3); (4, 5) và (5, 6)

Một đường đi thoả mãn:  $6 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3$ . Đường đi này đi qua các cạnh trong tập S mỗi cạnh đúng 1 lần



Dễ thấy không có đường đi nào qua các cạnh số 1, 2, 3 mỗi cạnh đúng 1 lần

## BÀI H. A MŨ B

Cho số nguyên dương  $N$ . Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm xem tồn tại bao nhiêu số nguyên  $X$  có dạng  $X = A^B$  ( $A, B$  là số nguyên dương,  $B \geq 2$ ) và  **$X$  không vượt quá  $N$** .

**Input:** Dữ liệu đầu vào chứa một số nguyên dương  $N$  duy nhất ( $1 \leq N \leq 10^{18}$ ).

**Output:** In ra một số nguyên là số lượng các số thỏa mãn.

**Ví dụ:**

Input	Output
80	11
1000000000	32670

### Giải thích test 1

- Với  $B = 2$ , ta có:

$1^2 = 1$ ,  $2^2 = 4$ ,  $3^2 = 9$ ,  $4^2 = 16$ ,  $5^2 = 25$ ,  $6^2 = 36$ ,  $7^2 = 49$ ,  $8^2 = 64$ ,  $9^2 = 81 > 80$  (Loại)

- Với  $B = 3$ , ta có:  $2^3 = 8$ ,  $3^3 = 27$ ,  $4^3 = 64$  (Đã đếm vì  $64 = 8^2$ ),  $5^3 = 125 > 80$  (Loại)
- Với  $B = 4$ , ta có:  $2^4 = 16$  (Đã đếm vì  $16 = 4^2$ ),  $3^4 = 81 > 80$  (Loại)
- Với  $B = 5$ , ta có:  $2^5 = 32$ ,  $3^5 = 243 > 80$  (Loại)
- Với  $B = 6$ , ta có:  $2^6 = 64$  (Đã đếm vì  $64 = 8^2$ ),  $3^6 > 3^5 > 80$  (Loại)
- Với  $B = 7$ , ta có:  $2^7 = 128 > 80$

Các số thỏa mãn là 1, 4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 36, 49, 64.

## BÀI I. TAM GIÁC VUÔNG

Cho tọa độ 3 điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng trên mặt phẳng Oxy. Nhiệm vụ của bạn là hãy kiểm tra xem tam giác  $ABC$  có phải là tam giác vuông hay không?

**Input:** Dữ liệu đầu vào gồm 3 dòng, là 6 số nguyên mô tả  $x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C$ .

**Output:**

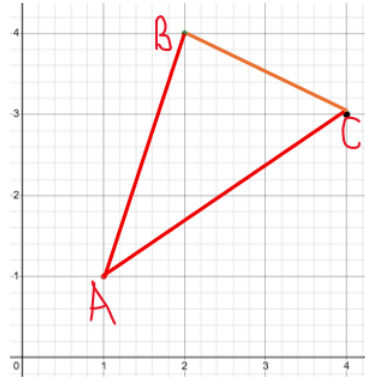
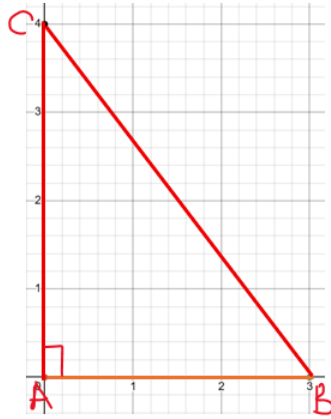
In ra “Yes” nếu tam giác  $ABC$  là tam giác vuông, in ra “No” trong trường hợp ngược lại.

**Ví dụ:**

Input	Output
0 0 3 0 0 4	Yes
1 1 2 4 4 3	No



### Giải thích test:



### BÀI J. TRUY VẤN CẶP SỐ NGHỊCH THỂ

Cho dãy số  $A[0], A[1], \dots, A[N-1]$  là một hoán vị của  $0, 1, 2, \dots, N-1$ .

Với mỗi  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , hãy đếm số cặp nghịch thể của dãy số  $B[0], B[1], \dots, B[N-1]$  với  $B[i] = A[(i + k) \% N]$ .

#### Input

Dòng đầu tiên là số lượng phần tử dãy số  $N$  ( $N \leq 3 \cdot 10^5$ ).

Dòng tiếp theo gồm  $N$  số nguyên  $A[i]$ , là một hoán vị của dãy  $[0 \ 1 \ 2 \ \dots \ N-1]$ .

#### Output

In ra  $N$  dòng, là số cặp nghịch thể của dãy số  $B[]$  với mỗi trường hợp  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ .

#### Ví dụ:

Input	Output
4	0
0 1 2 3	3
	4
	3
5	6
2 3 1 4 0	6
	4
	6
	2

#### Giải thích test 1: Dãy số $A = [0 \ 1 \ 2 \ 3]$

- Với  $k = 0$ , dãy số  $B = [0 \ 1 \ 2 \ 3]$  không có cặp nghịch thể nào.
- Với  $k = 1$ , dãy số  $B = [1 \ 2 \ 3 \ 0]$  có 3 cặp nghịch thể là:  
 $a[1] > a[4]$  ( $1 > 0$ ),  $a[2] > a[4]$  ( $2 > 0$ ),  $a[3] > a[4]$  ( $3 > 0$ )
- Với  $k = 2$ , dãy số  $B = [2 \ 3 \ 0 \ 1]$  có 4 cặp nghịch thể là:  
 $a[1] > a[3]$  ( $2 > 0$ ),  $a[2] > a[3]$  ( $3 > 0$ ),  $a[1] > a[4]$  ( $2 > 1$ ),  $a[2] > a[4]$  ( $3 > 1$ )
- Với  $k = 3$ , dãy số  $B = [3 \ 0 \ 1 \ 2]$  có 3 cặp nghịch thể là:  
 $a[1] > a[2]$  ( $3 > 0$ ),  $a[1] > a[3]$  ( $3 > 1$ ),  $a[1] > a[4]$  ( $3 > 2$ )

HẾT