

HỌC VIỆN CÔNG NGHỆ BƯU CHÍNH VIỄN THÔNG
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN I

ĐỀ THI VÒNG LOẠI – KỲ THI LẬP TRÌNH ICPC PTIT NĂM 2025

Thời gian làm bài: 195 phút (08h00 – 11h15)

Ngày thi: Chủ nhật, ngày 07 tháng 09 năm 2025

Đề thi gồm có 08 trang, 11 bài.

Giới hạn thời gian và bộ nhớ chung cho tất cả mọi bài là 1 giây và 512MB

MỤC LỤC

BÀI A. SỐ TRUNG BÌNH CỘNG	2
BÀI B. NGUYÊN TỐ CÙNG NHAU	2
BÀI C. TỔNG HIỆU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CÁC CẶP SỐ	3
BÀI D. XÓA ĐI MỘT KÝ TỰ.....	3
BÀI E. TỐI ƯU HỆ THỐNG GIAO THÔNG.....	4
BÀI F. SỐ GẦN PALINDROME	5
BÀI G. DI CHUYỂN QUÂN XE.....	5
BÀI H. PHÂN HOẠCH THÀNH CÁC XÂU ĐỐI XỨNG.....	6
BÀI I. LŨY THỪA	7
BÀI J. DÃY NGOẠC CÂN BẰNG TRÊN CÂY	7
BÀI K. DÃY CON TĂNG DÀI NHẤT.....	8

ĐỀ BÀI

BÀI A. SỐ TRUNG BÌNH CỘNG

Cho dãy số nguyên A có N phần tử. Số $A[p]$ ($1 \leq p \leq N$) được gọi là một số trung bình cộng trong dãy nếu tồn tại 3 chỉ số i, j, k đôi một khác nhau sao cho $A[p] = \frac{A[i] + A[j] + A[k]}{3}$.

Nhiệm vụ của bạn là hãy đếm số lượng các số trung bình cộng có mặt trong dãy số.

Input

- Dòng thứ nhất là số nguyên dương N ($3 \leq N \leq 1000$).
- Dòng thứ hai gồm N số nguyên $A[i]$ ($|A[i]| \leq 10^9$).

Output. In ra số lượng số trung bình cộng tìm được

Ví dụ.

Input	Output
5 3 4 6 3 5	2
3 1 2 5	0

Giải thích test 1: $A[2] = \frac{A[1] + A[3] + A[4]}{3} = 4$, $A[5] = \frac{A[2] + A[3] + A[5]}{3} = 5$

BÀI B. NGUYÊN TỔ CÙNG NHAU

Cho dãy số nguyên A có N phần tử và số nguyên dương M . Liệt kê tất cả các số nguyên K trong đoạn $[1; M]$ sao cho K nguyên tố cùng nhau với mọi số trong dãy A . Hai số nguyên dương A và B được gọi là nguyên tố cùng nhau nếu $\text{GCD}(A, B) = 1$.

Input

- Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên dương N và M .
- Dòng tiếp theo gồm N số nguyên $A[i]$ ($1 \leq N, M, A[i] \leq 10^5$).

Output

- Dòng thứ nhất ghi số lượng số nguyên thỏa mãn
- Dòng thứ hai ghi lần lượt các số đó theo thứ tự tăng dần, các số cách nhau 1 dấu cách

Ví dụ

Input	Output
3 12 6 1 5	3 1 7 11

BÀI C. TỔNG HIỆU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI CÁC CẶP SỐ

Cho dãy số nguyên A có N phần tử. Tính tổng tất cả các hiệu $|A[i] - A[j]|$ với các cặp (i, j) mà $1 \leq i < j \leq N$. Tức là tính:

$$\sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N |A_i - A_j|$$

Input

- Dòng đầu tiên là số nguyên dương N ($2 \leq N \leq 2 \cdot 10^5$)
- Dòng tiếp theo gồm N số nguyên A[i] ($|A[i]| \leq 10^9$).

Output. In ra giá trị biểu thức tìm được

Ví dụ

Input	Output
3 5 1 2	8
5 1 2 3 4 5	20

Giải thích test

- **Test 1:** $|5 - 1| + |5 - 2| + |1 - 2| = 4 + 3 + 1 = 8$
- **Test 2:**
 $|1 - 2| + |1 - 3| + |1 - 4| + |1 - 5| + |2 - 3| + |2 - 4| + |2 - 5| + |3 - 4| + |3 - 5| + |4 - 5|$
 $= 1 + 2 + 3 + 4 + 1 + 2 + 3 + 1 + 2 + 1 = 20$

BÀI D. XÓA ĐI MỘT KÝ TỰ

Cho chuỗi S có N ký tự. Gọi S_i là chuỗi S còn lại sau khi xóa ký tự ở vị trí i. Đếm số cặp (i, j) sao cho $1 \leq i < j \leq N$ và $S_i = S_j$.

Input

- Dòng đầu tiên là số nguyên dương N ($2 \leq N \leq 3 \cdot 10^5$)
- Dòng tiếp theo là chuỗi S gồm N ký tự

Output. In ra một số nguyên là số cặp (i, j) tìm được

Ví dụ

Input	Output
7 abbbcca	4
4 aaaa	6
2 ab	0

Giải thích test:

- **Test 1:** Xâu S sau khi xóa lần lượt 1 ký tự ở mỗi vị trí thì còn lại: bbbcca, abbcca, abbcca, abbbca, abbbca, abbbcc
Như vậy có 4 cặp chỉ số thỏa mãn là: (2, 3), (2, 4), (3, 4) và (5, 6)
- **Test 2:** Xâu S sau khi xóa lần lượt 1 ký tự ở mỗi vị trí thì còn lại: aaa, aaa, aaa, aaa
Có 6 cặp chỉ số thỏa mãn: (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4) và (3, 4)
- **Test 3:** Xâu S sau khi xóa lần lượt 1 ký tự ở mỗi vị trí thì còn lại: a, b
Không có cặp chỉ số nào thỏa mãn

BÀI E. TỐI ƯU HỆ THỐNG GIAO THÔNG

Hệ thống giao thông của đất nước Highland có N thành phố được nối với nhau bởi N-1 con đường hai chiều. Chiều dài của mỗi tuyến đường đúng bằng 1 đơn vị độ dài. Mạng lưới giao thông luôn đảm bảo rằng khi bạn xuất phát từ một thành phố bất kì, bạn đều có thể đi tới các thành phố bất kì khác.

Kinh tế năm qua phát triển mạnh, vì vậy chính phủ đã quyết định đầu tư thêm cho hệ thống giao thông của đất nước. Để giảm chi phí đi lại cho người dân cũng như thúc đẩy các hoạt động kinh tế, chính phủ quyết định mở thêm một tuyến đường giữa hai thành phố nào đó, sao cho tổng chi phí vận hành của hệ thống giao thông là nhỏ nhất. Tổng chi phí của hệ thống giao thông được tính bằng tất cả các tổng đường đi ngắn nhất giữa các cặp thành phố (Có tất cả $\frac{N * (N - 1)}{2}$ cặp thành phố).

Nhiệm vụ của các bạn là hãy giúp ban tư vấn chính phủ xác định tổng chi phí nhỏ nhất cho hệ thống giao thông mới của đất nước?

Input

- Dòng đầu tiên là số lượng các bộ test T ($T \leq 20$),
- Với mỗi test, dòng thứ nhất chứa số nguyên N là số thành phố của đất nước ($N \leq 300$).
- N - 1 dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số u và v biểu diễn con đường nối giữa thành phố u và v.

Output. Với mỗi test, in ra tổng chi phí nhỏ nhất của hệ thống giao thông trên 1 dòng

Ví dụ.

Input	Output
2	3
3	8
1 2	
2 3	
4	
1 2	
2 3	
3 4	

Giải thích test 1: Con đường mới nối thành phố 1 với thành phố 3.

Khi đó tổng chi phí vận hành của hệ thống giao thông sẽ giảm từ 4 xuống còn 3.

BÀI F. SỐ GẦN PALINDROME

Một số được gọi là gần palindrome (hay số gần đối xứng) nếu trong dạng biểu diễn ở hệ 10 chỉ cần thay đổi không quá một chữ số ta sẽ được dãy ký tự palindrome, Ví dụ, các số 1234321, 1234311, 123421 là những số gần palindrome. Còn các số 1234213 và 12345331 – không phải là gần palindrome.

Cho hai số nguyên dương A và B. Hãy xác định số lượng các số là số gần palindrome trong đoạn [A; B].

Input.

- Dòng đầu tiên là số lượng bộ test T ($T \leq 20$).
- Mỗi test gồm hai số nguyên dương A và B ($1 \leq A \leq B \leq 10^6$).

Output. Với mỗi test, hãy in ra đáp án tìm được trên một dòng.

Ví dụ.

Input	Output
3	10
1 10	1000
1 1000	7601
10000 50000	

BÀI G. DI CHUYỂN QUÂN XE

Cho bàn cờ có kích thước $N \times M$. Trên bàn cờ có đặt K vật cản và đặt 1 quân xe ở ô (1, 1). Trong một bước, quân xe này có thể đi sang phải hay xuống dưới bao nhiêu ô tùy thích nếu trên đường đi không có vật cản nào.

Đếm số lượng vị trí mà quân xe này có thể đến được với không quá 2 bước

Input

- Dòng đầu tiên là ba số nguyên N, M và K ($1 \leq N, M \leq 2 \cdot 10^5, 0 \leq K \leq 2 \cdot 10^5$).
- K dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên x, y mô tả vị trí một ô vật cản. Dữ liệu đảm bảo các vị trí là hoàn toàn phân biệt.

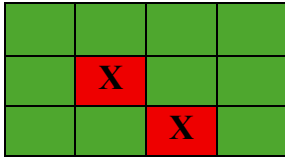
Output

In ra một số nguyên là số lượng các ô trên bàn cờ mà quân xe có thể di chuyển tới được với không quá 2 bước.

Ví dụ

Input	Output
3 4 2 2 2 3 3	10
5 5 4 2 3 3 4 4 2 5 2	17

Giải thích test



Test 1:

- Các vị trí đánh dấu x là vật cản
- Các vị trí tô màu xanh là các vị trí mà từ ô (1, 1) quân mã đi đến được không quá 2 bước
- Chẳng hạn:
 - Các ô (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (3, 1): Quân xe đi thẳng đến các ô này luôn (1 bước)
 - (1, 1) → (3, 1) → (3, 2) (2 bước)
 - (1, 1) → (1, 3) → (2, 3) (2 bước)
 - (1, 1) → (1, 4) → (2, 4), (3, 4) (2 bước)

Test 2:

- Kí hiệu như Test 1
- Chẳng hạn:
 - Các ô (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1): Quân xe đi thẳng đến các ô này luôn (1 bước)
 - (1, 1) → (1, 2) → Các ô (2, 2) và (3, 2) (2 bước)
 - (1, 1) → (3, 1) → (3, 3) (2 bước)
 - (1, 1) → (1, 4) → (2, 4) (2 bước)
 - (1, 1) → (1, 5) → Các ô (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5) (2 bước)

BÀI H. PHÂN HOẠCH THÀNH CÁC XÂU ĐỐI XỨNG

Cho xâu S. Hãy phân hoạch S thành N xâu con liên tiếp S_1, S_2, \dots, S_N thỏa mãn:

- Với mỗi xâu con có thể hoán vị các ký tự để tạo ra xâu đối xứng
- N nhỏ nhất có thể

Input. Xâu S có không quá 10^5 ký tự thường

Output. Một số nguyên duy nhất là N nhỏ nhất tìm được

Ví dụ

Input	Output
aabcddee	2
abcdefghij	10
abcabc	2

Giải thích test

- **Test 1.** Tách aabcddee thành aab và cddee. 1 trong các hoán vị của xâu con 1, 2 mà là xâu đối xứng lần lượt là aba và deced
- **Test 2.** Tách thành 10 xâu tương ứng là a, b, c, d, e, f, g, h, i, j
- **Test 3.** Tách abcabc thành abcab và c. Hoán vị xâu đầu tiên thành bacab ta được xâu đối xứng. Còn xâu thứ 2 đã là xâu đối xứng.

BÀI I. LŨY THỪA

Cho các số nguyên dương n và X . Gọi $f(n)$ là số ước của n . Tìm n nhỏ nhất để $n^{f(n)} = X$.

Input. Một số nguyên X duy nhất ($1 \leq X \leq 10^{18}$)

Output. Một số nguyên duy nhất là số n nhỏ nhất tìm được. Nếu không tồn tại đáp án, ghi -1

Ví dụ.

Input	Output
1234	-1
64	4
1000000000000000000	100

BÀI J. DÂY NGOẶC CÂN BẰNG TRÊN CÂY

Cho một cây có N đỉnh và $N - 1$ cạnh, mỗi đỉnh của cây được gán nhãn là 1 trong 6 kí tự $()[]\{\}$. Một đường đi từ đỉnh u tới đỉnh v (hai đỉnh bất kì) được gọi là đường đi cân bằng nếu chuỗi kí tự được tạo ra từ đường đi này tạo thành một dãy ngoặc đúng.

Một dãy ngoặc đúng được định nghĩa như sau:

- Xâu rỗng là dãy ngoặc đúng.
- Nếu A là dãy ngoặc đúng thì (A) , $[A]$, $\{A\}$ cũng sẽ là một dãy ngoặc đúng.
- Nếu A và B là hai dãy ngoặc đúng thì AB cũng là một dãy ngoặc đúng.

Nhiệm vụ của bạn là đếm số lượng đường đi cân bằng của cây.

Input

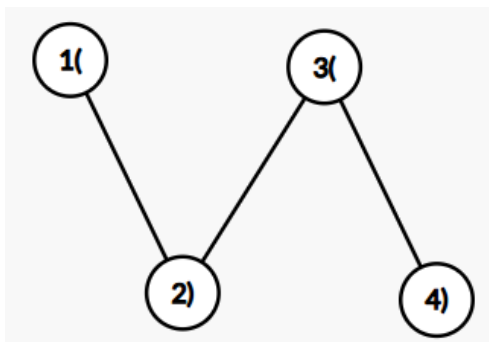
- Dòng đầu tiên là số N là độ dài của xâu S , và cũng là số đỉnh của cây ($N \leq 5000$).
- Dòng thứ hai là xâu S , chỉ gồm các kí tự $()[]\{\}$. Kí tự thứ i ($1 \leq i \leq N$) chính là nhãn của đỉnh thứ i
- $N - 1$ dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên u, v , mô tả một cạnh của cây.

Output. In ra một số nguyên là số lượng đường đi cân bằng của cây.

Ví dụ

Input	Output
4 (()) 1 2 2 3 3 4	4
6 ([]{}) 1 2 2 3 3 4 4 5 4 6	3

Giải thích test.

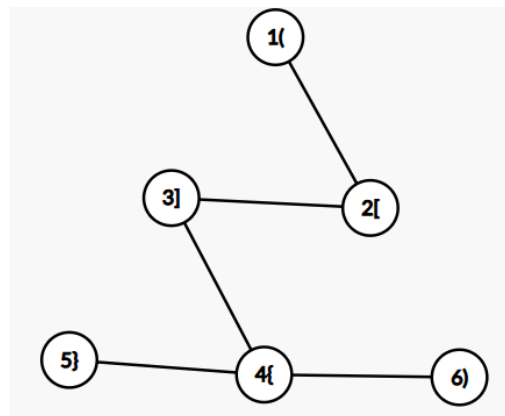


Trong mỗi hình vẽ, nhãn của đỉnh được ghi ngay sau đỉnh. Ví dụ: 1(tức là đỉnh 1 mang nhãn “(“

Các đường đi đối xứng là:

- $1 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 2$: Đều tạo ra cây ()
- $1 \rightarrow 4$: Đi kiểu $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$

Tạo ra cây ()()



Các đường đi đối xứng là:

- $2 \rightarrow 3$: Tạo ra cây []
- $4 \rightarrow 5$: Tạo ra cây {}
- $2 \rightarrow 5$: Đi kiểu $2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5$

Tạo ra cây [] {}

BÀI K. DÂY CON TĂNG DÀI NHẤT

Cho dãy số X ban đầu là rỗng và có Q truy vấn. Mỗi truy vấn gồm hai số nguyên L_i, R_i , yêu cầu bạn thêm lần lượt các số L_i, L_i+1, \dots, R_i theo thứ tự vào cuối của dãy số X . Sau Q truy vấn, hãy xác định độ dài của dãy con tăng dài nhất của dãy X .

Input

- Dòng đầu tiên là số lượng truy vấn Q ($Q \leq 2 \cdot 10^5$).
- Q dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm 2 số nguyên L_i, R_i mô tả một truy vấn ($1 \leq L_i \leq R_i \leq 10^9$).

Output. In ra một số nguyên là độ dài dãy con tăng dài nhất của dãy X .

Ví dụ.

Input	Output
4 1 2 3 4 8 9 7 10	8
3 1 1 1 1 1 1	1

Giải thích test

- **Test 1:** Sau các truy vấn, dãy $X = \{1, 2, 3, 4, 8, 9, 7, 8, 9, 10\}$. Dãy con tăng dài nhất là $\{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9, 10\} \rightarrow$ độ dài 8.
- **Test 2:** Sau các truy vấn, dãy $X = \{1, 1, 1\}$. Dãy con tăng dài nhất là $\{1\} \rightarrow$ độ dài 1.

-----HẾT-----